

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจเครื่องมือการทำวิจัย

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจเครื่องมือการทำวิจัย

1. รองศาสตราจารย์ ดร.อำพล ชรรณเจริญ อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ศาสตราจารย์ ดร.สุเทพ สนวนใต้ อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
3. นายดวงจันทร์ สมณะ ครูเชี่ยวชาญพิเศษ อันดับ ก.ศ.3
ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนเทศบาล 1 ศรีเกิด

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์

(พร้อมทั้งรายละเอียดระดับพฤติกรรมการเรียนรู้พุทธิพิสัยที่ต้องการวัดของแบบสอบผลสัมฤทธิ์
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ และเฉลยคำตอบ)

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

คำอธิบาย

โปรดอ่านคำอธิบายต่อไปนี้ก่อนทำแบบทดสอบ

1. เขียนชื่อ นามสกุล เลขที่และห้องเรียน ของตนเองลงในกระดาษคำตอบ
2. แบบทดสอบนี้มีทั้งหมด 12 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 12 คะแนน

ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที

3. การตอบแบบทดสอบ ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบในตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุด ยกตัวอย่างเช่น ถ้าตัวเลือกที่ 1 เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ให้นักเรียนกาดังนี้

	ตัวเลือก			
ข้อ	1	2	3	4
1	X			

และถ้าต้องการเปลี่ยนตัวเลือกใหม่ จากตัวเลือกที่ 1 เป็น 2 ให้ทำดังนี้

	ตัวเลือก			
ข้อ	1	2	3	4
1	X	X		

1. กำหนด $y = (x^2 - 1)(3x + 2)$ ข้อใดคือ y' ที่ $x = 0$

- | | |
|-------|-------|
| 1. -3 | 2. -1 |
| 3. 1 | 4. 3 |

2. ข้อใดคือ y' ของ $y = (1 + 3x)^3$

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| 1. $1 + 6x + 9x^2$ | 2. $9 + 54x + 81x^2$ |
| 3. $1 - 6x + 9x^2$ | 4. $-9 + 54x - 81x^2$ |

3. ข้อใดคือ y' ขณะที่ $x = 0$ ของ $y = \frac{2x}{x^2 - 1}$

- | | |
|-------|-------|
| 1. -2 | 2. -1 |
| 3. 0 | 4. 1 |

4. $f(x) = (2x - 1)^2$ ข้อใดคือ $f''(1)$

- | | |
|-------|------|
| 1. 12 | 2. 8 |
| 3. 4 | 4. 1 |

5. ให้ $y = \frac{6}{x^4}$ ข้อใดคือค่าของ y''' ขณะที่ $x = 1$

- | | |
|--------|---------|
| 1. 6 | 2. -24 |
| 3. 120 | 4. -720 |

6. กำหนด $s = f(t) = 3t^3 + 4t - 5$ เป็นสมการของการเคลื่อนที่ของวัตถุ

มีหน่วยเป็นเมตร และ t แทนเวลา มีหน่วยเป็นวินาที ข้อใดคือ ความเร็วขณะที่ $t = 0$

- | | |
|----------|-----------|
| 1. 4 m/s | 2. 5 m/s |
| 3. 9 m/s | 4. 10 m/s |

7. ระยะทาง $s(t)$ เมตร ที่วัตถุเคลื่อนที่เป็นฟังก์ชันของเวลา t วินาที โดย $s(t) = 12\left(t + \frac{1}{t^2}\right)$

ถ้าความเร่งมีค่า 4.5 เมตรต่อ (วินาที)² แล้วความเร็วจะมีค่าเท่าไร

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. 9.75 m/s | 2. 9.50 m/s |
| 3. 9.25 m/s | 4. 9.00 m/s |

8. ข้อใดคือช่วงซึ่งทำให้ $f(x) = 3 - 2x - x^2$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

- | | |
|--------------------|-------------------|
| 1. $(-\infty, -1)$ | 2. $(-1, \infty)$ |
| 3. $(-\infty, 1)$ | 4. $(1, \infty)$ |

9. $f(x) = x^3 - x^2 - 8x$ เป็นฟังก์ชันลดในช่วงใด

- | | |
|---|-----------------------------------|
| 1. $(-\infty, -2) \cup \left(\frac{-4}{3}, \infty\right)$ | 2. $\left(-2, \frac{4}{3}\right)$ |
| 3. $\left(-\infty, \frac{-4}{3}\right) \cup (2, \infty)$ | 4. $\left(\frac{-4}{3}, 2\right)$ |

10. ข้อใดคือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ หรือ ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ $f(x) = x^2 + 8x + 10$

- | | |
|-------|--------|
| 1. -4 | 2. -6 |
| 3. -8 | 4. -10 |

11. ข้อใดคือจุดสูงสุดสัมพัทธ์ของ $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 4$

- | | |
|---------------|----------------|
| 1. $(4, -76)$ | 2. $(-2, 32)$ |
| 3. $(4, 32)$ | 4. $(-2, -76)$ |

12. ข้อใดคือค่าสูงสุดของ $f(x) = x^3 - 3x + 2$ บนช่วง $[0, 2]$

- | | |
|-------|------|
| 1. -1 | 2. 0 |
| 3. 1 | 4. 4 |

ตารางที่ 30 รายละเอียดระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยที่ต้องการวัดของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 12 ข้อ
และเฉลยคำตอบ

ข้อที่	พฤติกรรมที่ต้องการวัด	เฉลยคำตอบ
1	ความเข้าใจ	1
2	ความเข้าใจ	2
3	ความเข้าใจ	1
4	การนำไปใช้	2
5	ความเข้าใจ	4
6	การนำไปใช้	1
7	การนำไปใช้	4
8	การนำไปใช้	1
9	การนำไปใช้	4
10	การนำไปใช้	2
11	การนำไปใช้	2
12	การนำไปใช้	4

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ปริพันธ์ของฟังก์ชัน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

คำอธิบาย

โปรดอ่านคำอธิบายต่อไปนี้ก่อนทำแบบทดสอบ

1. เขียนชื่อ นามสกุล เลขที่และห้องเรียน ของตนเองลงในกระดาษคำตอบ
2. แบบทดสอบนี้มีทั้งหมด 12 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 12 คะแนน

ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที

3. การตอบแบบทดสอบ ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบในตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุด ยกตัวอย่างเช่น ถ้าตัวเลือกที่ 1 เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ให้นักเรียนกาดังนี้

	ตัวเลือก			
ข้อ	1	2	3	4
1	X			

และถ้าต้องการเปลี่ยนตัวเลือกใหม่ จากตัวเลือกที่ 1 เป็น 2 ให้ทำดังนี้

	ตัวเลือก			
ข้อ	1	2	3	4
1	X	X		

1. กำหนด $F(x) = \int (2x-3)dx$ แล้ว $F(1)$ เท่ากับข้อใด

1. $c+2$

2. $c-2$

3. $c+1$

4. $c-1$

2. ข้อใดคือปริพันธ์ของ $\int x^2(5x^2+3) dx$

1. $x^5 - x^3 + c$

2. $x^5 + x^3 + c$

3. $20x^3 - 6x + c$

4. $20x^3 + 6x + c$

3. ข้อใดคือปริพันธ์ของ $\int \frac{4x^2 - 3x}{x} dx$

1. $2x^2 - 3x + c$

2. $2x^3 - 3x + c$

3. $4x^2 - 3 + c$

4. $4x^3 - 3x + c$

4. กำหนด $f''(x) = 6x - 8$, $f'(0) = 2$ และ $f(1) = 4$ แล้ว ข้อใดคือ $f(x)$

1. $3x^2 - 8x - 2$

2. $3x^2 - 8x + 2$

3. $x^3 - 4x^2 + 2x + 5$

4. $x^3 - 4x^2 + 2x + 9$

5. ข้อใดคือสมการเส้นโค้ง $y = f(x)$ เมื่อกำหนดความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (x,y) เท่ากับ $x^2 - 3x + 2$ และเส้นโค้งผ่านจุด $(0,1)$

1. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 1$

2. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x + 1$

3. $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 2x + 2$

4. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x + 2$

6. ข้อใดคือสมการเส้นโค้ง $y = f(x)$ เมื่อกำหนดความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (x,y) ใด ๆ เท่ากับ $2x^3 - 4x$ และจุดที่เส้นโค้งผ่านจุด $(0,5)$

1. $y = \frac{x^4}{2} + 2x^2 - 15$

2. $y = \frac{x^4}{2} + 2x^2 - 5$

3. $y = \frac{x^4}{2} - 2x^2 - 15$

4. $y = \frac{x^4}{2} - 2x^2 + 5$

7. $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. $\frac{16}{3}$

2. $\frac{8}{3}$

3. $\frac{4}{3}$

4. $\frac{2}{3}$

8. ข้อใดคือ $\int_0^2 2x(x^2 - 1) dx$

1. 0.5

2. 1.0

3. 1.5

4. 2.0

9. ข้อใดคือพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ $y=3$ จาก $x=-2$ ถึง $x=1$

1. 6 ตารางหน่วย

2. 7 ตารางหน่วย

3. 8 ตารางหน่วย

4. 9 ตารางหน่วย

10. จงหาพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ $y=2x$ จาก $x=-3$ ถึง $x=0$

1. 6 ตารางหน่วย

2. 7 ตารางหน่วย

3. 8 ตารางหน่วย

4. 9 ตารางหน่วย

11. ข้อใดคือพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยกราฟของ $y=x^2-2x-3$ จาก $x=0$ ถึง $x=1$

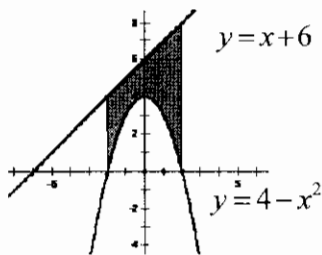
1. $\frac{4}{3}$ ตารางหน่วย

2. $\frac{8}{3}$ ตารางหน่วย

3. $\frac{11}{3}$ ตารางหน่วย

4. $\frac{16}{3}$ ตารางหน่วย

12. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



1. $\frac{40}{3}$ ตารางหน่วย

2. $\frac{38}{3}$ ตารางหน่วย

3. $\frac{26}{3}$ ตารางหน่วย

4. $\frac{16}{3}$ ตารางหน่วย

ตารางที่ 31 รายละเอียดระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยที่ต้องการวัดของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ปริพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 12 ข้อ
และเฉลยคำตอบ

ข้อที่	พฤติกรรมที่ต้องการวัด	เฉลยคำตอบ
1	ความเข้าใจ	2
2	ความเข้าใจ	2
3	ความเข้าใจ	1
4	การนำไปใช้	3
5	การนำไปใช้	1
6	การนำไปใช้	4
7	ความเข้าใจ	2
8	ความเข้าใจ	2
9	การนำไปใช้	4
10	การนำไปใช้	4
11	การนำไปใช้	3
12	การนำไปใช้	1

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปริพันธ์ของฟังก์ชัน

คำอธิบาย

โปรดอ่านคำอธิบายต่อไปนี้ก่อนทำแบบทดสอบ

1. เขียนชื่อ นามสกุล เลขที่และห้องเรียน ของตนเองลงด้านบนของกระดาษข้อสอบ
2. แบบทดสอบนี้มีทั้งหมด 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน

ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที

3. การตอบแบบทดสอบ ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงช่องว่างในแบบทดสอบ

1. ปริพันธ์ของฟังก์ชันและอนุพันธ์ของฟังก์ชันมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

.....

.....

.....

2. กำหนดให้ความเร่งของการเคลื่อนที่ของวัตถุเท่ากับ $a(t)$ ต้องการหาความเร็วของการเคลื่อนที่ของวัตถุ $v(t)$ ได้อย่างไร

.....

.....

.....

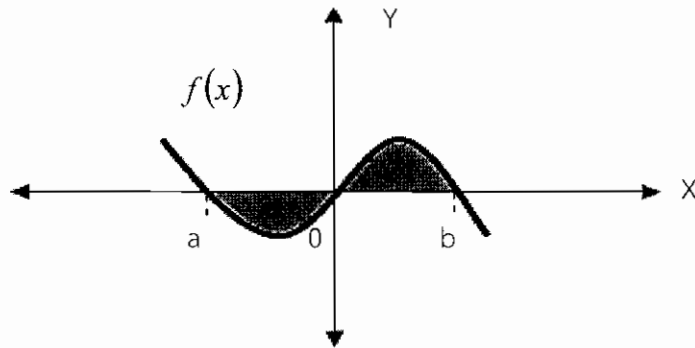
3. ปริพันธ์จำกัดเขต $\int_a^b f(x)dx$ ต่างจากปริพันธ์ไม่จำกัดเขต $\int f(x)dx$ อย่างไร

.....

.....

.....

4. จงอธิบายวิธีหาพื้นที่แรเงาดังต่อไปนี้

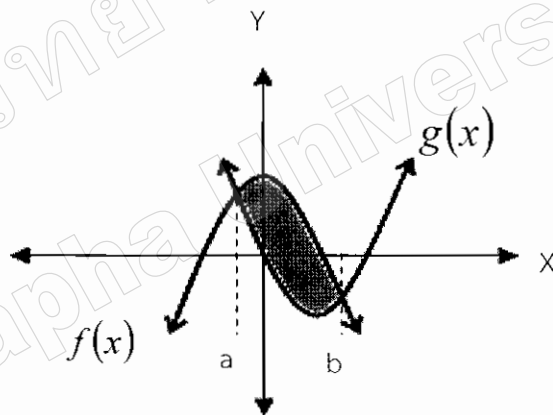


.....

.....

.....

5. จงอธิบายวิธีหาพื้นที่แรเงาดังต่อไปนี้



.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ความคิดเชิงมโนทัศน์เกี่ยวกับปริพันธ์ของฟังก์ชัน

1. ตอบ ปริพันธ์ของฟังก์ชันเป็นกระบวนการตรงข้ามกับอนุพันธ์ของฟังก์ชัน นั่นคือ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f ซึ่งฟังก์ชัน $f'(x)$ เป็นอนุพันธ์ของ $f(x)$ จะได้ว่า $\int f'(x) dx = f(x)$ และ ฟังก์ชัน $F(x)$ เป็นปฏิยานุพันธ์ของ $f(x)$ จะได้ว่า $F'(x) = f(x)$
2. ตอบ ความเร่งของการเคลื่อนที่ของวัตถุเท่ากับ $a(t)$ มาจากการหาอนุพันธ์ $a(t) = v'(t)$ ดังนั้นหากต้องการความเร็วของการเคลื่อนที่ของวัตถุหาได้จากปริพันธ์คือ $v(t) = \int a(t) dt$
3. ตอบ ปริพันธ์จำกัดเขต $\int_a^b f(x) dx$ เป็นกระบวนการหาปริพันธ์ของฟังก์ชันในช่วง จำกัด $[a, b]$ คำตอบที่ได้เป็นจำนวนจริง ซึ่งหาจาก $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ แต่ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต $\int f(x) dx$ เป็นการหาปริพันธ์ของฟังก์ชันโดยไม่จำกัดขอบเขต คำตอบที่ได้จึงเป็นฟังก์ชันทั่วไปนั่นคือ $\int f(x) dx = F(x) + c$
4. ตอบ พื้นที่แรเงาเท่ากับ $-\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$
5. ตอบ พื้นที่แรเงาเท่ากับ $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. แผนการจัดการเรียนรู้เชิงมโนทัศน์แบบอุปนัยและแบบนิรนัย
2. แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

แผนการจัดการเรียนรู้ในทศวรรษแบบอุปนัยและแบบนิรนัย

เรื่อง ปริพันธ์ของฟังก์ชัน

หัวข้อ ปริยานุพันธ์ของฟังก์ชัน

รหัสวิชา ค 33201 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6

1. สาระที่ 4 พีชคณิต

2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model)

อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

3. ตัวชี้วัด

ค 4.1 ม. 4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ

ค 4.2 ม. 4-6/4 สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์ หรือปัญหาและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 4-6/1

3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

4. สาระสำคัญ

4.1 เนื้อหา

ปริยานุพันธ์ของฟังก์ชัน

1. นิยามปริยานุพันธ์

การหาปริยานุพันธ์ของฟังก์ชัน ซึ่งเป็นกระบวนการตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ นั่นคือ



➡ การหาอนุพันธ์ คือการหา $f'(x)$ เมื่อกำหนด $f(x)$ มาให้

➡ การหาปริยานุพันธ์ คือ การหา $f(x)$ เมื่อกำหนด $f'(x)$ มาให้

บทนิยาม ฟังก์ชัน F เป็นปฏิยานุพันธ์ของ f เมื่อ $F'(x) = f(x)$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $f(x) = 2x$ จงหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f

วิธีทำ จากสูตรอนุพันธ์เรารู้ได้ว่า

$$\text{ถ้า } F'(x) = 2x^2 \text{ แล้วจะได้ } F'(x) = 4x$$

$$\text{ดังนั้น } F(x) = 2x^2 \text{ ไม่เป็นปฏิยานุพันธ์ของ } f(x) = 2x$$

ลองพิจารณา

$$F(x) = x^2 \quad \text{จะได้ว่า } F'(x) = 2x \text{ ซึ่งเป็นปฏิยานุพันธ์ของ } f(x) = 2x$$

$$\text{และถ้าให้ } F(x) = x^2 + 10 \text{ หรือ } F(x) = x^2 - 5.2 \text{ จะได้ว่า } F'(x) = 2x$$

ดังนั้น ให้ c เป็นค่าคงที่ใดๆ จะได้ว่า

$$F(x) = x^2 + c \quad \text{เป็นปฏิยานุพันธ์ของ } f(x) = 2x \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $f(x) = 3x^2 + x$ จงหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f

วิธีทำ จากตัวอย่างที่ 1 และให้ c เป็นค่าคงที่ใดๆ จะได้ว่า

$$F(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} + c \text{ เป็นปฏิยานุพันธ์ของ } f(x) = 3x^2 + x \quad \text{ตอบ}$$

4.2 ทักษะกระบวนการ

2. การให้เหตุผล

3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

5. สมรรถนะ

1. ความสามารถในการคิด

3. ความสามารถในการสื่อสาร

6. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์

2. ซื่อสัตย์สุจริต

3. มีวินัย

4. ใฝ่เรียนรู้

5. อยู่อย่างพอเพียง

6. มุ่งมั่นในการทำงาน

7. รักความเป็นไทย

8. มีจิตสาธารณะ

7. ภาระงาน/หลักฐานการเรียนรู้

ชื่อภาระงาน แบบฝึกหัดที่ 1 – แบบฝึกหัดที่ 6

เงื่อนไขหรือคำสั่ง ทำแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม ตามคำสั่งที่กำหนดไว้

8. การประเมินผล

1. ผู้ประเมิน ครูผู้สอนและนักเรียน
2. สิ่งที่ต้องประเมิน แบบฝึกหัด
3. ประเด็นการประเมิน ความถูกต้องของการทำแบบฝึกหัด
4. เกณฑ์การประเมิน

- ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง	7 – 10	ข้อ	อยู่ในเกณฑ์ ดี
- ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง	4 – 6	ข้อ	อยู่ในเกณฑ์ พอใช้
- ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง	0 – 3	ข้อ	อยู่ในเกณฑ์ ควรปรับปรุง

9. กิจกรรมการเรียนรู้

วิธีการสอนแบบอุปนัย

แผนที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1) ให้นักเรียนจับคู่ แล้วตอบคำถามบนกระดานลงในกระดาษคำตอบที่ครูเตรียมไว้ คำถาม จงหาฟังก์ชัน y เมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชัน (y') ให้ดังต่อไปนี้ คู่ละ 2 คำตอบห้ามซ้ำกัน

$$y' = 1, y' = 5, y' = 2x, y' = 3x^2$$

2) ครูสุ่มคำตอบของนักเรียน 5 คู่ เขียนบนกระดาน แล้วถามนักเรียนว่าคำตอบเหล่านี้ ถูกต้องหรือไม่ แล้วทำไมคำตอบที่ถูกต้องจึงมีหลายคำตอบ

ขั้นสอน

1) ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ $f(x) = 2x$ ครูบอกนักเรียนว่า $F(x) = x^2 + 2$ “เป็นมโนทัศน์” ครูนำเสนอตัวอย่างที่ไม่เป็น “ไม่เป็นมโนทัศน์”

วิธีการสอนแบบนินัย

แผนที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1) ให้นักเรียนจับคู่ แล้วตอบคำถามบนกระดานลงในกระดาษคำตอบที่ครูเตรียมไว้ คำถาม จงหาฟังก์ชัน y เมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชัน (y') ให้ดังต่อไปนี้ คู่ละ 2 คำตอบ ห้ามซ้ำกัน

$$y' = 1, y' = 5, y' = 2x, y' = 3x^2$$

2) ครูสุ่มคำตอบของนักเรียน 5 คู่ เขียนบนกระดาน แล้วถามนักเรียนว่าคำตอบเหล่านี้ถูกต้องหรือไม่ แล้วทำไมคำตอบที่ถูกต้องจึงมีหลายคำตอบ

ขั้นสอน

1) ครูบอกชื่อมโนทัศน์ว่าเป็นคือ ปฏิยานุพันธ์ และนิยามของปฏิยานุพันธ์คือ ฟังก์ชัน F เป็นปฏิยานุพันธ์ของ f เมื่อ

วิธีการสอนแบบอุปนัย (ต่อ)

มโนทัศน์ $F(x) = 2x - 4$ ครูบอกนักเรียนว่า

2) นักเรียนพิจารณาตัวอย่างในข้อ 1) แล้วจับคู่ ทำใบกิจกรรมที่ 1 ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อทดลองสร้างสมมติฐานเกี่ยวกับมโนทัศน์จากคำถามท้ายใบกิจกรรม โดยครูตรวจสมมติฐานแต่ละคู่

3) ครูนำเสนอตัวอย่างเพิ่มเติมที่เป็นมโนทัศน์ สำหรับนักเรียนที่สมมติฐานไม่ถูกต้องจาก

$$f(x) = x^4 \text{ ครูบอกนักเรียนว่า } F(x) = \frac{x^5}{5} - 2$$

“เป็นมโนทัศน์” ครูนำเสนอตัวอย่าง

ที่ไม่เป็นมโนทัศน์ $F(x) = 4x^5 + 3$ ครูบอกนักเรียนว่า “ไม่เป็นมโนทัศน์”

4) นักเรียนพิจารณาตัวอย่างในข้อ 3) เพื่อให้ให้นักเรียนกำหนดสมมติฐานใหม่

5) ครูเฉลยสมมติฐานที่ถูกต้อง แล้วบอกชื่อมโนทัศน์ว่าเป็นปฏิยานุพันธ์ และนิยามปฏิยานุพันธ์คือ ฟังก์ชัน F เป็นปฏิยานุพันธ์

ของ f เมื่อ $F'(x) = f(x)$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f

6) ให้นักเรียนร่วมพิจารณาวิธีหาคำตอบในตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในเอกสารประกอบการเรียน แล้วทำแบบฝึกหัด 1

ขั้นสรุป

1) นักเรียนอภิปรายวิธีการที่ใช้กำหนดสมมติฐานเพื่อทำความเข้าใจมโนทัศน์ของปฏิยานุพันธ์ โดยสุ่มนักเรียนอภิปราย

2) นักเรียนสรุปชื่อ และลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ลงในกระดาษ A4

วิธีการสอนแบบนิรนัย (ต่อ)

$F'(x) = f(x)$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f

2) ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ $f(x) = 2x$ ครูบอกนักเรียนว่า

$F(x) = x^2 + 2$ “เป็นมโนทัศน์” ครูนำเสนอตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์

$F(x) = 2x - 4$ ครูบอกนักเรียนว่า “ไม่เป็นมโนทัศน์”

3) นักเรียนพิจารณาตัวอย่างในข้อ 2) แล้วนักเรียนจับคู่กัน ทำใบกิจกรรมที่ 1 ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อทดสอบความ

เข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ในใบกิจกรรม 4) ครูนำเสนอตัวอย่างเพิ่มเติมที่เป็นมโนทัศน์

สำหรับนักเรียนที่สมมติฐานไม่ถูกต้องจาก $f(x) = x^4$ ครูบอกนักเรียนว่า

$$F(x) = \frac{x^5}{5} - 2 \text{ “เป็นมโนทัศน์”}$$

ครูนำเสนอตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์

$F(x) = 4x^5 + 3$ ครูบอกนักเรียนว่า “ไม่เป็นมโนทัศน์”

5) ให้นักเรียนร่วมพิจารณาวิธีหาคำตอบในตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในเอกสารประกอบการเรียน แล้วทำแบบฝึกหัด 1

ขั้นสรุป

1) นักเรียนอภิปรายวิธีการที่ใช้กำหนดสมมติฐานเพื่อทำความเข้าใจมโนทัศน์ของปฏิยานุพันธ์ โดยสุ่มนักเรียนอภิปราย

2) นักเรียนสรุปชื่อ และลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ที่ถูกต้องในกระดาษ A4

10. สื่อการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 1, เอกสารประกอบการเรียน

11. แหล่งการเรียนรู้

-

12. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

13. แนวทางในการแก้ไขหรือพัฒนา

14. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ใบกิจกรรมที่ 1 ปฏิยานุพันธ์

ให้นักเรียนใส่เครื่องหมาย ✓ ในช่องว่าง $F(x)$ แต่ละข้อที่มีลักษณะบางประการร่วมกันซึ่งเป็น
มโนทัศน์ของปฏิยานุพันธ์ และเขียนคำตอบลงไปด้านล่างดังตัวอย่างในข้อ 1, 4 และข้อ 7

ตัวอย่าง

1. $f(x) = 1$ จะได้

✓ 1) $F(x) = x$

..... 2) $F(x) = 2x$

..... 3) $F(x) = x^2$

✓ 4) $F(x) = x + 1$

✓ 5) $F(x) = x - 5$

..... 6) $F(x) = x^3 - 1$

..... 7) $F(x) = 4$

✓ 8) $F(x) = x + 7$

..... 9) $F(x) = -x + 2$

✓ 10) $F(x) = x - 3$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = 1$ แล้ว $F(x)$ คือ

$F(x) = x$

$F(x) = x + 1$

$F(x) = x - 5$

$F(x) = x + 7$

$F(x) = x - 3$

2. $f(x) = 2$ จะได้

..... 1) $F(x) = 2$

..... 2) $F(x) = 2x - 1$

..... 3) $F(x) = x^2$

..... 4) $F(x) = x^3 - 1$

..... 5) $F(x) = 2x$

..... 6) $F(x) = 2x + 8$

..... 7) $F(x) = x^2 - 2$

..... 8) $F(x) = 2x - 2$

..... 9) $F(x) = x^2 - 1$

..... 10) $F(x) = 2x + 2$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = 2$ แล้ว $F(x)$ คือ

3. $f(x) = -3$ จะได้

..... 1) $F(x) = -3x - 1$

..... 2) $F(x) = 6x$

..... 3) $F(x) = 7x^2$

..... 4) $F(x) = x^3 + 3$

..... 5) $F(x) = -3x + 3$

..... 6) $F(x) = -3x - 9$

..... 7) $F(x) = -3x$

..... 8) $F(x) = x^3 + 7$

..... 9) $F(x) = x^3 - 12$

..... 10) $F(x) = -3x - 1.7$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = -3$ แล้ว $F(x)$ คือ

4. $f(x) = x$ จะได้ว่า

✓ 1) $F(x) = \frac{x^2}{2}$

..... 2) $F(x) = 2x$

..... 3) $F(x) = x^2$

✓ 4) $F(x) = \frac{x^2}{2} + 1$

✓ 5) $F(x) = \frac{x^2}{2} - 5$

..... 6) $F(x) = x^3 - 1$

..... 7) $F(x) = 4$

✓ 8) $F(x) = \frac{x^2}{2} + 7$

..... 9) $F(x) = -x + 2$

..... 10) $F(x) = x - 3$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = x$ แล้ว $F(x)$ คือ

$$F(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 1$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - 5$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 7$$

5. $f(x) = 5x$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = 2$

..... 2) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 1$

..... 3) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 5$

..... 4) $F(x) = x^3 - 1$

..... 5) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 100$

..... 6) $F(x) = \frac{5x^2}{2} + 45$

..... 7) $F(x) = x^2 - 2$

..... 8) $F(x) = \frac{5x^2}{2} + 7$

..... 9) $F(x) = x^5 - 1$

..... 10) $F(x) = \frac{5x^2}{2} + 22$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = 5x$ แล้ว $F(x)$ คือ

6. $f(x) = -7x$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 8$

..... 2) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 8$

..... 3) $F(x) = 3x^2$

..... 4) $F(x) = x^3 + 3$

..... 5) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 17$

..... 6) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 35$

..... 7) $F(x) = 3x$

..... 8) $F(x) = x^3 + 17$

..... 9) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 3$

..... 10) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 10$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = -7x$ แล้ว $F(x)$ คือ

7. $f(x) = x^2$ จะได้

✓ 1) $F(x) = \frac{x^3}{3}$

..... 2) $F(x) = 2x$

..... 3) $F(x) = x^2$

✓ 4) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 3$

✓ 5) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 7$

..... 6) $F(x) = x^3 - 1$

..... 7) $F(x) = 4$

✓ 8) $F(x) = \frac{x^3}{3} + 35$

..... 9) $F(x) = -x + 2$

..... 10) $F(x) = x - 3$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = x^2$ แล้ว $F(x)$ คือ

$$F(x) = \frac{x^3}{3}$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - 3$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - 5$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + 35$$

8. $f(x) = -8x^2$ จะได้

..... 1) $F(x) = 2$

..... 2) $F(x) = 7x - 1$

..... 3) $F(x) = \frac{-8x^3}{3}$

..... 4) $F(x) = x^3 - 1$

..... 5) $F(x) = \frac{-8x^3}{3} - 7$

..... 6) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 5$

..... 7) $F(x) = \frac{-8x^3}{3} + 3$

..... 8) $F(x) = \frac{4x^3}{3} - 7$

..... 9) $F(x) = \frac{-8x^3}{3} + 5$

..... 10) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 20$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = -8x^2$ แล้ว $F(x)$ คือ

9. $f(x) = 4x^2$ จะได้

..... 1) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 8$

..... 2) $F(x) = \frac{4x^3}{3} - 2$

..... 3) $F(x) = 7x^2$

..... 4) $F(x) = 2x^3 - 1$

..... 5) $F(x) = \frac{4x^3}{3} - 7$

..... 6) $F(x) = \frac{4x^3}{3} - 8$

..... 7) $F(x) = \frac{4x^3}{3} + 1.1$

..... 8) $F(x) = x^3 + 1$

..... 9) $F(x) = \frac{4x^3}{3} + 11$

..... 10) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 20$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = 4x^2$ แล้ว $F(x)$ คือ

10. $f(x) = x^3$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = \frac{x^4}{4} - 1$

..... 2) $F(x) = 2x$

..... 3) $F(x) = \frac{x^4}{4}$

..... 4) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 5$

..... 5) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 3$

..... 6) $F(x) = x^3 - 1$

..... 7) $F(x) = 4$

..... 8) $F(x) = \frac{x^4}{4} - 100$

..... 9) $F(x) = -x + 2$

..... 10) $F(x) = x - 3$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = x^3$ แล้ว $F(x)$ คือ

11. $f(x) = x^8$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = 2$

..... 2) $F(x) = 7x - 1$

..... 3) $F(x) = \frac{x^9}{9} - 3$

..... 4) $F(x) = x^3 - 1$

..... 5) $F(x) = 4x$

..... 6) $F(x) = \frac{x^9}{9} + 7$

..... 7) $F(x) = \frac{x^9}{9} - 3.5$

..... 8) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 1$

..... 9) $F(x) = \frac{x^9}{9} + 9$

..... 10) $F(x) = \frac{x^9}{9} - 99$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = x^8$ แล้ว $F(x)$ คือ

12. $f(x) = x^{20}$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} - 20$

..... 2) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 20$

..... 3) $F(x) = 3x^2$

..... 4) $F(x) = x^3 + 3$

..... 5) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 120$

..... 6) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 8$

..... 7) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} - 11$

..... 8) $F(x) = x^3 + 1$

..... 9) $F(x) = \frac{x^{21}}{21}$

..... 10) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 77$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = x^{20}$ แล้ว $F(x)$ คือ

คำถาม จากกิจกรรมข้างต้น อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $F(x)$ กับ ปรดิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x)$ มีความสัมพันธ์กันคือ

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 ปฏิยานุพันธ์

1. $f(x) = 1$ จะได้

✓ 1) $F(x) = x$

..... 2) $F(x) = 2x$

..... 3) $F(x) = x^2$

✓ 4) $F(x) = x + 1$

✓ 5) $F(x) = x - 5$

..... 6) $F(x) = x^3 - 1$

..... 7) $F(x) = 4$

✓ 8) $F(x) = x + 7$

..... 9) $F(x) = -x + 2$

✓ 10) $F(x) = x - 3$

จากคำตอบด้านบนบนจะได้

$f(x) = 1$ แล้ว $F(x)$ คือ

$F(x) = x$

$F(x) = x + 1$

$F(x) = x - 5$

$F(x) = x + 7$

$F(x) = x - 3$

2. $f(x) = 2$ จะได้

..... 1) $F(x) = 2$

✓ 2) $F(x) = 2x - 1$

..... 3) $F(x) = x^2$

..... 4) $F(x) = x^3 - 1$

✓ 5) $F(x) = 2x$

✓ 6) $F(x) = 2x + 8$

..... 7) $F(x) = x^2 - 2$

✓ 8) $F(x) = 2x - 2$

..... 9) $F(x) = x^2 - 1$

✓ 10) $F(x) = 2x + 2$

จากคำตอบด้านบนบนจะได้

$f(x) = 2$ แล้ว $F(x)$ คือ

$F(x) = 2x - 1$

$F(x) = 2x$

$F(x) = 2x + 8$

$F(x) = 2x - 2$

$F(x) = 2x + 2$

3. $f(x) = -3$ จะได้

✓ 1) $F(x) = -3x - 1$

..... 2) $F(x) = 6x$

..... 3) $F(x) = 7x^2$

..... 4) $F(x) = x^3 + 3$

✓ 5) $F(x) = -3x + 3$

✓ 6) $F(x) = -3x - 9$

✓ 7) $F(x) = -3x$

..... 8) $F(x) = x^3 + 7$

..... 9) $F(x) = x^3 - 12$

✓ 10) $F(x) = -3x - 1.7$

จากคำตอบด้านบนบนจะได้

$f(x) = -3$ แล้ว $F(x)$ คือ

$F(x) = -3x - 1$

$F(x) = -3x + 3$

$F(x) = -3x - 9$

$F(x) = -3x$

$F(x) = -3x - 1.7$

4. $f(x) = x$ จะได้ว่า

✓ 1) $F(x) = \frac{x^2}{2}$

..... 2) $F(x) = 2x$

..... 3) $F(x) = x^2$

✓ 4) $F(x) = \frac{x^2}{2} + 1$

✓ 5) $F(x) = \frac{x^2}{2} - 5$

..... 6) $F(x) = x^3 - 1$

..... 7) $F(x) = 4$

✓ 8) $F(x) = \frac{x^2}{2} + 7$

..... 9) $F(x) = -x + 2$

..... 10) $F(x) = x - 3$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = x$ แล้ว $F(x)$ คือ

$F(x) = \frac{x^2}{2}$

$F(x) = \frac{x^2}{2} + 1$

$F(x) = \frac{x^2}{2} - 5$

$F(x) = \frac{x^2}{2} + 7$

5. $f(x) = 5x$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = 2$

✓ 2) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 1$

✓ 3) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 5$

..... 4) $F(x) = x^3 - 1$

✓ 5) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 100$

✓ 6) $F(x) = \frac{5x^2}{2} + 45$

..... 7) $F(x) = x^2 - 2$

✓ 8) $F(x) = \frac{5x^2}{2} + 7$

..... 9) $F(x) = x^5 - 1$

✓ 10) $F(x) = \frac{5x^2}{2} + 22$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = 5x$ แล้ว $F(x)$ คือ

$F(x) = \frac{5x^2}{2} - 1$

$F(x) = \frac{5x^2}{2} - 5$

$F(x) = \frac{5x^2}{2} - 100$

$F(x) = \frac{5x^2}{2} + 45$

$F(x) = \frac{5x^2}{2} + 7$

$F(x) = \frac{5x^2}{2} + 22$

6. $f(x) = -7x$ จะได้ว่า

✓ 1) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 8$

✓ 2) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 8$

..... 3) $F(x) = 3x^2$

..... 4) $F(x) = x^3 + 3$

✓ 5) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 17$

✓ 6) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 35$

..... 7) $F(x) = 3x$

..... 8) $F(x) = x^3 + 17$

✓ 9) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 3$

✓ 10) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 10$

จากคำตอบด้านบนจะได้

$f(x) = -7x$ แล้ว $F(x)$ คือ

$F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 8$

$F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 8$

$F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 17$

$F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 35$

$F(x) = \frac{-7x^2}{2} - 3$

$F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 10$

7. $f(x) = x^2$ จะได้ว่า

✓ 1) $F(x) = \frac{x^3}{3}$

..... 2) $F(x) = 2x$

..... 3) $F(x) = x^2$

✓ 4) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 3$

✓ 5) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 7$

..... 6) $F(x) = x^3 - 1$

..... 7) $F(x) = 4$

✓ 8) $F(x) = \frac{x^3}{3} + 35$

..... 9) $F(x) = -x + 2$

..... 10) $F(x) = x - 3$

จากคำตอบด้านบนจะได้

 $f(x) = x^2$ แล้ว $F(x)$ คือ

$$F(x) = \frac{x^3}{3}$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - 3$$

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - 5$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + 35$$

8. $f(x) = -8x^2$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = 2$

..... 2) $F(x) = 7x - 1$

✓ 3) $F(x) = \frac{-8x^3}{3}$

..... 4) $F(x) = x^3 - 1$

✓ 5) $F(x) = \frac{-8x^3}{3} - 7$

..... 6) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 5$

✓ 7) $F(x) = \frac{-8x^3}{3} + 3$

..... 8) $F(x) = \frac{4x^3}{3} - 7$

✓ 9) $F(x) = \frac{-8x^3}{3} + 5$

..... 10) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 20$

จากคำตอบด้านบนจะได้

 $f(x) = -8x^2$ แล้ว $F(x)$ คือ

$$F(x) = \frac{-8x^3}{3}$$

$$F(x) = \frac{-8x^3}{3} - 7$$

$$F(x) = \frac{-8x^3}{3} + 3$$

$$F(x) = \frac{-8x^3}{3} + 5$$

9. $f(x) = 4x^2$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 8$

✓ 2) $F(x) = \frac{4x^3}{3} - 2$

..... 3) $F(x) = 7x^2$

..... 4) $F(x) = 2x^3 - 1$

✓ 5) $F(x) = \frac{4x^3}{3} - 7$

✓ 6) $F(x) = \frac{4x^3}{3} - 8$

✓ 7) $F(x) = \frac{4x^3}{3} + 1.1$

..... 8) $F(x) = x^3 + 1$

✓ 9) $F(x) = \frac{4x^3}{3} + 11$

..... 10) $F(x) = \frac{-7x^2}{2} + 20$

จากคำตอบด้านบนจะได้

 $f(x) = 4x^2$ แล้ว $F(x)$ คือ

$$F(x) = \frac{4x^3}{3} - 2$$

$$F(x) = \frac{4x^3}{3} - 7$$

$$F(x) = \frac{4x^3}{3} - 8$$

$$F(x) = \frac{4x^3}{3} + 1.1$$

$$F(x) = \frac{4x^3}{3} + 11$$

10. $f(x) = x^4$ จะได้ว่า

✓ 1) $F(x) = \frac{x^4}{4} - 1$

..... 2) $F(x) = 2x$

✓ 3) $F(x) = \frac{x^4}{4}$

✓ 4) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 5$

✓ 5) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 3$

..... 6) $F(x) = x^3 - 1$

..... 7) $F(x) = 4$

✓ 8) $F(x) = \frac{x^4}{4} - 100$

..... 9) $F(x) = -x + 2$

..... 10) $F(x) = x - 3$

จากคำตอบด้านบนจะได้

 $f(x) = x^4$ แล้ว $F(x)$ คือ

$$F(x) = \frac{x^4}{4} - 1$$

$$F(x) = \frac{x^4}{4}$$

$$F(x) = \frac{x^4}{4} + 5$$

$$F(x) = \frac{x^4}{4} + 3$$

$$F(x) = \frac{x^4}{4} - 100$$

11. $f(x) = x^8$ จะได้ว่า

..... 1) $F(x) = 2$

..... 2) $F(x) = 7x - 1$

✓ 3) $F(x) = \frac{x^9}{9} - 3$

..... 4) $F(x) = x^3 - 1$

..... 5) $F(x) = 4x$

✓ 6) $F(x) = \frac{x^9}{9} + 7$

✓ 7) $F(x) = \frac{x^9}{9} - 3.5$

..... 8) $F(x) = \frac{5x^2}{2} - 1$

✓ 9) $F(x) = \frac{x^9}{9} + 9$

✓ 10) $F(x) = \frac{x^9}{9} - 99$

จากคำตอบด้านบนจะได้

 $f(x) = x^8$ แล้ว $F(x)$ คือ

$$F(x) = \frac{x^9}{9} - 3$$

$$F(x) = \frac{x^9}{9} + 7$$

$$F(x) = \frac{x^9}{9} - 3.5$$

$$F(x) = \frac{x^9}{9} + 9$$

$$F(x) = \frac{x^9}{9} - 99$$

12. $f(x) = x^{20}$ จะได้ว่า

✓ 1) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} - 20$

✓ 2) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 20$

..... 3) $F(x) = 3x^2$

..... 4) $F(x) = x^3 + 3$

✓ 5) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 120$

✓ 6) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 8$

✓ 7) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} - 11$

..... 8) $F(x) = x^3 + 1$

..... 9) $F(x) = \frac{x^{20}}{21}$

✓ 10) $F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 77$

จากคำตอบด้านบนจะได้

 $f(x) = x^{20}$ แล้ว $F(x)$ คือ

$$F(x) = \frac{x^{21}}{21} - 20$$

$$F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 20$$

$$F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 8$$

$$F(x) = \frac{x^{21}}{21} - 11$$

$$F(x) = \frac{x^{21}}{21} + 77$$

คำถาม จากกิจกรรมข้างต้น อนุพันธ์ของฟังก์ชัน $F(x)$ กับ ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน $f(x)$ มีความสัมพันธ์กันคือ

ตอบ ฟังก์ชัน F เป็นปฏิยานุพันธ์ของ f เมื่อ $F'(x) = f(x)$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f

บทนิยาม ฟังก์ชัน F เป็นปฏิยานุพันธ์ของ f เมื่อ $F'(x) = f(x)$ สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในโดเมนของ f

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $f(x) = 2x$ จงหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f

วิธีทำ จากสูตรอนุพันธ์เราสามารถได้ว่า

$$\text{ถ้า } F(x) = 2x^2 \text{ แล้วจะได้ } F'(x) = 4x$$

$$\text{ดังนั้น } F(x) = 2x^2 \text{ ไม่เป็นปฏิยานุพันธ์ของ } f(x) = 2x$$

ลองพิจารณา

$$F(x) = x^2 \quad \text{จะได้ว่า } F'(x) = 2x \text{ ซึ่งเป็นปฏิยานุพันธ์ของ } f(x) = 2x$$

$$\text{และถ้าให้ } F(x) = x^2 + 10 \text{ หรือ } F(x) = x^2 - 5.2 \text{ จะได้ว่า } F'(x) = 2x$$

ดังนั้น ให้ c เป็นค่าคงที่ใดๆ จะได้ว่า

$$F(x) = x^2 + c \quad \text{เป็นปฏิยานุพันธ์ของ } f(x) = 2x \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $f(x) = 3x^2 + x$ จงหาปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f

วิธีทำ จากตัวอย่างที่ 1 และให้ c เป็นค่าคงที่ใดๆ จะได้ว่า

$$F(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} + c \quad \text{เป็นปฏิยานุพันธ์ของ } f(x) = 3x^2 + x \quad \text{ตอบ}$$

4.2 ทักษะกระบวนการ

2. การให้เหตุผล

3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

5. สมรรถนะ

1. ความสามารถในการคิด

3. ความสามารถในการสื่อสาร

6. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์

2. ซื่อสัตย์สุจริต

3. มีวินัย

4. ใฝ่เรียนรู้

5. อยู่อย่างพอเพียง

6. มุ่งมั่นในการทำงาน

7. รักความเป็นไทย

8. มีจิตสาธารณะ

7. ภาระงาน/หลักฐานการเรียนรู้

ชื่อภาระงาน แบบฝึกหัดที่ 1

เงื่อนไขหรือคำสั่ง ทำแบบฝึกหัดและใบกิจกรรม ตามคำสั่งที่กำหนดไว้

8. การประเมินผล

1. ผู้ประเมิน ครูผู้สอนและนักเรียน

2. สิ่งที่ต้องประเมิน แบบฝึกหัด

3. ประเด็นการประเมิน

ความถูกต้องของการทำแบบฝึกหัด

4. เกณฑ์การประเมิน

การประเมินแบบฝึกหัด

- ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง	7-10	ข้อ	อยู่ในเกณฑ์ ดี
- ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง	4-6	ข้อ	อยู่ในเกณฑ์ พอใช้
- ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง	0-3	ข้อ	อยู่ในเกณฑ์ ควรปรับปรุง

9. กิจกรรมการเรียนรู้

แผนที่ 1 ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1) ให้นักเรียนจับคู่ แล้วตอบคำถามบนกระดาษลงในกระดาษคำตอบที่ครูเตรียมไว้ คำถาม จงหาฟังก์ชัน y เมื่อกำหนดอนุพันธ์ของฟังก์ชัน (y') ให้ดังต่อไปนี้ คู่ละ 2 คำตอบ ห้ามซ้ำกัน $y' = 1, y' = 5, y' = 2x, y' = 3x^2$

2) ครูสุ่มคำตอบของนักเรียน 5 คู่ เขียนบนกระดาน แล้วถามนักเรียนว่าคำตอบเหล่านี้ถูกต้องหรือไม่ แล้วทำไมคำตอบที่ถูกต้องจึงมีหลายคำตอบ

ขั้นสอน

1) ครูบอกวันนี้เรียนเรื่อง

ปฏิยานุพันธ์ และนิยามของปฏิยานุพันธ์คือ ฟังก์ชัน F เป็นปฏิยานุพันธ์ของ f เมื่อ

$$F'(x) = f(x) \text{ สำหรับทุกค่าของ } x \text{ ที่อยู่ในโดเมนของ } f$$

2) ให้นักเรียนร่วมพิจารณาวิธีหาคำตอบในตัวอย่างที่ 1 และ 2 ในเอกสารประกอบการเรียน แล้วทำแบบฝึกหัด 1

ขั้นสรุป

- 1) นักเรียนอภิปรายวิธีการหาค่าปฏิยานุพันธ์ โดยสื่อนักเรียนอภิปราย
- 2) นักเรียนสรุปชื่อ นิยามและตัวอย่างลงในกระดาษ A4

10. สื่อการเรียนรู้

เอกสารประกอบการเรียน

11. แหล่งการเรียนรู้

-

12. สรุปผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

13. แนวทางการแก้ไขหรือพัฒนา

.....

.....

14. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University

ภาคผนวก

การสร้างและวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธพิสัยที่ต้องการวัด และจำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์
2. ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ตารางที่ 32 พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธพิสัยที่ต้องการวัด และจำนวนข้อของแบบสอบ
ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 20 ข้อ

เนื้อหา	พฤติกรรมที่ต้องการวัด		รวม
	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	
1. อนุพันธ์ฟังก์ชัน	3		3
2. อนุพันธ์ฟังก์ชันประกอบ	1		1
3. อนุพันธ์อันดับสูง	2	1	3
4. การประยุกต์อนุพันธ์	6	7	13
รวม	12	8	20
ร้อยละ	60	40	100

ตารางที่ 33 ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ (IOC) เป็นรายชื่อ
ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
จำนวน 20 ข้อ (ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ทั้งฉบับ
IOC = .82)

ข้อ	IOC	ความหมาย	ข้อ	IOC	ความหมาย
1*	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	11*	.3	ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์
2	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	12	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
(1)			(8)		
3	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	13	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
(2)			(9)		
4	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	14	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
(3)			(10)		
5*	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	15	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
			(11)		
6	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	16	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
(4)			(12)		
7	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	17*	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
(5)					
8	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	18*	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
(6)					
9	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์	19*	0	ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์
(7)					
10*	.3	ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุด ประสงค์	20*	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์

หมายเหตุ

1. ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจ
จำแนกสูงหรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

2. หมายเลขในวงเล็บ หมายถึง ลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้
ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 34 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 20 ข้อ (ค่าความเที่ยงของแบบสอบทั้งฉบับ KR20 = .754)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
1*	1	.053	-.087	
	2	.013	.002	
	3	.928	.107	ง่ายมาก จำแนกดี
	4	.007	-.022	
2 (1)	1	.592	.711	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	2	.145	-.148	
	3	.138	-.326	
	4	.125	-.237	
3 (2)	1	.276	-.409	
	2	.605	.692	ค่อนข้างง่าย จำแนกดีมาก
	3	.066	-.174	
	4	.026	-.065	
4 (3)	1	.421	.350	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	2	.132	-.213	
	3	.362	.037	
	4	.066	-.130	

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูงหรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 34 (ต่อ)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
5*	1	.059	-.130	
	2	.053	-.130	
	3	.849	0.348	ง่ายมาก จำแนกดีมาก
	4	.026	-.065	
6 (4)	1	.013	-.022	
	2	.592	.646	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	3	.368	-.559	
	4	.020	-.043	
7 (5)	1	.092	-.217	
	2	.257	-.389	
	3	.164	-.170	
	4	.480	.776	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
8 (6)	1	.724	.609	ค่อนข้างง่าย จำแนกดีมาก
	2	.197	-.348	
	3	.072	-.239	
	4	.007	-.022	

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูง หรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 34 (ต่อ)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
9	1	.151	-.196	
(7)	2	.151	-.148	
	3	.184	-.144	
	4	.493	.531	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
10*	1	.309	-.448	
	2	.118	-.061	
	3	.461	.592	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	4	.092	-.107	
11*	1	.125	-.170	
	2	.211	-.255	
	3	.316	-.322	
	4	.342	.723	ค่อนข้างยาก จำแนกดีมาก
12	1	.382	.584	ค่อนข้างยาก จำแนกดีมาก
(8)	2	.316	-.064	
	3	.112	-.217	
	4	.184	-.281	

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูง หรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 34 (ต่อ)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
13	1	.125	-.217	
(9)	2	.118	-.239	
	3	.289	-.138	
	4	.461	.594	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
14	1	.408	-.262	
(10)	2	.336	.625	ค่อนข้างยาก จำแนกดีมาก
	3	.151	-.370	
	4	.086	-.020	
15	1	.138	-.150	
(11)	2	.566	.624	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	3	.191	-.391	
	4	.105	.083	
16	1	.086	-.174	
(12)	2	.237	-.253	
	3	.171	.213	
	4	.500	.255	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยากหรือค่าอำนาจจำแนกสูงหรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 34 (ต่อ)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
17*	1	.158	-.192	
	2	.237	-.255	
	3	.309	.213	
	4	.289	.255	ค่อนข้างยาก จำแนกดีมาก
18*	1	.349	.140	ค่อนข้างยาก จำแนกดี
	2	.164	-.235	
	3	.408	.202	
	4	.072	-.085	
19*	1	.322	-.110	ค่อนข้างยาก จำแนกไม่ได้
	2	.171	-.142	
	3	.217	.108	
	4	.204	.316	
20*	1	.191	.322	
	2	.257	.108	ค่อนข้างยาก จำแนกดี
	3	.270	-.316	
	4	.283	-.114	

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูง หรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 35 พฤติกรรมการเรียนรู้ด้านพุทธพิสัยที่ต้องการวัด และจำนวนข้อของแบบทดสอบ
ผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องปริพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 20 ข้อ

เนื้อหา	พฤติกรรมที่ต้องการวัด		รวม
	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	
1. ปฏิยานุพันธ์	1		1
2. ปริพันธ์ไม่จำกัดเขต	4		4
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริพันธ์ไม่จำกัดเขต		5	5
4. ปริพันธ์จำกัดเขต	3		3
5. พื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งกับแกน X		3	3
6. การหาพื้นที่ระหว่างเส้นโค้ง		4	4
รวม	8	12	20
ร้อยละ	40	60	100

ตารางที่ 36 คำนวณความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ (IOC) เป็นรายชื่อ
ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริพันธ์ของฟังก์ชัน
จำนวน 20 ข้อ (คำนวณความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ฉบับ
IOC = .795)

ข้อ	IOC	ความหมาย
1(1)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
2(2)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
3(3)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
4(4)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
5*	.3	ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์
6*	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
7*	.3	ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์
8(5)	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
9(6)	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
10*	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์

หมายเหตุ

- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจ
จำแนกสูง หรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึง ลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้
ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 36 (ต่อ)

ข้อ	IOC	ความหมาย
11(7)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
12(8)	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
13*	.3	ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์
14(9)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
15(10)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
16(11)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
17*	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
18*	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
19(12)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
20*	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์

หมายเหตุ

- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูง หรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึง ลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 37 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์
การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 20 ข้อ
(ค่าความเที่ยงของแบบสอบทั้งฉบับ KR 20 = .776)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
1	1	.118	-.250	
(1)	2	.605	.706	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	3	.086	-.165	
	4	.178	-.290	
2	1	.072	-.109	
(2)	2	.632	.547	ค่อนข้างง่าย จำแนกดีมาก
	3	.072	-.103	
	4	.224	-.334	
3	1	.480	.688	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
(3)	2	.164	-.141	
	3	.197	-.376	
	4	.145	-.152	
4	1	.086	-.140	
(4)	2	.217	-.292	
	3	.612	.470	ค่อนข้างง่าย จำแนกดีมาก
	4	.066	-.016	

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูง หรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 37 (ต่อ)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
5*	1	.184	-.033	
	2	.401	.136	
	3	.145	-.038	
	4	.020	.071	ยากมาก จำแนกดี
6*	1	.217	-.245	
	2	.408	.167	
	3	.178	-.189	
	4	.184	.303	ยากมาก จำแนกดีมาก
7*	1	.125	-.147	
	2	.296	-.287	
	3	.454	.405	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	4	.118	.004	
8 (5)	1	.566	.535	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	2	.158	-.165	
	3	.204	-.225	
	4	.066	-.145	

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูง หรือต่ำกว่าหรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 37 (ต่อ)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
9	1	.138	-.207	
(6)	2	.211	-.225	
	3	.118	-.194	
	<u>4</u>	.526	.626	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
10*	1	.217	-.135	
	2	.237	-.075	
	3	.217	-.298	
	<u>4</u>	.322	.527	ค่อนข้างยาก จำแนกดีมาก
11	1	.072	-.164	
(7)	<u>2</u>	.612	.661	ค่อนข้างง่าย จำแนกดีมาก
	3	.072	-.164	
	4	.211	-.298	
12	1	.158	-.303	
(8)	<u>2</u>	.566	.740	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	3	.158	-.200	
	4	.099	-.218	

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูง หรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 37 (ต่อ)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
13*	<u>1</u>	.368	.311	ก่อนข้างยาก จำแนกดีมาก
	2	.322	-.126	
	3	.224	-.094	
	4	.066	-.056	
14 (9)	1	.191	-.334	
	2	.164	-.273	
	3	.099	-.056	
15 (10)	<u>4</u>	.533	.681	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	1	.230	-.329	
	2	.086	-.164	
	3	.118	-.134	
16 (11)	<u>4</u>	.539	.603	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	1	.164	-.303	
	2	.145	-.243	
	3	.599	.621	
	4	.066	-.061	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจจำแนกสูงหรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 37 (ต่อ)

ข้อ	ตัวเลือก	p	r	ความหมาย
17*	1	.211	-.007	
	2	.362	-.288	
	3	.178	-.026	
	4	.243	.307	ค่อนข้างยาก จำแนกดีมาก
18*	1	.145	-.267	
	2	.480	.316	
	3	.309	-.107	
	4	.066	-.134	ยากมาก จำแนกไม่ได้
19 (12)	1	.461	.615	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
	2	.211	-.261	
	3	.158	-.243	
	4	.138	-.143	
20*	1	.296	.031	ค่อนข้างยาก จำแนกดี
	2	.250	.026	
	3	.309	.024	
	4	.138	-.081	

หมายเหตุ

- ตัวเลือกที่เป็นตัวหนาและขีดเส้นใต้ หมายถึงตัวเลือกที่เป็นคำตอบ และค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบสอบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
- ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยากหรือค่าอำนาจจำแนกสูงหรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
- หมายเลขในวงเล็บ หมายถึงลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 38 คำนวณความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ (IOC) เป็นรายชื่อของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ความคิดเชิงมโนทัศน์ เรื่อง ปริพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 7 ข้อ (คำนวณความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ฉบับ IOC = .64)

ข้อ	IOC	ความหมาย
1 (1)	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
2*	.3	ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์
3 (2)	.6	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
4*	.0	ข้อคำถามไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์
5 (3)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
6 (4)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์
7 (5)	1	ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์

หมายเหตุ

1. ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยากหรือค่าอำนาจจำแนกสูงหรือต่ำกว่าหรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

2. หมายเลขในวงเล็บ หมายถึง ลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 39 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายชื่อของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์
 ความคิดเชิงมโนทัศน์เรื่องปริพันธ์ของฟังก์ชัน จำนวน 7 ข้อ
 (ค่าความเที่ยงของแบบสอบทั้งฉบับสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค = .618)

ข้อ	p	r	ความหมาย
1 (1)	.56	.51	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
2*	.81	.29	ง่ายมาก จำแนกดีมาก
3 (2)	.57	.53	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
4*	.55	.31	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
5 (3)	.23	.35	ค่อนข้างยาก จำแนกดีมาก
6 (4)	.55	.57	ยากปานกลาง จำแนกดีมาก
7 (5)	.63	.56	ค่อนข้างง่าย จำแนกดีมาก

หมายเหตุ

1. ข้อที่มีเครื่องหมาย * หมายถึง ข้อที่ตัดออก เนื่องจากมีค่าความยาก หรือค่าอำนาจ
 จำแนกสูง หรือต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

2. หมายเลขในวงเล็บ หมายถึง ลำดับข้อคำถามในแบบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้
 ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง