

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.5 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.7 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

- 2.1 ความเป็นมาของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL
- 2.2 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL
- 2.3 ขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL
- 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับคำดัชนีประสิทธิผล

ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายคำว่า “ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ไว้ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (2000 อ้างถึงใน สุจิตรา ศรีสละ, 2554, หน้า 20) กล่าวว่า การแก้ปัญหา คือ ชิ้นงานที่ทำโดยยังไม่มีวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ในการหาคำตอบนักเรียนจะต้องใช้ประโยชน์จากความรู้ที่มีอยู่เหล่านั้นเพื่อนำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องฝึกฝนบ่อย ๆ เพื่อที่จะพัฒนา และทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายในการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ขึ้นอยู่กับวิธีการของการกระทำที่ได้มาของคำตอบ นักเรียนจะต้องหาโอกาสฝึกฝนอยู่เป็นประจำรวมทั้งได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนแนวคิดในการแก้ปัญหานั้นออกมาด้วย

ครูติกและรูดนิค (Krulik & Rudnick, 2003, p. 91) กล่าวว่า ปัญหาคือสถานการณ์ ปริมาณ หรือ อื่น ๆ ซึ่งบุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่ต้องการแก้ปัญหาได้เผชิญหน้าอยู่ โดยปัญหานั้นไม่มีวิธีการแก้ปัญหที่ชัดเจน ผู้แก้ปัญหามองหาวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้ได้คำตอบ

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546, หน้า 9) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ซึ่งบุคคลต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบของสถานการณ์หรือคำถามนั้น ๆ

อรชร ภูบุญเดิม (2550, หน้า 9) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณ วิธีการคำอธิบายหรือการให้เหตุผลโดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ การตัดสินใจและประสบการณ์หลาย ๆ อย่างเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบหรือข้อสรุปนั้นได้

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551, หน้า 9) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอน/ วิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สสวท. (2551, หน้า 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

ชญาภา ใจโปร่ง (2554, หน้า 9) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งยังไม่รู้วิธีการในการหาคำตอบหรือไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ในการหาคำตอบ

1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ฮอปกินส์ กิฟฟอร์ด และเพพเพอเรลล์ (Hopkins, Gifford, & Pepperell, 1999, p. 143) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การวางแผนการจัดการข้อมูลให้เป็นระบบ เพื่อให้สามารถตัดสินใจนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้หาคำตอบที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ได้

คอสเชย์และคณะ (2002 อ้างถึงใน ศุภกิจ ประชุมกาเยะมาต, 2552, หน้า 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหา คือ กระบวนการหาคำตอบให้คำถามหรือการจัดการกับสถานการณ์ต่าง ๆ ปัญหาที่ยากและน่าเบื่อสำหรับคนหนึ่ง อาจเป็นปัญหาธรรมดา ๆ สำหรับอีกคนหนึ่ง กระบวนการแก้ปัญหาจึงต้องใช้การสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ ที่ต่างจากเดิม ใช้หลักการวางแผนหรือวิธีการที่จะนำไปสู่คำตอบที่ต้องการ และเป็นการ ได้มาซึ่งความรู้ใหม่จากสถานการณ์นั้น ๆ กระบวนการนี้อาจยุ่งยากซับซ้อนขึ้นเมื่อมีการขยายไปสร้างการเชื่อมโยง ซึ่งนักเรียนจะได้ประสบการณ์จากกระบวนการนี้ และสามารถพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ครูลิกและรูดนิค (Krulik & Rudnick, 2003, p. 92) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการหรือขั้นตอนที่แต่ละคนใช้ทักษะและความรู้ที่มีอยู่เดิมมาประยุกต์เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย กระบวนการนี้เริ่มตั้งแต่การเผชิญหน้ากับปัญหาไปจนถึงการค้นพบคำตอบและการตรวจสอบวิธีการ

จินดาภรณ์ ช่วยสุข (2549, หน้า 9) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการหาคำตอบของคำถามหรือจัดการกับสถานการณ์เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหาแต่ละคนจะต้องใช้ทักษะความรู้ ความเข้าใจ และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหาและผู้แก้ปัญหาคควรได้ฝึกฝนในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนเพื่อพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

สสวท. (2551, หน้า 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สันนิสา สมัยอยู่ (2554, หน้า 36) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์เดิม และทักษะพื้นฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ไปสังเคราะห์หรือประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทั้งปัญหาธรรมดา และปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหายังรวมถึงกระบวนการทั้งหมดไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ หรือการประยุกต์ใช้ความรู้เหล่านี้ เพื่อหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมไปถึง ขั้นตอน/ กระบวนการ และกลยุทธ์ในการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหานั้น

1.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1985 อ้างถึงใน สุภาภรณ์ ปิ่นทอง, 2554, หน้า 47) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และเอ็ดเวิร์ดส์ (Bitter, Hatfield, & Edwards, 1989, p. 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

คัทซ์ (1991 อ้างถึงใน สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 26-28) ได้แบ่งการแก้ปัญหาออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ 2 ประเภท คือ

1. การแก้ปัญหาที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (Routine or Word Problem Solving) ปัญหาที่พบเห็นกันโดยทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา

2. การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (Non-Routine Problem Solving) ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อนหรือปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย (Non-Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่ท้าทาย และให้ความสนุกสนาน

มะลิวรรณ ผ่องรายี (2549, หน้า 29) ได้กล่าวถึงปัญหาคณิตศาสตร์ว่ามี 2 ประเภท คือ ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหายอยู่แล้ว ประเภทที่สองคือปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนมากกว่าปัญหาธรรมดา ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ความสามารถ หลักการและวิธีการแก้ปัญหาดัง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหา

ศุภกิจ ประชุมกาเยะมาต (2552, หน้า 42) ได้สรุปประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ว่าปัญหาคณิตศาสตร์มี 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่ให้ดำเนินการ เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีการคำนวณเบื้องต้น ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข

2. ปัญหาที่ให้อธิบาย เป็นปัญหาที่แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐาน หรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาทั้ง 2 ประเภทของ มะลิวรรณ ผ่องราณี (2549, หน้า 29) คือ ปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่

1.4 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1985 อ้างถึงใน สสวท., 2550, หน้า 8) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปข้างหน้า พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาลงด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้แล้ว พิจารณามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาลักษณะอื่นอีกหรือไม่

ครูติกและรุคินิก (Krutik & Rudnick, 1996 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปรง, 2554, หน้า 12) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นวิเคราะห์ปัญหา ตรวจสอบและประเมินผลข้อเท็จจริง การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นการสำรวจและวางแผน เป็นขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและตัดสินใจเลือกข้อมูลที่จำเป็นและตัดข้อมูลที่ไมจำเป็นทิ้ง จัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง เขียนภาพ สร้างแบบจำลองหรืออื่น ๆ เพื่อวางแผนหาคำตอบ

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นเลือกวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน วิธีการเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งจะเป็นทิศทางที่ผู้แก้ปัญหาใช้หาคำตอบ

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ เพื่อหาคำตอบ โดยใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณแล้วแต่ความเหมาะสม

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล เป็นการตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงตามเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่และคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่และควรจะขยายผลไปสู่กรณีทั่วไปหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ภายใต้สถานการณ์เดิม

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542, หน้า 15-16) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้น ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนดให้และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนดให้

ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และการเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม ได้แก่ การสังเกตกระสวนหรือรูปแบบการคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ การเดาและทดสอบ การทดลอง และสร้างสถานการณ์จำลอง การลดความซับซ้อนของปัญหา การแบ่งปัญหออกเป็นส่วนตัวย่อย ๆ การใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และการรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผน ในขั้นนี้เป็นการดำเนินการตามวิธีที่เลือกเพื่อแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ในขั้นนี้เป็นการตรวจสอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่คำตอบสมเหตุผลหรือไม่ สามารถหาวิธีการที่ดีกว่า สั้นกว่าวิธีการที่เลือกหรือไม่ และสามารถคิดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ได้หรือไม่

สสวท. (2544, หน้า 191-192) ได้สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญ และเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะการอ่าน โจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้อยู่มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปภาพ หรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดคะเนคำตอบประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับจำนวน (Number Sense) หรือความรู้เกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์

สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้แบ่งกระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง การหาว่าปัญหามีกำหนดอะไรมาบ้าง โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หมายถึง การวิเคราะห์และรวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการหาคำตอบหรือไม่ รวมถึงการใช้ความรู้เดิมมาวิเคราะห์เพื่อเลือกวิธีแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง การดำเนินการตามวิธีแก้ปัญหาที่เลือก การคำนวณหาคำตอบและการให้เหตุผล

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล หมายถึง การตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ ถูกต้องหรือไม่ รวมทั้งการหาวิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือสั้นกว่า

โดยในการวิจัยนี้ ผู้เรียนจะได้เรียนรู้กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ขั้นตอน

1.5 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1997, pp. 11-23) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่

1. การแสดงออก เป็นวิธีที่เหมาะสมกับเด็กเล็ก เป็นการแสดงออกในรูปของละครหรือบทบาทสมมติในเรื่องราวชีวิตจริงหรือสถานการณ์ เช่นการจำลองสถานการณ์การค้าขาย โดยสมมติให้ห้องเรียนเป็นร้านค้า มีการซื้อขายอาหาร และเครื่องใช้ต่าง ๆ หรือสมมติห้องเรียนเป็นธนาคาร มีการฝากหรือถอนเงิน เป็นต้น
2. การค้นหาและการใช้แบบรูป เป็นการนำความรู้ด้านคณิตศาสตร์มาค้นหาความสัมพันธ์ สร้างการเชื่อมโยงและสร้างกรณีทั่วไป เพื่อทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นต่อไป
3. การสร้างแบบจำลอง เป็นการนำสิ่งของที่เป็นรูปธรรม เช่น หนังสือคู่มือ ลูกพลาสติกต่าง ๆ มาเป็นแบบจำลองแทนของจริง เพื่อให้นำเข้าสู่บทเรียนสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์แก่นักเรียน
4. การเขียนแผนภาพหรือแผนผัง เป็นการใช้อภาพหรือแผนผังมาจัดทำรายละเอียดของปัญหา แล้วประยุกต์เข้ากับจำนวนและวิธีการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เช่น ใช้แผนภาพเวนน์ในการแก้ปัญหาเรื่องเซต
5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการนำเหตุผลในการพิจารณาตัวเลือกต่าง ๆ นำมาทดสอบกับปัญหา แล้วทำการตัดตัวเลือกที่ไม่สอดคล้องกับปัญหาออกไป จนเหลือตัวเลือกที่สอดคล้องกับปัญหาเพียงเล็กน้อยหรือเพียงหนึ่งเดียว
6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการสืบเสาะหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา เช่น ในเรื่องการบวก นักเรียนสามารถหาจำนวนเต็มบวกที่รวมกันได้ 7 มาได้ทั้งหมด ในการเรียนรู้เรื่องเงิน สามารถจัดหมู่เหรียญชนิดต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่รวมกันได้ 46 เซนต์ ในการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์ สามารถหาเซตของคู่อันดับที่เกิดจากผลคูณคาร์ทีเซียนได้
7. การลดขนาดปัญหาลง หรือการแบ่งปัญหาวางส่วนย่อย ๆ เป็นวิธีที่ใช้กับปัญหาที่มีจำนวนมีค่ามากและยุ่งยาก โดยเป็นการกำหนดจำนวนในปัญหาให้น้อยลง เพื่อสร้างความเข้าใจในการแก้ปัญหา
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ เป็นการศึกษารายละเอียดของสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และสิ่งที่โจทย์ให้หา การดำเนินการกับข้อมูลที่โจทย์ให้หามีการทำย้อนกลับเพื่อไปให้ถึงสิ่งที่โจทย์ถาม

9. การเขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ เป็นวิธีที่ช่วยให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย โดยใช้ประโยคสัญลักษณ์ เช่น $4+5=9$ ใช้แทนประโยคที่ว่า นาดาขามีผลไม้กี่ผล เมื่อเธอมีแอปเปิ้ล 4 ผล และส้ม 5 ผล

10. การสร้างตาราง/หรือกราฟ เป็นการใช้อย่างตารางและกราฟในการจัดการข้อมูลให้เป็นระบบเพื่อใช้แสดงรายละเอียดต่าง ๆ ช่วยแก้ปัญหาและรายงานข้อมูลต่าง ๆ

11. การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา เป็นการเปลี่ยนวิธีคิดในการมองปัญหา ในบางปัญหาอาจต้องใช้วิธีคิดที่แปลกไปจากแนวเดิม

สสวท. (2551, หน้า 13-14) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปและข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพเป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาลักษณะภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาแบบรูปหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกแจงที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ก็ถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกแจงด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหา กำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาลำดับต่อไป

นักเรียนควรเคอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้ของปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้กับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้น นักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหบางปัญหา เราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีในวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง

ยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหที่ยากแก่การแก้ปัญหโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีมากมายหลายแบบ ผู้เรียนควรเลือกใช้ให้เหมาะสมกับรูปแบบของปัญหา ปัญหาบางประเภทสามารถใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหได้หลายแบบ ผู้เรียนจึงควรเลือกใช้วิธีที่สะดวก รวดเร็วและเหมาะสม

1.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

Baroody (2003, pp. 2-31) ได้กล่าวว่า การสอนการแก้ปัญหามี 3 แบบ ได้แก่

1. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญห (Teaching about Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน

2. การสอนการแก้ปัญห (Teaching for Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์และฝึกใช้สมมติและทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่าง ๆ ก่อน แล้วจึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อย ๆ ก่อนที่จะแก้ปัญห แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลายด้วย

3. การสอนโดยการใช้ปัญห (Teaching via Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหากับโลกที่เป็นจริง (Real World) ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายใช้ความรู้ในการแก้ปัญห

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และเอ็ดเวิร์ด (Bitter, Hatfield, & Edwards อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554, หน้า 15) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ และให้ฝึกการแก้ปัญหาร่วมกัน
3. ควรฝึกให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และข้อมูลที่

จำเป็นต้องรู้ซึ่งโจทย์ไม่ได้กำหนดมาแต่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

4. ควรตั้งคำถามที่จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจอย่างชัดเจนว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการเพราะนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ถ้าหากนักเรียนไม่เข้าใจคำถาม ครูควรตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยการตั้งคำถาม และหากนักเรียนไม่เข้าใจอีก ครูควรสร้างบรรยากาศและใช้คำถามที่เข้าใจง่าย และควรอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบเพิ่มเติม

5. ควรนำเสนอปัญหาหลาย ๆ แบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซากและไม่ท้าทายความสามารถ

6. ควรนำเสนอปัญหาแก่นักเรียนบ่อย ๆ จนกลายเป็นกระบวนการหนึ่งของการเรียนการสอนในห้องเรียน ซึ่งทำให้นักเรียนไม่มองว่าเป็นทักษะที่แยกออกมา แต่เป็นสิ่งที่ต่อเนื่องคุ้นเคยและเป็นกระบวนการที่จำเป็น

7. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างและวิเคราะห์ปัญหา มีการอภิปรายถึงสิ่งที่โจทย์ลงมาด้วย และควรอภิปรายถึงกลยุทธ์ที่ไม่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้

8. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลาย ๆ ข้อ ที่ใช้กลยุทธ์เดียวกันเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจสิ่งสำคัญของแต่ละกลยุทธ์ ซึ่งแต่ละกลยุทธ์ต่างก็มีความยืดหยุ่นและสามารถประยุกต์ไปสู่สถานการณ์ที่กว้างขึ้น และยังเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาเดียวกันได้หลายวิธีเพื่อให้เห็นว่ามีความหลากหลายทางในการแก้ปัญหา

9. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหาที่มีลักษณะเฉพาะ

10. ควรช่วยเหลือนักเรียนให้นึกถึงปัญหาต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กัน

11. ควรให้เวลานักเรียนในการแก้ปัญหา อภิปรายผลและสะท้อนวิธีดำเนินการแก้ปัญหา

12. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดเดาคำตอบที่ได้เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

13. ควรมีการอภิปรายถึงปัญหาที่แก้ได้ยากด้วย

สสวท. (2551, หน้า 180-186) กล่าวถึง แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการ
แก้ปัญหา ดังนี้

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย
กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมมือ
เป็นทีมหรือกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติการกิจต่าง ๆ จนบรรลุวัตถุประสงค์ที่คาดหวังไว้ ได้
พูดคุยและเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาและ
กระบวนการแก้ปัญหาของตน ได้อภิปรายถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่
เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน
ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ นักเรียนมีความ
มั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างเหตุผล มี
ทักษะการสื่อสารและการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทาง
คณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งและจดจำได้นานมาก
ขึ้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ครูจะต้องเลือกขนาดของกลุ่มว่าควรเป็นเท่าไร ซึ่งโดย
ปกติกลุ่มละ 3-4 คน เมื่อเลือกขนาดของกลุ่มได้แล้ว ครูควรจัดนักเรียนเข้ากลุ่มโดยให้แต่ละกลุ่มมี
นักเรียนที่มีระดับความสามารถเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในกลุ่มเดียวกัน หลังจากนั้นครูควร
ชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม โดยเน้นย้ำว่า ทุกคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา
เข้าใจงานของกลุ่มและสามารถอธิบายได้ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันอยู่ ครูควรมี
บทบาทในการตรวจสอบสอดส่องการทำงานและพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคน คอยสอดแทรก/
ขัดจังหวะกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่ม โดยใช้คำถามกระตุ้นเมื่อกลุ่มแก้ปัญหาไม่ได้หรือไม่ตรง
ประเด็น ตอบคำถาม (คำถามของกลุ่มเท่านั้น) และให้คำปรึกษาเท่าที่จำเป็น

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูอาจ
เริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้
นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์
และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของ
ตนอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำตอบเดียว เติมคำตอบสั้น ๆ แล้ว
จึงเติมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเอง
คิดและนำเสนอแนวคิดของตนได้แล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพราะการแก้ปัญหา

เป็นกลุ่มจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรซักถาม อธิบายและเปิดโอกาสอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะและตั้งคำถามนำ ครูควรตระหนักว่า การถามนำมากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูทีละคำถาม ต่อเนื่องกันจนได้คำตอบ โดยไม่คิดเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการด้วยตนเอง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นหาคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหได้มากกว่าหนึ่งวิธี

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตนเองบ่อย ๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวนและรวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทาง ในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้คิดหาช่องทางการสื่อสารอื่นที่ใช้ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียน

ตระหนักว่า ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ นักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบแต่นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ และการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบความคค และกระบวนการคิดของตนเองว่ามีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมาด้วย

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูควรเป็นผู้นำเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้นเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาใดเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงพอสรุปได้ว่า แนวทางที่ควรนำมาพิจารณาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น และซักถาม ควรเลือกปัญหาให้เหมาะสมกับนักเรียน ควรให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ควรฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

1.7 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชาร์ลส์ เลสเตอร์ และ โอคาฟเฟอร์ (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554, หน้า 20 - 30) ได้แนะนำวิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาไว้ 4 วิธี ได้แก่ 1) การสังเกตและการใช้คำถามนักเรียน (Observing and Questioning) 2) การประเมินโดยใช้ข้อมูลการประเมินตนเองของนักเรียน (Using Self-Assessment Data from Students) 3) การให้คะแนนแบบ rubric (Rubric Scoring) และ 4) การใช้แบบทดสอบ (Using Tests) มีรายละเอียดดังนี้

วิธีที่ 1 การสังเกตและการถามคำถามนักเรียน

การสังเกตและการถามคำถามนักเรียน เป็นวิธีการประเมินที่มีคุณค่ามาก สามารถใช้ประเมินในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล หรือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม โดยครูจะประเมินในขณะที่เดินตรวจตราไปยังกลุ่มต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหา ในขณะที่ครูสังเกตและถามคำถามนักเรียน ครูจะต้องบันทึกข้อมูลที่ได้ให้ตรงประเด็นทันทีที่ได้ข้อมูล เครื่องมือที่ครูใช้ในการบันทึกข้อมูลประกอบด้วย แบบบันทึกผลการสังเกต (Comment Card) แบบตรวจสอบรายการ (Checklist) และมาตราการประเมิน (Rating Scale) ซึ่งตัวอย่างของเครื่องมือเหล่านี้แสดงดังภาพที่ 2-1 ถึง 2-3 ตามลำดับ

แบบบันทึกผลการสังเกตการณ์แก้ปัญหา	
ชื่อ - สกุล _____	วันที่ _____
ผลการสังเกต	
- รู้วิธีหาแบบรูปและรู้ว่าเมื่อไรควรจะหาแบบรูป - รู้ว่าตารางจะช่วยให้หาแบบรูปได้ง่ายขึ้น - มีความพยายามที่จะหาคำตอบ	

ภาพที่ 2-1 ตัวอย่างแบบบันทึกผลการสังเกตการณ์แก้ปัญหา (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชญาภา ไจโปรง, 2554, หน้า 23)

แบบตรวจสอบรายการ	
ชื่อ – สกุล _____	วันที่ _____
..... 1	ชอบแก้ปัญหา
..... 2	ทำงานร่วมกับคนอื่นในกลุ่ม
..... 3	แสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา
..... 4	มีความพยายามที่จะหาแบบรูปในการแก้ปัญหา
..... 5	พยายามทำความเข้าใจปัญหา
..... 6	นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาใช้แก้ปัญหา
..... 7	คิดหากลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
..... 8	มีความยืดหยุ่น พยายามเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ มาใช้ แก้ปัญหาเมื่อกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกมาครั้งแรกไม่สามารถ ใช้แก้ปัญหาได้
..... 9	ตรวจคำตอบ
..... 10	สามารถอธิบายหรือวิเคราะห์คำตอบได้

ภาพที่ 2-2 ตัวอย่างแบบตรวจสอบรายการ (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554, หน้า 23)

แบบบันทึกผลการสังเกตการณ์แก้ปัญหา			
ชื่อ – สกุล _____	วันที่ _____		
	บ่อย	บางครั้ง	ไม่เคย
1. เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม			
2. ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้หา คำตอบได้ถูกต้อง			
3. พยายามเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่ เมื่อกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคเดิมไม่สามารถ หาคำตอบได้			
4. จัดกระทำกับปัญหาอย่างเป็นระบบ เช่น แยกคำถามออกเป็นข้อ ๆ ระบุข้อมูลที่จำเป็น วางแผนแก้ปัญหาและตรวจคำตอบ			
5. แสดงให้เห็นว่ามีความเต็มใจที่จะ แก้ปัญหา			
6. แสดงให้เห็นว่ามีความเชื่อมั่นในตนเอง			

ภาพที่ 2-3 ตัวอย่างมาตรการประเมินการสังเกตการณ์แก้ปัญหา (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987
อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554, หน้า 24)

วิธีที่ 2 การประเมินโดยใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของนักเรียน

การประเมินตนเองเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหา การประเมินด้วยวิธีนี้จะได้รับประโยชน์มากขึ้นเมื่อให้นักเรียนเขียนสะท้อนเกี่ยวกับความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ รูปแบบการคิดและอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับปัญหาออกมามากน้อยและตรงตามความเป็นจริงแค่ไหน การประเมินตนเองแบ่งออกเป็น 2 แบบ ได้แก่ (1) การให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (2) การให้นักเรียนประเมินผลการรายงาน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การประเมินตนเองแบบนี้ทำได้หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จใหม่ ๆ ให้นักเรียนหวนนึกถึงประสบการณ์ขณะที่กำลังแก้ปัญหา แล้วเขียนอธิบายว่าตนเองคิดอย่างไรในขณะที่กำลังแก้ปัญหา แนวคำถามที่เป็นประโยชน์ต่อการเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงได้ดังภาพที่ 2-4

คำถามเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนเขียนสะท้อน ความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนใช้คำถามต่อไปนี้เป็นแนวทางในการเขียนอธิบายความคิด ในขณะที่กำลังแก้ปัญหา 1. นักเรียนทำอะไรหรือคิดอย่างไรเมื่อพบปัญหาครั้งแรก 2. นักเรียนได้นำกลยุทธ์ในการแก้ปัญหามาใช้บ้างหรือไม่ กลยุทธ์อะไร นำมาใช้อย่างไร และใช้หาคำตอบได้หรือไม่ 3. เมื่อวิธีคิดที่ใช้ครั้งแรกไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนได้ลองหาวิธีใหม่มาใช้แก้ปัญหบ้างหรือไม่ และนักเรียนรู้สึกอย่างไรกับการทำเช่นนี้ 4. นักเรียนหาคำตอบของปัญหาได้หรือไม่และมีความรู้สึกอย่างไร 5. นักเรียนได้ตรวจคำตอบหรือไม่และมั่นใจหรือไม่ว่าคำตอบที่ได้ นั้นถูกต้อง 6. โดยภาพรวมแล้วนักเรียนรู้สึกอย่างไรกับประสบการณ์ในการ แก้ปัญหครั้งนี้

ภาพที่ 2-4 ตัวอย่างคำถามเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554, หน้า 25)

2. การให้นักเรียนตอบแบบประเมินผลการรายงานหรือการบันทึกประสบการณ์การแก้ปัญหา เป็นชุดของข้อคำถามที่ให้นักเรียนตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและ

เจตคติต่อการแก้ปัญหาของตนเอง ตัวอย่างแบบประเมินผลการรายงานเจตคติและแบบประเมินกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแสดงดังภาพที่ 2-5

แบบประเมินผลการรายงานเจตคติ

ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ หรือ X หน้าข้อที่ตรงกับความคิดเห็นและไม่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนตามลำดับ ในขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหา

..... 1.

ฉันตั้งใจจะทำข้อสอบให้เสร็จทุกข้อไม่ว่าคำตอบที่เติมลงไปนั้นจะถูกหรือผิดก็ตาม

..... 2.

การพยายามจะแก้ปัญหาไม่ใช่เรื่องที่สนุกเลย

..... 3.

ฉันจะพยายามแก้ปัญหาให้ได้เกือบทุกข้อ

..... 4.

เมื่อไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ฉันจะเลิกแก้ปัญหาข้อนั้น

..... 5.

ฉันชอบแก้ปัญหายาก ๆ

..... 6.

ความคิดในการแก้ปัญหานั้นไม่ค่อยดีเท่าของนักเรียนคนอื่น ๆ

..... 7.

ปัญหาข้อที่ใคร ๆ สามารถแก้ได้ ฉันก็แก้ได้เช่นเดียวกัน

..... 8.

ฉันจะไม่หยุดแก้ปัญหา トラบใดที่ยังไม่ได้คำตอบ

..... 9.

ฉันมั่นใจว่าต้องแก้ปัญหาได้เกือบทุกข้อ

..... 10.

ฉันจะทุ่มเทเวลาให้กับการแก้ปัญหา

ภาพที่ 2-5 ตัวอย่างแบบประเมินผลการรายงานเจตคติ (Charles, Lester, & O’Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554, หน้า 26)

แบบประเมินผลกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนนึกถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนใช้ และตรวจสอบว่าตรงกับข้อใดบ้างต่อไปนี้

- 1. ในขณะที่แก้ปัญหาฉันไม่ได้นึกถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
 - 2. ความคิดที่จะใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแวบเข้ามาในสมองฉัน
 - 3. ฉันเพียงแค่มองรายการกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแต่ไม่ได้นำกลยุทธ์ใดมาใช้
 - 4. ฉันไม่ได้มองรายการกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้นมาใช้
 - 5. ฉันไม่ได้มองรายการกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา แต่ฉันคิดกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เองแล้วทดลองนำไปใช้แก้ปัญหา
 - 6. ฉันใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาน้อย 1 กลยุทธ์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้นช่วยให้ฉันหาคำตอบได้
 - 7. ฉันได้พยายามใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหานี้ในการแก้ปัญหามาแล้ว

.....การคาดเดาและตรวจสอบ	การแบ่งเป็นปัญหาย่อย
.....การสร้างตาราง	การคิดแบบย้อนกลับ
.....การเขียนภาพหรือแผนภาพ	การค้นหาแบบรูป
.....การจัดข้อมูลให้เป็นหมวดหมู่	การเขียนสมการ
.....กลยุทธ์ในการแก้ปัญห่อื่น ๆ	
- (ระบุ).....

ภาพที่ 2-6 ตัวอย่างแบบประเมินผลกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554, หน้า 27)

วิธีที่ 3 การให้คะแนนแบบรูปรีค

การให้คะแนนแบบรูปรีค เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม ซึ่งการให้คะแนนแบบรูปรีคที่นิยมใช้ในการ

ประเมินงานเขียนมี 2 แบบ คือ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์และการให้คะแนนแบบองค์รวมซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาอาจแยกพิจารณาเป็น ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ แสดงดังภาพที่ 2-7

ขั้นตอนที่พิจารณา	คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียน
ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา	0	นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด
	1	นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดบางส่วน
	2	นักเรียนเข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	0	นักเรียนไม่ได้พยายามวางแผนแก้ปัญหาหรือวางแผนไม่เหมาะสม
	1	แผนการแก้ปัญหาบางส่วนเหมาะสมและใช้แก้ปัญหาได้
	2	วางแผนได้เหมาะสมและสามารถใช้แก้ปัญหาได้
ขั้นได้คำตอบ	0	ไม่มีคำตอบหรือคำตอบผิดอันเป็นผลมาจากการวางแผนที่ไม่เหมาะสม
	1	ผิดพลาดในขั้นคำนวณคำตอบหรือตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
	2	ตอบคำถามและระบุหน่วยคำตอบได้ครบถ้วนและถูกต้อง

ภาพที่ 2-7 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Charles, Lester, & O'Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชญาภา ไชโปรง, 2554, หน้า 27)

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน เป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ การประเมินผลด้วยวิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวมแสดงดังภาพที่ 2-8

กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม	
คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียนของนักเรียน
0	- นักเรียนส่งกระดาษเปล่า - นักเรียนลอกโจทย์ซ้ำโดยไม่ปรากฏร่องรอยการนำข้อมูลมาดำเนินการแต่อย่างใด - นักเรียนเขียนเฉพาะคำตอบแต่เป็นคำตอบที่ผิดโดยไม่ปรากฏวิธีทำ
1	- นักเรียนแสดงวิธีทำหลังจากเขียนข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ซึ่งมีร่องรอยแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจปัญหา แต่วิธีหาคำตอบไม่ถูกต้อง - นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมแต่ไม่สามารถหาคำตอบได้และไม่มีร่องรอยว่าเปลี่ยนไปใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญห่อื่น
2	- นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมและไม่ได้คำตอบที่ถูกต้องแต่มีร่องรอยแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจปัญหา - นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมแต่ไม่ได้คำตอบหรือนำกลยุทธ์ในการแก้ปัญหามาใช้ผิดทำให้ได้คำตอบผิด - นักเรียนสามารถแก้ปัญหาย่อยได้ แต่ไม่มีร่องรอยว่าทำได้มากกว่านั้น - นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องแต่ครูไม่เข้าใจวิธีการที่นักเรียนเขียนอธิบายหรือไม่แสดงวิธีทำ
3	- นักเรียนเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องได้ แต่เข้าใจปัญหาบางส่วนผิดหรือสะเพร่าในบางอย่างในสถานการณ์ปัญหา - นักเรียนเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาถูกต้องแต่ตอบปัญหาผิด โดยไม่มีเหตุผลปรากฏหรือตัวเลขบางส่วนในคำตอบถูกต้องแต่ไม่เขียนคำตอบหรือคำตอบผิดหรือไม่มีคำตอบ - นักเรียนเขียนคำตอบถูกต้องและมีร่องรอยว่าเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมแต่วิธีที่ใช้ไม่สมบูรณ์

กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม	
คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏในงานเขียนของนักเรียน
4	- นักเรียนเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาถูกต้อง (แต่ไม่สมบูรณ์) ซึ่งไม่ส่งผลกระทบต่อเข้าใจปัญหาผิด หรือเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาผิด แต่อาจลบกใจทยึด หรือ คิดคำนวณผิด - เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและได้คำตอบที่ถูกต้อง

ภาพที่ 2-8 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวม (Charles, Lester, & O’Daffer, 1987 อ้างถึงใน ชญาภา ใจโปร่ง, 2554, หน้า 27)

วิธีที่ 4 การใช้แบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหา มี 2 ประเภท ได้แก่

- 1. แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple-Choice Test) แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ ประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะมีตัวเลือกหลาย ๆ ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกที่คิดว่า ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว
- 2. แบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ (Completion Test) แบบทดสอบชนิดเติมคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบที่เว้นช่องว่างเอาไว้เพื่อให้นักเรียนเติมคำ ตัวเลขชุดของสัญลักษณ์หรือประโยคที่คิดว่าถูกต้องลงในช่องว่าง

สำหรับการวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้การให้คะแนนแบบวิเคราะห์เพื่อประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และใช้แบบทดสอบชนิดเลือกตอบเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต

1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

วิลเลียมส์ (Williams, 2003, pp. 185 – 187) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ส่งผลกระทบต่อการศึกษา โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน และให้นักเรียนทำแบบทดสอบทั้งก่อนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงาน

แก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม การเขียนตามขั้นตอนการแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนในกลุ่มทดลองเรียนรู้การใช้ขั้นตอนตามกระบวนการการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพึงพอใจในกิจกรรมนี้ และนักเรียนจำนวน 80% เห็นว่ากิจกรรมนี้ช่วยให้การแก้ปัญหาคิดขึ้นได้

ซิน (Xin, 2003 อ้างถึงใน สุภกิจ ประชุมกาเยะมาต , 2552, หน้า 59) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยการแก้ปัญหา ซึ่งศึกษาความแตกต่างของวิธีการสอนทั้ง 2 แบบ คือ วิธีการสอนแบบ SBI (Explicit Schema - Based Problem Solving Instructional Strategy) และวิธีการสอนแบบ TI (Traditional General Heuristic Instructional Strategy) ทั้งสองกลุ่มมีการทดสอบความรู้ความเข้าใจทั้งก่อนเรียน - หลังเรียน ผลการวิจัยปรากฏว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้ SBI และ TI มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ซึ่งวิธีการสอนแบบ TI มีการทดสอบก่อนเรียน - ขณะเรียน (ดำเนินการ 1-2 สัปดาห์) และทำการทดสอบครั้งสุดท้าย (ดำเนินการ 3 สัปดาห์ - 3 เดือน) กลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยใช้วิธีการสอนแบบ SBI กับนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยวิธี TI มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งกำหนดแผนการสอนจะเน้นให้มีการถ่ายโยงการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา (วิธีการสอนทั้ง 2 แบบนี้มีโครงสร้างที่เหมือนกัน)

ออสซอย และอาตาแมน (Ozsoy, & Ataman อ้างถึงใน สุภาพร ปิ่นทอง, 2554, หน้า 88) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ของการฝึกอบรมกลยุทธ์การรู้คิดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการฝึกอบรมโดยใช้กลยุทธ์การรู้คิดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในการศึกษาใช้เวลากว่า 9 สัปดาห์กับนักเรียนระดับเกรด 5 โดยให้กลุ่มทดลอง จำนวน 24 คน ได้รับการสอนโดยใช้ทักษะการรู้คิด และในขณะเดียวกันนักเรียนในกลุ่มควบคุม จำนวน 23 คน ได้รับกิจกรรมการสอนแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ทักษะการรู้คิดมีความสามารถและทักษะในการแก้ปัญหาคิดขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

งานวิจัยในประเทศ

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551, หน้า 77-81) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากมาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 โดยเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน นอกจากนี้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ยังมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีอีกด้วย

ปิยนุช หามนตรี (2551, หน้า 110-111) ได้เปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาและการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. พบว่า ทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาและการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา มีค่าเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค

KWDL

2.1 ความเป็นมาของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

วัชร่า เล่าเรียนดี (2554, หน้า 130) กล่าวว่า เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนามาจากเทคนิค KWL (Know-Want-Learned) ของ ดอนน่า โอเกล (Ogle, 1986, p. 517) ซึ่งเดิม ดอนน่า โอเกล ใช้เทคนิค KWL ในการสอนการอ่าน โดย K (Know) หมายถึง รู้อะไรบ้างจากเรื่องที่อ่านหรือหัวข้อเรื่องที่กำหนด W (Want to Know) หมายถึง ต้องการอะไรจากเรื่องที่อ่าน และ L (Learned) หมายถึง เกิดการเรียนรู้อะไรบ้าง ต่อมาในปี ค.ศ. 1987 คาร์และโอเกล (Car and Ogle) ได้พัฒนาเทคนิค KWL เป็น KWL plus โดยมีพื้นฐานเดียวกันกับเทคนิค KWL ที่แตกต่างกัน คือ KWL plus จะมีการเพิ่มเติมการทำแผนผัง มโนทัศน์ และการสรุปของเรื่องราวต่าง ๆ ที่อ่าน เมื่อจบกระบวนการ KWL แล้ว ในปี ค.ศ.1997 ชอร์และคณะ (Shaw et al., 1997, pp. 482-486) อาจารย์ประจำมหาวิทยาลัยมิสซิสซิปปี ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้นำเทคนิค KWDL มาใช้สอนในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งนำรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือกันแก้ปัญหา (Cooperative Problem Solving) มาผสมผสานในกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น การดำเนินการตามลำดับขั้นตอน KWDL จะช่วยชี้นำการคิดแนวทางในการอ่าน และหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ จากเรื่องนั้น จากนั้นยังสามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้ความต้องการ ใ้ใจผู้เรียนเป็นอย่างดี เทคนิค KWDL มาจากคำถามที่ว่า

K: เรารู้อะไร (What We Know) หรือโจทย์บอกอะไรเราบ้าง (สำหรับคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์)

W: เราต้องการรู้, ต้องการทราบอะไร (What We Want to Know), โจทย์ให้อะไรหรือ โจทย์บอกอะไรบ้าง

D: เราทำอะไร, อย่างไร (What We Do และหาคำตอบ) หรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง หรือมีวิธีดำเนินการเพื่อหาคำตอบอย่างไร

L: เราเรียนรู้อะไรจาก (การดำเนินการขั้นที่ 3) (What We Learned) ซึ่งคือคำตอบ สารความรู้และวิธีศึกษาคำตอบ ขั้นตอนการคิดคำนวณ เป็นต้น

ดังนั้น การจัดการเรียนรู้ที่ใช้เทคนิค KWDL จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีลำดับขั้นตอนการคิดอย่างเป็นระบบ จะเป็นแรงเสริมที่ทำให้ผู้เรียนมีการถ่ายทอดแนวความคิดได้อย่างเป็นระบบ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจในสิ่งที่ตนเองทำอยู่ได้ดี

2.2 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

วัชรุ เล่าเรียนดี (2554, หน้า 130) กล่าวว่า การกำหนดขั้นตอนของเทคนิค KWDL การมีคำถามนำเพื่อให้คิดหาข้อมูลของคำตอบตามที่ต้องการในแต่ละขั้น จะช่วยส่งเสริมการอ่านมากขึ้น โดยเฉพาะการอ่านเชิงวิเคราะห์ การนำกระบวนการหรือเทคนิค KWDL ไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านโจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกระดับชั้นจะมีปัญหามากที่สุดเนื่องจากการอ่านโจทย์ไม่เข้าใจชัดเจน วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เป็นปัจจัยสำคัญปัจจัยหนึ่ง นอกจากการคิดคำนวณไม่เป็น ดังนั้น ทุกขั้นตอนของเทคนิค KWDL ครูจึงต้องคอยแนะนำชี้แนะแนวทางให้นักเรียนได้พิจารณาและวิเคราะห์ให้หลากหลายมากที่สุด แต่การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ร่วมกับการร่วมมือกันเรียนรู้ นักเรียนที่เก่งกว่าก็จะสามารถช่วยนักเรียนที่อ่อนกว่าได้ การใช้เทคนิค KWDL ในการสอนคณิตศาสตร์ ครูต้องเตรียมแผนผัง KWDL โดยในตอนเริ่มบทเรียนครูอธิบายและนักเรียนร่วมกันเรียนรู้ทำความเข้าใจซึ่งต้องมีแผนผัง KWDL ประกอบให้นักเรียนมองเห็นชัดเจนทุกคนด้วย ดังแสดงในตาราง 2-1

ตารางที่ 2-1 แผนผัง KWDL สำหรับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

K โจทย์บอกอะไรบ้าง	W โจทย์ให้หาอะไร,มีวิธีการ อย่างไร,ใช้วิธีอะไรได้บ้าง	D ดำเนินการตาม กระบวนการ แก้โจทย์ปัญหา	L คำตอบที่ได้ และบอกวิธีคิด คิดคำตอบอย่างไร
1. 2. 3. 4.	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ วิธีการแก้ปัญหาคือ 1. 2. วิธีแก้ปัญหาที่เลือกใช้คือ	แสดงวิธีทำ วิธีที่ 1 วิธีที่ 2 วิธีที่ 3	คำตอบ..... สรุปขั้นตอนที่ใช้

ที่มา : วัชรรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 131)

2.3 ขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL

นักการศึกษาหลายท่านได้กำหนดขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ดังนี้
ชอร์ว และคณะ (Shaw et al., 1997, pp. 482-486) อาจารย์ประจำมหาวิทยาลัย
มิสซิสซิปปี ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้พัฒนาเทคนิค KWDL มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการ
สอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งกลุ่มให้นักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และ
สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยใช้ปฏกรกิจกรรมเทคนิค KWDL

ขั้นที่ 2 นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายเพื่อหาสิ่งที่ต้องการรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับโจทย์
หาความสัมพันธ์ของโจทย์ และกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนช่วยกันดำเนินการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเขียนโจทย์
ปัญหาคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ หากคำตอบและตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
โดยให้ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และสรุปที่ได้จากการ
เรียน

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544, หน้า 6-7) ได้นำเทคนิค KWDL มาปรับรูปแบบการเรียนการสอนและกิจกรรมให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ

1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

ทบทวนความรู้เดิมโดยการนำเสนอสถานการณ์ของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หรือเกมคณิตศาสตร์

2. ชี้นำดำเนินการสอน

ใช้เทคนิคการสอน KWDL ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาสิ่งที่เกี่ยวข้องกับโจทย์

แบ่งกลุ่มออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ให้นักเรียนช่วยกันระดมสมองช่วยกันหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นตอนที่ 2 หาสิ่งที่ต้องการรู้เกี่ยวกับโจทย์

นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาความสัมพันธ์ของโจทย์ที่กำหนดให้ และแนวทางการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเขียนประโยคสัญลักษณ์หาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้

ขั้นตอนที่ 4 สรุปที่ได้จากการเรียน

ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอรูปแบบและแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการเรียน

3. ฝึกทักษะ

นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์

4. ชี้นำวัดและประเมินผล

สังเกตการณ์การร่วมกิจกรรม ตรวจผลงานกลุ่มและแบบฝึกหัด

วัชร่า เล่าเรียนดี (2549, หน้า 165) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้นำ

1.1 ทบทวนความรู้เดิม

1.2 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้

1.3 เราความสนใจด้วยเกมคณิตศาสตร์

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้นักเรียนทั้งชั้น แล้วให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์และแก้ปัญหา ตามแผนผัง KWDL ดังนี้

K: ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ

W: ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

D: ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

L: ครูและนักเรียนร่วมสรุปการแก้ปัญหา

2.2 นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยโดยครูคอยแนะนำด้วยการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน ร่วมกันปฏิบัติกิจกรรม KWDL

3. ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ

นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น โดยเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียนและสถานการณ์อื่นๆ

4. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ได้ดังนี้

1. ขั้นนำ

1.1 ครูทบทวนความรู้เดิมหรือความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการเรียน

1.2 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2. ขั้นสอน

2.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาและดำเนินการสอนโดยใช้เทคนิค KWDL ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 K (What We Know) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องวิเคราะห์ว่าโจทย์บอกอะไรมาบ้าง นักเรียนรู้อะไรบ้างจากโจทย์

ขั้นที่ 2 W (What We Want to Know) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องหาคำว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร และจะมีการวางแผนการแก้ปัญหายังไร

ขั้นที่ 3 D (What We Do to Find Out) เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องวิเคราะห์ว่ามีวิธีใดในการแก้ปัญหาบ้าง และต้องดำเนินการตามแผนและขั้นตอนที่วางไว้โดยนักเรียนสามารถบอกประโยชน์สัญลักษณ์และขั้นตอนการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 L (What We Learned) เป็นขั้นที่นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้จากโจทย์และสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา นักเรียนต้องสามารถบอกได้ว่าโจทย์ต้องการอะไร คำตอบที่ได้คืออะไร และได้มาอย่างไร และสามารถเขียนเป็นประโยชน์สัญลักษณ์รวมทั้งอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน

2.2 ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ/ ใบงาน

3. ชั้นฝึกทักษะอิสระ

ครูให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมกลุ่ม

4. ชั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียน

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

งานวิจัยต่างประเทศ

ชอว์ และคณะ (Shaw et al., 1997, Abstract) ได้ศึกษาการรวมกลุ่มการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL กับนักเรียนเกรด 4 โดยกลุ่มทดลองเป็นการรวมกลุ่มแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิค KWDL และกลุ่มควบคุมจะรวมกลุ่มทำงานเป็นบางครั้ง ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่รวมกลุ่มกันแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิค KWDL มีเจตคติทางบวกและมีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่ากลุ่มควบคุม

ชอว์ แชมเบลส เซสชิน ไพร์ส และแบร์เดน (Shaw, Chamless, Chessin, Price & Beardain, 1997, Abstract) ได้ทำการอบรมครูผู้สอนเกรด 4 เกี่ยวกับการรวมกลุ่มแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL และให้นำไปทดลองสอนนักเรียนแล้วนำผลไปเปรียบเทียบกับนักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่รวมกลุ่มแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL สามารถเขียนคำตอบได้ละเอียดมากกว่า และยังมีเจตคติทางบวกกับวิชคณิตศาสตร์อีกด้วย

งานวิจัยในประเทศ

นิรันดร์ แสงกุลหาบ (2547, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และตามแนว สสวท. ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และตามแนวสสวท. แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่าผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. นอกจากนี้ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เห็นด้วยในระดับมากต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในด้านประโยชน์ที่ได้จากการร่วมกิจกรรม ด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ และด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และนักเรียนเห็นด้วยในระดับปานกลางต่อการจัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. ในด้านบรรยากาศในการเรียนรู้ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการร่วมกิจกรรม

พิมพ์ภรณ์ สุขพ่วง (2548, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์(STAD)ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเศษส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบ

แบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์(STAD)ร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยนักเรียนมีผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนสูงสุดและโจทย์ปัญหาการหารเศษส่วนมีผลการเรียนรู้ต่ำสุด นอกจากนี้ ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิธีสอนแบบร่วมมือกันแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์(STAD) ร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่า นักเรียนมีความคิดเห็นโดยภาพรวมอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก เมื่อพิจารณารายด้านพบว่า นักเรียนเห็นด้วยมากในด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นลำดับที่หนึ่ง รองลงมาคือด้านประโยชน์ที่ได้รับและด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้

จันทร์จิรา หมุดหวาน (2551, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน 2) ความสามารถในการทำงานกลุ่มของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL ในภาพรวมอยู่ในระดับมาก 3) ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

ตอนที่ 3 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index: E.I.)

มีผู้ให้ความหมายและกล่าวถึงดัชนีประสิทธิผล ไว้ดังต่อไปนี้

กรมวิชาการ (2545, หน้า 58) กล่าวว่า ดัชนีประสิทธิผล (E.I.) เป็นค่าแสดงความก้าวหน้าของผู้เรียนดัชนีประสิทธิผลควรมีค่า 0.5 ขึ้น

บุญชม ศรีสะอาด (2546, หน้า 157 -159) กล่าวว่า ในการวิเคราะห์หาประสิทธิผลของสื่อ วิธีสอนหรือนวัตกรรม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและพัฒนาขึ้นว่ามีประสิทธิผลเพียงใดก็จะนำสื่อที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้กับผู้เรียนที่อยู่ในระดับเหมาะสม แล้วนำผลการทดลองมาวิเคราะห์หาดัชนีประสิทธิผล

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2546, หน้า 170) ได้กล่าวถึงดัชนีประสิทธิผลไว้ว่า ค่าที่คำนวณจะได้เป็นทศนิยม ซึ่งค่าทศนิยมที่ได้ถ้ามีค่าใกล้ 1 มากเพียงใดยิ่งแสดงว่าสื่อนั้นมีประสิทธิภาพมาก ข้อมูลที่นำมาใช้ในการคำนวณ มาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทั้งการทดสอบก่อนเรียนและการทดสอบหลังเรียน

เพ็ญ กิจระการ และสมนึก ภัททิยชนี (2545, หน้า 30-36) ได้วิเคราะห์ประสิทธิภาพของสื่อและเทคโนโลยีเพื่อการศึกษาซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับประสิทธิภาพของกระบวนการของสื่อ (E1) และประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (E2) สรุปได้ว่าเป็นการพิจารณาที่เน้นกระบวนการ (E1) กับผลลัพธ์ของสื่อ (E2) ที่ใช้ ถ้าหากผู้วิจัยต้องการพิจารณาต่อไปว่าแผนการเรียนหรือสื่อที่สร้างขึ้นยังมีคุณภาพในแง่ผู้อื่นอีกหรือไม่ ก็สามารถพิจารณาได้โดยดูพัฒนาการของนักเรียน คือ พิจารณาก่อนหรือหลังการเรียนเรื่องใด ๆ นักเรียนได้พัฒนาหรือมีความสามารถเพิ่มขึ้นอย่างเชื่อได้หรือไม่ หรือเพิ่มขึ้นเท่าไร ซึ่งอาจจะพิจารณาได้จากการคำนวณหาค่า t-test (Dependent Samples) หรือหาค่าดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index: E.I.) มีรายละเอียดดังนี้

1. การหาพัฒนาการที่เพิ่มขึ้นของผู้เรียน โดยอาศัยการหาค่า t-test (Dependent Samples) เป็นการพิจารณาว่านักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นอย่างเชื่อได้หรือไม่ โดยทำการทดสอบนักเรียนทุกคนก่อนเรียน (Pre - Test) และหลังเรียน (Post - Test) แล้วนำมาหาค่า t-test (Dependent Samples) หากมีนัยสำคัญทางสถิติก็ถือว่านักเรียนกลุ่มที่ผู้วิจัยกำลังศึกษามีพัฒนาการเพิ่มขึ้นอย่างเชื่อได้

2. การพัฒนาการที่เพิ่มขึ้นของผู้เรียน โดยอาศัยการหาค่าดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index: E.I.) มีสูตรดังนี้

$$E.I. = \frac{\text{ผลรวมของคะแนนหลังเรียนทุกคน} - \text{ผลรวมรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน}}{(\text{จำนวนนักเรียน} \times \text{คะแนนเต็ม}) - \text{ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน}}$$

หรือ

$$E.I. = \frac{P_2 - P_1}{\text{Total} - P_1}$$

เมื่อ P_1 แทน ผลรวมของคะแนนก่อนเรียนทุกคน

P_2 แทน ผลรวมของคะแนนหลังเรียนทุกคน

Total แทน ผลคูณของจำนวนนักเรียนกับคะแนนเต็ม

การหาค่า E.I. เป็นการพิจารณาพัฒนาการในลักษณะที่ว่าเพิ่มขึ้นเท่าไร ไม่ได้ทดสอบว่าเพิ่มขึ้นอย่างเชื่อได้หรือไม่ เช่น ค่า E.I. = 0.6240 นั้น เรียกว่า หาค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) และเพื่อให้สื่อความหมายกันง่ายขึ้นจึงแปลงคะแนนให้อยู่ในรูปร้อยละ เช่น จากค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) = 0.6240 คิดเป็นร้อยละ 62.40

ข้อสังเกตบางประการที่เกี่ยวกับค่า E.I.

1. E.I. เป็นเรื่องของอัตราส่วนของผลต่างจะมีค่าสูงสุดเป็น 1.00 ส่วนค่าต่ำสุดไม่สามารถกำหนดได้ เพราะมีค่าต่ำกว่า -1.00 ก็ได้ และถ้าเป็นค่าลบแสดงว่าคะแนนผลสอบก่อนเรียนมากกว่าหลังเรียน ซึ่งมีความหมายว่า ระบบการเรียนการสอนหรือสื่อที่ใช้ไม่มีคุณภาพ จะยกตัวอย่างค่า E.I. ให้ดูหลาย ๆ รูป ดังนี้

1.1 ถ้าผลสอบก่อนเรียนของนักเรียนทุกคนได้คะแนนรวมเท่าไรก็ได้ (ยกเว้นได้คะแนนเต็มทุกคน) ถ้าผลสอบหลังเรียนของนักเรียนทุกคนทำถูกหมดทุกข้อ (ได้คะแนนเต็มทุกคน) ค่าของ E.I. จะเป็น 1.00 เสมอ ซึ่งเป็นไปได้ยาก

1.2 ถ้าผลสอบก่อนเรียนมากกว่าหลังเรียนค่า E.I. จะเป็นลบ ซึ่งต่ำกว่า -1.00 ก็ได้ ลักษณะเช่นนี้ถือว่าระบบการเรียนการสอนหลังใช้สื่อล้มเหลว และเหตุการณ์เช่นนี้ไม่น่าจะเกิดขึ้น เพราะค่า E.I. ต่ำหรือเป็นลบ แสดงว่าคะแนนหลังสอนต่ำหรือน้อยกว่าคะแนนก่อนสอน และก่อนจะหาค่า E.I. ต้องหาค่า $E1/E2$ มาก่อนค่า E2 หรือคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งจะเป็นค่าเดียวกับคะแนนหลังเรียนของการหาค่า E.I. ดังนั้นหากคะแนนหลังสอนต่ำหรือมากกว่าคะแนนก่อนสอน ค่า E2 จะไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนด

1.3 การแปลความหมายของค่า E.I. ไม่น่าจะแปลความหมายเฉพาะค่าที่คำนวณได้ว่า ผู้เรียนมีพัฒนาการขึ้นเท่าไรหรือคิดเป็นร้อยละเท่าไร แต่ควรจะดูข้อมูลเดิมประกอบด้วยว่า หลังเรียนผู้เรียนมีคะแนนเพิ่มขึ้นเท่าไร ในบางครั้งคะแนนหลังสอนเพิ่มขึ้นน้อย เพราะเป็นว่าผู้เรียนกลุ่มนั้นมีความรู้เดิมในเรื่องนั้นมากอยู่แล้ว ซึ่งมีโอกาสเป็นไปได้ และมักจะเป็นในลักษณะของผู้เรียนกลุ่มเก่ง

สรุปได้ว่าค่า E.I. ที่เกิดจากผู้เรียนแต่ละกลุ่มไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้เพราะไม่ได้เริ่มจากฐานของความรู้ที่เท่ากัน ค่า E.I. ของแต่ละกลุ่มก็ควรอธิบายพัฒนาการเฉพาะกลุ่มนั้น

2. การแปลผล มักจะใช้ความไม่เหมาะสม ทำให้ผู้อ่านเข้าใจความหมายของ E.I. ผิดจากความเป็นจริง เช่น จากตัวอย่าง E.I. มีค่าเท่ากับ 0.6240 ก็มักจะกล่าวว่า “ค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.6240 ซึ่งแสดงว่านักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้น ร้อยละ 62.40” แต่ในความเป็นจริง ค่า E.I. เท่ากับ 0.6240 เพราะคิดเทียบจากค่า E.I. สูงสุดเป็น 1.00 ดังนั้น ถ้าคิดเทียบเป็นร้อยละ ก็คือคิดเทียบจากค่าสูงสุดเป็น 100 E.I. จะมีค่า 62.40 จึงควรใช้ข้อความว่า “ค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับ 0.6240 แสดงว่าผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้น 0.6240 หรือคิดเป็นร้อยละ 62.40” (ไม่ใช่แสดงว่าผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นร้อยละ 62.40)

3. ถ้าค่า E1/E2 ของแผนการเรียนรู้สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และเมื่อหา E.I. ด้วย พบว่า มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นถึงระดับหนึ่งที่น่าพอใจ การคำนวณค่าความคงทนโดยใช้สูตร t-test (Dependent Samples) ก็อาจจะให้ผลลัพธ์ที่มีนัยสำคัญหรือไม่มีนัยสำคัญก็ได้

ดังนั้น ดัชนีประสิทธิผล (E.I.) สามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อประเมินสื่อหรือนวัตกรรมต่าง ๆ โดยเริ่มจากการทดสอบก่อนเรียนซึ่งเป็นตัววัดว่า ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานอยู่ในระดับใด รวมถึงการวัดทางความเชื่อ เจตคติ และความตั้งใจของผู้เรียน คะแนนที่ได้จากการทดสอบมาแปลงเป็นร้อยละ หากค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ นำผู้เรียนเข้ารับการทดลอง เสร็จแล้วทำการทดสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนที่ได้มาหาประสิทธิภาพ โดยนำคะแนนก่อนเรียนไปลบออกจากคะแนนหลังเรียน ได้เท่าไรแล้วหารด้วยค่าที่ได้จากการทดสอบก่อนเรียนสูงสุดที่ผู้เรียนสามารถทำได้ ลบด้วยคะแนนทดสอบก่อนเรียน โดยทำให้อยู่ในรูปร้อยละ ดัชนีประสิทธิผล (E.I.) จะมีค่าอยู่ระหว่าง -1.00 ถึง 1.00 หากค่าคะแนนหลังเรียนเท่ากับคะแนนก่อนเรียน ค่าดัชนีประสิทธิผลเท่ากับศูนย์และหากคะแนนหลังเรียนมากกว่าคะแนนก่อนเรียน ค่าดัชนีประสิทธิผลจะมีค่ามากกว่าศูนย์