

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การหาผลเฉลยสมการบูซิเน (Boussinesq) และสมการไคลน์-กอร์ดอน (Klein-Gordon) โดยวิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. เลือกสมการที่ต้องการหาผลเฉลย คือ สมการบูซิเน และสมการไคลน์-กอร์ดอน
3. ใช้วิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์หาผลเฉลยสมการบูซิเน และสมการไคลน์-กอร์ดอน

วิธีไฮเพอร์โบลิกเซแคนต์

1. พิจารณารูปแบบทั่วไปของสมการไม่เชิงเส้น

$$P(u, u_t, u_x, u_{xx}, \dots) = 0 \quad (3.1)$$

2. กำหนดตัวแปรคลื่นเดี่ยว $\xi = x - ct$ ดังนั้น จะได้

$$u(x, t) = U(\mu\xi) \quad (3.2)$$

โดยที่คำตอบคลื่น $U(\mu\xi)$ นั้นเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว c แปลงสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (3.1) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ

$$P(U, U', U'', \dots) = 0 \quad (3.3)$$

3. ถ้าทุกพจน์ของผลลัพธ์ในสมการเชิงอนุพันธ์มีอนุพันธ์ของ ξ ให้อินทิเกรตสมการ (3.3) และกำหนดให้ค่าคงที่ของการอินทิเกรตเป็นศูนย์ แล้วจัดรูปสมการ

4. กำหนดตัวแปรอิสระใหม่คือ

$$Y = \sec h(\mu\xi) \quad (3.4)$$

แล้วทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันอันดับต่าง ๆ

5. กำหนดให้

$$U(\mu\xi) = S(Y) = \sum_{k=0}^M a_k Y^k \quad (3.5)$$

6. หาค่าพารามิเตอร์ M จากการนำพจน์เชิงเส้นที่มีอนุพันธ์อันดับสูงสุดของผลลัพธ์เปรียบเทียบกับอันดับสูงสุดในพจน์ไม่เชิงเส้น โดยการเทียบสัมประสิทธิ์กำลังของ Y ในสมการของผลลัพธ์ โดยใช้ M นี้กับสมการ (3.5) จะทำให้เราได้คำตอบวิเคราะห์ที่อยู่ในรูปแบบปิด

สมการบูซิเนและสมการไคลน์-กอร์ดอน

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้นที่เราต้องการหาผลเฉลยในงานวิจัยฉบับนี้คือ

สมการบูซิเน

สมการบูซิเน ที่มีรูปแบบเป็น

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} - b(u^2)_{xx} + u_{xxx} = 0 \quad (3.6)$$

เมื่อ x, t เป็นตัวแปรอิสระ u เป็นตัวแปรตาม และ a, b เป็นพารามิเตอร์ใด ๆ

สมการบูซิเนเป็นสมการที่อธิบายเกี่ยวกับการแพร่ขยายของคลื่นยาวในน้ำตื้น และสมการนี้อธิบายเกี่ยวกับปรากฏการณ์ทางกายภาพ เช่น การแพร่ประสานกันของคลื่น คลื่นเสียงในก๊าซร้อนจัด และการสั่นสะเทือนของเส้นลวด และนอกจากนี้ยังได้นำไปใช้ในการอธิบายปัญหาเกี่ยวกับการไหลผ่านของน้ำใต้ผิวดิน

สมการไคลน์-กอร์ดอน

สมการไคลน์-กอร์ดอน (Klein-Gordon) ที่มีรูปแบบเป็น

$$u_{tt} - u_{xx} + \alpha u - \beta u^2 = 0 \quad (3.7)$$

เมื่อ x, t เป็นตัวแปรอิสระ u เป็นตัวแปรตาม และ α, β เป็นพารามิเตอร์ใด ๆ

สมการไคลน์-กอร์ดอนเป็นสมการที่อธิบายเกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่สำคัญทางวิทยาศาสตร์ เช่น
ลักษณะทางกายภาพในสถานะของแข็ง และทฤษฎีเกี่ยวกับสนามรังสี

มหาวิทยาลัยบูรพา
Burapha University