

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้จัดได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการพัฒนากระบวนการเรียนรู้และทักษะสำหรับชีวิตจริงตามโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA)
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลลัพธ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติอวิชาคณิตศาสตร์ด้านการตระหนักร霆 คุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง

1. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการพัฒนากระบวนการเรียนรู้และทักษะสำหรับชีวิตจริงตามโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA)

เป้าหมายของการศึกษาทุกรอบในปัจจุบัน คือ การเตรียมตัวเยาวชนให้มีความรู้และทักษะที่จำเป็นสำหรับการเป็นประชาชนที่รู้เรื่อง มีคุณภาพและศักยภาพในการแข่งขันในเศรษฐกิจโลก ดังนั้น การศึกษาที่แข่งขัน ได้ต้องเป็นการศึกษาระดับโลก ซึ่งจำเป็นที่ต้องเฝ้าระวังและติดตาม ประเมินคุณภาพการศึกษาของเราว่า เที่ยวนักเรียนทั่วโลกหรือไม่ เพียงใด (สุนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549, หน้า 5) มีการประเมินผลนักเรียนนานาชาติที่เป็นที่ยอมรับอย่างมากและมี prestige มากที่สุด คือ โครงการ TIMSS และ PISA ซึ่งเป็นตัวสะท้อนถึงคุณภาพการศึกษาระดับโลก

ความแตกต่างของ 2 โครงการ (สุนีย์ คล้ายนิล, 2545, หน้า 10 – 11) สรุปได้ดังนี้

1. TIMSS ถูกออกแบบมาเพื่อบอกผลการเรียนของเด็กในวัยต่าง ๆ เช่น ในวัย ประถมศึกษา มัธยมต้น และมัธยมปลาย แต่ PISA ถูกออกแบบมาเพื่อให้บอกร่วมกันที่เกิดขึ้นของ การศึกษาภาคบังคับที่จัดให้แก่ประชาชน

2. PISA ประกอบด้วยโครงการการศึกษาเป็นระยะ ไม่ใช่เป็นการทำครั้งเดียวเสร็จ จึงสามารถให้ข้อมูลเปรียบเทียบจากการศึกษาครั้งหนึ่งกับครั้งต่อ ๆ ไป ประเทศที่เข้าร่วมโครงการจึงสามารถใช้ข้อมูล ติดตามคุณภาพผลการจัดการศึกษาของตนได้

3. TIMSS ประเมินผลตามเนื้อหาในหลักสูตร แต่ PISA มองที่ประเด็นที่ถือว่าจำเป็นสำหรับอนาคต PISA จึงไม่ประเมินตามสิ่งที่สอนอยู่ในหลักสูตรของประเทศที่เข้าร่วมโครงการ แต่จะประเมินว่าระบบการศึกษาได้ให้การศึกษาเพื่อเตรียมประชาชนให้เป็นผู้ใหญ่และอยู่ในสังคมในอนาคตได้ดีเพียงใด หรือกล่าวได้ว่า TIMSS มองสภาพปัจจุบัน แต่ PISA มองอนาคต ดังนั้น ข้อสอบส่วนใหญ่ของ PISA จึงเป็นการใช้ความรู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการนักลิงเนื้อหาหรือเรียกความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาสาระตามหลักสูตร

4. ข้อสอบ TIMSS ส่วนมากเป็นข้อสอบสั้น ๆ ให้เลือกคำตอบเดียว และถึงแม้จะเป็นข้อสอบที่เขียนตอบก็จะเป็นการเติมคำสั้น ๆ มีคำตอบแน่นอน และมีประมาณ 8 % ที่ต้องการคำตอบหลาย แต่ข้อสอบของ PISA ส่วนมากเป็นคำตอบที่สามารถตอบได้หลายแบบ ความถูกต้องของคำตอบขึ้นอยู่กับเหตุผลที่ถูกและข้อสอบประมาณ 35 % เป็นข้อสอบที่ต้องการคำตอบที่มีการอธิบาย

โครงการ PISA ริเริ่มโดย องค์กรความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) แม้ว่าจะเป็นองค์กรเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ แต่ก็ยังคงอ้างอิงถึงความต้องการเบื้องต้นว่า การพัฒนาทางการศึกษานำไปสู่ความสำเร็จของการพัฒนาทางเศรษฐกิจ ด้วยเหตุนี้ OECD จึงให้ความสำคัญกับตัวบ่งชี้ผลการจัดการศึกษา และได้นำเสนอข้อมูลให้ประเทศสมาชิกเห็นข้อเปรียบเทียบด้านทรัพยากรการเงิน การลงทุนทางการศึกษา และผลของการดำเนินการ หรือผลตอบแทนของการลงทุนทางการศึกษาตลอดมาเป็นเวลานับปีมาแล้ว โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อประเมินว่านักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับจะได้รับการเตรียมพร้อมความรู้และทักษะ ที่จำเป็นสำหรับการเป็นประชาชนที่มีคุณภาพในอนาคต และมีส่วนร่วมสร้างสังคมได้หรือไม่ เพียงใด

โครงการ PISA เป็นโครงการระยะยาว ต่อเนื่อง 9 ปี เป็นอย่างน้อย การสำรวจระยะแรก (ค.ศ. 2000) เน้นด้านการอ่าน ระยะที่สอง (ค.ศ. 2003) เน้นด้าน คณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหา ส่วนระยะที่สาม (ค.ศ. 2006) เป็นการสำรวจด้านวิทยาศาสตร์ และโครงการในรอบที่สองจะมีขึ้นในปี 2009 ปี 2012 และปี 2015 (สูนิล คล้ายนิล และคณะ, 2551, หน้า 4) สรุปดังตารางที่ 2-1

## ตารางที่ 2-1 โครงการศึกษาสำรวจของ PISA

ปีที่ประเมิน	2000	2003	2006	2009	2012	2015
วิชาที่เน้น	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์
เป็นหลัก	คณิตศาสตร์	การอ่าน	การอ่าน	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	การอ่าน
ในการ	วิทยาศาสตร์	วิทยาศาสตร์	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	การอ่าน	คณิตศาสตร์
ประเมิน	+ การ	+ ตัวเลือก	+ ตัวเลือก	+ ตัวเลือก	- ตัวเลือก	
(ตัวหนา)	แก้ปัญหา					
การ	วิธีการเรียน	วิธีการเรียน	วิธีการเรียน	อยู่ในข้อ	อยู่ในข้อ	อยู่ในข้อ
ประเมิน	การผูกพัน	เจตคติต่อ	เจตคติต่อ	การ	การ	การ
ตนเองของ	และ	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์	พิจารณา	พิจารณา	พิจารณา
นักเรียน	พฤติกรรม					
	การอ่าน					

จุดเด่นของ PISA ได้แก่ การประเมินที่มองไปถึงชีวิตในอนาคต ไม่ใช่การประเมินตามเนื้อหาในหลักสูตรที่เรียนกันอยู่ในปัจจุบัน และเป็นการประเมินต่อเนื่อง โดยจำแนกเป็น 3 ระยะ ๆ ละ 3 ปี จุดเน้นของ PISA คือการประเมิน การรู้เรื่อง (Literacy) โดยยึดหลักการสำคัญ คือ ต้นแบบของการเรียนรู้ตลอดชีวิต ซึ่งเน้นที่ ความรู้และทักษะใหม่ ที่จำเป็น เพื่อการปรับตัวให้เข้ากับโลกที่เปลี่ยนแปลงซึ่งนักเรียนไม่สามารถเรียนรู้ทุกอย่างจากโรงเรียน แต่เพื่อให้เป็นผู้เรียนสามารถรู้ตลอดชีวิตอย่างต่อเนื่อง การศึกษาจึงต้องให้ “ฐานราก” ที่มั่นคง โดยถือเอาวิชาที่เป็นหัวใจของการพัฒนาสามาภิวิชา คือ การอ่าน คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเพิ่มเติมด้านทักษะที่ต้องใช้ในกระบวนการการเรียนรู้ คือ การแก้ปัญหา แต่ PISA ไม่ได้ประเมินเนื้อหาตามหลักสูตรในโรงเรียน หากแต่ประเมิน การรู้เรื่อง ในด้านต่างๆ ทั้งสาม

หลักสำคัญของ PISA คือการประเมิน การรู้เรื่อง ซึ่งเน้นที่ ความรู้และทักษะที่จำเป็น เพื่อการปรับตัวให้เข้ากับโลกที่เปลี่ยนแปลง เพราะถือว่านักเรียนไม่สามารถเรียนรู้ทุกอย่างจากโรงเรียน แต่การศึกษาต้องให้ “ฐานราก” ที่มั่นคง เพื่อให้เป็นผู้เรียนสามารถรู้ตลอดชีวิตอย่างต่อเนื่อง PISA ถือว่าวิชาที่เป็นตัวแทนของการวางแผน “ฐานราก” ได้แก่ การอ่าน คณิตศาสตร์ และ วิทยาศาสตร์ เท่านั้น

การรู้เรื่องการอ่าน (Reading literacy) มีความหมายมากกว่าการอ่านหนังสือและเข้าใจความหมายของคำ แต่ยังรวมไปถึง ความสามารถด้านความหมาย การคิดย้อนกลับและสะท้อนว่า

เข้าใจถึงจุดประสงค์ของการเรียน เข้าใจว่าเรียนสำหรับให้ใครอ่าน (หรือผู้เรียนต้องการส่งข่าวสาร ให้ใคร) ให้รู้ว่าผู้เขียนใช้ภาษาอย่างไรในการนำข่าวสารไปสู่ผู้อ่าน และอิทธิพลที่มีต่อผู้อ่าน และรวมถึงความสามารถในการตีความจากโครงสร้างของเรื่องหรือจากลักษณะเด่นของการเรียน (เช่น การให้ข้อมูลที่ตรงไปตรงมา เปรียบเทียบ ชมเชย หรือประচดประชน ฯลฯ) การรู้เรื่องด้านการอ่านนี้ แสดงว่ามีความรู้และศักยภาพที่จะมีส่วนในการสร้างสังคมอย่างมีประสิทธิภาพ

**การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematics literacy)** มีความหมายมากกว่าการคิดเลขและการทำโจทย์ การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ หรือการจัดการข้อมูล แต่หมายรวมถึงรู้ขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์ สามารถติดตามและประเมินข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกวิธีการนำเสนอสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ และสามารถตัดสินปัญหานบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงว่าเป็นประชากรที่มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ

**การรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy)** ตามความหมายของ PISA หมายถึงการรู้กระบวนการ การรู้แนวคิดและสาระเนื้อหา และรู้จักการใช้ความรู้วิทยาศาสตร์เพื่อที่จะสามารถเข้าใจเรื่องราวที่เกิดขึ้นในสังคม ในสื่อมวลชน และตัดสินใจประเด็นของโลกที่เกี่ยวข้องกับตัวเอง ทั้งในปัจจุบันและอนาคต

### การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

#### 1. นิยามการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ คือ สมรรถนะของการเข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อโลก ตัดสินใจในประเด็นต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ มีความผูกพันกับคณิตศาสตร์ตามความต้องการหรือความจำเป็นของตนในอันที่จะทำให้บุคคลนั้นเป็นผู้มีส่วนร่วมในสังคม

#### 2. จุดมุ่งหมายการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

การประเมินการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ OECD/ PISA มีจุดประสงค์หลัก เพื่อต้องการพัฒนาตัวชี้วัดว่าระบบการศึกษาของประเทศที่ร่วมโครงการ สามารถให้การศึกษาเพื่อเตรียมตัวเยาวชนอายุ 15 ปี ให้พร้อมที่จะมีบทบาท หรือมีส่วนร่วมสร้างสรรค์และดำเนินชีวิตอย่างมีคุณภาพในสังคม ได้มากน้อยเพียงใด การประเมินผลของ PISA นุ่งความชัดเจนที่จะหาคำตอบว่า นักเรียนสามารถนำสิ่งที่ได้ศึกษาแล้วเรียนในโรงเรียนไปใช้ในสถานการณ์ที่นักเรียนมีโอกาสพบในชีวิตจริงได้หรือไม่ อย่างไร

#### 3. กรอบการประเมินคณิตศาสตร์ของ PISA

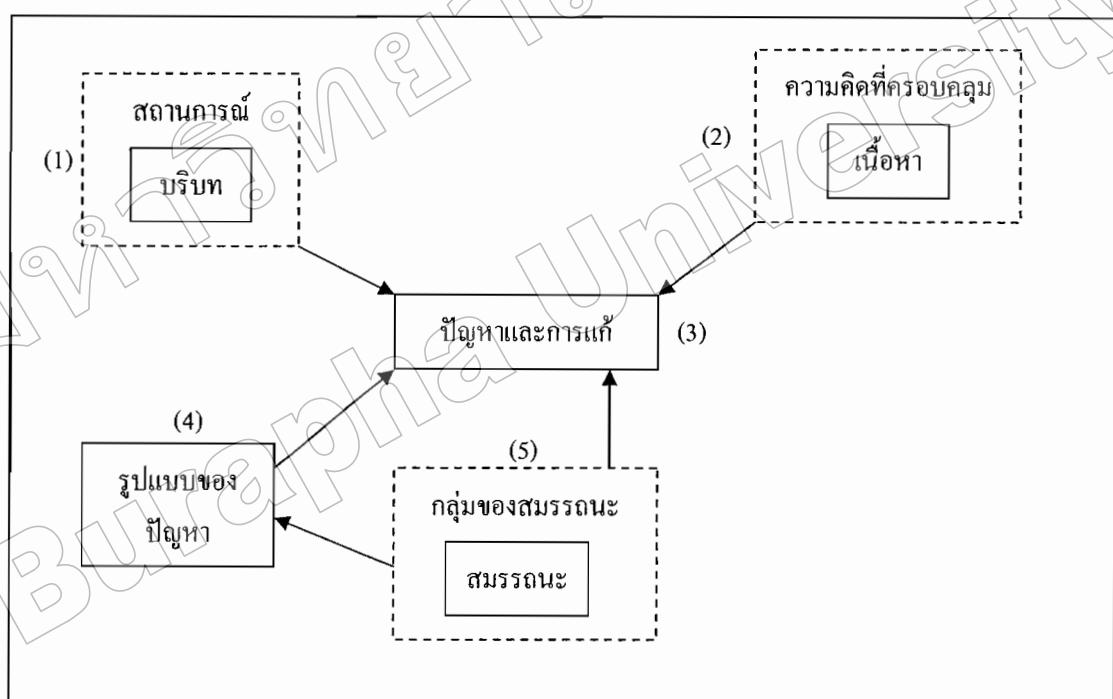
ขอบเขตของคณิตศาสตร์ที่ OECD/ PISA วัดครอบคลุม 3 ด้าน ได้แก่

##### 3.1 สถานการณ์หรือบริบท ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งอยู่

### 3.2 เนื้อหาของคณิตศาสตร์ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3.3 สมรรถนะของนักเรียนที่ควรได้รับการกระตุ้นให้สามารถเชื่อมโยงกับโลกจริง ๆ ที่ปัญหานั้นเกิดขึ้น โดยใช้คณิตศาสตร์และสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้คณิตศาสตร์นั้น ๆ

ระดับของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์อาจมองได้ในแนวทางที่ว่าบุคคลนั้นสามารถใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาได้ดีเพียงใด ในสถานการณ์หรือบริบทที่แตกต่างหลากหลายที่ PISA ใช้ในการประเมินเป็นปัญหาที่มีอยู่ในโลกของความเป็นจริง ส่องแบบค่วยกัน คือ แบบแรกเป็นปัญหาทั่วไปในสถานการณ์ซึ่งเกิดขึ้นได้ทั่วไปในชีวิตของเยาวชน เปรียบเสมือนกรอบ (1) ในรูปที่ปัญหาเกิดในสถานการณ์ทั่วไปในสีเหลืองใหญ่ซึ่งเมื่อมองต่อไปจะเห็นบริบทของปัญหาที่จำเพาะลงไปอีกเหมือนกรอบเล็กที่อยู่ภายในกรอบใหญ่อีกชั้นหนึ่ง ดังภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 องค์ประกอบของขอบเขตของคณิตศาสตร์ (สูนีย์ คล้ายนิล และคณะ, 2549, หน้า 17)

### 4. เนื้อหาคณิตศาสตร์

เนื้อหาตามเกณฑ์การประเมินผลของ OECD/PISA จำกัดไว้ใน 4 เรื่อง ได้แก่

#### 4.1) ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ

เรื่องของแบบรูปมีอยู่ทุกหนทุกแห่งในโลก แม้แต่การพูด คนครี การจราจร การก่อสร้าง ศิลปะ ฯลฯ รูปร่างเป็นแบบรูปที่เห็นได้ทั่วไป เป็นต้นว่า รูปร่างของบ้าน โรงเรียน อาคาร สะพาน ถนน ผลึก ดอกไม้ ฯลฯ แบบรูปเรขาคณิตเป็นตัวแบบอย่างง่ายที่พnob อยู่ในสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏ

การศึกษาเรื่องของรูปร่างมีความเกี่ยวข้องอย่างใกล้ชิดกับแนวคิดของเรื่อง ที่ว่า “จะต้องการความเข้าใจในเรื่องสมบัติของวัตถุและตำแหน่งเบรียบเทียบวัตถุ เราต้องรู้ว่าเรา มองเห็นวัตถุสิ่งของต่าง ๆ อย่างไร และทำไม่ได้เงื่อนไขนั้น มันอย่างที่เราเห็น เราต้องเข้าใจ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างและภาพในความคิด หรือภาพที่เรามองเห็น เป็นต้นว่า มองเห็น ความสัมพันธ์ของตัวเมืองจริง กับแผนที่และรูปถ่ายของเมืองนั้น ข้อนี้รวมทั้งความเข้าใจในรูปร่าง ที่เป็นสามมิติ ที่แสดงแทนออกมายาในภาพสองมิติ มีความเข้าใจในเรื่องของเจ้าภาพที่มีความลึก และเข้าใจด้วยว่ามันทำงานอย่างไร

#### 4.2) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์

โลกแวดล้อมให้เราเห็นถึงการเปลี่ยนแปลงอย่างมากตามภายนอก และแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ทั้งชั่วคราวและยาวนานของการเปลี่ยนแปลงในธรรมชาติ (ตัวอย่างเช่น มีการเปลี่ยนแปลงของสิ่งมีชีวิตบนโลก เช่น ฤดูกาล การหมุนเวียนของฤดูกาล การขึ้นลงของกระแสน้ำ การเปลี่ยนแปลงของอวกาศ การขึ้นลงของหุบเขา การว่างงานของคน) การเปลี่ยนแปลงบางกระบวนการ ตามการยกให้หรือสร้างตัวแบบได้โดยตรง โดยใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากเป็นรูปของสมการหรือสมการ แต่ความสัมพันธ์ในธรรมชาติอื่น ๆ ก็อาจเกิดขึ้น ได้เช่นกัน ความสัมพันธ์หลายอย่างไม่สามารถใช้คณิตศาสตร์ได้โดยตรง ต้องใช้วิธีการอื่น ๆ และจำเป็นต้องมีการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อรับถึงความสัมพันธ์

#### 4.3) ปริมาณ

จุดเน้นของเรื่องนี้ คือ การบวกปริมาณ รวมทั้งความเข้าใจเรื่องของขนาด (เบรียบเทียบ) แบบรูปของจำนวน และการใช้จำนวน เพื่อแสดงปริมาณและแสดงวัตถุต่าง ๆ ในโลกจริง ในเชิงปริมาณ (การนับและการวัด) นอกจากนี้ ปริมาณยังเกี่ยวข้องกับกระบวนการและความเข้าใจเรื่องจำนวนที่นำมาใช้ในเรื่องต่าง ๆ อย่างอย่างหลัก

#### 4.4) ความไม่แน่นอน

เรื่องของความไม่แน่นอนเกี่ยวข้องกับสองเรื่อง คือ ข้อมูล และโอกาส ซึ่งเป็นการศึกษาทาง “สถิติ” และ “ความน่าจะเป็น” ข้อนี้แนะนำสำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน สำหรับประเทศสมาชิก OECD คือ ให้ความสำคัญกับเรื่องของสถิติและความน่าจะเป็นมากกว่าที่เคยเป็นมาในอดีต เพราะว่าโลกปัจจุบันในยุคของ “สังคมข้อมูลข่าวสาร” ข้อมูลข่าวสารที่หลังไหล

เข้ามาและแม้จะอ้างว่าเป็นข้อมูลที่ถูกต้องตรวจสอบได้ แต่ในชีวิตจริงเราเกิดต้องเผชิญกับความไม่แน่นอนหลายอย่าง เช่น ผลการเลือกตั้งที่ไม่คาดคิด การพยากรณ์อากาศที่ไม่เที่ยงตรง การล้มละลายทางเศรษฐกิจ การเงิน การพยากรณ์ต่าง ๆ ที่ผิดพลาด แสดงให้เห็นถึงความไม่แน่นอนของโลก คณิตศาสตร์ที่เข้ามายืนหนาทในส่วนนี้คือ การเก็บข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ความน่าจะเป็น และการอ้างอิง (สถิติ)

### 5. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Competencies)

ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ไม่เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาแต่ก็มุ่งที่สำคัญของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกด้านหนึ่งคือเรื่องของ “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” หรือ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนยังต้องใช้สมรรถนะทางคณิตศาสตร์อีกด้วย ซึ่งแต่ละบุคคลอาจมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ได้ในระดับที่แตกต่างกัน สมรรถนะทางคณิตศาสตร์มีอยู่มากมายหลากหลาย แต่ในการวัดและประเมินของ OCED/PISA ให้ความสำคัญใน 8 สมรรถนะ ได้แก่

5.1) การคิดและการใช้เหตุผล สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับความสามารถในการตั้งคำถาม รู้คำตอบของหัวข้อที่ต้องการทราบ บวกความแตกต่างของประโยชน์ (เช่น นิยาม ทฤษฎี สมมติฐาน ตัวอย่าง) ความเข้าใจและการใช้ข้อจำกัดของคณิตศาสตร์

5.2) การสร้างข้อโดยเยี่ยง เกี่ยวข้องกับการรู้จักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (และรู้ว่าการพิสูจน์แตกต่างกับการใช้เหตุผลอย่างไร) สามารถติดตาม และประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ มีความรู้สึกถึงความเป็นจริง (รู้ว่าอะไรเกิดขึ้นได้/ไม่ได้ และทำไม) และสามารถสร้างและแสดงการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

5.3) การต่อสาร เกี่ยวข้องกับการแสดงออกของตน ความสามารถที่ทำให้ผู้อื่นเข้าใจตน โดยวิธีการต่าง ๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่นด้วยเช่นกัน

5.4) การสร้างตัวแบบ เกี่ยวข้องกับการวางแผนของสถานการณ์ที่ต้องนำมาสร้างเป็นตัวแบบ การเปลี่ยนความเป็นจริงให้เข้าสู่โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบ วิเคราะห์ วิจารณ์ ตัวแบบและผลที่เกิดขึ้น การสื่อสารแนวคิดของตัวแบบและผล (รวมทั้งข้อจำกัด) การติดตามและควบคุมกระบวนการของการสร้างตัวแบบ

5.5) การตั้งและการแก้ปัญหา เป็นสมรรถนะที่เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถาม การสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการนิยามปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ (เช่น การแก้ การประยุกต์ คำถามเปิด คำถามปิด) และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ โดยวิธีการที่หลากหลาย

5.6) การแสดงเครื่องหมายแทน สมรรถนะด้านนี้เกี่ยวข้องกับการแปลงรหัส และการเข้ารหัส การแปลงความ การตีความ และการบอกความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายทาง

คณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนแบบต่าง ๆ การเลือกและการเปลี่ยนแปลงระหว่างรูปแบบต่าง ๆ ของการแสดงเครื่องหมายแทน ที่สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์

5.7) การใช้สัญลักษณ์ ภาษาและการดำเนินการ เกี่ยวกับการแปลงหัว การตีความสัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจการเชื่อมโยงของภาษาคณิตศาสตร์กับภาษาธรรมชาติ การแปลความจากภาษาธรรมไปเป็นสัญลักษณ์/ภาษาคณิตศาสตร์ สามารถจัดการกับประโยชน์หรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร ความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการ และการคำนวณ

5.8) ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับการรับรู้ และความสามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือภาคเทคโนโลยีสารสนเทศ) ที่สามารถช่วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นอกเหนือไปนี้ยังหมายรวมถึงความรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือนั้นๆ ด้วย

## 6. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 6 ระดับ

PISA 2003 กำหนดคะแนนของนักเรียนและความยากของภารกิจออกเป็นระดับต่าง ๆ เป็น 6 ระดับ โดยลักษณะของนักเรียนที่มีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ระดับ 1 ถึง ระดับ 6 สรุปได้ ตารางที่ 2-2 (สุนีย์ คล้ายนิต และคณะ, 2549, หน้า 24 – 25)

ตารางที่ 2-2 สรุปลักษณะของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 6 ระดับ

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 6 ที่ระดับ 6 นักเรียนสามารถ	<ul style="list-style-type: none"> <li>● ใช้สาระและข้อมูลที่ได้จากการสำรวจตรวจสอบของตนเองมาลงเป็นข้อสรุปเพื่อสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนอกรากสร้างเป็นตัวแบบคณิตศาสตร์</li> <li>● เชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ หรือจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ และนำมาเชื่อมโยงระหว่างกัน</li> <li>● สามารถใช้เหตุผล และใช้ความคิดระดับสูงในเชิงคณิตศาสตร์ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือสถานการณ์ต่าง ๆ และสามารถเจ้าใจและปฏิบัติภารกิจทางคณิตศาสตร์</li> <li>● สามารถสร้างวิธีการคิดหรือกลยุทธ์ใหม่ในการจัดการกับปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยหรือไม่เคยพบมาก่อน</li> </ul>

## ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 6 (ต่อ)	<ul style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถสร้างสูตรคณิตศาสตร์จากแนวคิดหรือข้อมูลที่มี</li> <li>สามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องแม่นยำ เพื่อบอกถึงสิ่งที่ตนพูด ตีความ แปลความ ให้เข้าใจ และอธิบายความสอดคล้อง เหมาะสมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้กับสถานการณ์ที่เป็นมาตั้งแต่ต้น</li> </ul>
ระดับ 5	<p>ที่ระดับ 5 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>สร้างตัวแบบ และใช้ตัวแบบในเรื่องที่มีความซับซ้อน สามารถระบุนูกอก ข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้น ๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน ได้อย่างสัมพันธ์กับตัวแบบ</li> <li>สามารถใช้ทักษะการคิดและทักษะการใช้เหตุผล เชื่อมโยงการนำเสนอ รูปแบบต่าง ๆ สัญลักษณ์และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์และ มองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับสิ่งเร้าที่เป็นส่วนประกอบของ สถานการณ์</li> <li>สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตน และสร้างกฎเกณฑ์ทาง คณิตศาสตร์</li> <li>สามารถสื่อสารถึงการแปลความ ตีความ และการใช้เหตุผลของตน</li> </ul>
ระดับ 4	<p>ที่ระดับ 4 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>ทำโจทย์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่มีตัวแบบชัดเจนและเป็น สถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดหรือต้องมี การทำหนดข้อตกลงเบื้องต้นด้วย</li> <li>สามารถเลือกและผสมผสานรูปแบบต่าง ๆ ที่กำหนดให้รวมทั้งรูปแบบ ของสัญลักษณ์ โดยนำมาเชื่อมโยงโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง</li> <li>สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนามาแล้ว ใช้เหตุผลได้อย่าง มีคุณภาพ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าในสถานการณ์นั้น ๆ ได้ดี</li> <li>สามารถสร้างคำอธิบาย ข้อโต้แย้งและสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้ง บนพื้นฐานของการแปลความ การ โต้แย้ง และการกระทำของตน</li> </ul>

ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 3 ที่ระดับ 3 นักเรียนสามารถ	<ul style="list-style-type: none"> <li>ทำโจทย์ที่มีวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ต้องคัดสินใจเลือก ลำดับขั้นตอนด้วย</li> <li>เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา</li> <li>แปลความและใช้สถานการณ์ที่นำเสนอจากหลายแหล่ง สามารถให้เหตุผลตามแหล่งที่มาของสถานการณ์ สามารถสร้างคำอธิบาย หรือรายงานการศึกษา แปลความนั้นๆ</li> <li>แสดงการใช้เหตุผล และสามารถสื่อสารผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น</li> </ul>
ระดับ 2 ที่ระดับ 2 นักเรียนสามารถ (ระดับเริ่ม)	<ul style="list-style-type: none"> <li>ตีความและรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่ต้องการอ้างอิงไม่เกินสองตัว</li> <li>สังค์ษาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่ายเพียงชั้นเดียว</li> <li>นักเรียนระดับนี้สามารถใช้วิธีการคิด สูตรคณิตศาสตร์ วิธีการ หรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้เหตุผลตรงไปตรงมาและตีความผลลัพธ์พบอย่างตรงไปตรงมา</li> </ul>
ระดับ 1 ที่ระดับ 1 นักเรียนสามารถ	<ul style="list-style-type: none"> <li>ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่คุ้นเคย มีข้อมูลและคำถามที่ชัดเจน</li> <li>ระบุสาระที่ต้องการ สามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยด้วยวิธีการทำ หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้อย่างชัดเจน</li> <li>ทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้</li> </ul>

หมายเหตุ ถ้านักเรียนไม่สามารถปฏิบัติภารกิจในระดับ 1 ได้ ก็จะจัดไว้ในกลุ่มที่แสดงว่า สมรรถนะ “ต่ำกว่าระดับ 1”

## 7. ตัวอย่างปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิต

### ตัวอย่าง เรื่องไฟฟอนน

สถานการณ์ที่จะติดตั้งไฟฟอนนหนึ่งจุด ในสวนสาธารณะเล็ก ๆ ที่มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมเพื่อให้ไฟส่องสว่างทั่วทั้งสวน ควรจะติดตั้งไว้ที่ใด

ปัญหานี้คือเป็นปัญหาทางสังคม แต่ก็สามารถตอบได้โดยอาศัยกลยุทธ์ของคณิตศาสตร์ซึ่งในทางคณิตศาสตร์จะเรียกว่า “การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์” (Mathematising) การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ มีลักษณะ 5 ลักษณะ ด้วยกัน

1. เริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีอยู่ในความเป็นจริง “การบอกร่างตำแหน่งของไฟฟอนจะอยู่ตรงไหนแน่นอนได้”

2. จัดการ โดยใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ “สวนสาธารณะสามารถแทนด้วยรูปสามเหลี่ยม และแสงสว่างจากดวงไฟแทนด้วยวงกลม ที่มีตำแหน่งไฟเป็นจุดศูนย์กลาง”

3. ค่อย ๆ ตัดความเป็นจริงออกไปในขณะดำเนินกระบวนการคิด เป็นต้นว่า มองหาว่าส่วนไหนของปัญหาคือส่วนสำคัญที่สุดที่ต้องคิดออกมานิรูปคณิตศาสตร์ “ปัญหานี้คือการแปลงตำแหน่งที่ตั้งของไฟเป็นการทำจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มีเส้นรอบวงรอบสามเหลี่ยม”

4. แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ “ใช้ข้อเท็จจริงที่ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลมที่เส้นรอบวงล้อมรอบสามเหลี่ยม ตั้งอยู่บนจุดที่เส้นตั้งฉากกับจุดกลางด้านสองด้านของสามเหลี่ยมตัดกัน จึงสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดแบ่งครึ่งของด้านสามเหลี่ยมบนด้านสองด้าน จุดที่ตัดกันของเส้นแบ่งครึ่งคือ ศูนย์กลางของวงกลม”

5. ทำให้กำตอบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นี้ความหมายในรูปของความเป็นจริง “เมื่อคิดในรูปของสวนสาธารณะ ลองคิดกลับกันว่า มุมหนึ่งมุมใดในสวนเป็นมุมป้าน การแก้ปัญหา เป็นอันว่าใช่ไม่ได้ เพราะว่าตำแหน่งของไฟต้องออกไปอยู่นอกสวนสาธารณะ นอกจากนั้นยังต้องยอมรับว่า ในสวนอาจมีด้านไม้ซึ่งตำแหน่งและขนาดของต้นไม้ก็จะเป็นปัจจัยอื่น ๆ ที่มีผลที่ทำให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นประโยชน์หรือไม่เพียงได้”

ในกระบวนการนี้ได้แสดงให้เห็นว่านักคณิตศาสตร์เข้าทำงานคณิตศาสตร์กันอย่างไร และคนทั่วไปสามารถจะใช้คณิตศาสตร์กับอาชีพต่าง ๆ ได้อย่างไร และประชาชนที่มีข้อมูลพร้อมในตัว และเป็นคนซ่างคิดลึกซึ้งจะสามารถใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างไร จึงจะอยู่กับความเป็นจริงในโลกชีวิต จริงอย่างมีคุณภาพ ซึ่งการเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะนี้จะเป็นจุดประสงค์แรกของการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน (โครงการ PISA ประเทศไทย, 2552, หน้า 5 – 6)

## 2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

### 2.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง หรือ คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง หรือ ปัญหาจริง ไว้ดังนี้

คูน ยูง วงศ์ (Khoon Yoong Wong, 2002) ได้กล่าวถึงความหมายที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาจริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า ส่วนประกอบที่สำคัญสองแบบคือการทำความเข้าใจกับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงหรือข้อเท็จจริงภายในตัวอย่าง ให้การอภิปรายกัน และทำการแก้ปัญหาโดยการเลือกใช้ข้อมูลจริงหรือเลือกใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

บีวิล (Bevil, 2003, p. 47) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริงว่า เป็นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ทั้งในและนอกเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการบูรณาการคณิตศาสตร์กับสาขาวิชาอื่น ๆ เป็นการเรียนรู้โครงสร้างของคณิตศาสตร์ผ่านสิ่งที่เป็นจริง

อนันดาณิจ โพธิ์ถาวร (2547, หน้า 14) ได้กล่าวถึงความหมายที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการประยุกต์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปสู่ปัญหานอกสถานที่ ซึ่งสามารถนำความรู้ความเข้าใจทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ในชีวิตจริง และเป็นการเรียนรู้โครงสร้างของคณิตศาสตร์ผ่านสิ่งที่เป็นจริง

สุรสาล พาสุก (2546, หน้า 11) ได้กล่าวถึงความหมายที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นสิ่งที่เชื่อมโยงความเป็นจริงของโลก กับคณิตศาสตร์ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบที่หลากหลายแตกต่างกัน เช่น สัญลักษณ์ฟังก์ชัน สูตร สมการ นิพจน์กราฟ ตาราง สถานการณ์จำลองและการทดลองเป็นต้น

สุภัคตรา เมียงสูงเนิน (2549, หน้า 9) ได้กล่าวไว้ว่า การเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริง คือ การประยุกต์ใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน หรือปัญหาที่พบเห็นได้ในสถานการณ์ความเป็นจริง จากนั้นใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่จะสามารถอธิบายปัญหาที่เกิดขึ้นจริงนั้นได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริง เป็นการเชื่อมโยงปัญหา หรือ สถานการณ์ในชีวิตจริง โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เช่น สมการ กราฟ ตาราง ฟังก์ชัน เป็นต้น เป็นตัวเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหาจากสถานการณ์จริงเหล่านั้น

## 2.2 แนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดในการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1985 ถึงถ้วนในอัมพร นาคนอง, 2553, หน้า 41) ได้เสนอ  
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ มีการวางแผนและ  
ดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ และมีประสิทธิภาพ ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหางาน  
โพลยา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) เป็นขั้นการ  
วิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง  
เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มามีเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการ  
หรือไม่ ในขั้นนี้ การวัดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้  
เข้าใจปัญหาดีขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan) เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่าง  
ข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วย  
เพื่อให้ได้แผนงานแก่ในที่สุด ผู้แก้ปัญหาอาจเริ่มต้นด้วยการคิดว่าต้นเหตุที่ทำให้ปัญหาลักษณะนี้มาจากการ  
ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้วิธีการ  
ใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาส่วนใดได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับ  
ข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้น ได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

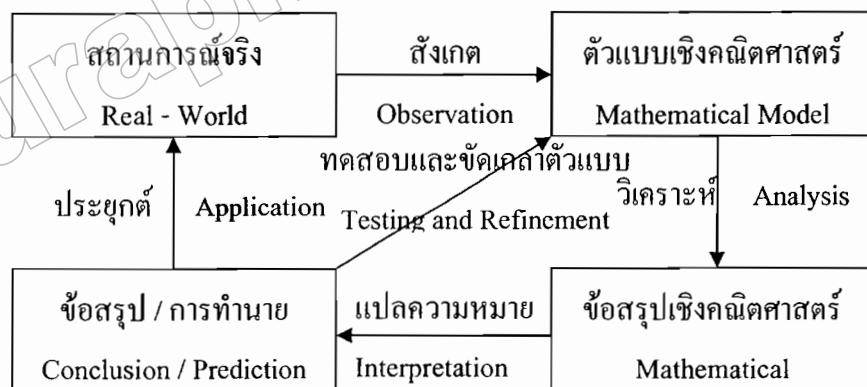
ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นการลงมือ<sup>1</sup>  
ทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่  
จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือ  
เฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผล  
หรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการ  
อื่นในการแก้ปัญหาขั้นตอนนี้ครอบคลุมถึงการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากวิธีการ  
แก้ปัญหาที่ผ่านมา ขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้นกว่าเดิม

สวเอทซ์และฮาร์ทเลอร์ (Swetz & Hartzler, 1991, pp.1-3) ได้เสนอแนวคิดในการ  
แก้ปัญหาจากสถานการณ์จริง โดยการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการที่เป็นระบบ (ที่มี  
กฎเกณฑ์/ แบบแผน) ใช้ทักษะหลายด้าน ใช้กิจกรรมที่ใช้สติปัญญาในระดับสูง ในการแปล

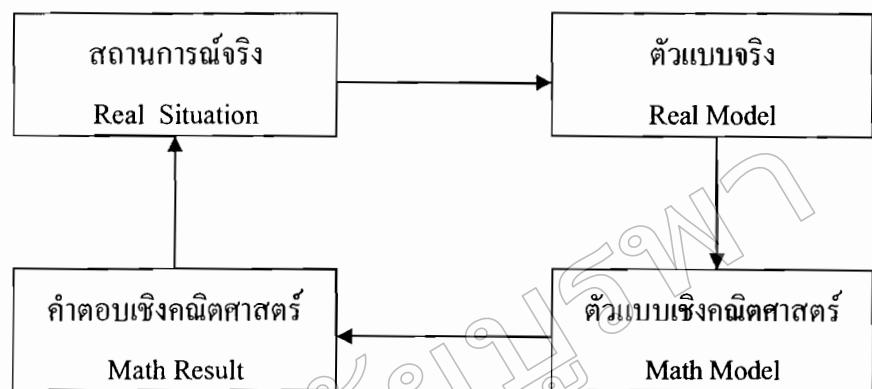
ความหมาย วิเคราะห์ และสังเคราะห์ โดยกระบวนการจะเป็นการผสานของขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอนคือ

1. การสังเกตสถานการณ์จริงที่จะทำการศึกษา เพื่อหาสถานการณ์ที่เป็นปัญหา หรือพฤติกรรมเฉพาะที่สนใจจากสถานการณ์จริงนั้น และห้องค์ประกอบที่สำคัญ (ตัวแปร/ตัวพารามิเตอร์) ซึ่งจะมีผลกระทบต่อสถานการณ์ที่เป็นปัญหา หรือพฤติกรรมเฉพาะที่สนใจนั้น
  2. ทำการคาดเดาความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ จากนั้นจึงแปลความหมายของความสัมพันธ์เหล่านั้นออกมายังเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่ตัวแบบของสถานการณ์จริงที่ทำการศึกษา
  3. หาข้อสรุปจากตัวแบบ โดยใช้การประยุกต์ การวิเคราะห์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
  4. แปลความหมายของข้อสรุปที่ได้ออกมาในบริบทของสถานการณ์จริงที่อยู่ภายใต้การศึกษาพร้อมทั้งหาอุปกรณ์เพื่อสนับสนุนการศึกษา
  5. การทดสอบและขัดเคลื่อนตัวแบบ เป็นขั้นตอนที่สามารถเพิ่มเข้าไปในกระบวนการนี้ได้ ถ้าหากตัวแบบยังใช้ไม่ได้หรือไม่มีเหตุผลเพียงพอ การขัดเคลื่อนตัวแบบ อาจทำได้โดยกรรคลับไปสำรวจองค์ประกอบของตัวแบบแล้วทำการปรับตัวแบบ และถ้ามีความจำเป็น ก็เป็นได้ที่จะทำการแก้ไขสูตรของตัวแบบใหม่
- ตารางที่ 2-2 แสดงการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงของสาขาวิชาระบบที่ 2-2



ภาพที่ 2-2 แสดงการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงของสาขาวิชาระบบที่ 2-2 และชาร์ทเลอร์

บลูม (Blum, 1993, pp. 3-14) ได้เสนอแนวคิดในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาจริง ในรูปของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งมีการจัดกิจกรรมโดยสรุปได้ดังภาพที่ 2-3



ภาพที่ 2-3 แสดงการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงตามแนวคิดของบลูม

ขั้นตอนที่ 1 สถานการณ์จริง สู่ตัวแบบจริง (Real Situation to Real Model)

กำหนดสถานการณ์จริง โดยใช้สถานการณ์จริงที่ผู้เรียนสามารถพบได้ในชีวิตประจำวัน กำหนดขอบเขตของสถานการณ์สิ่งที่ต้องการศึกษา ติ่งที่ถูกกำหนดขึ้นในสถานการณ์หรือสิ่งที่เคยทราบมาแล้ว เช่น โจทย์สถานการณ์หรือปัญหาจริงให้อยู่ในรูปของตัวแบบจริงโดยทำการนำเสนอปัญหาจริงด้วยการเลือกใช้สื่อที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ

ขั้นตอนที่ 2 ตัวแบบจริง สู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Real Model to Math Model)

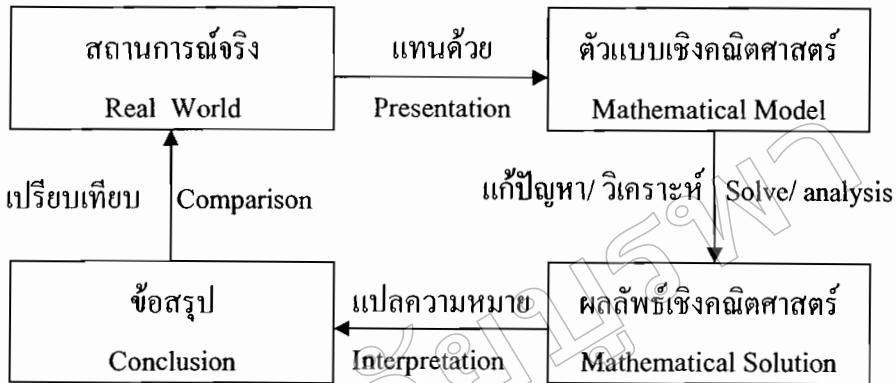
จากตัวแบบจริงที่ถูกนำเสนอด้วยสื่อในรูปแบบต่าง ๆ เช่น โจทย์ให้นักเรียนเห็นภาพที่สามารถเกิดขึ้น ได้จากสถานการณ์จริงหรือปัญหาจริง จากนั้นเชื่อมโยงข้อมูลที่ได้จัดให้อยู่ในรูปของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชัน และกราฟ

ขั้นตอนที่ 3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สู่คำตอบเชิงคณิตศาสตร์ (Math Model to Math Result) จากการจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปด้วยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันและกราฟ นักเรียนทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 คำตอบเชิงคณิตศาสตร์สู่สถานการณ์จริง (Math Result to Real Situation)

จากคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์น้ำคำตอบมาอธิบายสถานการณ์จริง หรือปัญหาจริงที่กำหนดขึ้นในขั้นตอนแรก ว่าคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้สัมพันธ์กับปัญหาจริงอย่างไร

คอมเบอร์ (Comber, 1999, p.1) ได้นำเสนอกระบวนการของการศึกษาสถานการณ์จริง โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอนดังภาพที่ 2-4



ภาพที่ 2-4 แสดงการศึกษาระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงตามแนวคิดของคอมเบอร์

จากขั้นตอนหลักข้างต้น คอมเบอร์ นำมาใส่รายละเอียด จนได้กระบวนการของการศึกษาสถานการณ์จริง โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับใช้ในชั้นเรียนดังนี้

1. ทำการศึกษาสถานการณ์จริง
2. พยายามเดาตัวแปรที่สำคัญ
3. พัฒนาขึ้นเป็นตัวแบบอย่างง่าย ๆ โดยการ
  - 3.1 สร้างสมมติฐาน
  - 3.2 ตั้งมติข้อมูล
  - 3.3 สร้างสมการ
4. พยายามหา “ผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์” จากตัวแบบที่พัฒนาขึ้น โดย
  - 4.1 การแก้สมการ
  - 4.2 เขียนกราฟ
5. แปลความหมายของผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์ โดยการตอบคำถาม
  - 5.1 ความหมายของผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์จริงคืออะไร
  - 5.2 กราฟบอกอะไรกับเรานำไปเกี่ยวกับสถานการณ์จริง
6. เปรียบเทียบข้อสรุปกับสถานการณ์จริง โดยการตอบคำถาม
  - 6.1 ข้อสรุปนี้มีเหตุผลหรือไม่
  - 6.2 ข้อสรุปนั้นเป็นจริงหรือไม่

6.3 สมมติฐานอะไรที่ทำให้ได้ผลลัพธ์เช่นนั้น

6.4 สมมติฐานนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่

โดยการใช้กระบวนการข้างต้น คอมเบอร์กล่าวว่าตัวแบบแรก ๆ อาจยังไม่เป็นจริงมากนัก แต่ก็จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจกระบวนการคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้นมากขึ้น รวมทั้งมองเห็นว่าตัวแปรทั้งหลายสัมพันธ์กันอย่างไร และตัวแปรใดบ้างที่เป็นตัวแปรที่สำคัญที่สุด จากนั้นพยายามแก้ไขและเปลี่ยนความหมายผลลัพธ์ที่ได้ นักเรียนจะสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปทั่วไปและมีความเป็นไปได้จริงเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ

ธีรวัฒน์ นาคบุตร (2546, หน้า 1 – 3) ได้กล่าวถึง การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในจำลองสิ่งที่อยู่ในโลกจริงให้เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมและใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์หาคำตอบของตัวแบบเพื่อนำผลที่ได้ไปประยุกต์ใช้เพื่อตอบปัญหาในโลกจริง หรือปัญหาจากสถานการณ์จริง ซึ่งสามารถสรุปได้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Identify the real problem)

การทำความเข้าใจปัญหาเป็นขั้นตอนแรกในการสร้างตัวแบบ ต้อง

วิเคราะห์ให้ทราบว่าปัญหาคืออะไร มีอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา มีคำダメามากมายที่ต้องทำความเข้าใจ โดยปัญหาจากสถานการณ์จริง เช่น ปัญหานี้ต้องการทราบอะไร มีวัตถุประสงค์และเป้าหมายอะไร จะตัดสินผลลัพธ์อย่างไร แหล่งข้อมูลมาจากไหน เชื่อถือได้หรือไม่ มีคำอุปแบบเดียวกันหรือไม่ จำแนกปัญหาว่าเป็นแบบมีคำตอบแน่นอน หรือ ไม่แน่นอน ต้องใช้การสร้างสถานการณ์จำลองหรือไม่

ขั้นที่ 2 สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Formulate a mathematical model)

เป็นขั้นตอนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ หรือทำให้ชัดเจนแล้วในขั้นที่ 1 ทดลองสร้างตัวแบบที่ชับช้อน้อยที่สุดก่อน เพียงแผนภาพตามความเหมาะสม เ肄ิ่นรายการที่เกี่ยวข้อง รวบรวมข้อมูลและทดสอบเนื้อหารายละเอียด อธิบาย พฤติกรรมของตัวแปร รวบรวมข้อมูลเพิ่มเติมถ้าจำเป็น และคงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย กำหนดข้อสมมติที่ต้องการสร้าง เ肄ิ่นความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น การเป็นสัดส่วน ความสัมพันธ์เชิงเส้นและไม่เชิงเส้น ความสัมพันธ์จากการทดลอง หลักการ input – output กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน สมการเชิงผลต่างและสมการเชิงอนุพันธ์ เมทริกซ์ ความน่าจะเป็น การกระจายเชิงสถิติ เป็นต้น

### ขั้นที่ 3 หาผลลัพธ์ของตัวแบบ (Solve the mathematical model)

การหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ของตัวแบบ อาจจะใช้วิธีเกี่ยวกับพิชคณิต หรือใช้วิธีเชิงตัวเลข ใช้แคลคูลัสและกราฟเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ หรือใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ที่เหมาะสม หาค่าของตัวแปรที่ต้องการ อาจเป็นรูปแบบตารางหรือรูปภาพ

### ขั้นที่ 4 แปลความหมายผลลัพธ์ (Interpret the mathematical solutions)

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนการแปลความหมาย และตรวจสอบผลลัพธ์ท่าได้ จากการเชิงคณิตศาสตร์ เช่น พิจารณาค่าของตัวแปรที่หาได้ ว่ามีเครื่องหมาย และขนาดถูกต้อง หรือไม่ มีค่าเพิ่มหรือลดตามที่ควรจะเป็นหรือไม่ พิจารณาค่ามากและค่าน้อยของตัวแปรเพื่อ ตรวจสอบพฤติกรรมความไวต่อสิ่งกระตุน ได้คำตอบที่ดีที่สุดตามที่คาดไว้หรือไม่ หรือต้องเปลี่ยน เงื่อนไขเริ่มต้น

### ขั้นที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง (Compare with reality)

ผลลัพธ์ที่ได้สามารถตรวจสอบกับข้อมูลจริงได้หรือไม่ คำตอบเชิงคณิตศาสตร์มีความหมายหรือไม่ การคำนวณสอดคล้องกับข้อมูลจริงหรือไม่ ประเมินตัวแบบที่สร้างขึ้นว่าได้ครบตามวัตถุประสงค์หรือไม่ ตัวแบบสามารถปรับปรุงให้ดีขึ้นอีกหรือไม่ ผลลัพธ์ที่ได้ ก่อนหน้านี้ ซึ่งให้เห็นว่าต้องคำนวนหาค่าตัวแปรจากตัวแบบที่ปรับปรุงใหม่เพื่อความแม่นยำที่ดีกว่า หรือไม่ ถ้าต้องการทำใหม่ก็ต้องกลับไปรีเมิร์นที่ขั้นที่ 1 หรือถ้าไม่ต้องการก็ให้ไปที่ขั้นที่ 6 ขั้นตอนนี้ สำคัญมาก เพราะมีบ่อยครั้งที่ต้องสร้างตัวแบบหลายรอบก่อนที่จะได้ผลเป็นที่น่าพอใจ

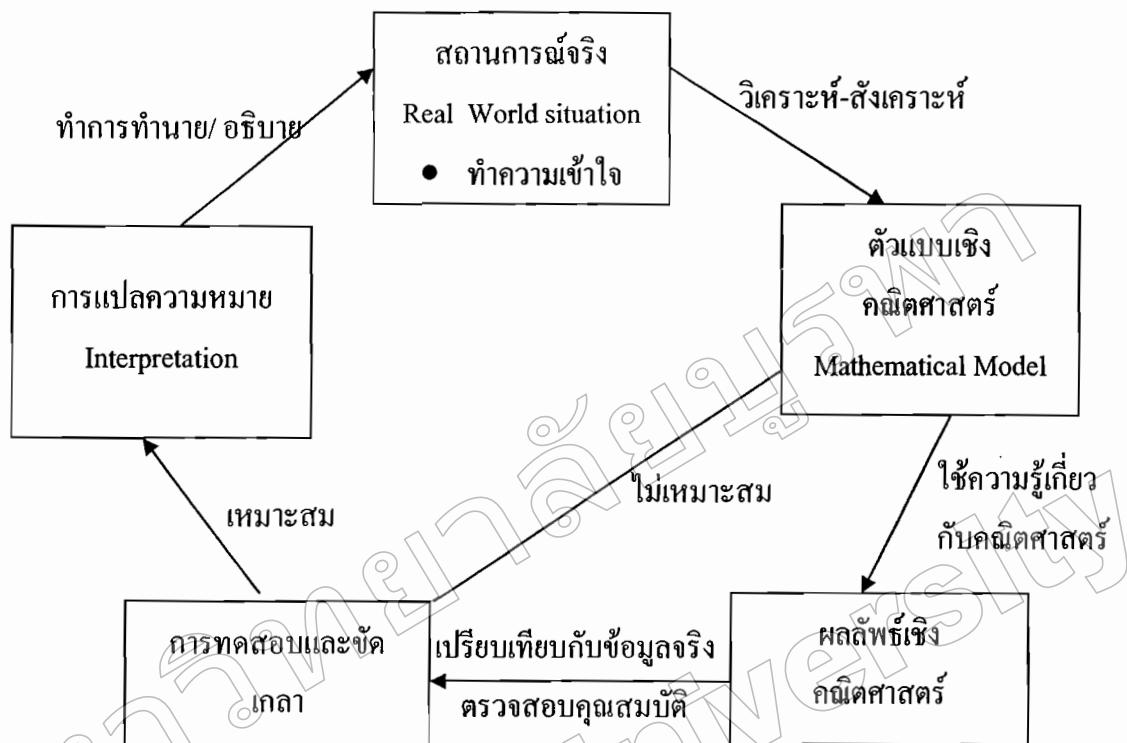
### ขั้นที่ 6 เขียนรายงาน (Write a report)

การเขียนรายงานต้องทราบว่าเขียนเพื่อใคร ผู้อ่านต้องการทราบอะไร ต้องการรายละเอียดในรายงานมากน้อยเพียงใด จะสร้างรายงานอย่างไร จึงจะทำให้ถูกขณะที่สำคัญ ชัดเจน และผลที่ต้องทราบปรากฏอยู่ ขั้นตอนนี้อาจจะไม่ต้องทำ ถ้าไม่ทราบว่าจะเขียนให้ใครอ่าน

สูรสาล พาสุก (2546, หน้า 41 – 44) ได้เสนอกระบวนการของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ 5 ขั้นตอน คือ

1. การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง
2. การเขียนโจทย์สถานการณ์จริงไปสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
3. การหาข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
4. การทดสอบและขัดเกลาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
5. การเขียนโจทย์ข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์เชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริง

ทั้ง 5 ขั้นตอนมีลักษณะเป็นวงจร แสดงดังภาพที่ 2-5



ภาพที่ 2-5 แสดงการศึกษาระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงตามแนวคิดของสุรสาล พาสุก

นอกจากนี้สุรสาล พาสุก ยังได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ขั้นคือ

1. การนำเข้าสู่การปฏิบัติกรรม
2. การปฏิบัติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
3. การสรุปผลการปฏิบัติกรรม

ทั้ง 3 ขั้นแสดงดังภาพที่ 2-6



ภาพที่ 2-6 แสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสู่สาร พาสุก

## ขั้นที่ 1 การนำเข้าสู่การปฏิบัติกรรม

เป็นการปฏิบัติกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังนี้

1. ครูนำเสนอสถานการณ์จริง
2. ครูสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอยากรู้ปัญหา
3. ครูกับนักเรียนร่วมกันอภิปราย ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาของสถานการณ์จริง

4. ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย 4 คน ประกอบด้วยนักเรียนที่มีพื้นความรู้คณิตศาสตร์ในระดับต่ำและในระดับสูงอย่างละ 1 คน และในระดับปานกลาง 2 คน

## ขั้นที่ 2 การปฏิบัติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

เป็นการปฏิบัติกรรมเป็นกลุ่มย่อย นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการปฏิบัติกรรมในลักษณะต่าง ๆ อย่างโดยทั่วไป เช่น ที่นั่ง ที่วางของ ฯลฯ

1. ภายในกลุ่มย่อย นักเรียนทำการศึกษาเป็นรายบุคคลก่อน โดยใช้เวลาสั้น ๆ จากนั้นจึงมาอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุป
2. ภายในกลุ่มย่อย แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเล็ก 2 คนทำการศึกษาร่วมกัน โดยใช้เวลาสั้น ๆ จากนั้นจึงมาอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุป
3. ภายในกลุ่มย่อย นักเรียนทุกคนร่วมกันอภิปรายและหาข้อสรุป เมื่อนักเรียนปฏิบัติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนต่าง ๆ ครบถ้วนแล้วให้นักเรียนในกลุ่มย่อยร่วมกันเขียนเรียงออกมาเป็นรายงานของกลุ่ม

บทบาทของครู ในขณะที่นักเรียนทำการศึกษาเป็นกลุ่มย่อยนั้นครูจะทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความตระหนักรู้ เวียนไปสังเกตการทำงานของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำในการปฏิบัติงาน หรือถ้าจำเป็นอาจต้องใช้การกระตุ้นหากเห็นว่าการอภิปรายในกลุ่มใดหยุดชะงักไม่สามารถดำเนินต่อไปได้ และกรณีมีนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง ปฏิบัติกรรมเสร็จได้เร็วกว่ากลุ่มอื่น ครูจัดให้นักเรียนทำการศึกษาเพิ่มอีก ให้อย่างหนึ่งที่ได้จัดเตรียมไว้ ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนทบทวนกิจกรรมในแต่ละขั้นที่ได้ทำไปแล้วใหม่ โดยเฉพาะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่าเหมาะสมกับข้อมูลที่มีอยู่ในสถานการณ์จริงนั้นแล้วหรือยัง
2. ให้ศึกษาประเด็นปัญหาเพิ่มเติมที่ครูจัดเตรียมไว้ ซึ่งเป็นประเด็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงที่กำหนดให้

**ขั้นที่ 3 การสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมเป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรม โดยพยาบานให้ทุกๆ กลุ่มได้นำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรมให้ครบถ้วนถ้าเวลาไม่เพียงพอ แต่หากมีเวลาจำกัดให้นำเสนอเฉพาะกลุ่มที่มีผลของการปฏิบัติกิจกรรมล้ำค่าก็ได้ ที่เหลือให้แสดงความคิดเห็นหรือเพิ่มเติมในประเด็นปลีกย่อยที่แตกต่างออกไป ในระหว่างการนำเสนอของตัวแทนกลุ่มย่อยนักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมอภิปรายและแสดงความคิดเห็น ครูทำหน้าที่บูรณาการแนวคิดจากการนำเสนอของนักเรียนกลุ่มย่อยและจากการอภิปรายแสดงความคิดเห็นของนักเรียนสรุปให้ชัดเจนในแต่ละขั้นตอน**

เวชฤทธิ์ อังกันะภารบรรจุ (2551, หน้า 74 – 75) ได้เสนอรูปแบบการเรียนรู้ตามแนวการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด โดยรูปแบบปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้แบ่งเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเสนอปัญหา ขั้นการวิเคราะห์ข้อมูล ขั้นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และขั้นการบูรณาการแนวคิดและเชื่อมโยงไปสู่ชีวิตจริง ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน ประกอบด้วยกิจกรรมต่างๆ ดังนี้**

1. ครูสร้างความสนใจสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมเพื่อให้นักเรียนตระหนักรถึงปัญหาและโน้มน้าวให้นักเรียนมีความรู้สึกอยากแก้ปัญหา
2. ครูนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมจากนั้นนักเรียนร่วมกันอภิปราย ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้กระตุ้นผ่านคำถามที่น่าสนใจ

**ขั้นที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย โดยมีขั้นตอน ต่างๆ ดังนี้**

1. นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของปัญหาโดยวิเคราะห์ดึงวิธีการที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล หรือวิธีการที่จะนำข้อมูลที่มีอยู่มาใช้โดยอาศัยพื้นฐานความรู้เดิม
2. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 – 6 คน จากนั้นครูชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย
3. นักเรียนสร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจจากการเก็บรวบรวมข้อมูลตามสถานการณ์/ ปัญหาหรือวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์/ ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบภายในกลุ่มของตนเอง

4. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียนปฏิบัติ กิจกรรม หมุนเวียนสังเกตการทำการทดลองของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือเท่าที่ จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำตามกระตุนตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

ข้อที่ 3 ขั้นการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ เป็นการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ โดยมี ขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอผลการปฏิบัติ กิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ของกลุ่มตนเอง ครั้งละ 2-3 กลุ่ม

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น จากนั้นครูและเพื่อน ร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุม และสมบูรณ์ที่สุด รวมทั้งเป็นการประเมินการคิดของนักเรียนด้วย

ข้อที่ 4 ขั้นการบูรณาการแนวคิดและเชื่อมโยงไปสู่ชีวิตจริง เป็นการปฏิบัติ กิจกรรมเป็นกลุ่มใหญ่ โดยมีขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการแนวคิดและเหตุผลที่ใช้จากการ นำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำตามนำให้เกิดการอภิปราย จากนั้นนักเรียน ช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม และสรุปเป็น ประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

## 2. ครุยอบรมหอยนางรมเพื่อตรวจสอบและติดตามผลการเรียนรู้

บทบาทของครู ครูเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้เองด้วยความเข้าใจผ่านทักษะการให้ เหตุผลและการเชื่อมโยง ครูคัดเลือกสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม จากแหล่งต่าง ๆ เช่น สื่อสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ หนังสือ หรืออินเตอร์เน็ต และเป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจและอยู่ในความ สนใจ ครูตั้งคำถามเพื่อกระตุนให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาให้มีการอภิปรายเพื่อหาคำตอบ ซักถาม เพื่อให้นักเรียนให้เหตุผลน้อย ๆ เพื่อสร้างความเข้าใจและทราบดีถึงความสำคัญของการให้ เหตุผล จัดบรรยากาศในห้องเรียนให้เป็นกันเอง สงบเรียบร้อยให้นักเรียนมีอิสระในการคิดและแสดง ความคิดเห็นในเนื้อหาที่เรียน จัดเตรียมสื่ออุปกรณ์เพื่อช่วยในการเรียนรู้ อย่างอำนวยสะดวก และให้คำแนะนำกรณีจำเป็น อีกทั้งครูประเมินการคิดของนักเรียนตลอดเวลาที่ปฏิบัติกิจกรรม

บทบาทของนักเรียน นักเรียนมีโอกาสแสดงตัวเอง ลงมือเก็บรวบรวมข้อมูล นำเสนอ ข้อมูลวิเคราะห์ข้อมูล อภิปรายเพื่อหาข้อสรุป ลงมือปฏิบัติเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน กลุ่มย่อย และ รายบุคคล มีการคิดด้วยตนเอง การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และนำเสนอผลงาน

สรุปแนวคิดที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่เน้น พัฒนาการกระบวนการเรียนรู้และทักษะสำหรับชีวิตจริง โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์สู่

สถานการณ์ในโลกจริง ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมโดยเริ่มตั้งแต่การจัดการเรียนรู้พื้นฐานของภาคตัดกรวย ในหน่วยการเรียนรู้เรื่อง วงศ์พานิช พาราโบลา วรี และไอกเพอร์ โบลา เพื่อนำมาใช้เป็นตัวแบบสำหรับ การแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริงต่อไป โดยมีการสอดแทรกกิจกรรมต่าง ๆ ที่เชื่อมโยงกับ สถานการณ์จริงในกิจกรรมการเรียนรู้

ในส่วนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริง ผู้วิจัยได้ สรุปแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริง เป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

### **ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์จริง มีขั้นตอน ดังนี้**

1. ครูสร้างความสนใจสถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับภาคตัดกรวย โดย ยกตัวอย่างของภาคตัดกรวยที่พบในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนตระหนักรู้ถึงความสำคัญและความ เชื่อมโยงของภาคตัดกรวยกับโลกจริง

2. ครูนำเสนอปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริง ที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับ ภาคตัดกรวยมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายหาแนวทางในการ แก้ปัญหา

### **ขั้นที่ 2 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาจากสถานการณ์จริง เป็นการปฏิบัติกรรมเป็น กลุ่มย่อย โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้**

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 – 4 คน แล้วให้นักเรียนร่วมกัน วิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยวิเคราะห์สิ่งที่ต้องการศึกษา สิ่งที่ถูกกำหนดขึ้นใน สถานการณ์ และวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อแสดงถึงความเข้าใจจากการศึกษาปัญหาจาก สถานการณ์ที่กำหนด และวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์เพื่อนำมาอภิปรายหาข้อสรุปถึงวิธีการ แก้ปัญหาภายในกลุ่ม

3. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียน ปฏิบัติกรรม โดยคงอย่างเด็กการที่เกิดขึ้นของแต่ละกลุ่ม ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือ เท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

### **ขั้นที่ 3 ขั้นการเชื่อมโยงปัญหาจากสถานการณ์จริงสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มี ขั้นตอน ดังนี้**

1. นักเรียนนำข้อสรุปที่ได้จากการอภิปรายร่วมกันมาหารือวิธีการแก้ปัญหา โดยสร้างสมมติฐานจากข้อมูลที่ได้ แล้วเปลี่ยนสมมติฐานให้อยู่ในรูปของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของฟังก์ชัน สมการ หรือ กราฟ

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาคำตอบจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและช่วยกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

3. ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกและประเมินนักเรียนระหว่างนักเรียนปฏิบัติ กิจกรรม โดยอย่างสังเกตการทํากิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้กำเนิดนําและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่างๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

**ขั้นที่ 4 ขั้นการเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์เชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริง มีขั้นตอนดังนี้**

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงความหมายของผลลัพธ์เชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในสถานการณ์จริงคืออะไร คำตอบที่ได้นํอกันจะนำไปสู่กับสถานการณ์จริง แล้วสรุปคำตอบจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2. นักเรียนร่วมกันนำคำตอบที่ได้มาอธิบายสถานการณ์จริง ที่กำหนดให้ ว่า คำตอบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้สัมพันธ์กับปัญหางานจริงย่างไร

3. ครูเป็นผู้อย่างสังเกตการทํากิจกรรมของแต่ละกลุ่ม ให้กำเนิดนําและความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นตามกลุ่มต่างๆ เพื่อให้เกิดการอภิปรายด้วยเหตุผล

**ขั้นที่ 5 ขั้นสรุปแนวคิดและเชื่อมโยงสู่ชีวิตจริง เป็นการปฏิบัติกรรมเป็นกลุ่ม ใหญ่ โดยมีขั้นตอนต่อไปดังนี้**

1. นักเรียนในกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติ กิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ของกลุ่มตนเอง ครั้งละ 2-3 กลุ่ม โดยครุอย่างประเด็นที่นักเรียนนำเสนอ เพื่อเป็นข้อมูลในการสนทนากลุ่มต่างๆ

2. นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น จากนั้นครุและเพื่อนร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุม และสมบูรณ์ที่สุด รวมทั้งเป็นการประเมินการคิดของนักเรียน

3. ครูนำเสนอเพื่อให้นักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การแก้ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตจริง โดยใช้ความรู้เรื่อง ภาคตัดกรวย และสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจน ยิ่งขึ้น

4. ครูมอบหมายงานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจและติดตามผลการเรียนรู้

### 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาจากสถานการณ์จริง งานวิจัยต่างประเทศ

แวงและเย (Wang & Ye, 2000, pp. 124 - 125) ได้ร่วมกับศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในประเทศไทยสาระนั้นเป็นภาษาอังกฤษ ประชาชนจึงโดยการนำเสนอ กิจกรรมการแข่งขันในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กิจกรรมแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ

1. ให้ปัญหาประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาปลายเปิดกับนักเรียน โดยให้เวลา 3 วันในการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถนำปัญหากลับไปศึกษาที่บ้าน ใช้เครื่องมือและเอกสารอ้างอิงต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งในการดำเนินการดังกล่าว แวงและเยพบร่วมกับนักเรียนสนับสนานกับปัญหานิดนึงมาก

2. ให้นักเรียนเขียนปัญหาจากชีวิตจริงของนักเรียนที่ต้องการค้นหาคำตอบ งานนี้จึงให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้จากวิชาอื่น ๆ ตลอดจนวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

คูน ยูง วงศ์ (Khoon Yoong Wong, 2002) ได้ศึกษาถึงการพัฒนาการเรียนการสอนขั้นเรียนเพื่อรับครูผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาช่วงอายุ 12-14 ปี การออกแบบขั้นเรียนมุ่งเน้นให้มีการประยุกต์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เข้ากับการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์จากประสบการณ์ของชาวบูรุษใน เนื้อหาที่บรรจุในขั้นเรียนมุ่งเน้นให้เกิดความรู้ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ บทเรียนทางคณิตศาสตร์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษา เนื้อหาส่วนใหญ่จะเป็นการยกตัวอย่างจากแบบฝึกหัดแนวความคิดของนักเรียน การอภิปรายร่วมกันจากการสอน ผลจาก การศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ บทเรียนทางคณิตศาสตร์ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ทำให้มองเห็นว่า เมื่อเลือกใช้ตัวแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน จะทำให้ทราบถึงพื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีเมื่อนักเรียนมีพื้นฐานทางการเรียนที่ดีจะทำให้นักเรียนเบicรับสิ่งที่สนับสนุนการสอนนักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

### งานวิจัยในประเทศไทย

สุรสาด พาสุก (2546, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเขตคิดต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนทวาราภิเศก กรุงเทพฯ จำนวน 32 คน ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ใช้เวลาในการทดลอง 42 ชั่วโมง เป็นกิจกรรมปฐพื้นฐาน 6 ชั่วโมง และปฏิบัติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 36 ชั่วโมง ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับความสามารถ

และการคิดในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นักเรียนกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและสังเคราะห์ความรู้ที่เกี่ยวข้องมาสร้างตัวแบบที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นและเอกซ์โพเนนเชียลได้ดีคิดหาข้อสรุปจากตัวแบบในรูปฟังก์ชันและทดสอบความเหมาะสมของตัวแบบได้แต่การคิดเชื่อมโยงข้อสรุปจากตัวแบบในรูปฟังก์ชันและทดสอบความเหมาะสมของตัวแบบได้แต่การคิดเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริงยังทำได้ไม่คืบก้าว

อนันตนิจ โพธิ์ถาวร (2547, หน้า 95 - 97) ได้ศึกษาผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริงที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจต่อสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนถลาง จังหวัดภูเก็ต จำนวน 88 คน แบ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริงจำนวน 46 คน และกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติจำนวน 42 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ สูงกว่าร้อยละ 50
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโลกจริงมีความพึงพอใจต่อสภาพแวดล้อมในการเรียนรู้ทุกด้านในระดับมาก คือ ด้านการมีส่วนร่วม ด้านสัมพันธ์ ไมตรี ด้านการสนับสนุนจากครูด้าน เป้าหมายการทำงาน ด้านความเป็นระเบียบในชั้นเรียน ด้านการซึ้งอกภูรະเบียนและด้านความพึงพอใจในการทำงาน

สุภัคตรา เพียงสูงเนิน (2549, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลาโดยใช้ปัญหาริจ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสูงเนิน อำเภอสูงเนิน จังหวัดนครราชสีมา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมาเขต 4 ซึ่งได้มาจากการสั่งแบบเจาะจง จากนักเรียนที่เลือกเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ภาคเรียนที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2549 จำนวน 51 คน เครื่องมือที่ใช้เก็บข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง พาราโบลา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง พาราโบลา โดยใช้ปัญหาริจ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 คนที่กำหนดไว้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

### 3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงไว้ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ดังต่อไปนี้

สภาคูรุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 1991, p. 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงไว้ว่า คือ การพสมพسانแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน

เคนเนดี้ และทิปป์ (Kennedy & Tipps, 1994, pp. 194-198) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงว่า เป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมแทนแนวคิดต่าง ๆ เช่น รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ คำหรือข้อความ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

อัมพร มัคคานอง (2547, หน้า 101) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ

โพธิ์ทิพย์ วัชระสวัสดิ์ (2547, หน้า 9) กล่าวว่าการเชื่อมโยง เป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ที่จะระหว่างสิ่งของ คน หรือแนวคิด ซึ่งการเชื่อมโยงแนวคิดเป็นกระบวนการทางปัญญาในการนำสิ่งต่าง ๆ เช่นความรู้ ประสบการณ์ หรือเหตุการณ์ ตัวแปร 2 อย่างขึ้นไปมา เกี่ยวข้อง หรือสัมพันธ์กัน

อเนก พุทธิเดช (2548, หน้า 43) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมและประสบการณ์ที่มีมา ผสมพسانหรือมาสัมพันธ์กันทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยแบ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่าง ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

รัชดา ยาตรา (2549, หน้า 19) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ด้วยกัน และระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้อย่างมีความหมายและให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือ สามารถการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในสภาพชีวิตจริงได้

สุรangsana ยาหี้ (2549, หน้า 43) การการเชื่อมโยง หมายถึง การบูรณาการ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันให้เป็นองค์รวมซึ่งอาจเป็นการเชื่อมโยงภายในวิชาหรือการเชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย

บุญญิสา แซ่ห์ล่อ (2550, หน้า 12) การเชื่อมโยง หมายถึง การเชื่อมความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ โดยมีแกนกลาง เช่น หัวข้อ ความคิดรวบยอด สถานการณ์เกี่ยวกับเนื้อหาเป็นตัวเชื่อม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 98 - 99) ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทำงานคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์ อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์ กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

กัลยา พันปี (2551, หน้า 37) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนด ขึ้น ซึ่งแบ่งเป็น การเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้วิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยให้การเรียนเกิดความหมาย

กฤณณา ไสยาศรี (2551, หน้า 38) ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ผู้เรียนสามารถนำเนื้อหาภายในวิชาคณิตศาสตร์ เนื้อหาระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ปิยนุช หวานครร (2551, หน้า 43) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนด ขึ้น ซึ่งแบ่งเป็นการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

รุ่งอรุณ เรืองเดช (2551, หน้า 9) การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมและประสบการณ์ที่มีมา ผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กันทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยแบ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่างความรู้คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนนำความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ และการแก้ปัญหา ต่าง ๆ ทั้งในเนื้อหาวิชาและปัญหาในชีวิตจริง ได้อย่างมีความหมาย

### 3.2 ความสำคัญของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สมาคมครุภัติศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National of Teachers of Mathematics, 1989, p. 84) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดในศาสตร์ต่าง ๆ จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย การเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นว่า ความคิดรวบยอดจะต้องแยกจากความคิดรวบยอดในวิชาอื่น ๆ ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์ หรือสังคมศึกษา การสอนที่สัมพันธ์เชื่อมโยงความคิดรวบยอดจากหลาย ๆ สาขาวิชาเข้าด้วยกัน มีประโยชน์หลายอย่าง ที่สำคัญที่สุด คือ ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of learning) ระหว่างสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับชีวิตจริง ได้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจว่า สิ่งที่ตนเรียนมีประโยชน์หรือพร้อมที่จะนำไปใช้แก่ปัญหาในชีวิตจริงได้

เคนเน็ต และทิปป์ (Kennedy & Tipps, 1994, p.194) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปปัจจรรน ได้แก่ รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนมติ กับกระบวนการรวมเนื้อหา และวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

บลากอฟ และชาซัน (Blaskopf & Chazan, 2001, p.625) กล่าวว่า ตัวอย่างของ การเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนตระหนักรู้คณิตศาสตร์เป็นจริง มีความหมายและมีประโยชน์สำหรับทุกคน การเชื่อมโยงภายในการคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจและเห็นคุณค่าในคณิตศาสตร์มากขึ้น

กรมวิชาการ (2545, หน้า 203) กล่าวถึงประโยชน์ของการเชื่อมโยงว่า มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่าง โดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรม เกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานอุตสาหกรรม งานออกแบบสร้างหินห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การซั่ง ดวง วัด การคำนวณ ระยะเวลาและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงิน ไว้ใช้ในช่วงบันปลายของชีวิต

อัมพร มั่นคง (2547, หน้า 101) กล่าวว่า การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียน ได้ดีขึ้น และมองเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแบ่งของ การเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้

โพธิ์ทิพย์ วัชรสวัสดิ์ (2547, หน้า 10) การเชื่อมโยงมีความสำคัญในฐานะที่ เป็นกระบวนการซึ่งผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการบูรณาการความรู้ระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับ

คณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง การเชื่อมโยงเป็นสื่อกลางที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ การเชื่อมโยงเปรียบเสมือนสะพานที่จะนำผู้เรียนไปพบกับความสำเร็จทั้งด้านการเพิ่มพูนความรู้และการแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาวิชาชีพหรือปัญหาในชีวิตจริงที่ต้องอาศัยความรู้จากศาสตร์ต่าง ๆ ความสามารถหรือความชำนาญในการเชื่อมโยงจะช่วยให้การแก้ปัญหาที่มีความยากหรือซับซ้อนประسับผลสำเร็จได้

สุรังคนา ยาหีย์ (2549, หน้า 45 - 46) คณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในโลกขุปปัจจุบันมากมาย ครุจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงอย่างสนับสนุน โดยครุอาจเริ่มจากการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้เดิมที่มีอยู่กับเนื้อหาความรู้ในเรื่องใหม่ ให้นักเรียนแสดงความสัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดการบูรณาการทางคณิตศาสตร์และมองเห็นคณิตศาสตร์ในภาพรวม แล้วจึงพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปสู่ศาสตร์วิชาต่าง ๆ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน

นิตยา วงศ์แสน (2551, หน้า 24) การเชื่อมโยงมีความสำคัญต่อผู้เรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก มีส่วนช่วยให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในความคิดและเกิดความเข้าใจลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียนมากขึ้น

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนได้ตระหนักรเห็นถึงคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่งของการเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ทั้งในเนื้อหาวิชา และปัญหาของสถานการณ์ในชีวิตจริง การเชื่อมโยง จึงเป็นเครื่องมือที่ทำให้เกิดการเรียนรู้แบบบูรณาการอย่างแท้จริง

### 3.3 ลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์นั้นมีหลายรูปแบบแตกต่างกันตามทัศนคติของนักการศึกษา ในที่นี้ขอสรุปลักษณะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ เป็น 2 ลักษณะ ตามที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 99 - 114) ได้แบ่งไว้ดังนี้

#### 3.3.1 การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการนำความรู้และทักษะ และกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือจะทัดรดกัน แต่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายสำหรับนักเรียนมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงสาระจำนวนกับพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระเรขาคณิตกับพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระจำนวนกับการวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงสาระการวัด เรขาคณิต และพีชคณิต การเชื่อมโยงสาระ

ทางคณิตศาสตร์กับการนำไปใช้ในชีวิต รวมไปถึงการเชื่อมโยงด้านวิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การแก้ปัญหาโดยนำวิธีการเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตมาใช้ในการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต การแก้ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่โดยวิเคราะห์จากกราฟ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ โดยวิธีการเขียนสมการ การทำแบบจำลองสิ่งต่าง ๆ โดยใช้วิธีการย่อส่วนหรือขยายส่วน เป็นต้น

### 3.3.2 การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นการนำความรู้และทักษะ/กระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมผัสนั้นอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ พัฒนศึกษาศาสตร์ จิตวิทยา และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมาย และนักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ ตัวอย่างต่อไปนี้ แสดงถึงวิธีที่ครูจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ และสังคมรอบตัว ด้วยการให้นักเรียนทำโครงงานที่บางโครงงานอาจให้ทำร่วมกันทั้งชั้น รายบุคคล หรือทำโดยกลุ่มบุคคล (Kennedy & Tipps, 1944, pp. 194-198) ดังนี้

1. คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เช่น การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม แรงดันอากาศ การสั่นมนุษย์ไปความจันทร์ การโครงการความเกราะห์ การกำหนดมาตรฐาน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

2. คณิตศาสตร์กับสังคมศาสตร์ เช่น นาฬิกาน้ำ และนาฬิกาทราย การสร้างพีระมิดในอียิปต์ ศึกษาการออกแบบพร้อมถ้วยชา และตะกร้าที่ใช้หลักการสมมาตร และทรงลูกบาศก์ของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐฯ การแยกประเภทของอาชีพต่าง ๆ เป็นอาชีพที่มีเครื่องแบบและไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย ผู้ให้บริการคนงานโรงงาน ทหาร และปศุสัตว์ การเปรียบเทียบส่วนที่สูงที่สุดและต่ำที่สุด เช่น จุดที่สูงที่สุดของพื้นโลกกับจุดที่ต่ำที่สุดของก้นทะเล

3. คณิตศาสตร์กับศิลปะ เช่น การวัดกระดายเพื่อติดขอบผนัง การกำหนดมาตรฐานส่วนกลางของสถาปัตยกรรมในชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างจาก การคาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ

4. คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา เช่น การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปตารางและกราฟการหาปริมาณแคลอรี่จากการอ่านฉลากข้อมูล กองานการซึ่งกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับความเสี่ยง

5. คณิตศาสตร์กับการอ่าน และศิลปะทางภาษา เช่น การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำการวิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์ การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง จำนวน และความงามของตัวเลข การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวน พัญชนะ

6. คณิตศาสตร์กับการศึกษาทางภาษาพื้นเมือง การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิกยิ่งใหญ่ การจัดวางพื้นที่การเล่น การจับเวลาการแข่งขัน คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลาย ๆ ด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร ไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปบทความ และภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ทำเรื่องสถานีรถไฟ และสถานบันลวนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์ เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คน ทั้งสิ้น ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการของและผลิตที่เกิดจากรถยนต์ ของเดียวกัน โรงงานได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำเนินชีวิตในปัจจุบัน ครุภัจ្យการสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวัน

### 3.4 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาทักษะและกระบวนการ เเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ และกระบวนการเชื่อมโยง ความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ (The National of Teachers of Mathematics, 2000, p. 200)

นอกจากนี้ กรมวิชาการ (2545, หน้า 203-205) กล่าวว่า องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนา การเรียนรู้ทักษะและกระบวนการเชื่อมโยง มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้อง เชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ คณิตศาสตร์นั้นผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์สอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้

ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาเก็บปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันเพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริงและมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ที่ผู้สอนอาจมีบนหน้างานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้นแล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

อัมพร มัคโนง (2547, หน้า 101-102) กล่าวถึง การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงอาจเริ่มต้นง่าย ๆ จากการเชื่อมโยงสองประเภทแรก คือการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยกัน ดังตัวอย่างของกิจกรรมเพื่อฝึกการเชื่อมโยงต่อไปนี้

ในหมู่บ้านของท่านมีการประชุมเพื่อแสดงความคิดเห็นว่าควรจะเสนอทางราชการให้ตั้งจุดตรวจในหมู่บ้านหรือไม่ ใน การประชุมมีบางกลุ่มที่เชื่อว่า การมีจุดตรวจของตำรวจอยู่ใกล้หมู่บ้านจะช่วยลดปัญหาอาชญากรรม ที่ประชุมจึงได้ขอข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมในปีที่ผ่านมาจากสถานีตำรวจน้ำท้องที่ โดยได้ข้อมูลดังตารางต่อไปนี้

(อัมพร มัคโนง, 2547, หน้า 101)

ตารางที่ 2-3 แสดงจำนวนของการเกิดอาชญากรรมในปีที่ผ่านมาจากสถานีตำรวจน้ำท้องที่

จำนวนกิโลเมตรที่จุดเกิดเหตุห่างจากจุดตรวจ	จำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อ กิโลเมตร
1 – 5	13
6 – 10	14
มากกว่า 10	15

1. จากข้อมูลดังกล่าว ท่านคิดว่าที่ประชุมควรสรุปความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจ กับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อ กิโลเมตรอย่างไร เพราะเหตุใด
2. มีบังคับในที่ประชุมพยายามใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการอธิบาย ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้เพื่อให้ข้อสรุปเชื่อถือได้มากขึ้น ท่านจะช่วยคนเหล่านั้นได้อย่างไร

การให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์แก่ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยง จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปจัดทำโครงการงานคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนักเรียนเป็นผู้กำหนดปัญหาขึ้นมาเอง แล้วคิดหารูปแบบการศึกษาและทำการศึกษาโดยอิสระ นักเรียนจะใช้ความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับปัญหา จนนำไปสู่การค้นพบคำตอบหรือสร้างสรรค์ผลงาน กล่าวได้ว่า โครงการงานคณิตศาสตร์เป็นงานวิจัยเล็ก ๆ ที่ผู้เรียนคิดค้นเอง โดยใช้คณิตศาสตร์มาช่วยในการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูล จึงได้เห็นผลงานที่นำไปใช้ประโยชน์ได้จริง

### 3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ทั้งในและต่างประเทศ ดังนี้

ลองว์สันและчинนาแพน (Lawson & Chinnappan, 2000, pp. 26-43) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ศึกษาตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างการทำการแก้ปัญหา และคุณภาพระบบความรู้ของนักเรียน จากนักเรียน 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนรู้อย่างมีแบบแผน มีระบบมากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และมีระบบความคิดของการเชื่อมโยงความรู้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่นำไปสู่ความสำเร็จได้มากกว่า

ไคล์ และ มัวร์ (Kyle & Moor, 2001, pp. 80-86) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยใช้วิธีเข้าไปเยี่ยมครอบครัวของนักเรียน ใช้การพูดคุยแบบไม่เป็นทางการและการสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง หลังจากนั้นจึงรวบรวมข้อมูลและจัดรูปแบบของสิ่งที่นักเรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติของแต่ละครอบครัว ซึ่งบางอย่างเกี่ยวกับขั้นตอนการทำนายตัว การเลี้ยงสัตว์ การฝึกน้อง การดูทีวี และ การทำอาหาร หลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลนั้นมาพัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน แล้วนำมาให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผู้ปกครองของนักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น จากที่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องยาก และช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้ที่บ้านของนักเรียนมาช่วยส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ให้ดีขึ้นจากการนั้นแล้ว ไคล์ และคณะ ยังเชื่อว่าการให้นักเรียนได้ทำงานที่มีความหมายการให้แก่ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนักเรียนจะได้รับการส่งเสริมอย่างสุดความสามารถ ถ้าการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การสอนคณิตศาสตร์นั้น ได้เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวากษา ความรู้และทักษะที่ครอบครัวเขาสนใจ

พูกาลี (Pugalee, 2001, pp. 236 – 243) ได้ศึกษาตรวจสอบเกี่ยวกับการเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่แสดง โครงสร้างการรู้คิดอย่างชัดเจนกับนักเรียนเกรด 9 ที่ได้ลงทะเบียนเรียนในหลักสูตรพิชิต ที่ได้เตรียมการเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาที่ พวากษากระทำในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่ากระบวนการเขียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นทักษะที่จำเป็นและคงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงโครงสร้างของกรุ๊ปคิดที่มี ประสิทธิภาพ ซึ่งให้เห็นถึงการประสานกันของพฤติกรรมการรู้คิดที่หลากหลายทำให้มีการวิเคราะห์ ข้อมูลอย่างมีประสิทธิภาพ มีระบบ มีการจัดการที่ดี ซึ่งให้เห็นถึงความสำคัญของการเขียน ว่าเป็น ส่วนหนึ่งของการบูรณาการหลักสูตรทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้แสดงความคิดทางการเขียน และทางค้านภาษา ให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงกับข้อความสามารถที่นักเรียนมีอยู่

องอาจ ชั้นรัมย์ (2546, บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้หน่วยการเรียนเรื่อง “คณิตศาสตร์เพื่อชีวิตประจำวัน” โรงเรียนวัดเวพุวนาราม (สินทรัพย์อนุสรณ์) จังหวัดกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดเวพุวนาราม (สินทรัพย์อนุสรณ์) จังหวัดกรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 37 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่มจาก 2 ห้องเรียน ผลการศึกษาปรากฏว่า

ค้านความรู้ นักเรียนทุกคนเข้าใจอัตราส่วนและร้อยละ สามารถทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับปานกลางและระดับต่ำไม่สามารถทำแบบฝึกหัดที่ซับซ้อนได้ แต่คะแนนรวมจากแบบบันทึกพฤติกรรมการสังเกตของครูและแบบฝึกหัดนักเรียนทุกคนทำได้คะแนนสูงกว่าร้อยละ 50

ค้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้และความคิดสร้างสรรค์

ค้านคุณลักษณะ นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นให้ความร่วมมือและรับผิดชอบดี

ข้อมูลจากแบบสำรวจความคิดเห็นพบว่าการเรียนโดยใช้หน่วยการเรียนทำให้ นักเรียนสนุกสนานเพลิดเพลิน การเรียนน่าสนใจ เกิดความคิดสร้างสรรค์ การเรียนไม่น่าเบื่อ นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหา

โพธิ์พิพิธ วัชรสวัสดิ์ (2547, บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเพื่อออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการเรื่องโยงเรื่องของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และศึกษา

เปรียบเทียบความสามารถในการเขื่อมโยงความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันกับการแก้ปัญหางานวิชาชีพและชีวิตจริงของนักศึกษาแผนกโภคภัณฑ์และแผนกไฟฟ้าที่เรียนวิชาแคลคูลัส 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 วิทยาลัยเทคนิคดอนเมือง จำนวน 29 คน ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการเรียนรู้ที่มีความสามารถในการเขื่อมโยงความรู้เพื่อแก้ปัญหาในงานวิชาชีพและชีวิตจริงสูงกว่าก่อนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักศึกษาสามารถทำโครงการคณิตศาสตร์ที่แสดงการเขื่อมโยงความรู้เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ งานวิชาชีพและชีวิตจริงได้ผลการประเมินโครงการทั้งหมดอยู่ในระดับดีทั้งด้านเนื้อหา กระบวนการ และการนำเสนอ โครงการ

อนัน พุทธิเดช (2548, บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเพื่อหาประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเขื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหานอกห้องเรียน และการเขื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเพื่อศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเขื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทศบาลวัดตาเปี้ยน จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนจำนวน 27 คน ผลการศึกษาพบว่า

ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการเขื่อมโยงของนักเรียนระหว่างใช้กิจกรรมการเรียนการสอนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเขื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่องการประมาณค่า คิดเป็นร้อยละ 61.90 และ 60.29 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ 70/ 70 ที่ตั้งไว้ จะพบว่าค่าเฉลี่ยต่ำกว่าเกณฑ์ทั้งระหว่างเรียนและหลังเรียน และเมื่อพิจารณาแยกตามรายแผนการเรียนทั้ง 6 แผนการเรียนมีค่าเฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 70 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเขื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประมาณค่า อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งนักเรียนมีเจตคติที่ต่อ กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเขื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประมาณค่า อยู่ในระดับปานกลาง

รัชดา ยาตรา (2549, หน้า 66) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเขื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการศึกษาพบว่า

1. ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนเข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สร้างคuna ยาhey (2549, หน้า 117) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์  $80/80$  โดยมีค่า  $96.88/97.36$

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนแบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนแบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุญญิสา แซ่หล่อ (2550, หน้า 108) ได้ศึกษาการบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพิชิตคณิต โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง และศึกษาผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยง ความลึกในการเข้าใจ เนื้อหา การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง นอกจากนี้ยังศึกษาความสามารถในการเชื่อมโยง ที่มีผลต่อความลึกในการเข้าใจเนื้อหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

โรงเรียนย่านตาขาวรัฐชุมปัมก์จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 30 คาบ คาบละ 50 นาที โดยเน้นการเชื่อมโยงในสองแบบคือ แบบที่หนึ่ง การเชื่อมโยงภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ การเชื่อมโยงการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่แตกต่างกัน และการเชื่อมโยงการนำเสนอข้อมูลกับพืชผล แบบที่สองคือ การเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง ได้แก่ การเชื่อมโยงเนื้อหาการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพืชผลกับสถานการณ์ในชีวิตจริง สำหรับความสามารถในการเชื่อมโยง และความลึกในการเข้าใจเนื้อหาประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงและแบบทดสอบวัดความลึกในการเข้าใจเนื้อหา ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง วัดโดยใช้แบบวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงและจากการเขียนรายงานสะท้อนความคิดเห็นด้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงหลังการทดลอง นอกจากนี้ยังมีการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์เพื่อศึกษาในเชิงคุณภาพ ผลการทดลองพบว่า

- ผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยงพนว่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงภายหลังการทดลองมากกว่า ก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

- ผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเข้าใจเนื้อหาในแต่ละระดับ พนว่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในแต่ละระดับ ภายหลังการทดลองมากกว่า ก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

- ผลของการใช้การบูรณาการด้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง พนว่นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง

- ความสามารถในการเชื่อมโยงมีผลต่อความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในรูปแบบ ความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์แบบเชิงเส้น โดยมีคุณภาพ 35 % และผลการพัฒนาในเชิงคุณภาพจาก การสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยนักเรียนเห็น ความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในด้านความลึกในความเข้าใจเนื้อหานักเรียนมี ระดับความลึกในการเข้าใจเนื้อหามากขึ้น ส่วนในด้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง นักเรียนทุกคนให้ความคิดเห็นที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และเห็นว่า คณิตศาสตร์เกี่ยวพันกับชีวิตจริง

พัชรินทร์ อรัญสาร (2550, หน้า 67 - 68) ได้ทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อ วิธีจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนเมืองตลุงพิทยาสรรค์ อำเภอประโคน จังหวัดบุรีรัมย์ ผลการศึกษาพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ มีผลลัพธ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร มีผลลัพธ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ก้าวมา พันปี (2551, หน้า 81 – 82) ได้ทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ระหว่าง กลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปป่าและรูปแบบวัฏจักรการ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นห้องเรียนตามสภาพจริง โดยวิธีสุ่มอย่างง่ายแบบจับฉลาก เป็นกลุ่มทดลอง 1 จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปป่า 1 ห้องจำนวนนักเรียน 35 คน และกลุ่มทดลอง 2 จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 35 คน พบว่า

1. ผลลัพธ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปามีคะแนนเฉลี่ยของผลลัพธ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองจัดการเรียนรู้รูปแบบซิปปากับกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบวัฏจักรการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มที่จัดการเรียนรู้รูปแบบซิปป่า

แก้วตา เลาหนุตร (2551, บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้จัดสร้างขึ้น โดยกิจกรรมนี้เป็นกิจกรรมที่เน้นการเชื่อมโยงสองแบบคือ แบบที่หนึ่งของการเชื่อมโยงเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นกับเนื้อหาภายในวิชาคณิตศาสตร์ แบบที่สอง การเชื่อมโยงเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นกับเนื้อหาวิชาอื่น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัยกรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการซักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม 1 ห้องเรียน จำนวน 46 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กฤษณา ไสยาศรี (2551, หน้า 87 - 88) ได้ทำการศึกษาความคิดสร้างสรรค์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เพื่อเปรียบเทียบ ความคิดสร้างสรรค์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่จัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการ กับกลุ่มปกติ และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่จัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการ กับกลุ่มปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียน สังกัดคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร ผลการศึกษา ปรากฏว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบบูรณาการ มีความสามารถคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบบูรณาการ มีความสามารถคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบบูรณาการ มีความสามารถสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบบูรณาการ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชัยภรณ์ รักพ่อ (2551, บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเพื่อพัฒนาและหาประสิทธิภาพ ของชุดกิจกรรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแม่เจดีย์วิทยาคม จังหวัดเชียงราย โดยใช้ชื่อ โครงการแปลงทางเรขาคณิตกับลวดลายเวียงกาหลง กลุ่มที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแม่เจดีย์วิทยาคม อำเภอเวียงป่าเป้า จังหวัดเชียงราย ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 44 คน สรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

1. ผลการพัฒนาได้ชุดกิจกรรมที่เชื่อมโยงการแปลงทางเรขาคณิตกับลวดลายบนเครื่องปั้นดินเผาเวียงกาหลง จำนวน 5 หน่วย โดยหน่วยที่ 1 เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับลวดลายบนเครื่องปั้นดินเผาเวียงกาหลง หน่วยที่ 2 ลายก้านขด เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน หน่วยที่ 3 ลายดอกบัว เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการสะท้อน หน่วยที่ 4 ลายกลีบดอกไม้ เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับ

การหมุน และหน่วยที่ 5 เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการประยุกต์ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตเพื่อออกแบบลวดลายบนเครื่องปั้นดินเผาเวียงกาหลงแบบใหม่ ๆ

2. ผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมในการทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง แบบกลุ่มเล็กและภาคสนาม มีประสิทธิภาพเท่ากับ  $80.92 / 81.67, 84.24 / 83.13$  และ  $86.28 / 84.39$  ตามลำดับ ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์มาตรฐาน  $80 / 80$  ที่กำหนดไว้ นอกจากนี้นักเรียนมีความรู้สึกสนุกสนาน และเห็นประโยชน์ของกิจกรรมที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์พื้นฐาน ที่เป็นการเชื่อมโยงการเรียนรู้เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิตกับลวดลายเวียงกาหลง อีกทั้งนักเรียนยังมีความรู้สึกประทับใจ และกระตือรือร้นกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ประยุกต์ให้เข้ากับภูมิปัญญาของท้องถิ่นของตนเอง

นิตยา วงศ์เสน (2551, หน้า 139 - 140) ได้ทำการศึกษาเพื่อวิเคราะห์การเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางจำนวน ในระหว่างการแก้ปัญหาของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนคุณค่าพิทยาสรรพ์ อัมเภอชำสูง จังหวัดขอนแก่น จำนวน 3 กลุ่ม กลุ่มละ 9 คน ซึ่งทำการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด 5 สถานการณ์ปัญหาพร้อมแบบของการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางจำนวนดังต่อไปนี้

1. การเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางจำนวนระหว่างการบวกในระดับชั้นตอนดำเนินการ กับการบวกในระดับกระบวนการ และ ไปยังการบวกในระดับความคิดรวบยอด เชิงกระบวนการ

2. การเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางจำนวนระหว่างการนับในระดับชั้นตอนดำเนินการ กับการบวกในระดับกระบวนการ และ ไปยังการคูณในระดับความคิดรวบยอดเชิงกระบวนการ

3. การเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางจำนวนระหว่างการนับในระดับชั้นตอนดำเนินการ กับการคูณในระดับกระบวนการ และ ไปยังการบวกในระดับความคิดรวบยอดเชิงกระบวนการ

4. การเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางจำนวนระหว่างการนับในระดับชั้นตอนดำเนินการ กับการคูณในระดับกระบวนการ และ ไปยังการหารในระดับความคิดรวบยอดเชิงกระบวนการ

5. การเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางจำนวนระหว่างการนับในระดับชั้นตอนดำเนินการ กับการบวกในระดับกระบวนการ และ ไปยังการบวกในระดับความคิดรวบยอดเชิงกระบวนการ

## 6. การเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางงานนวนธรรมและการนับในระดับชั้นต่อนการดำเนินการ กับการบวกในระดับกระบวนการ และไปยังการหาร ในระดับความคิดรวบยอดเชิงกระบวนการ

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551, หน้า 76 - 77) ได้ทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบ ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบูรี จังหวัดเพชรบูรี ผลการศึกษาพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รุ่งอรุณ เว่องเดช (2551, หน้า 43 - 44) ได้ทำการศึกษาเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง การวัด โดยเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงของชาวเขาผ่านภาษาเกอจะญอ บ้านหัวยต้ม จังหวัดลำพูน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง การวัด กับชีวิตจริงของชาวเขาผ่านภาษาเกอจะญอ คำแนะนำการศึกษาค้นคว้ากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 34 คน ปรากฏผลดังนี้

1. ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงของชาวเขาผ่านภาษาเกอจะญอ พบร่วมกับ นักเรียนสามารถนำความรู้ หลักการ และวิธีการทำงานคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับชีวิตจริงของชาวเขาผ่านภาษาเกอจะญออยู่ในระดับดี

2. ความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบร่วมกับ นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมและสามารถทำกิจกรรมกลุ่ม ได้ดี สามารถอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันภายในกลุ่ม อภิปรายแนวคิดหรือหลักการทำงานคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง ได้ นักเรียนมีความพึงพอใจ ได้รับความรู้ ความเข้าใจ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ได้ นักเรียนชื่นชอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนลักษณะเช่นนี้ นักเรียนเห็นความสำคัญของการทำงานร่วมกันและกล้าแสดงออก

## 4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

### 4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีผู้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

วิลสัน (Wilson, 1971, pp. 643 – 696) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ไว้ว่า เป็นความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive) ใน การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผลของการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ที่ประเมินพุทธิกรรมด้านสติปัญญาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ออกมาเป็นระดับความสามารถเป็นระดับความสามารถออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกได้ถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว การวิเคราะห์พุทธิกรรมมี 3 ด้าน คือ

- 1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง
- 1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม
- 1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความสามารถในการแปลความหมายต่อความ และการขยายความปัญหาใหม่ๆ โดยนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแสดงพุทธิกรรมมี 6 ขั้น คือ

- 2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด
- 2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิง
- 2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์
- 2.4 ความสามารถในการแปลงส่วนประกอบของโจทย์ปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง

2.5 ความสามารถในการใช้หลักการของเหตุผล  
 2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง สูตร ทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ที่เกิดขึ้นเป็นผลสำเร็จ การวัดพุทธิกรรมมี 4 ขั้น คือ

- 3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน
- 3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ
- 3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล
- 3.4 ความสามารถในการระลึกได้ถึงรูปแบบ ความสอดคล้อง และลักษณะ

สมมาตรของปัญหา

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการพิจารณาส่วนสำคัญ หาความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญ และหาหลักการที่ส่วนสำคัญเหล่านี้มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งการที่บุคคลมีความสามารถดังกล่าวมาแล้ว จะสามารถทำให้บุคคลนั้นสามารถแก้ปัญหาที่เปลกกว่าธรรมชาติหรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน ได้พฤติกรรมนี้เป็นจุดนุ่งหมายสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การวัดผลพฤติกรรมมี 5 ขั้น คือ

- 4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่เปลกกว่าธรรมชาติ
- 4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์
- 4.3 ความสามารถในการแสดงการพิสูจน์
- 4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์
- 4.5 ความสามารถในการกำหนดและหาความเที่ยงตรงในการสรุป

กู้ด (Good, 1963, p. 7) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ไว้ว่า เป็นการเข้าถึงความรู้ (Knowledge Attained) หรือการพัฒนาทักษะในการเรียน ซึ่งอาจพิจารณาได้จากคะแนนของแบบทดสอบที่กำหนดให้ หรืองานที่ผู้สอนมอบหมายให้ทำ หรือพิจารณาทั้งสองอย่าง พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2530, หน้า 29) ได้ให้ความหมายว่า เป็นคุณลักษณะที่รวมถึงความสามารถของบุคคลอันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน หรือ คือมวลประสบการณ์ทั้งปวงที่บุคคลได้รับจากการเรียนการสอน ทำให้บุคคลเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่าง ๆ ของสมรรถภาพทางสมอง

นิกา เมธาวีชัย (2536, หน้า 65) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ความรู้ และทักษะที่ได้รับและพัฒนามาจากการเรียนการสอนวิชาต่าง ๆ ครูอาศัยเครื่องมือวัสดุช่วยในการศึกษาว่า นักเรียนมีความรู้และทักษะมากน้อยเพียงใด

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537, หน้า 286) ให้ความหมายไว้ว่า ความรู้ หรือทักษะที่ได้จากการเรียนรู้ในรายวิชาต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความสามารถและนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544, หน้า 23) ได้กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จ ความสมหวังในด้านการเรียนรู้ รวมทั้งด้านความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถและทักษะ ทางด้านวิชาการของแต่ละบุคคลที่ประเมิน ได้จากการทำแบบทดสอบหรือการทำงานที่ได้รับมอบหมาย และผลของการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางด้านการเรียนนั้นจะทำให้แยกกลุ่มของนักเรียนที่ถูกประเมินออกเป็นระดับต่าง ๆ เช่น สูง กลางและต่ำ เป็นต้น

อัญชนา โพธิพลากร (2545, หน้า 93) กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่ง

ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งแบบทดสอบนี้ สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain)

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ทักษะ ความรู้ อันเกิดจาก ประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งแสดงให้เห็นได้ด้วยคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

#### 4.2 องค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

นักศึกษาได้กล่าวถึง องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

แคร์โรล (Carroll, 1963, pp.723 – 733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลของ องค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตร มาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพล โดยตรงต่อปริมาณ ความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

แมดด็อกซ์ (Maddox, 1963, p. 9) ได้ศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ แต่ละบุคคลนี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสถิติปัญญาและความสามารถทางสมองร้อยละ 50 - 60 และ ขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อมร้อยละ 10 - 15

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544, หน้า 25) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบนานาหลายอย่าง ดังต่อไปนี้ คือ

1. ด้านคุณลักษณะการจัดระบบในโรงเรียน ตัวแปรด้านนี้จะประกอบด้วยขนาด ของโรงเรียนอัตราส่วนนักเรียนต่อครู อัตราส่วนของนักเรียนต่อห้องชั้น ตัวแปรเหล่านี้มี ความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

2. ด้านคุณลักษณะของครู ตัวแปรทางด้านคุณลักษณะของครูประกอบด้วยอายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนงานที่สอนในหนึ่ง สัปดาห์ของครู ความเอาใจใส่ในหน้าที่ซึ่งตัวแปรเหล่านี้ล้วนมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนทั้งสิ้น

3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน ประกอบด้วยตัวแปรเกี่ยวกับตัวนักเรียน เช่น เพศ อายุ สถิติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สามัชิกในครอบครัว ระดับการศึกษาของบิดามารดา อารมณ์ของผู้ปกครอง ความพร้อมในเรื่องอุปกรณ์การเรียน ระยะทาง ไปเรียน การมีอาหารกลางวันรับประทาน ความเอาใจใส่ในการเรียน ทัศนคติเกี่ยวกับการเรียนการ สอน ฐานะทางครอบครัว การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้น ตัวแปรเหล่านี้ก็มี ความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4. ด้านภูมิหลังทางเศรษฐกิจ สังคมและสิ่งแวดล้อมของนักเรียน การศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างสภาพทางเศรษฐกิจสังคมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ส่วนใหญ่เป็นการศึกษาในต่างประเทศซึ่งประกอบด้วย ขนาดครอบครัว ภายนอกในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่าง ๆ ระดับการศึกษาของบุคคลารดา ฯลฯ ผลการศึกษาค้นคว้าที่ผ่านมาพบความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

อัญชนา โพธิพลากร (2545, หน้า 95) กล่าวว่า มีองค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ด้านตัวนักเรียน เช่น สถิติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน ด้านตัวครู เช่น คุณภาพของครู การจัดระบบ การบริหารงานของผู้บริหาร ด้านสังคม เช่น สภาพเศรษฐกิจและสังคมของครอบครัวของนักเรียน เป็นต้น แต่ปัจจัยที่มีผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนคือการสอนของครูนั่นเอง

จากการศึกษาค้นคว้าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์สรุปได้ว่า มีหลายองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีหลายด้าน เช่น นักเรียน ครรภะนร โรงเรียน สิ่งแวดล้อม และสังคม เป็นต้น

#### 4.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ อาจมีหลายสาเหตุ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

ревตและคุปตะ (Rawat & Gupta, 1970, pp. 7 - 9) ได้กล่าวถึงสาเหตุของการสอน ตกแต่งการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษาว่าอาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่า นั้น โดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของ การจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษานุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอนตกชั้นเพราะการวัดผลไม่คุ้มค่า
9. อาชญากรรมหรือมีภัยคุกคาม
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่นการคุมนาคมไม่สะดวก

วัชรี บูรณสิงห์ (2525, หน้า 435) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ระดับสติปัญญา (IQ) อยู่ระหว่าง 75 – 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าපอร์เซนต์ไทยที่ 30
  2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่น ๆ
  3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
  4. จำหลักหรือโน้มติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
  5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
  6. มีปัญหาในการหากความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ และการสรุปหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
  7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สังเกตได้จากการสอบซึ่งจะสอนตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
  8. มีเจตคติที่ไม่คิดต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
  9. มีความรู้สึกกดดันและกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเองและบางครั้งรู้สึกคุ้นเคย
  10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง
  11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
  12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น
  13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง และมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
  14. ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนทั่ว ๆ ไป
  15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางการพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำตามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองเก่งยัง ไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ
  16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม
- ชมนัด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 145) กล่าวถึง สาเหตุหรือที่มาที่ทำให้นักเรียนเรียนอ่อนทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้
1. ข้อบกพร่องทางร่างกาย
  2. ระดับสติปัญญาต่ำ

3. มีประสบการณ์ที่ไม่ดีมาก่อน ทำให้ฟังใจ เกิดการต่อต้านไม่ยอมรับ ปิดกั้น ตัวเองทั้งแบบรู้ตัวและแบบไม่รู้ตัว

4. สิ่งแวดล้อมทางบ้าน การปลูกฝังนิสัยในการเรียน ตลอดจนนิสัยส่วนตัวใน ด้านต่าง ๆ เช่น ความกระตือรือร้น กล้าคิด กล้าถาม กล้าแสดงออก ความอดทน ความเพียรพยายาม การรู้จักแบ่งเวลา ความมีระเบียบวินัยในตนเอง ความรับผิดชอบ การมีสามาธิ

5. ภูติภาวะตัว

6. พื้นฐานความรู้เดิม ไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้เรื่องใหม่ ทำให้เรียน ตามเพื่อไม่ทัน ไม่เข้าใจบทเรียนใหม่

สมจิต พะรพา (2544, หน้า 73) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไม่เหมาะสมกับผู้เรียน

2. นักเรียนมีความสนใจอย่างรู้อย่างมากเรียนค่อนข้างต่ำ

3. นักเรียนขาดความรับผิดชอบต่อการมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ

สรุปได้ว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไม่เหมาะสมกับผู้เรียนรวมไปถึงตัวผู้เรียนขาดพื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ มีเขตคติที่ไม่คิดต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้เป็นหน้าที่ของครูที่ จะต้องหาวิธีการที่เหมาะสมกับผู้เรียนเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว

#### 4.4 งานวิจัยเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ริโอดัน และโนยซ์ (Riodan & Noyce, 2001, pp. 368-398) ได้ทำการศึกษา เกี่ยวกับผลกระทบของหลักสูตรมาตรฐานหลักวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 ถึงเกรด 8 ศึกษาโดยการเปรียบเทียบกับนักเรียน 2 กลุ่ม: เรียนตามหลักสูตรเดิม กลุ่มที่ 2 เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลัก ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียน ตามหลักสูตรมาตรฐานหลักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิม

雷耶斯 และคนอื่นๆ (Reys et al., 2003, pp. 74 – 95) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับหลักสูตร มาตรฐานหลักสูตรเดิมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนเกรด 8 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกให้เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลัก อย่างน้อย 2 ปีและอีกกลุ่มเรียนโดยใช้หลักสูตรเดิม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนตามหลักสูตร มาตรฐานหลักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิมอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติ

เพ็ญประภา แสนลี (2542, หน้า 57) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมนันทนาการสูงกว่าก่อน ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

รชนา รัตนาวนิคม (2544, บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการเปรียบเทียบผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ผลจากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

ปริยาทิพย์ บุญคง (2546, บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยบางประการกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และหาค่า俌 หนาแน่นความสำคัญของปัจจัยบางประการที่ส่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก้าวสู่ ตัวอย่างทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีค่าเท่ากับ 0.561 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติและค่าน้ำหนาแน่นความสำคัญของปัจจัยด้านการรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์ และด้านการรับรู้ความคาดหวังของผู้ปกครองด้านการศึกษาส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ส่วนปัจจัยด้านการกำกับตนเองความเชื่อมั่น อำนาจภายในตน และความมีระเบียบวินัย ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

กษกร รุ่งหัวไไฟ (2547, บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ช่วงชั้นที่ 3) ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน ผลจากการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวนสูงกว่าก่อน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวนสูงกว่าก่อน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสานสอบสวน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จำปี นิลอรุณ (2548, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับ

การสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความท่ากันทุกประการภายใน ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความท่ากันทุกประการผ่านเกณฑ์ คือ ได้คะแนนร้อยละ 60 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สรุปได้ว่า ถ้านักเรียนจะมีเจตคติที่คิดต่อวิชาคณิตศาสตร์และการจัดการเรียนการสอนที่ดีของครูนั้น จะมีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูด้องหาวิธีการสอนที่จะทำให้นักเรียนเกิด เจตคติที่คิดต่อวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์ที่ดีในการเรียน

## 5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้านการกระหนกเห็น

### คุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง

#### 5.1 ความหมายของเจตคติ

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของเจตคติ ไว้ดังนี้ ภูดี (Good, 1963, p. 1) และ 希ลการ์ด (Hillgard, 1967, pp. 538 – 594) ได้กล่าวถึง ความหมายของเจตคติไว้ในทำนองเดียวกันว่า เจตคติ หมายถึง ท่าที่ ความคิดเห็น ความรู้สึกของ บุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หลังจากที่บุคคลได้รับประสบการณ์ในสิ่งนั้น ซึ่งแสดงออกในลักษณะที่่อน เอียงไปในทางใดทางหนึ่ง เช่น รัก เกลียด พ่อใจ หรือไม่พ่อใจ และพร้อมที่จะเออนเอียงไปในทางใด ทางหนึ่ง เช่น รัก เกลียด พ่อใจ หรือไม่พ่อใจ และพร้อมที่จะเออนเอียงไปในลักษณะเดิมเมื่อประสบ กับสิ่งนั้นอีก

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2543, หน้า 108) ได้กล่าวว่า เจตคติ หมายถึง การเตรียมพร้อม แห่งสภาพจิตใจของบุคคลในการกระทำการสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เจตคติเป็นอารมณ์ที่มีอยู่ในทุกคนในระดับที่ แตกต่างกัน และเป็นสิ่งที่ผลักดันบุคคลให้แสดงปฏิกิริยาตอบสนองสิ่งเร้าต่าง ๆ ในลักษณะที่พึง พ่อใจหรือไม่พ่อใจ ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนและประสบการณ์ของแต่ละบุคคล

สุรangs์ โค้วตระกูล (2544, หน้า 246) กล่าวว่า เจตคติเป็นอัชญาสัย หรือแนวโน้มที่ มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมสนองตอบต่อสิ่งแวดล้อมหรือสิ่งเร้า ซึ่งอาจเป็นได้ทั้งคน วัตถุ สิ่งของ หรือ ความคิด และอาจเป็นไปได้ทั้งทางบวกและทางลบ คือถ้ามีเจตคติในทางบวกก็มักจะเผชิญกับสิ่ง นั้น ถ้ามีเจตคติในทางลบ ก็จะหลีกเลี่ยง

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, หน้า 43) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึงสภาพความพร้อมทาง จิตใจ หรือ ความรู้สึกของบุคคลที่เกิดจากความคิด หรือ ประสบการณ์ที่มีต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด ซึ่งจะ สนองต่อสิ่งนั้นในทางใดทางหนึ่งหรือลักษณะใดลักษณะหนึ่ง

กีมวันน์ ธรรมใจ (2548, หน้า 42) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึงความพร้อมของ ประสานร่างกายและ จิตใจ หรือความโน้มเอียงของจิตใจ หรือความรู้สึกอารมณ์ หรือสภาพจิตใจ

ของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งและแสดงออกมาในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง ทั้งนี้มีผลมาจากการเรียนรู้ หรือประสบการณ์ หรือระดับความเชื่อมโยงเกิดขึ้นแล้ว อยู่ท่อนข้างคงทัน แต่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ และแสดงออกมาให้เห็นได้

จินดิษฐ์ ละอองปักษิณ (2551, หน้า 49) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึง ความรู้สึกที่แสดงออกมาทางด้านความคิดเห็น หรือลักษณะท่าทาง ซึ่งเป็นความรู้สึกที่ตอบสนองทั้งในแง่คิดหรือตรงกันข้ามหลังจากมีประสบการณ์ในด้านนั้นแล้ว

จากความหมายดังกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เจตคติ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และมีผลต่อพฤติกรรมของบุคคลนั้น ๆ ในทางใดทางหนึ่ง ทั้งนี้ ความรู้สึกเหล่านี้นักเรียนจะมีต่อสถานการณ์ที่มีกับสิ่งหรือสถานการณ์นั้น ๆ ซึ่งอาจเปลี่ยนแปลงได้หากได้แรงเสริมทั้งทางบวกและทางลบที่เหมาะสม

## 5.2 การวัดและประเมินเจตคติ

เจตคติเป็นสิ่งที่สามารถวัดได้ ดังตัวอย่างงานวิจัยของ วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, บทคัดย่อ) พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและปานกลางมีเจตคติที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียน หรืองานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรธรรม (2551, บทคัดย่อ) เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยง โดยบูรณาการสาระการเรียนรู้ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อม ศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่าหลังการทดลองนักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่าก่อนการทดลอง เป็นต้น

การวัดเจตคติ เป็นการวัดคุณลักษณะภายในบุคคลซึ่งเกี่ยวข้องกับอารมณ์และความรู้หรือเป็นลักษณะของจิตใจ คุณลักษณะดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงได้怏 ไม่แน่นอน แต่อย่างไรก็ตามเจตคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ก็สามารถวัดได้ ซึ่งต้องอาศัยหลักสำคัญ ดังต่อไปนี้ (ไพบูล พ่วงพาณิช, 2533, หน้า 221-223)

1. ต้องยอมรับข้อตกลงเบื้องต้น (Basic Assumptions) เกี่ยวกับการวัด คือ

1.1 ความคิดเห็น ความรู้สึก หรือเจตคติของบุคคลนั้น จะมีลักษณะคงที่หรือคงเส้นคงวาอยู่ช่วงเวลาหนึ่ง นั่นคือความรู้สึกนี้ก็คิดของคนเราไม่ได้เปลี่ยนแปลงหรือผันแปรอยู่ตลอดเวลาอย่าง น้อยจะต้องมีช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งที่ความรู้สึกของคนเราคงที่ ซึ่งทำให้สามารถวัดได้

1.2 เจตคติของบุคคลไม่สามารถวัดหรือสังเกตได้โดยตรง การวัดจะเป็นแบบทางอ้อม โดยวัดจากแนวโน้มที่บุคคลจะแสดงออกหรือปฏิบัติอย่างสม่ำเสมอ

1.3 เจตคตินอกจากจะแสดงออกในรูปทิศทางของความรู้สึก เช่น สนับสนุน หรือคัด ค้าน ยังมีขนาดหรือปริมาณของความคิด ความรู้สึกด้วย ดังนั้นการวัดเจตคตินอกจากจะทำให้ทราบลักษณะหรือทิศทางแล้วยังสามารถอธิบายด้วยความเข้มข้นของเจตคติได้อีกด้วย

2. การวัดเจตคติด้วยวิธีใดก็ตาม จะต้องมีสิ่งประกอบ 3 ประการ คือ ตัวบุคคลที่ถูกวัด มีสิ่งเร้า และสุดท้ายคือต้องมีการตอบสนอง ดังนั้นในการวัดเจตคติเกี่ยวกับสิ่งใดของบุคคล ก็สามารถวัดได้โดยนำสิ่งเร้าซึ่งส่วนใหญ่เป็นข้อความเกี่ยวกับรายละเอียดในสิ่งนั้นไปเร้าให้บุคคลแสดงท่าที ความรู้สึกต่าง ๆ ที่มีต่อสิ่งนั้นให้ออกมาเป็นระดับ หรือความเข้มข้นของความรู้สึกด้วยตามหรือคัดค้าน

3. สิ่งเร้าที่จะนำไปใช้เร้า หรือทำให้บุคคลแสดงเจตคติที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งของอุปกรณ์ที่นิยมใช้คือ ข้อความวัดเจตคติ (Attitude Statements) ซึ่งเป็นสิ่งเร้าทางภาษาที่ใช้อธิบายถึงคุณค่า คุณลักษณะของสิ่งนั้นเพื่อให้บุคคลตอบสนองของอุปกรณ์เป็นระดับความรู้สึก (Attitude Continguum หรือ Scale) เช่น มาก ปานกลาง น้อยเป็นต้น

4. การวัดเจตคติเพื่อทราบทิศทางและระดับความรู้สึกของบุคคลนั้น เป็นการสรุปผลจากการตอบสนองของบุคคลจากการรายละเอียดหรือเงื่อนไขต่าง ๆ ดังนั้นการวัดเจตคติของบุคคลเกี่ยวกับเรื่องใดสิ่งใด จะต้องพิจารณาถึงคุณค่าและลักษณะในแต่ละด้านของเรื่องนั้นของอุปกรณ์ แล้วนำผลซึ่งเป็นส่วนประกอบหรือรายละเอียดปลอกย่อมาพสมพسانสรุปรวมเป็นเจตคติของบุคคลนั้น เพราะจะนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่การวัดนั้น ๆ จะต้องครอบคลุมคุณลักษณะต่าง ๆ ครบถ้วน ทุกลักษณะ เพื่อให้การสรุปผลตรงตามความเป็นจริงมากที่สุด

5. การวัดเจตคติต้องคำนึงถึงความเที่ยงตรง (Validity) ของผลการวัดเป็นพิเศษ กล่าวคือ ต้องพิจารณาให้ผลการวัดที่ได้ตรงกับสภาพความเป็นจริงของบุคคล ทั้งในแง่ทิศทางและระดับ หรือช่วงของเจตคติ

ในการวัดเจตคติ สามารถทำได้หลากหลายวิธี ดังที่ ชวิติ ชูกำแพง (2551, หน้า 112 – 115) ได้กล่าวไว้พอสรุปวิธีที่นิยมดังต่อไปนี้

### 1. การสังเกต

สังเกตการพูด การกระทำ การเขียนของนักเรียนที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ที่ครูต้องการวัด เช่น ต้องการวัดว่านักเรียนคนหนึ่งมีความสนใจต่อการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์มากน้อย ปานใด ครูอาจสังเกตจากการกระทำการทำของนักเรียนในเรื่อง การมาเรียน การถามตอบในชั้นเรียน การทำการบ้าน/ ส่งการบ้าน อ่านหนังสือเกี่ยวกับวิทยาศาสตร์ ชอบสังเกตและทดลองธรรมชาติรอบตัว เป็นต้น

## 2. การสัมภาษณ์

บางครั้งครูใช้วิธีการพูดคุยกับนักเรียนในประเด็นที่ครูอยากรู้ ซึ่งอาจเป็นความรู้สึก ทัศนคติ ของนักเรียนเพื่อนำสิ่งที่นักเรียนพูดออกมามาแปลความหมายเกี่ยวกับเจตคติของนักเรียนได้

## 3. การใช้แบบวัดมาตราส่วนประมาณค่า

มีนักการศึกษาได้สร้างเครื่องมือวัดเจตคติ วัดความสนใจ วัดคุณธรรมจริยธรรม ไว้มากพอสมควร ซึ่งครูสามารถนำไปใช้ได้ ถ้าเป็นแบบวัดทัศนคติ หรือวัดความสนใจ จะมีรูปแบบการวัด 3 รูปแบบ คือ แบบของเทอร์ส โตน แบบของลิคิร์ท และแบบของอสกุด การวัดประเภทนี้จะกำหนดตัวเลขเป็นมาตรฐานการวัด โดยอาศัยกฎเกณฑ์นั้นคือ พยายามสร้างเครื่องมือที่สามารถวัดเจตคติได้ แล้วนำไปวัดตัวบุคคล

## 4. การวัดเชิงสถานการณ์

นิยมใช้สำหรับเป็นแบบวัดจริยธรรม ที่จะสร้างสถานการณ์ขึ้นมาเพื่อให้วัดจริยธรรมของบุคคล

การวัดเจตคติต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง แบบทดสอบความสนใจ แบบทดสอบประเภทนี้ มักจะอยู่ในรูปแบบของแบบสอบถามวัดลักษณะของบุคคล ซึ่งจะใช้วิธีการกำหนดตัวเลขเป็นมาตรฐานวัดและมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นั่นคือ พยายามสร้างเครื่องมือที่วัดเจตคติได้ มาวัดบุคคล แล้วนำไปแปลความหมายตามกฎเกณฑ์ของเครื่องมือนั้น

ในการสร้างมาตราวัดเจตคตินี้ที่นิยมใช้มี 3 ชนิด (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2543, หน้า 112-115) พอสรุปได้ ดังนี้

1) วิธีของเทอร์ส โตน (Thurston Type) หรือ วิธีการวัดช่วงเท่ากัน (Equal Appearing Interval Scale) เป็นเป็นแบบวัดที่ต้องอาศัยความคิดเห็นของบุคคลกลุ่มหนึ่งที่มีความน่าเชื่อถือเป็นเกณฑ์ โดยจะกำหนดเรื่องที่จะวัด โครงสร้าง ข้อความตามโครงสร้างที่เป็นทั้งข้อความเชิงบวกเชิงลบ และเชิงเป็นกลางให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ ให้กลุ่มผู้ตัดสินแยกข้อความออกเป็นกลุ่ม 11 กลุ่ม จากกลุ่มข้อความที่ไม่ชอบเลยไปถึงกลุ่มที่ชอบมากที่สุด

2) วิธีของลิคิร์ท (Likert) หรือ วิธีประมาณค่าร่วม (Summated Rating Scales) เป็นแบบวัดความรู้สึกและความเชื่อของบุคคลทั้งทางบวกและทางลบ โดยจะกำหนดช่วงความรู้สึกของคนเป็น 5 ช่วง หรือ 5 ระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย เนย ๆ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง ข้อความที่บรรจุลงในมาตราวัดประกอบด้วยข้อความที่แสดงความรู้สึกต่อสิ่งใด ทั้งในทางที่ดี (ทางบวก) และในทางที่ไม่ดี (ทางลบ) และมีจำนวนพอ ๆ กัน ข้อความเหล่านี้ก็อาจมีประมาณ 18-20 ข้อความ

3) วิธีของอสกود (Osgood) หรือ เทคนิคันย์จำแนก (Semantic Differential Technique) เป็นการให้นักคลาใช้ความหมายทางภาษา เพื่อศึกษานิพัทธ์ของสิ่งของ สถานที่ เหตุการณ์ บุคคล เป็นต้น โดยใช้คุณศัพท์ซึ่งตรงกันข้ามที่มีลำดับความมากน้อย จากด้านหนึ่งไป ยังอีกด้านหนึ่งทั้งหมด 7 อันดับ ซึ่งพิจารณาถึงองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่

3.1) การประเมินค่า เช่น ดี – เลว ชอบ – ไม่ชอบ เป็นต้น

3.2) ศักยภาพ เช่น หนัก – เบา แข็งแรง – อ่อนแ้อย เป็นต้น

3.3) การเคลื่อนไหว เช่น รวดเร็ว – เซื่องช้า ร่าเริง – แหงงเหงา เป็นต้น

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้มาตราวัดเขตคิดตามวิธีของลิคิร์ท ซึ่งจะกำหนด

ช่วงความรู้สึกของคนเป็น 5 ช่วง หรือ 5 ระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย เนย ๆ ไม่เห็นด้วย และ ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ข้อความที่บรรจุลงในมาตราวัดประกอบด้วยข้อความที่แสดงความรู้สึกต่อสิ่งใด ทั้งในทางที่ดี (ทางบวก) และในทางที่ไม่ดี (ทางลบ) และมีจำนวนพอ ๆ กัน ข้อความเหล่านี้ก่ออาบัณฑ์ ประมาณ 18-20 ข้อความ กำหนดน้ำหนักคะแนนการตอบแต่ละตัวเลือก กระทำภายหลังจากที่ได้ รวบรวมข้อมูลมาแล้ว โดยกำหนดความวิธี Arbitrary Weighting Method ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้มาก ที่สุด (พวงรัตน์ ทวีรัตน์, 2543, หน้า 107-108)

การสร้างมาตราวัดเขตคิดตามวิธีของลิคิร์ท มีขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งจุดหมายของการศึกษาไว้ต้องการศึกษาเขตคิดของไครที่มีต่อสิ่งใด

2. ให้ความหมายของเขตคิดต่อสิ่งที่จะศึกษานั้น ให้แจ่มชัด เพื่อให้ทราบว่าสิ่งที่ เป็น Psychological Object นั้น ประกอบด้วยคุณลักษณะใดบ้าง

3. สร้างข้อความให้ครอบคลุมคุณลักษณะที่สำคัญ ๆ ของสิ่งที่จะศึกษาให้ ครบถ้วนทุกแง่มุม และต้องมีข้อความที่เป็นไปในทางบวกและทางลบมากพอต่อการที่เมื่อนำไป วิเคราะห์แล้วเหลือจำนวนข้อความที่ต้องการ

4. ตรวจข้อความที่สร้างขึ้นซึ่งทำได้โดยผู้สร้างข้อความเองและนำไปให้ผู้มี ความรู้ในเรื่องนั้น ๆ ตรวจสอบ โดยพิจารณาในเรื่องของความครบถ้วนของคุณลักษณะของสิ่งที่ ศึกษา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ตลอดจนลักษณะการตอบกับข้อความที่สร้างว่าสอดคล้อง กันหรือไม่เพียงใด เช่น พิจารณาว่าควรจะให้ตอบว่า “เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย เนย ๆ ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง” หรือ “ชอบมากที่สุด ชอบมาก ปานกลาง ชอบน้อย ชอบน้อยที่สุด” เป็นต้น

5. ทำการทดลองขึ้นต้นก่อนที่จะนำไปใช้จริง โดยการนำข้อความที่ได้ตรวจสอบ แล้วไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างจำนวนหนึ่ง เพื่อตรวจสอบความชัดเจนของข้อความและภาษาที่ ใช้อีกรั้งหนึ่ง และเพื่อตรวจสอบคุณภาพด้านอื่น ๆ ได้แก่ ความเที่ยงตรง ค่าอำนาจจำแนก และค่า ความเชื่อมั่นของมาตราวัดเขตคิดทั้งชุดด้วย

6. กำหนดการให้คะแนนการตอบของแต่ละตัวเลือก โดยทั่วไปที่นิยมใช้คือ กำหนดคะแนนเป็น 5 4 3 2 1 หรือ 4 3 2 1 0 สำหรับข้อความทางบวก และ 1 2 3 4 5 หรือ 0 1 2 3 4 สำหรับข้อความทางลบซึ่งการกำหนดแบบนี้เรียกว่า Arbitrary Weighting Method ซึ่งเป็นวิธีที่สะดวกมากในทางปฏิบัติ

### 5.3 เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์นี้เป็นสิ่งสำคัญประการหนึ่งที่ครุผู้สอนควรคำนึงถึงและควบคู่ไปกับการให้ความรู้ด้านเนื้อหาวิชา คือ เจตคติของนักเรียนที่มีในวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้น สิ่งสำคัญยิ่งที่ครุผู้สอนควรสร้างขึ้นตามแนวคิดของวิลสัน (Wilson, 1971, pp. 685-689) คือ

1. เจตคติ เป็นความคิดเห็นหรือความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งทางด้านดีและไม่ดีเกี่ยวกับประโยชน์ ความสำคัญ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสนใจ เป็นการแสดงออกซึ่งความรู้สึกชอบพอสิ่งหนึ่งสิ่งใดมากกว่าสิ่งอื่น
3. แรงจูงใจ เป็นความปรารถนาที่จะนำสิ่งหนึ่งสิ่งใดให้ถูกต้องไปโดยพยาบาล เอาชนะอุปสรรคต่างๆ และพยายามทำให้ดี บุคคลที่มีแรงจูงใจจะพยายามไขเมื่อคนทำสิ่งนั้นสำเร็จ และจะมีความวิตกกังวล หากประสบความล้มเหลว
4. ความวิตกกังวล เป็นสภาวะจิตที่มีความตึงเครียด หวาดระแวง กลัว ทึ้ง吓สาหัส ได้และไม่ได้และมักจะเกี่ยวข้องกับความต้องการที่เกี่ยวเนื่องกับหลายประการ พฤติกรรมที่แสดงถึงความวิตกกังวล เช่น ความดื้นเดิน ความหวาดกลัว ความตึงเครียด ความมีอารมณ์อ่อนไหว ความเห็นใจ และความรู้สึกขัดเมี้ยงสับสน
5. มนต์ภาพแห่งตน เป็นความรู้สึกเกี่ยวกับตนเองในด้านค่านิยมทางวิชาการ ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล การปรับตัวทางอารมณ์

ดังนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูจำเป็นต้องสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชา ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทุกรูปแบบ จึงต้องคำนึงถึงด้วยว่าจะเป็นทางนำนักเรียนไปสู่เจตคติที่ดีหรือไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์หรือไม่เพียงไร ซึ่งการพัฒนาเจตคติมีดังนี้

1. ครูจะต้องมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อที่ว่าจะได้มีแรงและกำลังใจที่จะถ่ายทอดความรู้ให้แก่นักเรียนได้
2. ครูจะต้องมีเจตคติที่จะศึกษานักเรียน ทั้งผู้ที่มีความสามารถในการเรียนสูง และผู้ที่มีความสามารถในการเรียนต่ำ เพื่อที่จะได้ช่วยคนเก่งให้เก่งยิ่งขึ้น และพยุงคนที่เรียนไม่เก่งให้สามารถเรียนต่อไปได้

3. การจัดห้องเรียนให้น่าสนใจและส่งเสริมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เช่น การจัดป้ายนิเทศ หนังสือ กتاب เกมต่าง ๆ และ ไฟท์เก็ทโนโลยีประกอบการ

#### **5.4 เจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้านการตระหนักรเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ต่อชีวิตจริง**

เจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้านการตระหนักรเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงเป็นเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ในด้านบวก ซึ่งส่งผลมาจากการสั่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ดังที่ Hart (1993, p.35 อ้างถึงใน บุญญิสา แซ่หล่อ, 2550, หน้า 31) กล่าวว่า เจตคติและแรงจูงใจของนักเรียน มีพื้นฐานมาจาก ชั้นเรียนและการสอน เช่น ลักษณะของงานที่กำหนดให้นักเรียนทำ เนื้อหาคณิตศาสตร์ บรรยายกาศในชั้นเรียน วิธีการใช้สื่อเพื่อช่วยในการสอน

สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, 1983, p.30 อ้างถึงใน บุญญิสา แซ่หล่อ, 2550, หน้า 31 - 32) กล่าวถึงจุดมุ่งหมาย ทั่วไปในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเจตคติด้านบวกต่อคณิตศาสตร์ไว้ว่า สองประการ คือ นักเรียนต้องเรียนรู้ที่จะเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ และประการที่สอง คือ นักเรียนต้องมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกายังได้ให้รายละเอียดเกี่ยวกับความคิดเห็นด้านบวกของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ ว่า มีลักษณะ ดังนี้ มีความมั่นใจในการใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ มีความสนใจ มีความพยายามและต้องการที่จะประดิษฐ์คิดค้นทางด้านคณิตศาสตร์ ขอบที่จะแสดงออกถึงแนวคิดและความสามารถของตนทางด้านคณิตศาสตร์ เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ และมีความชabanting ลึกลับ คุณค่าต่อบทบาทของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และในสังคม

#### **5.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์**

เพื่อเป็นแนวทางและประโยชน์ต่อการทำวิจัยในครั้นนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษา ค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

บูโรโน (Bruno, 1998, online) ได้ศึกษาเรื่อง ความสำเร็จต่อวิชาคณิตศาสตร์ (mathematics performance) ที่คาดหวัง : รูปแบบโครงสร้างสมการ (A structural equation model) ซึ่งการวิจัยนี้ เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างบุคลิกภาพและปัจจัยทางสังคมที่ส่งเสริมความสำเร็จต่อวิชาคณิตศาสตร์ (Mathematics performance) ซึ่งเหล่านี้ถูกสอบถามในรูปของรูปแบบโครงสร้างสมการ (A structural equation model) การวิเคราะห์เบื้องต้น (โดยใช้ MANOVAS แล้วตามด้วย ANOVAS) พบว่า ผู้ชายมีความรู้สึกว่าคณิตศาสตร์มีคุณค่าในตัวเองมากกว่าผู้หญิงอย่างมีนัยสำคัญ แบบจำลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ ทดสอบความสัมพันธ์ระหว่าง เพศ ตัวแทนเพศ ความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ประสิทธิผลทางคณิตศาสตร์ของบุคคล

(Math self-efficacy) เจตคติต่อคณิตศาสตร์ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ การเป็นสังคมคณิตศาสตร์ (Math socialization) การเป็นกล่างในการรับรู้ (Cognitive mediation) และ ความสำเร็จต่อวิชาคณิตศาสตร์ (Mathematics performance) งานวิจัยนี้การก้นหาด้วยการทำนายความสำเร็จต่อวิชาคณิตศาสตร์ (Mathematics performance) โดยได้แบ่งว่าคือ ผู้ชายสามารถทำคณิตศาสตร์ได้ดีกว่า และมีข้อเสนอแนะว่าเจตคติของผู้ปักครองและครูต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอาจส่งเสริมการพัฒนาที่มั่นคงต่อประสิทธิผลทางคณิตศาสตร์ของบุคคล (Math self-efficacy) และลดความวิตกกังวล และมีความต้องการสำหรับครูโดยให้ครูใส่ใจนักเรียนชายและหญิงอย่างเท่าเทียมกัน

โซหาร์โต (Soeharto, 1999, p. 3741) ได้ทำการศึกษา การเรียนรู้ด้วยวิธี constructivist (Constructivist) มีผลต่อเจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 6 แบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลอง ที่ใช้วิธีการสอนแบบ constructivist (Constructivist) กับกลุ่มควบคุมที่ใช้วิธีการสอนแบบปกติ ผลของการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนอกจากนี้การทดลองที่ใช้วิธีสอนแบบ constructivist (Constructivist) ทำให้เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปลี่ยนไป

สุรสาล พาสุก (2546, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า เจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายในหลังการทดลองใช้กิจกรรมตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

วชิรสันต์ อินธิสาร (2547, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad พบว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และปานกลางมีเจตคติที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

รุ่งจิรัตน์ รุ่งหัวไฝ (2549, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการทำงานคณิตศาสตร์ ทักษะการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน

ขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ พบว่า เมื่อจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ส่งผลให้นักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชาญ กลินช้อน (2550, หน้า 59 – 60) ได้ศึกษาเจตคติและพฤติกรรมการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษาเพื่อการเรียนรู้ด้วยตนเอง และเปรียบเทียบเจตคติและพฤติกรรมการใช้สื่อเทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษาเพื่อการเรียนรู้ด้วยตนเอง ของนักศึกษา ระดับปริญญาตรี มหาวิทยาลัยคริสตเตียน พบว่า เจตคติต่อการใช้สื่อเทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษาเพื่อการเรียนรู้ด้วยตนเองระหว่างเพศชายและเพศหญิง ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ เจตคติต่อการใช้สื่อเทคโนโลยีสารสนเทศทางการศึกษาเพื่อการเรียนรู้ด้วยตนเองระหว่างคณะและชั้นปี มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

บุญญิสา แซ่หล่อ (2550, หน้า 108) ได้ทำการทดลอง การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิต โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการใช้การบูรณาการค้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงพบว่า นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงเป็นไปตามสมนตฐานที่ตั้งไว้ และผลการพัฒนาเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมและสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนทุกคนให้ความคิดเห็นที่คือคณิตศาสตร์ และเห็นว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวพันกับชีวิตจริง

จิตดิษฐ์ ละอองปักษิน (2551, หน้า 98) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิชุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง พบว่า นักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตวิชุต สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ในเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 75 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ฐิติยา เกตุคำ (2551, หน้า 73) ได้ศึกษาผลการใช้บทเรียนออนไลน์ เรื่อง วิธีการจัดหนู ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า เจตคติของนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนออนไลน์ อยู่ในระดับดี (คะแนนร้อยละ 70 ขึ้นไป) มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้บทเรียนออนไลน์ส่งผลต่อเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกนະภัทรชจร (2551, หน้า 191) ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล กับ ติ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษา

ปีที่ 6 พบว่าหลังการทดลองนักเรียนมีเขตคติที่คิดต่อวิชาคณิตศาสตร์คิดกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และนักเรียนแสดงพฤติกรรมด้านเขตคติที่คิดต่อวิชาคณิตศาสตร์จากการสังเกตระหว่างเรียน

จากการวิจัยข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้นวัตกรรมต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีผลต่อเขตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยการศึกษาส่วนใหญ่พบว่าเขตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการเรียนโดยนวัตกรรมใหม่ ๆ มักจะทำให้เขตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์คิดขึ้น