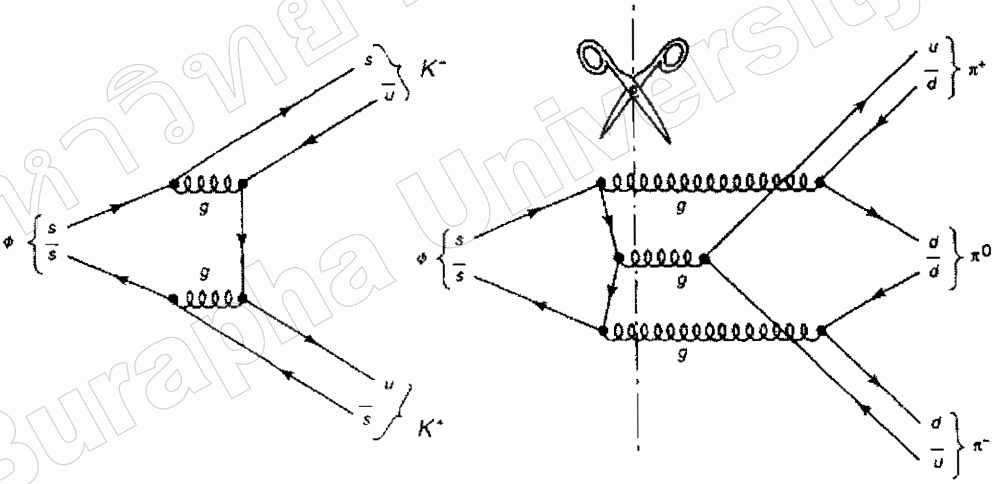
บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

บทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ซึ่งมีกฎของโอเส็คไอ ฟังก์ชันคลื่นของแบริออน ทฤษฎีกลุ่ม กลุ่มการเรียงสับเปลี่ยน และฐานยามาโนจิ

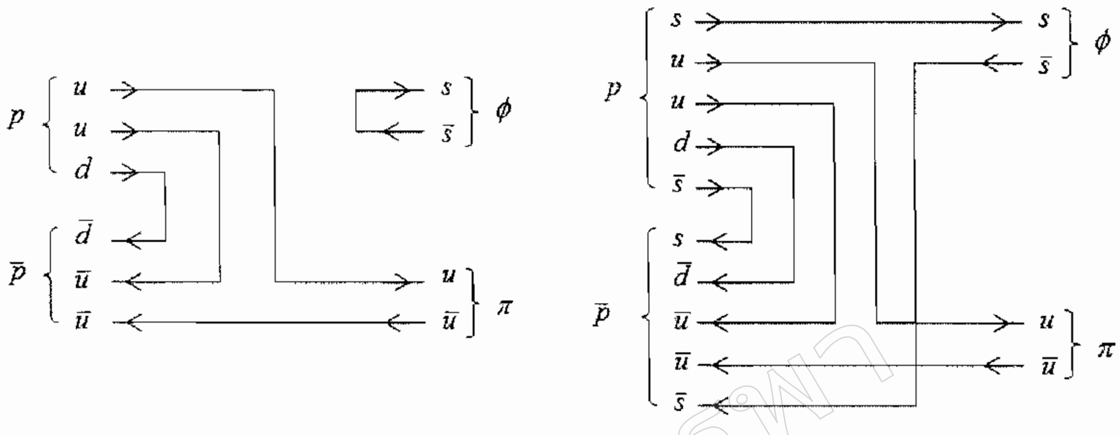
กฎของโอเส็คไอ

กฎของโอเส็คไอเกิดขึ้นจากความพยายามอธิบายรูปแบบการสลายตัวบางอย่างที่ตรวจพบได้น้อยกว่าที่คาดไว้ โดยกล่าวไว้ว่า กระบวนการใด ๆ ในแผนภาพของไฟน์แมนที่สามารถตัดแบ่งเส้นกลูออนภายในให้เป็น 2 ได้ กระบวนดังกล่าวจะถูกยับยั้ง



ภาพที่ 2-1 กฎของโอเส็คไอ ถ้าแผนภาพถูกตัดเส้นกลูออนภายในแล้ว (ห้ามตัดเส้นภายนอก) กระบวนการนั้นจะถูกยับยั้ง (Griffiths, 2008)

จากภาพที่ 2-1 จะเห็นว่าแผนภาพของไพออน 3 ตัว ถูกตัดแบ่งให้เป็น 2 ได้โดยตัดเฉพาะเส้นกลูออน (เส้นที่คล้ายสปริง) กฎของโอเส็คไอกล่าวไว้ว่ากระบวนการดังกล่าวจะถูกยับยั้ง การยับยั้งไม่ได้หมายความว่าถูกห้าม แต่เกิดน้อยมากจนแทบไม่เกิดขึ้น โดยตามความเป็นจริงแล้วการสลายตัว $\phi \rightarrow 3\pi$ สามารถเกิดขึ้นได้ แต่น้อยเกินกว่าที่จะคาดคะเนได้



(a) (b)

ภาพที่ 2-2 การสลายตัว $p\bar{p} \rightarrow \phi + \pi$ (a) ϕ -เมซอน เกิดขึ้นโดยละเมิดกฎของโอเส็คไอ หากโปรตอนไม่มีควาร์กเอสเป็นองค์ประกอบ (b) หากโปรตอนมีควาร์กเอสเป็นองค์ประกอบจะไม่ละเมิดกฎของโอเส็คไอ

ฟังก์ชันคลื่นของแบริออน

แบริออนมีความซับซ้อนกว่าเมซอนด้วยหลายเหตุผล เช่น เป็นระบบ 3 อนุภาค มีโมเมนตัมเชิงมุมของออบิทัล ควาร์กมี 6 เฟลเวอร์ แต่ละควาร์กมีสปิน $\frac{1}{2}$ และสุดท้ายควาร์กสามารถมีได้ 3 สี แต่นั่นเป็นกรณีสำหรับแบริออนทั่วไป ในกรณีของแบริออนประหลาดอย่างโปรตอนที่มีควาร์กห้าตัวนั้นมีความซับซ้อนเพิ่มขึ้นหลายเท่า เนื่องจากเป็นระบบ 5 อนุภาค ฟังก์ชันคลื่นของโปรตอนมีองค์ประกอบหลักที่สำคัญคือ ส่วนตำแหน่ง (Spatial part) ใช้อธิบายตำแหน่งของควาร์กโดยทั่วไปแสดงด้วยปริภูมิโมเมนตัม ส่วนสปิน (Spin part) แสดงถึงสปินของควาร์กแต่ละควาร์ก ส่วนเฟลเวอร์ (Flavor part) บ่งบอกถึงเฟลเวอร์ u d และ s ของควาร์กแต่ละควาร์ก และส่วนสุดท้ายส่วนสี (Color part) ใช้ระบุสีของควาร์ก เราสามารถเขียนฟังก์ชันคลื่นทั่วไปของฮาดรอน (ชื่อของโปรตอนหรือนิวคลิออน) ซึ่งประกอบด้วย 4 ส่วนได้ว่า

$$\psi_{hadron} = \varphi_{spatial}\varphi_{spin}\varphi_{flavor}\varphi_{color} \tag{2-1}$$

องค์ประกอบ 4 ส่วนนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ ระดับขั้นความเสรีของตำแหน่ง (Spatial degrees of freedom) คือพารามิเตอร์ภายนอกอนุภาค สามารถสังเกตค่าได้โดยตรงในที่นี้คือส่วน

ตำแหน่ง และอีกประเภทคือระดับขั้นความเสรีภายใน (Internal degrees of freedom) ในที่นี้คือพารามิเตอร์ภายในอนุภาค ไม่สามารถสังเกตค่าได้โดยตรง ในที่นี้คือส่วนสปิน ส่วนเฟลเวอร์ และส่วนสี ผลลัพธ์ของฟังก์ชันคลื่นจะต้องเป็นปฏิสมมาตรภายใต้การเรียงสับเปลี่ยนควาร์ก 2 ตัวใด ๆ เพื่อให้สอดคล้องกับสมบัติของโปรตอนซึ่งเป็นเฟอร์มิออน ส่วนสีจำเป็นต้องเป็นฟังก์ชันคลื่นปฏิสมมาตรตามกฎของธรรมชาติที่จะพบเพียงอนุภาคไร้สีเท่านั้น เช่น ในอนุภาคเมซอนหากควาร์กตัวหนึ่งเป็นสีแดง (R) ควาร์กอีกตัวหนึ่งจะต้องเป็นปฏิสีแดง $(\bar{R})$ หากเป็นแบริออนจะต้องมีสีแดง สีเขียว (G) และสีน้ำเงิน (B) ครบทั้ง 3 สี เพื่อกลายเป็นไร้สี ($RGB =$ ไร้สี) การสร้างฟังก์ชันคลื่นสีจะสร้างด้วยสมมาตรสี $SU(3)$ (ยูนิแทรีพิเศษ เมทริกซ์ 3x3) และฟังก์ชันคลื่นเฟลเวอร์จะสร้างด้วยสมมาตรเฟลเวอร์ $SU(3)$ ซึ่งเป็นการสร้างโดยใช้ทฤษฎีกลุ่มโดยจะกล่าวในหัวข้อถัดไป เมื่อฟังก์ชันคลื่นส่วนสีเป็นปฏิสมมาตร ฟังก์ชันคลื่นตำแหน่ง-สปิน-เฟลเวอร์ที่เหลือต้องเป็นคลื่นสมมาตร เพื่อให้ฟังก์ชันคลื่นรวมของโปรตอนมีผลลัพธ์เป็นปฏิสมมาตร รายละเอียดของการสร้างฟังก์ชันคลื่นโปรตอนที่มีควาร์กห้าตัวจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 3

ทฤษฎีกลุ่ม

จากหัวข้อที่ผ่านมาเราทราบว่าการสร้างฟังก์ชันคลื่นของแบริออนมีความซับซ้อนมาก เนื่องจากมีหลายระดับขั้นความเสรี ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาทฤษฎีกลุ่มที่มีประโยชน์มากในการศึกษาสมมาตรและจัดประเภทระบบที่มีคุณสมบัติที่คล้ายคลึงกันไว้ด้วยกัน เพื่อการคำนวณที่ง่าย สะดวก และรวดเร็วยิ่งขึ้น ในทางฟิสิกส์นิยมแสดงตัวแทนกลุ่มเป็นภาษาคณิตศาสตร์ในรูปของเมทริกซ์และบ่อยครั้งที่ใช้เมทริกซ์ยูนิแทรี $n \times n$ มิติ หรือ $U(n)$

ตารางที่ 2-1 กลุ่มสมมาตรที่สำคัญในฟิสิกส์

ชื่อกลุ่ม	มิติ	เมทริกซ์ในกลุ่ม
$U(n)$	$n \times n$	ยูนิแทรี $\left(U\tilde{U}^{*} = 1\right)$
$SU(n)$	$n \times n$	ยูนิแทรีและดีเทอร์มิแนน 1
$O(n)$	$n \times n$	ตั้งฉาก $\left(O\tilde{O} = 1\right)$
$SO(n)$	$n \times n$	ตั้งฉากและดีเทอร์มิแนน 1

ตัวดำเนินการเชิงตั้งฉาก

ให้ $\Gamma = \{D(R)\}$ เป็นตัวแทนแบบลดทอนได้ของกลุ่มจำกัด G อันดับ n สามารถทำให้อยู่ในรูปผลบวกตรงของตัวแทนแบบลดทอนไม่ได้ ดังนี้

$$\Gamma = \sum_{\nu} \Gamma_{\nu} \tag{2-2}$$

โดยที่ Γ_{ν} คือตัวแทนยูนิแทรีแบบลดทอนไม่ได้ และเวกเตอร์ใด ๆ ψ ในปริภูมิ Γ ถูกแปลงเป็นเวกเตอร์ผลรวมเชิงเส้นในปริภูมิ Γ_{ν} กำหนดให้ $\psi_k^{(\nu)}$ $(k = 1, 2, \ldots, r_{\nu})$ เป็นฐานที่แปลงตาม $\Gamma_{\nu} = \{D^{(\nu)}(R)\}$ และมีขนาดมิติ r_{ν} จะได้ว่า

$$P_i^{(\mu)} \psi = C_{\mu i} \psi_i^{(\mu)} \tag{2-3}$$

$$P_i^{(\mu)} = \frac{r_{\mu}}{n} \sum_{R} D_{ii}^{(\mu)*}(R)\, R \tag{2-4}$$

โดยที่ $P_i^{(\mu)}$ เรียกว่า ตัวดำเนินการเชิงภาพฉาย หากดำเนินการลงบนเวกเตอร์ใด ๆ แล้วจะส่งผลให้เกิดเวกเตอร์ $\psi_i^{(\mu)}$ ลำดับที่ i ของตัวแทนแบบลดทอนไม่ได้ $\Gamma_{\mu} = \{D^{(\mu)}(R)\}$

กลุ่มการเรียงสับเปลี่ยน

พิจารณาระบบที่มี n วัตถุที่กำหนดวัตถุด้วย $1, 2, \ldots, n$ โดยถูกจัดเรียงอยู่ในรูปอนุกรม $X = (1, 2, \ldots, n)$ ถ้าหากมีการจัดเรียงใหม่โดยทำให้อนุกรม $X = (1, 2, \ldots, n)$ จัดเรียงเป็น $X_{S_i} = (S_1, S_2, \ldots, S_n)$ เราเรียกการจัดเรียงเช่นนี้ว่าการเรียงสับเปลี่ยนและสามารถเขียนได้เป็น

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n \\ S_1 & S_2 & S_3 & \ldots & S_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i \\ S_i \end{pmatrix} \tag{2-5}$$

การเรียงสับเปลี่ยนใด ๆ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลคูณวัฏจักร (Cycle) ที่ไม่มีส่วนร่วมกันได้

$$(S_1 S_2 \ldots S_k) \equiv \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & \ldots & S_k \\ S_2 & S_3 & \ldots & S_1 \end{pmatrix} \qquad (2\text{-}6)$$

การเรียงสับเปลี่ยนกล่าวมานั้นหากเรานำความเป็นไปได้ทั้งหมดของการเรียงสับเปลี่ยนมาจัดเป็นกลุ่ม จะเรียกกลุ่มนั้นว่า กลุ่มการเรียงสับเปลี่ยน S_n โดยมีสมาชิก $n!$

สมาชิกของ S_n สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลคูณของวัฏจักรได้เสมอ นั่นคือ

$$S = (\ldots)_m \ldots (\ldots)_m \ldots (\ldots)_2 \ldots (\ldots)_2 (\ldots)_1 \ldots (\ldots)_1 \qquad (2\text{-}7)$$

หากกำหนดให้จำนวนของวัฏจักรที่มีดีกรี k คือ α_k จะได้ว่า

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + \ldots + m\alpha_m = n, \quad (m \leq n) \qquad (2\text{-}8)$$

สมการที่ 2-8 เรียกว่า แบบรูป α ของ S ซึ่งสามารถมีได้หลายแบบ

การจำแนกคุณสมบัติที่คล้ายกันในกลุ่มสามารถทำได้โดยจัดสมาชิกให้อยู่ในคลาสสังยุค (Conjugacy class) เดียวกัน และสังยุคของสมาชิก S ของ S_n มีนิยามดังนี้

$$S_\chi = \chi\, S\, \chi^{-1} \qquad (2\text{-}9)$$

โดยที่ χ นั้นอยู่ใน S_n เช่นกัน

ทุก ๆ การเรียงสับเปลี่ยนของ S_n ที่มีแบบรูป α เหมือนกัน จะจัดอยู่ในคลาสสังยุคเดียวกัน ดังนั้นจำนวนของแบบรูป α ก็คือจำนวนของคลาสสังยุคใน S_n กำหนดให้จำนวนคลาสสังยุคคือ h_n โดยที่

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \ldots + \alpha_m &= \lambda_1 \\ \alpha_2 + \alpha_3 + \ldots + \alpha_m &= \lambda_2 \\ \alpha_3 + \ldots + \alpha_m &= \lambda_3 \\ \ldots \quad & \ldots \\ \alpha_m &= \lambda_m \end{aligned} \qquad (2\text{-}10)$$

เมื่อรวมผลทั้งหมดจะได้

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_m = n,\ \ (m \le n,\ \lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \ldots \ge \lambda_m) \tag{2-11}$$

และคำตอบจะเหลือเพียงหนึ่งคำตอบของแต่ละแบบรูป α คือ $[\lambda] \equiv [\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m]$ ดังนั้นทุก $[\lambda]$ ที่สอดคล้องกับ 2-11 จะเป็นคลาสสังยุคของ S_n รายละเอียดอยู่ในภาคผนวก ข. โดยทั่วไปแล้วเราจะแสดงแบบรูป $[\lambda]$ ของ S_n ด้วยยังแท็บบลอยด์ (Young Tabloid)

ฐานยามาโนจิ

ฐานยามาโนจิหรือที่เรียกกันว่าฐานมาตรฐานคือ ฐานที่กำหนดด้วยวิธีการลบกล่องในแถวที่ i ออก มีจำนวนฐานสมบูรณ์ (Complete basis) เท่ากับจำนวนวิธีในการลบกล่องที่ไม่ซ้ำกันเริ่มจากยังแท็บบลอยด์ $[\lambda]$ ในกลุ่มการเรียงสับเปลี่ยน S_n สามารถเขียนฟังก์ชันฐานได้ว่า

$$|[\lambda_1\lambda_2\ldots](r_n r_{n-1}\ldots r_2 r_1)\rangle \tag{2-12}$$

โดยที่ λ_i คือจำนวนของกล่องในแถวที่ i (แนวนอน) และ r_j คือแถวของกล่องที่ j ถูกลบออกจากยังแท็บโล (Young tableau) แต่ละยังแท็บโลคือฟังก์ชันฐานยามาโนจิและเมื่อนิยามฟังก์ชันฐานครบทั้งหมดแล้วจะได้ฐานสมบูรณ์สำหรับหนึ่งแท็บบลอยด์

กลุ่มการเรียงสับเปลี่ยน S_{n-1} เป็นกลุ่มย่อยของการเรียงสับเปลี่ยน S_n โดยสมาชิกของ S_{n-1} เป็นสมาชิกของ S_n ด้วยและไม่เปลี่ยนแปลงวัตถุที่ n กล่าวคือ

$$D(R) = \sum_i D_i(R),\quad \lambda_i - 1 \ge \lambda_{i+1} \tag{2-13}$$

โดยที่ $D(R)$ คือตัวแทน $[\lambda]$ ของ S_n และ $D_i(R)$ คือตัวแทนเชิงเมทริกซ์ของตัวแทนแบบลดทอนไม่ได้ $[\lambda_1, \ldots, \lambda_{i-1}, \lambda_i - 1, \lambda_{i+1}, \ldots, \lambda_m]$ ของ S_{n-1} ซึ่งเราสามารถคำนวณตัวแทนเชิงเมทริกซ์ $D(R)$ $(R \in S_{n-1})$ ของ S_{n-1} ได้ หากเราทราบตัวแทนเชิงเมทริกซ์ของกลุ่มการเรียงสับเปลี่ยนของ S_{n-1} แล้วทั้งหมด

สมาชิกใด ๆ ของ S_n สามารถหาได้จากผลคูณของคู่เรียงสับเปลี่ยนซึ่งเป็นตัวแทนเชิงเมทริกซ์ ดังสมการ

$$\begin{aligned}(i, n) &= (n-1, n)\,(i, n-1)\,(n-1, n) \\ (i, j, k, \ldots, l) &= (i, j)\,(j, k)\,(k, \ldots)\ldots(\ldots, l)\end{aligned} \tag{2-14}$$

สิ่งที่ต้องการคือการคำนวณเมทริกซ์ $D(n-1, n)$ เพิ่มเท่านั้น เมื่อเราทราบเมทริกซ์ $D(n-1,n)$ และเมทริกซ์ $D(R \in S_{n-1})$ แล้ว เราจะสามารถคำนวณตัวแทนเชิงเมทริกซ์ของทุกสมาชิกใน S_n ได้ทั้งหมด

การดำเนินการคู่เรียงสับเปลี่ยน $(n-1, n)$ ของกลุ่มการเรียงสับเปลี่ยน S_n บนฐานมาตรฐานคำนวณได้จาก

$$\begin{aligned}(n-1, n)\,\big|[\lambda](r, r, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle &= +\big|[\lambda](r, r, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle \\ (n-1, n)\,\big|[\lambda](r, r-1, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle &= -\big|[\lambda](r, r-1, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle\end{aligned} \tag{2-15}$$

เมื่อ $\big|[\lambda](r-1, r, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle$ ไม่มีจริง และ

$$(n-1, n)\,\big|[\lambda](r, s, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle = \sigma_{rs}\,\big|[\lambda](r, s, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle + \sqrt{1-\sigma_{rs}^2}\,\big|[\lambda](s, r, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle \tag{2-16}$$

ซึ่ง

$$\sigma_{rs} = \frac{1}{(\lambda_r - r) - (\lambda_s - s)} \tag{2-17}$$

เมื่อ $\big|[\lambda](r, s, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle$ และ $\big|[\lambda](s, r, r_{n-2}, \ldots)\big\rangle$ มีจริง และ $r \neq s$

อาทิเช่น เราจะสร้างตัวแทนเชิงเมทริกซ์ $[211]$ ของ S_4 ซึ่งมี 3 ยังแท็บโลดังนั้นจึงมีฟังก์ชันฐานยามาโนจิ 3 ฟังก์ชันฐานสำหรับ $[211]$

$$\phi_1 = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 2 \\ \hline 3 & \multicolumn{1}{c}{} \\ \cline{1-1} 4 & \multicolumn{1}{c}{} \\ \cline{1-1}\end{array} = \left|[211](3211)\right\rangle, \quad \phi_2 = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 3 \\ \hline 2 & \multicolumn{1}{c}{} \\ \cline{1-1} 4 & \multicolumn{1}{c}{} \\ \cline{1-1}\end{array} = \left|[211](3121)\right\rangle,$$

$$\phi_3 = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 4 \\ \hline 2 & \multicolumn{1}{c}{} \\ \cline{1-1} 3 & \multicolumn{1}{c}{} \\ \cline{1-1}\end{array} = \left|[211](1321)\right\rangle \tag{2-18}$$

สำหรับสมาชิก (12), (13) และ (23) เราสามารถเขียนตัวแทนเชิงเมทริกซ์ได้โดยตรง เนื่องจากสมาชิกเหล่านี้เป็นสมาชิกของ S_3 โดยใช้สมการที่ 2-13

$$\begin{aligned}
D^{[211]}(13) &= D^{[21]}(13) \oplus D^{[111]}(13) = \begin{bmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\
D^{[211]}(12) &= D^{[21]}(12) \oplus D^{[111]}(12) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\
D^{[211]}(23) &= D^{[21]}(23) \oplus D^{[111]}(23) = \begin{bmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2-19}$$

โดยใช้ฟังก์ชันฐาน $\phi_1 = \left|[211](3211)\right\rangle$ และ $\phi_2 = \left|[211](3121)\right\rangle$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันฐานจาก $\left|[21](211)\right\rangle$ และ $\left|[21](121)\right\rangle$ ของ $[21]$ ใน S_3 ตามลำดับ ในขณะที่ ϕ_3 เป็นฟังก์ชันฐานจาก $\left|[111](321)\right\rangle$ ของ $[111]$ ใน S_3 และ

$$D^{[21]}(12)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix},\quad D^{[21]}(13)=\begin{pmatrix}-1/2 & -\sqrt{3}/2\\ -\sqrt{3}/2 & 1/2\end{pmatrix},\quad D^{[21]}(23)=\begin{pmatrix}-1/2 & \sqrt{3}/2\\ \sqrt{3}/2 & 1/2\end{pmatrix} \tag{2-20}$$

สำหรับสมาชิก (34) ของ S_4 สามารถหาได้จากสมการที่ 2-15 ถึง 2-17

$$\begin{aligned}
(34)\left|[211](3211)\right\rangle &= -\left|[211](3211)\right\rangle\\
(34)\left|[211](3121)\right\rangle &= \sigma_{31}\left|[211](3121)\right\rangle+\sqrt{1-\sigma_{31}^2}\left|[211](1321)\right\rangle\\
(34)\left|[211](1321)\right\rangle &= \sigma_{13}\left|[211](1321)\right\rangle+\sqrt{1-\sigma_{13}^2}\left|[211](3121)\right\rangle
\end{aligned} \tag{2-21}$$

โดยที่

$$\sigma_{31}=\frac{1}{(\lambda_3-3)-(\lambda_1-1)}=-\frac{1}{3}=-\sigma_{13} \tag{2-22}$$

ดังนั้นจากฐานยามาโนจิ ϕ_1 , ϕ_2 และ ϕ_3 สามารถแสดงตัวแทนเชิงเมทริกซ์ $[211]$ ของสมาชิก (34) ได้คือ

$$D^{[211]}(34)=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -1/3 & 2\sqrt{2}/3\\ 0 & 2\sqrt{2}/3 & 1/3\end{pmatrix} \tag{2-23}$$

ตัวแทนเชิงเมทริกซ์สำหรับสมาชิกอื่น ๆ ก็สามารถคำนวณได้ดังตัวอย่างข้างต้น

ตัวดำเนินการเชิงภาพฉายที่สัมพันธ์กับฟังก์ชันฐานยามาโนจิ $\left|[\lambda](r)\right\rangle$ ของตัวแทน $[\lambda]$ ใน S_n จะจัดอยู่ในรูปของตัวดำเนินการเรียงสับเปลี่ยน R_i ดังนี้

$$W_{(r)}^{[\lambda]}=\sum_i\left\langle[\lambda](r)\right|R_i\left|[\lambda](r)\right\rangle R_i \tag{2-24}$$

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

An, Riska and Zou (2006) ได้ศึกษาระบบควาร์ก $uuds\bar{s}$ ที่มีสปิน $\frac{1}{2}$ และพบว่าโมเมนต์แม่เหล็กจากควาร์กเอส μ_s มีค่าเป็นบวกและสปินของความประหลาดในโปรตอน Δ_s มีค่าเป็นลบในกรณีที่ระบบย่อย $uuds$ อยู่สถานะกระตุ้นที่ 1 และระบบย่อย $\bar{s}$ อยู่สถานะพื้น

An and Zou (2009) ได้ศึกษาแอมพลิจูดเฮลิกซิที (Helicity Amplitude) $A^p_{1/2}$ และ $S^p_{1/2}$ ในการเปลี่ยนชั้นพลังงาน $\gamma^* N \to N^*(1535)$ ของแบบจำลองควาร์ก โดยเพิ่มองค์ประกอบ $qqqq\bar{q}$ เข้าไปใน qqq พบว่ามีองค์ประกอบของควาร์กห้าตัวอยู่ 20% ในนิวคลิออน และ 25-65% ใน $N^*(1535)$

Baunack et al. (2009) ได้ศึกษาการละเมิดภาวะอสมมาตร (Parity violating asymmetry) ของการกระเจิงแบบยืดหยุ่นของอิเล็กตรอนในไฮโดรเจนด้วยมุมย้อนกลับ โดยที่การส่งโมเมนตัมสี่มิติมีค่า (Four momentum transfer) $Q^2 = 0.22\,(Gev/c)^2$ อสมมาตรที่วัดได้มีค่า $A_{LR} = (-17.23 \pm 0.82_{stat} \pm 0.89_{syst})\cdot 10^{-6}$ ขณะที่แบบจำลองมาตรฐานทำนายโดยประมาณว่าไม่มีความประหลาดคือ $A_0 = (-15.87 \pm 1.22)\cdot 10^{-6}$ ฟอร์มแฟกเตอร์ของไฟฟ้าและแม่เหล็กของควาร์กเอสคือ $G_E^s(0.22\,(GeV/c)^2) = 0.050 \pm 0.038 \pm 0.019$ และ $G_M^s(0.22\,(GeV/c)^2) = -0.14 \pm 0.11 \pm 0.11$