

บทที่ 5

อภิปรายและสรุปผล

การปรับปรุงประสิทธิภาพวิธีรุงง-คุดตา สำหรับการแก้ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญในสมการแบบอันดับผสม มุ่งศึกษาวิธีการลดการสิ้นเปลืองแรงงานในการคำนวณเพื่อแก้ปัญหาวงวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ ให้สามารถนำไปใช้ในทางปฏิบัติได้ ผู้วิจัยทำการศึกษาโดยใช้วิธีรุงง-คุดตา แบบไม่ขัดแย้งแนวเดียว แบบ 5 ชั้น อันดับ 6 ทำการศึกษาและพิจารณาการประมาณค่าเมทริกซ์จาโคเบียนของวิธีการดังกล่าว เพื่อให้สามารถลดการสิ้นเปลืองแรงงานในการคำนวณ และทำการทดสอบการแก้ปัญหาค่าขอบ จัดทำแผนภูมิรูปภาพ ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ MATLAB วิเคราะห์ข้อมูลผลการทดสอบด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปไมโครซอฟต์ Excel โดยนำเสนอข้อมูล จำนวนและคำร้อยละ สรุปผลการวิเคราะห์ได้ ดังนี้

สรุปและอภิปรายผลการวิเคราะห์

1. ผลการทดสอบการแก้ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์ในแบบอันดับผสม การแก้ปัญหาค่าขอบด้วยวิธีรุงง-คุดตา แบบไม่ขัดแย้งแนวเดียว โดยแบ่งช่วงในการแก้ปัญหาค่าขอบเป็น 2, 4, 8, 16, 32 และ 64 พบว่า การแก้ปัญหาค่าขอบโดยแบ่งเป็น 64 ช่วง นั้น ทั้งวิธี MIRS56org และ MIRS56apx ไม่สามารถกระทำจนสำเร็จได้ เนื่องจาก err มีค่ามากกว่า $MAXN$ ซึ่งตรงตามเงื่อนไขของการตรวจสอบค่านอร์ม ที่กำหนดให้หยุดกระทำเมื่อ err มีค่ามากกว่า $MAXN = 100$ เมื่อทำการพิจารณาในการแบ่งช่วงอื่นๆ พบว่า ทั้งสองวิธีจะมีความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยเพียงเล็กน้อย ซึ่งจะเห็นได้ว่าวิธี MIRS56apx มีแนวโน้มความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยลดลงเมื่อจำนวนช่วงเพิ่มขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดที่ว่า เมื่อความกว้างของช่วงมีค่าน้อยมาก (จำนวนช่วงมากขึ้น) คือ $h \rightarrow 0$ และ h มีเลขยกกำลังที่มากกว่าหรือเท่ากับสอง จะมีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้ ดังนั้นจะให้ค่าที่ถูกต้องใกล้เคียงความจริง การแบ่งเป็น 64 ช่วง ไม่สามารถหาผลเฉลยของปัญหาได้ แต่เมื่อพิจารณาความคลาดเคลื่อนของผลเฉลย พบว่า ทั้งสองวิธีมีความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยที่ใกล้เคียงกัน และเป็นที่น่าสังเกตว่า ความแตกต่างของจำนวนครั้งของการกระทำทั้งสองวิธีจะลดลงเรื่อยๆ เมื่อจำนวนช่วงเพิ่มขึ้น

2. ผลการทดสอบการลดลงของแรงงานในการกระทำซ้ำ

จากการแบ่งช่วงในการแก้ปัญหาเป็น 2, 4, 8, 16, 32 และ 64 พบว่า การแก้ปัญหาค่าขอบโดยแบ่งเป็น 64 ช่วง นั้น ทั้งวิธี MIRK56org และ MIRK56apx ไม่สามารถกระทำจนสำเร็จได้ ตรงตามเงื่อนไขของการตรวจสอบค่านอร์ม ที่กำหนดให้หยุดกระทำเมื่อ err มีค่ามากกว่า $MAXN = 100$ เมื่อทำการพิจารณาวิธี MIRK56apx ในการแบ่งช่วงอื่น ๆ พบว่า การแบ่งเป็น 2 ช่วง วิธีดังกล่าวจะสิ้นเปลืองแรงงานในการกระทำซ้ำเพิ่มขึ้นร้อยละ 22.78 และใช้เวลาคำนวณเพิ่มขึ้นร้อยละ 50.32 แต่เมื่อพิจารณาในการแบ่งช่วงเป็น 4, 8, 16, 32 และ 64 ช่วง พบว่า วิธี MIRK56apx สามารถลดแรงงานในการกระทำซ้ำลงร้อยละ 40.64 - 57.20 และใช้เวลาในการคำนวณลดลงร้อยละ 33.45 - 59.16 ซึ่งสามารถลดแรงงานในการคำนวณได้มากกว่ากึ่งหนึ่งของแรงงานที่เกิดขึ้นจากวิธี MIRK56org

จากการทดสอบข้างต้น พบว่า วิธี MIRK56apx สามารถช่วยลดแรงงานในการแก้ปัญหาได้จริง แต่มีข้อเสียคือ การประมาณค่าเมทริกซ์จาโคเบียนของวิธีดังกล่าวจะส่งผลให้ลดอัตราการรู้เข้า ลดลงจากการรู้เข้าอันดับสองเป็นการรู้เข้าแบบ linear หรือ superlinear เท่านั้น

ข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทำการทดสอบวิธีรุ่งเง-กุดตา แบบไม่ขัดแย้งแนวเดียว โดยกระทำภายใต้เงื่อนไขค่าขอบซึ่งสามารถแยกได้ แต่โดยทั่วไปยังมีปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญซึ่งมีเงื่อนไขค่าขอบในลักษณะอื่น ๆ ที่ยังไม่ถูกพิจารณา เพื่อให้สามารถใช้วิธีลดการสิ้นเปลืองแรงงานในการคำนวณดังกล่าวนี้ได้ครอบคลุม จึงควรอย่างยิ่งที่จะทำการศึกษากับปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญซึ่งมีเงื่อนไขค่าขอบในลักษณะอื่น ๆ ต่อไป