

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในบทนี้ฟังก์ชันคลื่นของโปรตอนที่มีส่วนประกอบควาร์ก 5 ตัวที่สร้างในบทที่ 4 จะนำมาคำนวณหาสปินและโมเมนต์แม่เหล็กของควาร์กเอส กรณีที่ไม่พิจารณาแบบจำลองของควาร์กแบบสัมพัทธภาพ ความประหลาดที่มีผลต่อสปินโปรตอน σ , และโมเมนต์แม่เหล็กของความประหลาด μ , นิยามด้วยค่าความคาดหวังซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\bar{\mu}_s = \frac{e}{2m_s} \sum_k \hat{S}_k (\hat{l}_k + \hat{\sigma}_k) \quad (4-1)$$

$$\vec{\sigma}_s = \hat{\sigma}_s + \hat{\sigma}_s \quad (4-2)$$

โดย $\hat{S}_k$ คือตัวดำเนินการเพื่อนับความประหลาดด้วยค่าลักษณะเฉพาะ +1 สำหรับควาร์กเอสและ -1 สำหรับปฏิควาร์กเอส ดัชนี k ในเครื่องหมายผลรวมคือควาร์กเอสและปฏิควาร์กเอส m_s คือมวลประกอบ (Constituent mass) ของควาร์กเอส และสุดท้าย $\hat{l}_k$ และ $\hat{\sigma}_k$ คือตัวดำเนินการเชิงภาพฉายของโมเมนต์เชิงมุมและสปินของควาร์ก k ค่าสปินรวมของควาร์กเอสในควาร์ก 4 ตัว Δ_s แสดงด้วยค่าสปินเฉลี่ยของควาร์กเอสในแนวแกน z ของควาร์ก 4 ตัวได้ว่า

$$\Delta_s = \sum (P_{\uparrow} - P_{\downarrow}) \quad (4-3)$$

โดย $P_{\uparrow}$ และ $P_{\downarrow}$ คือความน่าจะเป็นที่พบควาร์กเอสในควาร์ก 4 ตัวมีสปินขึ้นและลงตามลำดับ

โมเมนต์แม่เหล็กจากสปิน 0

การคำนวณโมเมนต์แม่เหล็กจะเริ่มค้นจากโครงร่างที่ควาร์ก 4 ตัวค่าสปินรวมเป็น 0 ก่อน โครงร่างที่เกี่ยวข้องคือ $[31]_{FS}[211]_F[22]_S$ และ $[31]_{FS}[31]_I[22]_S$ จากสมการที่ 3-95 และ 4-1 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\langle l_{\tau} \rangle - \langle l_{\bar{\tau}} \rangle &= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | \sum_k \hat{S}_k \hat{l}_k | X_{[22]\tau}^{OS} \rangle \\
&= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | (\hat{l}_{\tau} - \hat{l}_{\bar{\tau}}) | X_{[22]\tau}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | (0 - \hat{l}_{\bar{\tau}}) | X_{[22]\tau}^{OS} \rangle \\
&= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | (-\hat{l}_{\bar{\tau}}) \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} | \chi_{[22]\tau}^S(s_z=0) \rangle | \bar{Y}_{11} \rangle | \downarrow \rangle_{\bar{\tau}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} | \chi_{[22]\tau}^S(s_z=0) \rangle | \bar{Y}_{10} \rangle | \uparrow \rangle_{\bar{\tau}} \right) \\
&= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | \left(+\sqrt{\frac{2}{3}} (1) | \chi_{[22]\tau}^S(s_z=0) \rangle | \bar{Y}_{11} \rangle | \downarrow \rangle_{\bar{\tau}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{\sqrt{3}} (0) | \chi_{[22]\tau}^S(s_z=0) \rangle | \bar{Y}_{10} \rangle | \uparrow \rangle_{\bar{\tau}} \right) \\
&= -\left(\frac{2}{3} (1) + \frac{1}{3} (0) \right) |B|^2 \\
&= -\frac{2}{3} |B|^2
\end{aligned} \tag{4-4}$$

$$\begin{aligned}
\langle \sigma_{\tau} \rangle - \langle \sigma_{\bar{\tau}} \rangle &= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | \sum_k \hat{S}_k \hat{\sigma}_k | X_{[22]\tau}^{OS} \rangle \\
&= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | \sum_k \hat{S}_k \hat{\sigma}_k \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} | \chi_{[22]\tau}^S(s_z=0) \rangle | \bar{Y}_{11} \rangle | \downarrow \rangle_{\bar{\tau}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} | \chi_{[22]\tau}^S(s_z=0) \rangle | \bar{Y}_{10} \rangle | \uparrow \rangle_{\bar{\tau}} \right) \\
&= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} (-1)(-1) | \chi_{[22]\tau}^S(s_z=0) \rangle | \bar{Y}_{11} \rangle | \downarrow \rangle_{\bar{\tau}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} (-1)(1) | \chi_{[22]\tau}^S(s_z=0) \rangle | \bar{Y}_{10} \rangle | \uparrow \rangle_{\bar{\tau}} \right) \\
&= \left(\frac{2}{3} (-1)(-1) + \frac{1}{3} (-1)(1) \right) |B|^2 \\
&= \frac{1}{3} |B|^2
\end{aligned} \tag{4-5}$$

$$\begin{aligned}
\mu_{\tau} &= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | \frac{e}{2m_{\tau}} (\langle l_{\tau} \rangle - \langle l_{\bar{\tau}} \rangle + \langle \sigma_{\tau} \rangle - \langle \sigma_{\bar{\tau}} \rangle) | X_{[22]\tau}^{OS} \rangle \\
&= |B|^2 \langle X_{[22]\tau}^{OS} | \frac{e}{2m_{\tau}} \sum_k \hat{S}_k (\hat{l}_k + \hat{\sigma}_k) | X_{[22]\tau}^{OS} \rangle \\
&= \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) \frac{e |B|^2}{2m_{\tau}} \\
&= -\frac{1}{3} \cdot \frac{e |B|^2}{2m_{\tau}}
\end{aligned} \tag{4-6}$$

สมการที่ 4-6 เกิดจากการรวมสมการที่ 4-4 และ 4-5 เข้าด้วยกันแล้วคูณด้วยค่าโมเมนต์แม่เหล็กของควาร์กเอส $\frac{e}{2m_q}$ โดยที่ $|B|^2$ คือความน่าจะเป็นที่จะพบควาร์ก 5 ตัว ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าโมเมนต์แม่เหล็กคือ $-\frac{1}{3}$ ซึ่งมีค่าเป็นลบ สำหรับค่าสปินของควาร์กเอสจะใช้สมการที่ 4-2 ในการคำนวณดังนี้

$$\begin{aligned}
 \sigma_s &= |B|^2 \langle X_{[22]_f}^{OS} | \hat{\sigma}_s | X_{[22]_f}^{OS} \rangle \\
 &= |B|^2 \langle X_{[22]_f}^{OS} | (\hat{\sigma}_s + \hat{\sigma}_{\bar{s}}) \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} |X_{[22]_f}^s(s_z=0)\rangle |\bar{Y}_{11}\rangle |\downarrow\rangle_{\bar{s}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} |X_{[22]_f}^s(s_z=0)\rangle |\bar{Y}_{10}\rangle |\uparrow\rangle_{\bar{s}} \right) \\
 &= |B|^2 \langle X_{[22]_f}^{OS} | (0 + \hat{\sigma}_{\bar{s}}) \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} |X_{[22]_f}^s(s_z=0)\rangle |\bar{Y}_{11}\rangle |\downarrow\rangle_{\bar{s}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} |X_{[22]_f}^s(s_z=0)\rangle |\bar{Y}_{10}\rangle |\uparrow\rangle_{\bar{s}} \right) \\
 &= |B|^2 \langle X_{[22]_f}^{OS} | \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} (-1) |X_{[22]_f}^s(s_z=0)\rangle |\bar{Y}_{11}\rangle |\downarrow\rangle_{\bar{s}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{3}} (1) |X_{[22]_f}^s(s_z=0)\rangle |\bar{Y}_{10}\rangle |\uparrow\rangle_{\bar{s}} \right) \\
 &= \left(\frac{2}{3} (-1) + \frac{1}{3} (1) \right) |B|^2 \\
 &= -\frac{1}{3} |B|^2
 \end{aligned} \tag{4-7}$$

ค่าที่ได้มีค่าเป็นลบเช่นกัน

โมเมนต์แม่เหล็กจากสปิน 1

โครงร่างต่อไปคือโครงร่างที่ควาร์ก 4 ตัวมีค่ามีสปินรวมเป็น 1 ในโครงร่างนี้จะมีค่าสปินเฉลี่ยของควาร์กเอสในควาร์ก 4 ตัว Δ , รวมอยู่ในผลลัพธ์และต้องคำนวณแยกจากสปินและโมเมนต์แม่เหล็กของควาร์ก 5 ตัว เนื่องจาก Δ , มีค่าขึ้นอยู่กับโครงร่างของส่วนเฟลเวอร์-สปิน โครงร่างที่สปินรวมเป็น 1 คือ $[31]_{f,s} [211]_f [31]_s$, $[31]_{f,s} [22]_f [31]_s$ และ $[31]_{f,s} [31]_f [31]_s$ โดยจะใช้ฟังก์ชันคลื่นตำแหน่ง-สปินจากสมการที่ 3-96 มาคำนวณ μ , และ σ , ดังนี้

$$\begin{aligned}
\langle l_s \rangle - \langle l_{\bar{s}} \rangle &= |B|^2 \langle X_{[31]_l}^{OS} | \sum_k \hat{S}_k \hat{l}_k | X_{[31]_l}^{OS} \rangle \\
&= |B|^2 \langle X_{[31]_l}^{OS} | (\hat{l}_s - \hat{l}_{\bar{s}}) | X_{[31]_l}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[31]_l}^{OS} | (0 - \hat{l}_{\bar{s}}) | X_{[31]_l}^{OS} \rangle \\
&= - \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 (1) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (1) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (0) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (1) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (0) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (0) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^2 (-1) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (0) + \left(\frac{1}{6} \right)^2 (-1) \right] |B|^2 \\
&= -\frac{1}{6} |B|^2
\end{aligned} \tag{4-8}$$

$$\begin{aligned}
\langle \sigma_s \rangle - \langle \sigma_{\bar{s}} \rangle &= |B|^2 \langle X_{[31]_l}^{OS} | \sum_k \hat{S}_k \hat{\sigma}_k | X_{[31]_l}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[31]_l}^{OS} | (\hat{\sigma}_s - \hat{\sigma}_{\bar{s}}) | X_{[31]_l}^{OS} \rangle \\
&= |B|^2 \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 (-\Delta_s - 1) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (0 + 1) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (0 - 1) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (0 + 1) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (0 - 1) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (\Delta_s + 1) + \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^2 (\Delta_s - 1) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (\Delta_s + 1) + \left(\frac{1}{6} \right)^2 (\Delta_s - 1) \right] \\
&= \left(-\frac{1}{3} + \frac{\Delta_s}{6} \right) |B|^2
\end{aligned} \tag{4-9}$$

$$\begin{aligned}
\mu_s &= |B|^2 \langle X_{[31]_l}^{OS} | \bar{\mu}_s | X_{[31]_l}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[31]_l}^{OS} | \frac{e}{2m_s} \sum_k \hat{S}_k (\hat{l}_k + \hat{\sigma}_k) | X_{[31]_l}^{OS} \rangle \\
&= \langle X_{[31]_l}^{OS} | \frac{e}{2m_s} (\langle l_s \rangle - \langle l_{\bar{s}} \rangle + \langle \sigma_s \rangle - \langle \sigma_{\bar{s}} \rangle) | X_{[31]_l}^{OS} \rangle \\
&= \left[-\frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{3} + \frac{\Delta_s}{6} \right) \right] \frac{e |B|^2}{2m_s} \\
&= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Delta_s}{3} \right) \frac{e |B|^2}{2m_s}
\end{aligned} \tag{4-10}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_s &= |B|^2 \langle X_{[31]_F}^{OS} | \hat{\sigma}_s | X_{[31]_F}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[31]_F}^{OS} | (\hat{\sigma}_s + \hat{\sigma}_{\bar{s}}) | X_{[31]_F}^{OS} \rangle \\
&= \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 (-\Delta_s + 1) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (0 - 1) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (0 + 1) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (0 - 1) + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (0 + 1) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{1}{3} \right)^2 (\Delta_s - 1) + \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^2 (\Delta_s + 1) + \left(\frac{1}{3\sqrt{2}} \right)^2 (\Delta_s - 1) + \left(\frac{1}{6} \right)^2 (\Delta_s + 1) \right] |B|^2 \\
&= \frac{1}{3} \left(1 + \frac{\Delta_s}{2} \right) |B|^2
\end{aligned} \tag{4-11}$$

ค่า μ_s และ σ_s ที่ได้จะมีค่าสปีนเฉลี่ยของควาร์กเอสในควาร์ก 4 ตัว Δ_s อยู่ในสมการซึ่งจะแสดงวิธีคำนวณในภายหลังเนื่องจากมีค่าต่างกันไปตามโครงร่างของส่วนเฟลเวอร์-สปีน

โมเมนต์แม่เหล็กจากสปีน 2

สำหรับโครงร่างที่มีสปีนรวมในควาร์ก 4 ตัวมีค่าเป็น 2 ในโครงร่างนี้มีเพียงโครงร่างเดียวคือ $[31]_{FS}[31]_F[4]_S$ จากสมการที่ 3-97 จะได้เป็น

$$\begin{aligned}
\langle l_s \rangle - \langle l_{\bar{s}} \rangle &= |B|^2 \langle X_{[4]_S}^{OS} | \sum_k \hat{S}_k \hat{l}_k | X_{[4]_S}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[4]_S}^{OS} | (\hat{l}_s - \hat{l}_{\bar{s}}) | X_{[4]_S}^{OS} \rangle \\
&= |B|^2 \langle X_{[4]_S}^{OS} | (0 - \hat{l}_{\bar{s}}) | X_{[4]_S}^{OS} \rangle \\
&= - \left[\frac{1}{10}(1) + \frac{1}{15}(1) + \frac{2}{15}(0) + \frac{1}{5}(0) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{10}(-1) + \frac{2}{5}(-1) \right] |B|^2 \\
&= \frac{1}{3} |B|^2
\end{aligned} \tag{4-12}$$

$$\begin{aligned}
\langle \hat{\sigma}_s \rangle - \langle \hat{\sigma}_{\bar{s}} \rangle &= |B|^2 \langle X_{[4]_S}^{OS} | \sum_k \hat{S}_k \hat{\sigma}_k | X_{[4]_S}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[4]_S}^{OS} | (\hat{\sigma}_s - \hat{\sigma}_{\bar{s}}) | X_{[4]_S}^{OS} \rangle \\
&= \left[\frac{1}{10}(-\Delta_s - 1) + \frac{1}{15}(0 + 1) + \frac{2}{15}(0 - 1) + \frac{1}{5}(\Delta_s + 1) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{10}(\Delta_s - 1) + \frac{2}{5}(2\Delta_s + 1) \right] |B|^2 \\
&= \left(\frac{1}{3} + \Delta_s \right) |B|^2
\end{aligned} \tag{4-13}$$

$$\begin{aligned}
\mu_s &= |B|^2 \langle X_{[4]}^{OS} | \bar{\mu}_s | X_{[4]}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[4]}^{OS} | \frac{e}{2m_s} \sum_k \hat{S}_k (\hat{l}_k + \hat{\sigma}_k) | X_{[4]}^{OS} \rangle \\
&= |B|^2 \langle X_{[4]}^{OS} | \frac{e}{2m_s} (\langle l_s \rangle - \langle l_{\bar{s}} \rangle + \langle \hat{\sigma}_s \rangle - \langle \hat{\sigma}_{\bar{s}} \rangle) | X_{[4]}^{OS} \rangle \\
&= \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3} + \Delta_s \right) \frac{e|B|^2}{2m_s} \\
&= \left(\frac{2}{3} + \Delta_s \right) \frac{e|B|^2}{2m_s}
\end{aligned} \tag{4-14}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_s &= |B|^2 \langle X_{[4]}^{OS} | \bar{\sigma}_s | X_{[4]}^{OS} \rangle = |B|^2 \langle X_{[4]}^{OS} | (\hat{\sigma}_s + \hat{\sigma}_{\bar{s}}) | X_{[4]}^{OS} \rangle \\
&= \left[\frac{1}{10}(-\Delta_s + 1) + \frac{1}{15}(0 - 1) + \frac{2}{15}(0 + 1) + \frac{1}{5}(\Delta_s - 1) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{10}(\Delta_s + 1) + \frac{2}{5}(2\Delta_s - 1) \right] |B|^2 \\
&= \left(-\frac{1}{3} + \Delta_s \right) |B|^2
\end{aligned} \tag{4-15}$$

สปินเฉลี่ยของควาร์กเอสในควาร์ก 4 ตัว

การคำนวณสปินเฉลี่ยของควาร์กเอสในควาร์ก 4 ตัว Δ_s จากสมการที่ 4-8 ถึง 4-15 นั้นคำนวณโดยแยกตามโครงร่างเฟลเวอร์-สปินของควาร์ก 4 ตัว เริ่มจาก $[31]_{FS}[211]_F[31]_S$ จากสมการที่ 3-48 ถึง 3-50 โดยใช้ฟังก์ชันคลื่นเฟลเวอร์จากสมการที่ 3-83 และ 3-85 และฟังก์ชันคลื่นสปินจากสมการที่ 3-70 และ 3-74 ในกรณีสปินของควาร์ก 4 ตัวในแนวแกน z มีค่าเป็น 1 จะได้

$$\begin{aligned}
|[31]_{FS\lambda}[211]_F[31]_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{[211]\lambda}^F \chi_{[31]\eta}^S - \psi_{[211]\eta}^F \chi_{[31]\rho}^S) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{4} [-2|usd\rangle + |usud\rangle + |sud\rangle + 2|uds\rangle - |udus\rangle - |dus\rangle \right. \\
&\quad \left. - |usdu\rangle - |sudu\rangle + |udsu\rangle + |dusu\rangle] \right. \\
&\quad \times \left[\frac{1}{\sqrt{12}} (3|\uparrow\uparrow\uparrow\downarrow\rangle - |\uparrow\uparrow\downarrow\uparrow\rangle - |\uparrow\downarrow\uparrow\uparrow\rangle - |\downarrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle) \right] \\
&\quad \left. - \left[\frac{1}{\sqrt{6}} [-|usdu\rangle + |sudu\rangle + |udsu\rangle - |dusu\rangle - |schuu\rangle + |dsuu\rangle] \right] \right\} \\
&\quad \times \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\uparrow\uparrow\rangle - |\downarrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{8\sqrt{3}} \left[-6|u(\uparrow)u(\uparrow)s(\uparrow)d(\downarrow)\rangle + 3|u(\uparrow)s(\uparrow)u(\uparrow)d(\downarrow)\rangle + \dots \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2|u(\uparrow)u(\uparrow)s(\downarrow)d(\uparrow)\rangle - |u(\uparrow)s(\uparrow)u(\downarrow)d(\uparrow)\rangle + \dots \right] \right. \\
&\quad \left. - \left[\frac{1}{2\sqrt{3}} \left[-|u(\uparrow)s(\uparrow)d(\uparrow)u(\downarrow)\rangle + |s(\uparrow)u(\uparrow)d(\uparrow)u(\downarrow)\rangle \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + |u(\uparrow)s(\downarrow)d(\uparrow)u(\uparrow)\rangle - |s(\downarrow)u(\uparrow)d(\uparrow)u(\uparrow)\rangle + \dots \right] \right\}
\end{aligned}$$

(4-16)

โดยที่ $u(\uparrow)$ คือควาร์กยูที่มีสปินขึ้นและ $u(\downarrow)$ คือควาร์กยูสปินลงและทำนองเดียวกันสำหรับควาร์กตัวอื่น ๆ เมื่อได้ฟังก์ชันคลื่นของเฟลเวอร์-สปินแล้วจะนำมาคำนวณหาค่าสปินเฉลี่ยของควาร์กเอสในควาร์ก 4 ตัวดังนี้

$$\begin{aligned}
\Delta_{vFS\lambda} &= \left| \langle (s(\uparrow) - s(\downarrow)) | [31]_{FS\lambda} [211]_F [31]_S \rangle \right|^2 \\
&= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \left\{ \left(\frac{1}{8\sqrt{3}} \right)^2 \left[6^2(1) + 3^2(1) + \dots + 2^2(-1) + (1) + \dots \right] \right. \\
&\quad \left. \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \right)^2 \left[(1) + (1) + \dots (-1) + (-1) + \dots \right] \right\} \\
&= \frac{13}{36}
\end{aligned}$$

(4-17)

โดยที่ $\Delta_{vFS\lambda}$ คือสปินเฉลี่ยของเอสควาร์กในควาร์ก 4 ตัวจากฟังก์ชันคลื่นเฟลเวอร์-สปินประเภท λ โดยต้องนำมาเฉลี่ยกับ Δ_{vSp} และ $\Delta_{vS\eta}$ จากฟังก์ชันคลื่นเฟลเวอร์-สปินประเภท ρ และ η ผลลัพธ์ที่ได้พบว่าทั้ง 3 ตัวมีค่าเท่ากันคือ $\frac{13}{36}$ เมื่อนำค่าสปินเฉลี่ยทั้งสามมาเฉลี่ยอีกครั้งจะได้ Δ_v โดยแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\Delta_v &= \frac{1}{3} (\Delta_{vFS\rho} + \Delta_{vSp} + \Delta_{vS\eta}) \\
&= \frac{13}{36}
\end{aligned}$$

(4-18)

สำหรับโครงร่างอื่น ๆ Δ_v ที่คำนวณแล้วสามารถดูได้จากตารางที่ 4-1

เมื่อได้ค่า Δ_s แล้วจะสามารถนำไปคำนวณ σ_s และ μ_s แต่ละโครงร่างได้ ตัวอย่างสำหรับโครงร่าง $[31]_{FS}[31]_F[4]_S$ จากสมการที่ 4-14 และ 4-15 จะได้

$$\begin{aligned}\mu_s &= \left(\frac{2}{3} + \Delta_s \right) \frac{e|B|^2}{2m_s} \\ &= \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right) \frac{e|B|^2}{2m_s} \\ &= \frac{7}{6} \cdot \frac{e|B|^2}{2m_s}\end{aligned}\quad (4-19)$$

$$\begin{aligned}\sigma_s &= \left(-\frac{1}{3} + \Delta_s \right) |B|^2 \\ &= \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) |B|^2 \\ &= \frac{1}{6} |B|^2\end{aligned}\quad (4-20)$$

สำหรับโครงร่างอื่น ๆ ก็สามารถคำนวณด้วยวิธีเดียวกัน

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่ได้กระทำแล้วข้างต้นนั้นสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 โครงร่างสปินและเฟลเวอร์ของสถานะ $uuds$

สถานะพื้นของ	Δ_s	$\sigma_s(B ^2)$	$\mu_s\left(\frac{e}{2m_s} B ^2\right)$
$uuds$			
$[31]_{FS}[211]_I[22]_S$	-	-1/3	-1/3
$[31]_{FS}[211]_I[31]_S$	13/36	85/216	-95/216
$[31]_{FS}[22]_I[31]_S$	1/2	5/12	-5/12
$[31]_{FS}[31]_I[22]_S$	-	-1/3	-1/3
$[31]_{FS}[31]_I[31]_S$	65/108	281/648	-259/648
$[31]_{FS}[31]_I[4]_S$	1/2	1/6	7/6

โดยที่ σ_s คือความประหลาดที่มีผลต่อสปินโปรตอน (Strangeness contribution to the proton spin) Δ_s คือสปินเฉลี่ยในแนวแกน z ของควาร์กเอสในควาร์ก 4 ตัว μ_s คือโมเมนต์แม่เหล็กของความประหลาด (Strangeness magnetic moment) $|B|^2$ คือความน่าจะเป็นที่พบโครงสร้างควาร์ก 5 ตัว

แอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะ

ฟังก์ชันคลื่นในหัวข้อที่ผ่านมาสามารถนำประยุกต์ได้อาทิเช่น ในส่วนของตำแหน่ง-เฟลเวอร์-สปินได้ถูกนำไปพิจารณาผลของสปินและโมเมนต์แม่เหล็กจากควาร์กเอสและปฏิควาร์กเอสที่มีผลต่อโปรตอน (An et al., 2006) แต่สำหรับกระบวนการการกระเจิงและการสลายตัว จะต้องใช้ฟังก์ชันคลื่นที่สมบูรณ์หรือครบทุกส่วนสำหรับการคำนวณแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะ ตัวอย่างเช่นการเกิดเมซอนพีในปฏิกิริยาประลัยคู่โปรตอน-ปฏิโปรตอน จากคู่ของควาร์กเอสและปฏิควาร์กเอสที่อยู่ในรูปของควาร์ก 5 ตัวซึ่งกระบวนการถูกบรรยายด้วยแผนภาพเส้นทางควาร์กดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 4-1 ในปฏิกิริยาการประลัยคู่โปรตอน-ปฏิโปรตอนนั้นสามารถสลายตัวเป็นอนุภาคได้ 4 แบบคือ $p\bar{p} \rightarrow \phi\omega, \phi\pi^0, \phi\rho^0, \phi\eta$ ซึ่งกลไกการเกิดนั้นยังไม่สามารถทราบได้แน่ชัด อย่างไรก็ตามยังมีแบบจำลองหนึ่งที่อยู่ธิบายการสลายตัวของเบรียออนและเมซอนได้สำเร็จ แบบจำลองที่ว่านั้นคือ 3P_0 ดังนั้นในหัวข้อนี้จะใช้แบบจำลอง 3P_0 ในการอธิบายอันตรกิริยา $p\bar{p} \rightarrow \phi X$ โดยใช้ฟังก์ชันคลื่นของโปรตอนที่สร้างขึ้นแล้วในบทที่ผ่านมา

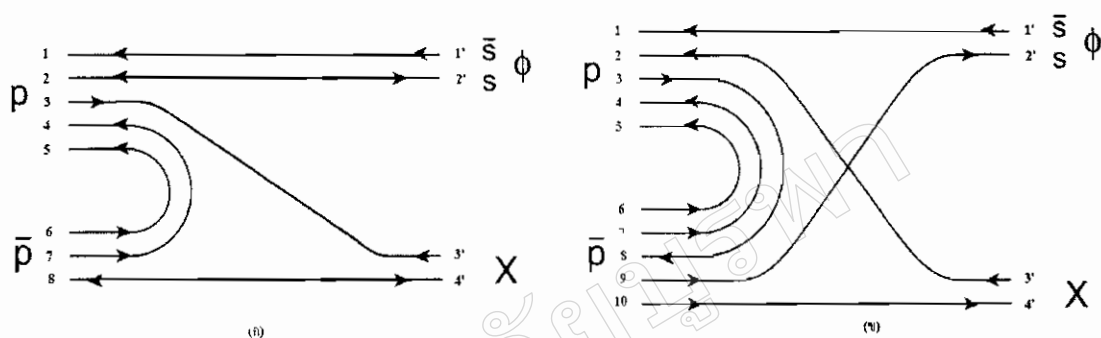
แอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ว่า

$$T = \langle \phi X | \hat{O} | p\bar{p} \rangle \quad (4-21)$$

$|p\bar{p}\rangle$ คือสถานะเริ่มต้นของโปรตอน-ปฏิโปรตอนที่มีควาร์ก 5 ตัว $\langle \phi X |$ คือสถานะสุดท้ายของฟิเมซอนและอนุภาคเมซอน $X (= \omega, \pi^0, \rho^0, \eta)$ และ $\hat{O}$ คือตัวดำเนินการแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะที่ใช้แบบจำลอง 3P_0 สามารถแสดงได้ดังนี้

$$T = \langle \phi X | \hat{O} | uuds\bar{s} \otimes \bar{u}\bar{u}\bar{d}\bar{s}\bar{s} \rangle \quad (4-22)$$

โดยทั่วไปแล้วอันตรกิริยาระหว่างโปรตอน-ปฏิโปรตอนที่มีควาร์ก 5 ตัวทั้งคู่จะประมาณให้มีปริมาณน้อยมาก $B^2 \ll A^2$ และจะละทิ้งพจน์นี้ไป แต่อย่างไรก็ตามสิ่งนี้เป็นเรื่องน่าสนใจว่าพจน์ที่ละทิ้งนั้นมีลักษณะของแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะเป็นเช่นไร มีปริมาณน้อยพอที่จะละทิ้งหรือไม่



ภาพที่ 4-1 แผนภาพเส้นทางควาร์กในปฏิกิริยา $p\bar{p} \rightarrow \phi X$ (ก) ควาร์ก 5 ตัวกับปฏิควาร์ก 3 ตัว (ข) ควาร์ก 5 ตัวกับปฏิควาร์ก 5 ตัว

แอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะสามารถคำนวณได้โดยใช้ปริภูมิโมเมนตัม จากภาพที่ 4-1 (ข) สามารถเขียนแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะได้ว่า

$$T = \int d^3\bar{q}_1 \dots d^3\bar{q}_{10} d^3\bar{q}_1 \dots d^3\bar{q}_4 \langle \phi X | \bar{q}_1 \dots \bar{q}_4 \rangle \langle \bar{q}_1 \dots \bar{q}_4 | \hat{O} | \bar{q}_1 \dots \bar{q}_{10} \rangle \langle \bar{q}_1 \dots \bar{q}_{10} | uud\bar{s}\bar{s} \otimes \bar{u}\bar{u}\bar{d}\bar{s}\bar{s} \rangle \quad (4-23)$$

สมการที่ 4-23 เกิดจากการแทรกความบริบูรณ์ (Completeness) ลงในสมการที่ 4-22 โดยมีขอบเขตการปริพันธ์คือปริภูมิโมเมนตัมทั้งหมด โดยที่ $\hat{O}$ คือ

$$\hat{O} = \lambda_{38} \lambda_{47} \lambda_{56} \delta^{(3)}(\bar{q}_1 - \bar{q}_{1'}) \delta^{(3)}(\bar{q}_2 - \bar{q}_{2'}) \delta^{(3)}(\bar{q}_3 - \bar{q}_{3'}) \delta^{(3)}(\bar{q}_4 - \bar{q}_{4'}) V^{38} V^{47} V^{56} \quad (4-24)$$

ฟังก์ชัน δ หมายถึงไม่เกิดอันตรกิริยาและดำเนินต่อเนื่องไปบนแผนภาพ λ_{ij} คือความเข้มขงผลของการประลัยคู่ $q\bar{q}$ และ V'' คืออันตรกิริยาการประลัยคู่ $q\bar{q}$ แบบ 3P_0 (Dover et al., 1992) นิยามด้วย

$$V^y = \sum_{\mu} \sigma_{-\mu}^y Y_{1\mu}(\bar{q}_i - \bar{q}_j) \delta^{(3)}(\bar{q}_i + \bar{q}_j) (-1)^{1+\mu} 1_F^y 1_C^y \quad (4-25)$$

โดยที่ $Y_{1\mu}(\bar{q}) = |\bar{q}| Y_{1\mu}(\hat{q})$ เป็นฮาร์มอนิกทรงกลมในปริภูมิโมเมนตัม 1_F^y และ 1_C^y คือเมทริกซ์หนึ่งหน่วยในปริภูมิเฟลเวอร์และสีตามลำดับ $\sigma_{-\mu}^y$ คือคู่ควาร์กใด ๆ $q\bar{q}$ ที่ทำลายกันแล้วมีค่าสปินเป็น 1 ตามแบบจำลอง 3P_0

ฟังก์ชันคลื่นที่สร้างจะประมาณให้อยู่ภายใต้สัจยฮาร์มอนิกโดยใช้ฟังก์ชันโคบีในปริภูมิโมเมนตัม ซึ่งฟังก์ชันคลื่นของเมซอน M (ϕ และ X) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\langle M | \bar{q}_i \bar{q}_j \rangle \equiv \varphi_M(\bar{q}_i, \bar{q}_j) | \chi_M \rangle = N_M \exp\left(-\frac{R_M^2}{8}(\bar{q}_i - \bar{q}_j)^2\right) | \chi_M \rangle \quad (4-26)$$

โดยที่ $N_M = (R_M^2/\pi)^{3/4}$ R_M คือพารามิเตอร์เชิงรัศมีของเมซอน $|\chi_M\rangle$ คือสถานะคลื่นสปิน-สี-เฟลเวอร์ของเมซอน สำหรับฟังก์ชันคลื่นของโปรตอนและปฏิโปรตอนที่มีควาร์ก 5 ตัวสามารถเขียนได้ว่า

$$\langle \bar{q}_1 \dots \bar{q}_5 | uuds\bar{s} \rangle \equiv \varphi_{uds\bar{s}}(\bar{q}_1 \dots \bar{q}_5) | \chi_{uds\bar{s}} \rangle \quad (4-27)$$

$$\langle \bar{q}_6 \dots \bar{q}_{10} | \bar{u}\bar{u}\bar{d}\bar{s}\bar{s} \rangle \equiv \varphi_{\bar{u}\bar{u}\bar{d}\bar{s}\bar{s}}(\bar{q}_6 \dots \bar{q}_{10}) | \chi_{\bar{u}\bar{u}\bar{d}\bar{s}\bar{s}} \rangle \quad (4-28)$$

$$\begin{aligned} \phi_{uds\bar{s}}(\bar{q}_1 \dots \bar{q}_5) = N_{uds\bar{s}} \exp\left\{-\frac{R_B^2}{4}\left[(\bar{q}_2 - \bar{q}_3)^2 + \frac{1}{3}(\bar{q}_2 + \bar{q}_3 - 2\bar{q}_4)^2\right.\right. \\ \left.\left. + \frac{1}{6}(\bar{q}_2 + \bar{q}_3 + \bar{q}_4 - 3\bar{q}_5)^2\right.\right. \\ \left.\left. + \frac{1}{10}(\bar{q}_2 + \bar{q}_3 + \bar{q}_4 + \bar{q}_5 - 4\bar{q}_1)^2\right]\right\} \\ \times Y_{1\lambda}\left(\frac{\bar{q}_2 + \bar{q}_3 + \bar{q}_4 + \bar{q}_5 - 4\bar{q}_1}{\sqrt{20}}\right) \end{aligned} \quad (4-29)$$

โดยที่ R_B คือพารามิเตอร์เชิงรัศมีของแบริออนซอน $|\chi_{uds\bar{s}}\rangle$ คือสถานะคลื่นสปิน-สี-เฟลเวอร์ของของควาร์ก 5 ตัว และ $N_{uds\bar{s}}$ คือค่าคงที่ปกติ

$$\begin{aligned}
\phi_{\bar{u}\bar{d}s\bar{s}}(\bar{q}_6 \dots \bar{q}_{10}) = N_{\bar{u}\bar{d}s\bar{s}} \exp \left\{ -\frac{R_B^2}{4} \left[(\bar{q}_6 - \bar{q}_7)^2 + \frac{1}{3}(\bar{q}_6 + \bar{q}_7 - 2\bar{q}_8)^2 \right. \right. \\
\left. \left. + \frac{1}{6}(\bar{q}_6 + \bar{q}_7 + \bar{q}_8 - 3\bar{q}_{10})^2 \right. \right. \\
\left. \left. + \frac{1}{10}(\bar{q}_6 + \bar{q}_7 + \bar{q}_8 + \bar{q}_{10} - 4\bar{q}_9)^2 \right] \right\} \\
Y_{1\nu} \left(\frac{\bar{q}_6 + \bar{q}_7 + \bar{q}_8 + \bar{q}_{10} - 4\bar{q}_9}{\sqrt{20}} \right)
\end{aligned} \quad (4-30)$$

สำหรับสถานะเริ่มต้นของโปรตอนและปฏิโปรตอนที่มีควาร์ก 5 ตัว $p\bar{p}$ เราจะแสดงฟังก์ชันคลื่นในระบบศูนย์กลางโมเมนตัม ($\vec{k} = \vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3 + \vec{q}_4 + \vec{q}_5$) โดยใช้คลื่นระนาบเป็นฟังก์ชันฐานในการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างโปรตอนและปฏิโปรตอน

$$\begin{aligned}
\langle \bar{q}_1 \dots \bar{q}_{10} | (uuds\bar{s}) \otimes (\bar{u}\bar{u}\bar{d}s\bar{s}) \rangle &= \langle \bar{q}_1 \dots \bar{q}_{10} | (uuds\bar{s}) \otimes (\bar{u}\bar{u}\bar{d}s\bar{s}) \rangle_{\text{spatial}} | \chi_{uuds\bar{s}} \otimes \chi_{\bar{u}\bar{u}\bar{d}s\bar{s}} \rangle_{S,S_z} \\
&= \varphi_{uuds\bar{s}, \bar{u}\bar{u}\bar{d}s\bar{s}} | \chi_{uuds\bar{s}} \otimes \chi_{\bar{u}\bar{u}\bar{d}s\bar{s}} \rangle_{S,S_z}
\end{aligned} \quad (4-31)$$

$$\varphi_{uuds\bar{s}, \bar{u}\bar{u}\bar{d}s\bar{s}} = \varphi_{uuds\bar{s}} \varphi_{\bar{u}\bar{u}\bar{d}s\bar{s}} \delta^{(3)}(\bar{q}_1 + \bar{q}_2 + \bar{q}_3 + \bar{q}_4 + \bar{q}_5 - \vec{k}) \delta^{(3)}(\bar{q}_6 + \bar{q}_7 + \bar{q}_8 + \bar{q}_9 + \bar{q}_{10} + \vec{k}) \quad (4-32)$$

เช่นเดียวกับกับสถานะสุดท้ายในระบบศูนย์กลางโมเมนตัม ($\vec{q} = \vec{q}_{1'} + \vec{q}_{2'}$)

$$\begin{aligned}
\langle \phi X | \bar{q}_1 \dots \bar{q}_{4'} \rangle &= \langle \chi_\phi \otimes \chi_X |_{i, m_i} \langle \phi X |_{\text{spatial}} | \bar{q}_{1'} \dots \bar{q}_{4'} \rangle \\
&= \langle \chi_\phi \otimes \chi_X |_{i, m_i} \varphi_{\phi, X}
\end{aligned} \quad (4-33)$$

$$\varphi_{\phi, X} = \varphi_\phi \varphi_X \delta^{(3)}(\bar{q}_{1'} + \bar{q}_{2'} - \vec{q}) \delta^{(3)}(\bar{q}_{3'} + \bar{q}_{4'} + \vec{q}) \quad (4-34)$$

ด้วยการประมาณสำหรับระบบที่มีโมเมนตัมน้อย ๆ ของสถานะเริ่มต้น i สำหรับระบบอะตอมโปรตอนเนียม $p\bar{p}$ ในสถานะ $S(L=0)$ โมเมนตัมเริ่มต้น q ไปเป็นสถานะสุดท้าย f ในสถานะ $P(L=1)$ โมเมนตัมสุดท้าย k จะเขียนแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะได้ใหม่ว่า

$$T_{ij} = \lambda_{38}\lambda_{47}\lambda_{56} \langle f | \sum_{\mu, \eta, \lambda} (-1)^{1+\mu+\eta+\lambda} \sigma_{-\mu}^{38} \sigma_{-\eta}^{47} \sigma_{-\lambda}^{56} 1_F^{38} 1_F^{47} 1_F^{56} 1_C^{38} 1_C^{47} 1_C^{56} I_{spatial} | i \rangle \quad (4-35)$$

โดยที่

$$|i\rangle = \left| \left\{ \chi_{\frac{1}{2}, m_{uud\bar{s}\bar{s}}} (uud\bar{s}\bar{s}) \otimes \chi_{\frac{1}{2}, m_{\bar{u}\bar{u}d\bar{s}\bar{s}}} (\bar{u}\bar{u}d\bar{s}\bar{s}) \right\}_{S, S_z} \otimes (L, M) \right\rangle_{J, J_z} \quad (4-36)$$

$$|f\rangle = \left| \left\{ \chi_{1, m_a}(\phi) \otimes \chi_{J_m, m_{3, 4}}(X) \right\}_{J, m_e} \otimes (\ell_f, m_f) \right\rangle_{J', J'_z} \quad (4-37)$$

$$I_{spatial} = \int d^3 \bar{q}_1 \dots d^3 \bar{q}_{10} d^3 \bar{q}_1 \dots d^3 \bar{q}_4 \phi_{\phi, X} \hat{O}_{spatial} \phi_{uud\bar{s}\bar{s}, \bar{u}\bar{u}d\bar{s}\bar{s}} \quad (4-38)$$

โดยที่ $I_{spatial}$ คือแอมพลิจูดของคลื่นตำแหน่ง และ

$$\begin{aligned} \hat{O}_{spatial} = & Y_{1\mu}(\bar{q}_3 - \bar{q}_8) \delta^{(3)}(\bar{q}_3 + \bar{q}_8) Y_{1\eta}(\bar{q}_4 - \bar{q}_7) \delta^{(3)}(\bar{q}_4 + \bar{q}_7) Y_{1\lambda}(\bar{q}_5 - \bar{q}_6) \delta^{(3)}(\bar{q}_5 + \bar{q}_6) \\ & \delta^{(3)}(\bar{q}_1 - \bar{q}_1) \delta^{(3)}(\bar{q}_2 - \bar{q}_3) \delta^{(3)}(\bar{q}_9 - \bar{q}_2) \delta^{(3)}(\bar{q}_{10} - \bar{q}_4) \end{aligned} \quad (4-39)$$

เมื่อทำการปริพันธ์แอมพลิจูดของคลื่นตำแหน่งผลลัพธ์ของแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะที่ได้จะอยู่ในรูป

$$T_{if}(\bar{q}, \bar{k}) = \lambda_{38}\lambda_{47}\lambda_{56} F_{l=0, l_f=1} f(\kappa, \nu, \mu, \eta, \lambda) q \exp\{-Q_q^2 q^2 - Q_k^2 k^2\} \langle f | \hat{O}' | i \rangle \quad (4-40)$$

โดยที่ $F_{l=0, l_f=1}$ คือค่าคงที่จากการปริพันธ์ และ $f(\kappa, \nu, \mu, \eta, \lambda)$ เป็นฟังก์ชันของโมเมนตัมเชิงมุม

$$Q_k^2 = \frac{2R_B^2 R_{Af}^2}{50R_B^2 + 15R_{Af}^2} \quad (4-41)$$

$$Q_q^2 = \frac{R_B^2}{2} \quad (4-42)$$

$$\hat{O}' = \sum_{\mu, \eta, \lambda} (-1)^{1+\mu+\eta+\lambda} \sigma_{-\mu}^{38} \sigma_{-\eta}^{47} \sigma_{-\lambda}^{56} 1_F^{38} 1_F^{47} 1_F^{56} 1_C^{38} 1_C^{47} 1_C^{56} \quad (4-43)$$

ที่สถานะเริ่มต้น $|i\rangle$ แสดงด้วย $^{2I+1,2S+1}L_J$ โดยที่ L คือโมเมนตัมเชิงมุมของออบิทล์ S คือสปิน J คือโมเมนตัมเชิงมุมรวม และ I คือไอโซสปิน ส่วนสถานะสุดท้าย $\langle f|$ แสดงด้วยเซตของเลขควอนตัม $\{\ell_f, jJ'\}$ โดยที่ ℓ_f คือโมเมนตัมเชิงมุมของออบิทล์สัมพัทธ์

จากการคำนวณโดยกำหนดให้พารามิเตอร์เชิงรัศมีมีค่า $R_M = 4.1 \text{ GeV}^{-1}$ และ $R_B = 3.1 \text{ GeV}^{-1}$ (Gutsche et al., 1997) พบว่าแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะมีค่าน้อยมาก โดยแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะของพจน์ที่ให้ค่าสูงสุดเป็น

$$T_{if}(\vec{q}, \vec{k}) = 5.9 \times 10^{-9} \lambda_{38} \lambda_{47} \lambda_{56} N B^2 q \exp\{-4.8q^2 - 0.44k^2\} \langle CSF \rangle \quad (4-44)$$

$$N = N_{uuds\bar{s}} N_{\bar{u}uds\bar{s}} N_\phi N_X \quad (4-45)$$

เมื่อ λ คือค่าความเข้มยังผลของการอันตรกิริยา N คือค่าคงที่ปกติจากฟังก์ชันคลื่นของอนุภาค $p(uuds\bar{s})$ $\bar{p}(\bar{u}uds\bar{s})$ ϕ และ X โดยมี $\langle CSF \rangle$ เป็นแอมพลิจูดในส่วนของสี่-สปิน-เฟลเวอร์ ซึ่งจะมีค่าขึ้นกับโครงร่างของสปินและเฟลเวอร์ของอนุภาคที่จะเกิดขึ้นหลังปฏิกิริยา

เมื่อเทียบกับแอมพลิจูดของการเปลี่ยนสถานะของคู่โปรตอนที่มีควาร์ก 5 ตัวและปฏิโปรตอนที่มีควาร์ก 3 ตัวตามแผนภาพจากภาพที่ 4-1 (ก) (Srisuphaphon et al., 2011) ซึ่งเป็นแอมพลิจูดภายใต้เงื่อนไขเดียวกันพบว่ามีค่าน้อยกว่ามาก คือ

$$T_{if}(\vec{q}, \vec{k}) = 9.5 \times 10^{-6} \lambda N' A B q \exp\{-5.7q^2 - 1.2k^2\} \langle CSF \rangle \quad (4-46)$$

$$N' = N_{uuds\bar{s}} N_{\bar{u}ud\bar{s}} N_\phi N_X \quad (4-47)$$

จะเห็นได้ชัดว่าแอมพลิจูดจากแผนภาพเส้นทางควาร์กนี้มีค่ามากกว่ามากเมื่อเทียบกับกรณีควาร์ก 5 ตัวและปฏิควาร์ก 5 ตัวที่สอดคล้องกับแผนภาพเส้นทางควาร์กดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 4-1 (ข) ถึงแม้ว่าไม่นำขนาดของแอมพลิจูดขององค์ประกอบของฟังก์ชันคลื่นของโปรตอนจากส่วนของควาร์ก 3 (A) ตัว และ 5 ตัว (B) ดังที่ได้แสดงไว้ในสมการที่ 3-25 มาพิจารณาก็ตาม