บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับต่อไปนี้ (1) ความหนาแน่น (2) แรงพยุง (3) ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก และ (4) แรงหนืด

ความหนาแน่น (Density)

สมบัติสำคัญอย่างหนึ่งของวัสดุคือ ความหนาแน่น ซึ่งนิยามเป็นมวลต่อปริมาตรหนึ่งหน่วย วัสดุเนื้อสารเดียวกันเช่นน้ำแข็ง หรือเหล็กมีความหนาแน่นเดียวตลอดทั้งก้อน ใช้พยัญชนะกรีก ρ (Rho) แทนความหนาแน่น ถ้าวัสดุเนื้อเดียวมวล m มีปริมาตร V ความหนาแน่น คือ

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad \text{..... (2.1)}$$

ในระบบ SI หน่วยของความหนาแน่นคือ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร $\left(kg/m^3\right)$ ในระบบ cgs (Centimeter Gram Second) หน่วยของความหนาแน่นคือ กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร $\left(g/cm^3\right)$ โดยที่

$$1\ g/cm^3 = 1000\ kg/m^3$$

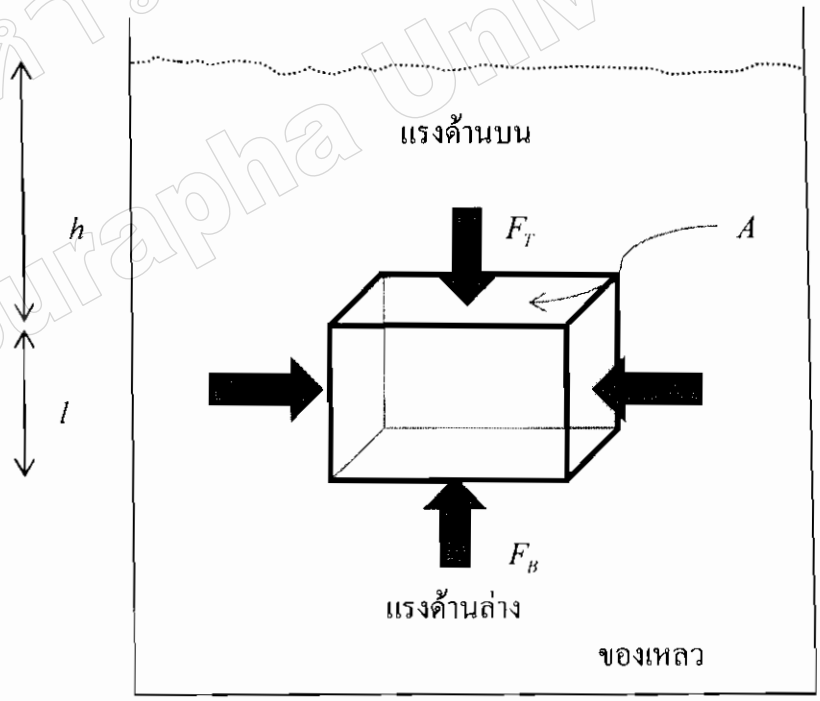
ความหนาแน่นของสารบางชนิดจะไม่คงที่ที่ทุก ๆ ตำแหน่งภายในเนื้อสารนั้น ตัวอย่างเช่นในบรรยากาศของโลกยิ่งสูงขึ้นไป ความหนาแน่นของอากาศก็ยิ่งน้อยลง ส่วนในมหาสมุทรยิ่งลึกลงไป ความหนาแน่นของน้ำก็ยิ่งเพิ่มขึ้น สูตรของความหนาแน่น (3) เป็นการหาความหนาแน่นเฉลี่ยของสารโดยทั่วไป ความหนาแน่นของสารมีค่าขึ้นกับปัจจัยของสภาวะแวดล้อม เช่น อุณหภูมิ และความดัน ความหนาแน่นของแก๊สจะเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ และความดันได้ง่ายกว่าความหนาแน่นของของเหลว สารสองชนิดใด ๆ ที่มีปริมาตรเท่ากันแต่มีมวลไม่เท่ากันจะมีความหนาแน่นต่างกัน ส่วนใหญ่แก๊สจะมีความหนาแน่นต่ำกว่าของเหลว เนื่องจากโมเลกุลของแก๊สอยู่ห่างกัน บริเวณส่วนใหญ่ของแก๊สจะเป็นที่ว่าง ในทางตรงกันข้ามของเหลวจะประกอบด้วยโมเลกุลที่อยู่ใกล้ชิดกันมากกว่าจึงมีความหนาแน่นมากกว่า

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

แรงพยุง (Buoyant Force)

แรงอีกชนิดหนึ่งซึ่งเกิดขึ้นและกระทำต่อวัตถุที่อยู่ในของไหลคือ แรงพยุง เป็นผลจากผลต่างของความดันรอบ ๆ วัตถุที่มีปริมาตรซึ่งจมอยู่หรือเข้าไปแทนที่อยู่ในของไหล ขนาดแรงพยุงเป็นไปตามหลักของอาร์คิมีดีส (Archimedes' Principle) ซึ่งมีใจความว่า "เมื่อวัตถุจมอยู่ในของไหล ของไหลจะออกแรงกระทำกับวัตถุในแนวขึ้น โดยมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุนั้น"

ขนาดแรงพยุงอาจพิจารณาได้จากผลต่างของแรงเนื่องจากความดันรอบ ๆ วัตถุที่จมอยู่ในของไหล เนื่องจากวัตถุมีปริมาตรความดันที่ด้านบนของวัตถุจะน้อยกว่าความดันด้านล่างของวัตถุเพราะความดันขึ้นอยู่กับความลึก เพื่อความสะดวกจะพิจารณาวัตถุทรงเรขาคณิตที่มีพื้นที่ A และสูง l ซึ่งจมอยู่ในของไหลลึก h โดยที่ของไหลมีความหนาแน่น ρ จะพบว่าแรงจากความดันที่กระทำกับด้านข้าง ๆ ของวัตถุจะมีค่าเท่ากับด้านตรงข้าม ดังนั้นจึงหักล้างกันหมดไป เหลือแต่แรงดันจากด้านบน และด้านล่าง จากความสัมพันธ์ $F = PA$ จะพบว่า



ภาพที่ 2-1 แรงพยุงตามหลักของอาร์คิมีดีส

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

แรงด้านบน $F_T = \rho_L ghA$

แรงด้านล่าง $F_B = \rho_L g(h+l)A$

แรงสุทธิ $B = \rho_L g(h+l)A - \rho_L ghA$

$B = \rho_L glA$

$B = \rho_L Vg$ ..... (2.2)

เรียกแรงสุทธิ B ว่าแรงพยุง ขนาดของแรงพยุงเท่ากับน้ำหนักของเหลวส่วนที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุนั้น เนื่องจาก $\rho_L V$ คือ มวลของวัตถุส่วนที่จมนั่นเอง จะได้ว่า

$B = mg$ ..... (2.3)

ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก (The Acceleration of Gravity)

ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกคือ ความเร่งที่เกิดขึ้นจากแรงโน้มถ่วงที่กระทำต่อวัตถุหรืออนุภาค และแตกต่างจากปริมาณค่าคงตัวโน้มถ่วงสากล G (Universal Gravitation Constant) เนื่องจากความเร่งจากแรงโน้มถ่วงของโลก g ให้ความสัมพันธ์ของน้ำหนัก W และมวล m ดังสมการ

$W = mg$ ..... (2.4)

ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก g มีค่าต่างกันตามตำแหน่งที่ต่างกันบนผิวโลกและบนผิวดาวเคราะห์ที่ต่างกัน ซึ่งค่าของความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ณ จุดต่าง ๆ ในประเทศไทยจะมีค่าระหว่าง 9.780 ถึง 9.785 m/s^2 ค่านี้ขึ้นอยู่กับละติจูด (Latitude) ของจุดที่ทดลอง ค่าเฉลี่ยของความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกทั่วโลกที่ถือว่าเป็นค่ามาตรฐานคือ 9.8065 m/s^2 (สสวท., 2549)

สำหรับปริมาณค่าคงตัวความโน้มถ่วงสากล G ให้ความสัมพันธ์ของแรงโน้มถ่วงระหว่างวัตถุสองวัตถุกับมวลของวัตถุ และระยะห่างระหว่างวัตถุ ปริมาณนี้มีค่าคงที่เสมอไม่ว่าวัตถุทั้งสองจะอยู่ที่ใดคือ $6.67\times10^{-11}\ N.m^2/kg^2$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

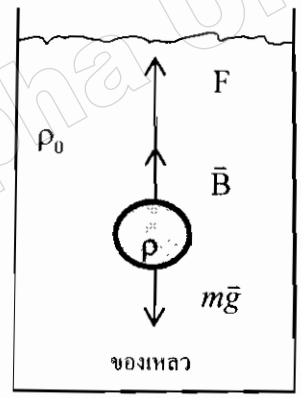
แรงหนืด (Viscous Force)

เมื่อวัตถุทรงกลมตันเคลื่อนที่ในของไหลที่มีความหนืด แรงต้านเนื่องจากความหนืด F กระทำต่อวัตถุทรงกลมเป็นปฏิภาคโดยตรงกับอัตราเร็ว v ของวัตถุทรงกลมเทียบกับของไหล ซึ่งพิสูจน์โดย เซอร์ จอร์จ สโตกส์ (Sir George Stokes) ในปี ค.ศ. 1845 เรียกว่า กฎของสโตกส์ (Stokes' Law) กล่าวคือ

$$F = 6\pi\eta rv \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.5)$$

เมื่อ r คือ รัศมีของทรงกลม และสมการ (2.5) ใช้ได้เฉพาะวัตถุทรงกลมตันเท่านั้น

พิจารณาวัตถุทรงกลมตันมวล m รัศมี r ความหนาแน่น ρ ที่ตกในของเหลวซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความหนืด η และความหนาแน่น ρ_0 เริ่มต้นวัตถุทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง และความเร่งนี้จะลดลงเรื่อย ๆ จนสุดท้ายเป็นศูนย์ ต่อจากนี้วัตถุทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่เรียกว่า อัตราเร็วท้าย v_t (Terminal Speed) ซึ่งขณะนี้แรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุทรงกลมเป็นศูนย์นั่นเอง



ภาพที่ 2-2 ทรงกลมตันตกในของเหลว

กล่าวคือ

ขนาดของแรงพยุง + ขนาดของแรงหนืด = ขนาดน้ำหนักของวัตถุทรงกลมตัน

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g + 6\pi\eta r v_t = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$$

จะได้อัตราเร็วท้ายของวัตถุทรงกลมตันเป็น

$$v_f = \frac{2}{9}\frac{r^2 g}{\eta}(\rho - \rho_0) \quad \text{..... (2.6)}$$

ดังนั้น ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ความหนืด η ของของเหลวใช้วิธีปล่อยวัตถุทรงกลมที่เหมาะสมให้ตกในของเหลวนั้น ๆ โดยที่วัดอัตราเร็วท้ายได้ก็จะสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ความหนืด η ของของเหลวได้ตามสมการ (2.6)

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

อรุณรัศมี จันทพรม (2552) ได้ศึกษาผลของรัศมีของลูกปืนกลมต่ออัตราเร็วท้ายที่ตกผ่านกลีเซอรีนตามกฎของสโตกส์ โดยใช้ท่อสายยางใสติดตั้งบนแท่นที่มีสายวัดระยะทาง ทดลองปล่อยลูกปืนกลมตกผ่านกลีเซอรีนในแนวดิ่ง โดยใช้ลูกปืนกลม 3 ขนาดมีรัศมี 2.00 2.50 และ 3.00 mm ตามลำดับขณะทดลองบันทึกภาพการเคลื่อนที่ของลูกปืนกลมด้วยกล้องบันทึกภาพดิจิตอลเป็นแฟ้มภาพเคลื่อนไหว จากนั้นใช้โปรแกรมฉายภาพเคลื่อนไหวมาทำการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของลูกปืนกลมอ่านค่าระยะทางที่สัมพันธ์กับเวลาที่เคลื่อนที่ จากนั้นวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของอัตราเร็วในแต่ละช่วงการเคลื่อนที่ จากความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถหาค่าอัตราเร็วท้ายของการเคลื่อนที่ของลูกปืนกลมโดยวิเคราะห์จาก

1. อัตราเร็วท้ายที่ระยะ 100 cm จากปากท่อด้านบน

2. อัตราเร็วท้ายวัดจากอัตราเร็วเฉลี่ยที่ระยะ 50 cm สุดท้าย

พบว่าค่าอัตราเร็วท้ายที่วัดได้จากการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับค่าอัตราเร็วท้ายของลูกปืนกลมที่คำนวณจากกฎของสโตกส์

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University