บทที่ 4
ผลการวิจัย

การนำเสนอข้อมูลผลการทดสอบปัญหาสมการค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ โดยใช้วิธีของเทย์เลอร์ในการแก้ปัญหาค่าเริ่มต้นของระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ(ไม่เชิงเส้น,อันดับสูง)และปรับค่าเริ่มต้นที่ไม่ทราบให้สอดคล้องกับค่าขอบด้วยวิธีของบรอยเดน ได้ผลดังนี้

ผลการรันโปรแกรม

สำหรับขั้นตอนการหาผลเฉลยของปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ สมการ (3.6) ในปัญหาค่าขอบกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

$t_0 = 0$ และ $t_f = 1$

$y_1(0) = -1$, $y_1'(0)$ ไม่กำหนด , $y_2(0) = 0$, $y_2'(0) = 0$, $y_2''(0)$ ไม่กำหนด และ $y_2'''(0)$ ไม่กำหนด

$y_1(1) = 1$, $y_1'(1)$ ไม่กำหนด, $y_2(1) = 0$, $y_2'(1) = 0$, $y_2''(1)$ ไม่กำหนด และ $y_2'''(1)$ ไม่กำหนด

กำหนดจุดเริ่มต้น $y_1'(0) = 2$, $y_2''(0) = 1$ และ $y_2'''(0) = -4$ จะได้ว่า $(y_1'(0), y_2''(0), y_2''(0))$ ลู่เข้าสู่ (2.02369 , 0.332897 , -4.010506) ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาค่าเริ่มต้นที่ทำให้ค่า $y_1(1) = 1.000002$, $y_2(1) = 1.779172E\text{-}06$, $y_2'(1) = -4.215074E\text{-}06$ ตามต้องการ

ตารางที่ 1 แสดงค่าจุดเริ่มต้น $y_1'(0)$, $y_2''(0)$ และ $y_2'''(0)$ และค่าของฟังก์ชัน $G1 = y_1(1) - 1$, $G2 = y_2(1)$ และ $G3 = y_2'(1)$ ในแต่ละขั้นตอนการคำนวณ

k	$y_1'(0)$	$y_2''(0)$	$y_2'''(0)$	$G1$	$G2$	$G3$
0	2	1	-4	0	0	0
1	2.549854	0.6690154	-4.704926	0.3022063	8.410901E-02	-2.631332E-02
2	2.292136	0.597288	-4.682486	9.562814E-02	4.190207E-02	-4.866235E-02
3	2.1822	0.5442598	-4.613728	2.551961E-02	1.940477E-02	-6.718921E-02
4	2.152738	0.5129793	-4.496265	1.38114E-02	2.081757E-02	-4.271645E-02
5	2.095141	0.4213437	-4.25599	1.362431E-02	9.676221E-03	-2.500809E-02
6	1.973426	0.2615336	-3.815875	-2.420783E-03	-7.784147E-03	0.8188351
7	2.012415	0.3195218	-3.974787	-2.176881E-03	-1.742957E-03	3.068298E-03
8	2.029468	0.3403355	-4.030084	7.674694E-04	9.780136E-04	-1.569157E-03

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ตารางที่ 1 (ต่อ)

k	$y_1'(0)$	$y_2''(0)$	$y_2'''(0)$	$G1$	$G2$	$G3$
9	2.024284	0.3336749	-4.012599	7.677078E-05	9.550753E-05	-1.914683E-04
10	2.023671	0.3328794	-4.010451	-4.947186E-06	4.846467E-07	3.940876E-06
11	2.02369	0.332897	-4.010506	2.145767E-06	1.779172E-06	-4.215074E-06

เมื่อคำนวณได้ 11 ขั้น จะได้ว่าค่าของฟังก์ชันเข้าใกล้ศูนย์ จุดเริ่มต้นที่สอดคล้องเหมาะสมคือ $y_1'(0) = 2.02369$, $y_2''(0) = 0.332897$ และ $y_2'''(0) = -4.010506$

ตารางที่ 2 แสดงผลการคำนวณค่าฟังก์ชัน (แก้สมการเชิงอนุพันธ์) หลังจากได้จุดเริ่มต้นที่เหมาะสม

i	y_1	y_1'	y_2	y_2'	y_2''	y_2'''
0	-1	2.02369	0	0	0.332897	-4.010506
1	-0.8988727	2.020409	3.378391E-04	1.204266E-02	0.1568095	-3.050171
2	-0.7980174	2.013457	1.077171E-03	1.643816E-02	0.026148	-2.193595
3	-0.6975353	2.005875	1.890254E-03	1.532798E-02	-6.428277E-02	-1.440892
4	-0.5974109	1.999339	2.549932E-03	1.059403E-02	-0.119662	-0.791391
5	-0.4975712	1.994544	2.916685E-03	3.860309E-03	-0.1451253	-0.2440826
6	-0.3979261	1.99153	2.925795E-03	-3.50469E-03	-0.1457557	0.2020959
7	-0.2983938	1.989957	2.574638E-03	-1.038531E-02	-0.1265851	0.5480998
8	-0.1989145	1.989332	1.910103E-03	-1.591638E-02	-9.260225E-02	0.7946964
9	-9.945291E-02	1.98918	1.016113E-03	-0.0194813	-4.876282E-02	0.9424345
10	5.555264E-06	1.989168	1.241439E-06	-2.071064E-02	-6.91396E-07	0.9916404
11	9.946393E-02	1.989177	-1.013633E-03	-1.948138E-02	4.876112E-02	0.9424222
12	0.1989253	1.989326	-1.907629E-03	-1.591658E-02	9.259964E-02	0.7946725
13	0.2984042	1.989948	-2.57218E-03	-1.038568E-02	0.1265811	0.5480657
14	0.3979358	1.991519	-2.923362E-03	-3.505313E-03	0.14574957	0.2020535
15	0.4975801	1.994531	-2.914293E-03	3.859328E-03	0.1451171	-0.2441307
16	0.5974188	1.999322	-2.547603E-03	1.059258E-02	0.1196514	-0.7914414

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

ตารางที่ 2 (ต่อ)

i	y_1	y_1'	y_2	y_2'	y_2''	y_2'''
17	0.6975421	2.005855	-1.888013E-03	1.532595E-02	6.426991E-02	-1.440941
18	0.7980229	2.013434	-1.075049E-03	1.643545E-02	-2.616286E-02	-2.193637
19	0.8988766	2.020383	-3.35871E-04	0.0120392	-0.1568257	-3.050201
20	1.000002	2.023659	1.779172E-06	-4.215074E-06	-0.3329138	-4.010519

ตัวอย่าง 2 ปัญหาค่าขอบกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

$t_0 = 0$ และ $t_f = 1$

$y_1(0) = 1$, $y_1'(0) = 0$, $y_1''(0) = -1$, $y_1'''(0)$ ไม่กำหนด , $y_1^{(4)}(0)$ ไม่กำหนด และ $y_1^{(5)}(0)$ ไม่กำหนด

$y_1(1) = 0$, $y_1'(1) = -e$, $y_1''(1) = -2e$, $y_1'''(1)$ ไม่กำหนด , $y_1^{(4)}(1)$ ไม่กำหนด และ $y_1^{(5)}(1)$ ไม่กำหนด

กำหนดจุดเริ่มต้น $y_1'''(0) = -7$, $y_1^{(4)}(0) = -9$ และ $y_1^{(5)}(0) = -12$ จะได้ว่า $(y_1'''(0), y_1^{(4)}(0), y_1^{(5)}(0))$ ลู่เข้าสู่ (-2.001919 , -2.978035 , -4.098854) ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาค่าเริ่มต้นที่ทำให้ค่า $y_1(1) = 1.956974E\text{-}08$, $y_2(1) = -2.718282$, $y_2'(1) = -5.436564$ ตามต้องการ

สำหรับตารางผลเฉลยของปัญหาอยู่ในภาคผนวก (ตารางที่ 4 และตารางที่ 5)

ตัวอย่าง 3 ปัญหาค่าขอบกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

$t_0 = 0$ และ $t_f = 1$

$x(0) + x(1) = 6.217676$

$x(0) + 2x(1) = 12.435352$

กำหนดจุดเริ่มต้น $x(0) = 9$ และ $y(0) = 7$ จะได้ว่า $(x(0), y(0))$ ลู่เข้าสู่ (-4.649162E-06, 0.4687146) ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาค่าเริ่มต้นที่ทำให้ค่า $x(0) + x(1) = 6.217676$, $x(0) + 2x(1) = 12.435352$ ตามต้องการ

สำหรับตารางผลเฉลยของปัญหาอยู่ในภาคผนวก (ตารางที่ 6 และตารางที่ 7)

ตัวอย่าง 4 ปัญหาค่าขอบกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

$t_0 = 0$ และ $t_f = 1$

$y(0) + y^2(1) = 3$

$y(0) + y'(0) = 1$

$y'(0) + y^2(1) = 6$

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University

กำหนดจุดเริ่มต้น $y(0)=9$, $y'(0)=7$ และ $y''(0)=5$ จะได้ว่า $(y(0),y'(0),y''(0))$ ลู่เข้าสู่ (-1 , 2 , 3.345993E-02) ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาค่าเริ่มต้นที่ทำให้ค่า $y(0)+y^2(1)=3$, $y(0)+y'(0)=1$ และ $y'(0)+y^2(1)=6$ ตามต้องการ

สำหรับตารางผลเฉลยของปัญหาอยู่ในภาคผนวก (ตารางที่ 8 และตารางที่ 9)

ตัวอย่าง 5 ปัญหาค่าขอบกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

$t_0=1$ และ $t_f=2$

$x(1)-2x(2)=-2$

$x(1)+x(2)=2.5$

การแก้ปัญหาค่าขอบในตัวอย่าง 5 ไม่สามารถใช้ขั้นตอนระเบียบวิธีของบรอยเดนแก้ปัญหาได้โดยตรง จึงต้องแยกเป็น 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกแก้ปัญหาสมการค่าขอบให้เป็นปัญหาค่าขอบปรกติแล้วใช้ขั้นตอนระเบียบวิธีของบรอยเดนแก้ปัญหาค่าขอบต่อไป

การแก้สมการปัญหาสมการค่าขอบ ทำให้ได้ ปัญหาค่าขอบปรกติ ดังนี้

$x(1)=1$, $x(2)=1.5$, $x'(1)$ ไม่กำหนด และ $x'(2)$ ไม่กำหนด

กำหนดจุดเริ่มต้น $x'(1)=1.5$ จะได้ว่า $x'(1)$ ลู่เข้าสู่ 1.370916 ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาค่าเริ่มต้นที่ทำให้ค่า $x(1)-2x(2)=-2$ และ $x(1)+x(2)=2.5$ ตามต้องการ

สำหรับตารางผลเฉลยของปัญหาอยู่ในภาคผนวก (ตารางที่ 10 และตารางที่ 11)

ตัวอย่าง 6 ปัญหาค่าขอบกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

$t_0=0$ และ $t_f=\frac{\pi}{2}$

$x^2(0)+x(\frac{\pi}{2})=1$

$x^2(0)+x^2(\frac{\pi}{2})=1$

ตัวอย่างนี้ทำในทำนองเดียวกับ ตัวอย่าง 5

การแก้สมการปัญหาสมการค่าขอบ ทำให้ได้ ปัญหาค่าขอบปรกติ ดังนี้

$x(0)=0$, $x(\frac{\pi}{2})=1$, $x'(0)$ ไม่กำหนด และ $x'(\frac{\pi}{2})$ ไม่กำหนด

กำหนดจุดเริ่มต้น $x'(0)=0.99$ จะได้ว่า $x'(0)$ ลู่เข้าสู่ 0.9866558 ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาค่าเริ่มต้นที่ทำให้ค่า $x^2(0)+x(\frac{\pi}{2})=1$ และ $x^2(0)+x^2(\frac{\pi}{2})=1$ ตามต้องการ

สำหรับตารางผลเฉลยของปัญหาอยู่ในภาคผนวก (ตารางที่ 12 และตารางที่ 13)

มหาวิทยาลัยบูรพา Burapha University