

การปรับปรุงประสิทธิภาพวิธีเร่ง-คุดตา สำหรับการแก้ปัญหาค่าขอบ
ของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญในสมการแบบอันดับผสม

ชนินฐา ชมภูวิเศษ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

กรกฎาคม 2548

ISBN 974-502-570-4

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบปากเปล่าวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ขนิษฐา ชมภูวิเศษ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

..... ประธาน

(ดร.วรรณทนา ภาณุพินทุ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อำพล ธรรมเจริญ)

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน

(ดร.วรรณทนา ภาณุพินทุ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อำพล ธรรมเจริญ)

..... กรรมการ

(ดร.กฤษณะ ชินสาร)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธัญไชย์ ถินวงศ์)

..... กรรมการ

(ดร.สุชาดา กรเพชรปาลี)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.ประทุม ม่วงมี)

วันที่ ๙ เดือน กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๔๘

ประกาศคุณูปการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก อาจารย์ ดร.วรรณทนา ภาณุพิณฑุ
ประธานกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.อำพล ธรรมเจริญ และอาจารย์
ดร.กฤษณะ ชินสาร กรรมการที่ปรึกษา ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการศึกษาค้นคว้า
ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ด้วยความละเอียดถี่ถ้วน ผู้วิจัยรู้สึก
ซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ไว้ ณ โอกาสนี้ ทั้งนี้ผู้วิจัยใคร่
ขอขอบพระคุณมหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา ที่ให้การสนับสนุนทุนการศึกษาในระดับ
บัณฑิตศึกษา ขอขอบคุณอาจารย์ณฤเบศ ลาภยังยง และคณาจารย์ในโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์
และสถิติประยุกต์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมาที่ได้ส่งเสริมให้ผู้วิจัยได้มีโอกาสศึกษาต่อ
และขอขอบคุณมารดาที่ได้ส่งเสริมและสนับสนุนผู้วิจัยให้มีโอกาสทางการศึกษาที่สูงยิ่งขึ้น

ทั้งนี้ผู้วิจัยใคร่ขอขอบคุณ Prof. John Butcher ผู้ซึ่งมีไมตรีในการให้ความรู้ผ่าน
ทางไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์และเอื้อต่อการตอบปัญหาทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแก่ผู้วิจัย
ขอขอบคุณนายสมจิน เปียโคกสูง ที่ช่วยในการจัดพิมพ์รูปเล่มวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขนิษฐา ชมภูวิเศษ

46910405: สาขาวิชา: คณิตศาสตร์; วท.ม. (คณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: วิธีการรุงเง-คุตตาแบบไม่ชัดแจ้งแนวเดียว/เมทริกซ์จาโคเบียน/ปัญหาค่าขอบสองจุด/
ระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญในแบบอันดับผสม

ขนิษฐา ชมภูวิเศษ: การปรับปรุงประสิทธิภาพวิธีการรุงเง-คุตตา สำหรับการแก้ปัญหาค่า
ขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญในสมการแบบอันดับผสม (IMPROVING THE EFFICIENCY
OF RUNGE-KUTTA METHODS FOR THE SOLUTION OF BVPS FOR MIXED-ORDER
ODES) อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์: วรรณทนา ภาณุพิณฑุ, Ph.D., อัมพล ธรรมเจริญ, Ph.D.
49 หน้า. ปี พ.ศ. 2548. ISBN 974-502-570-4

การศึกษาและปรับปรุงประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์
สามัญในสมการแบบอันดับผสมโดยวิธีการรุงเง-คุตตา ภายใต้เงื่อนไขค่าขอบที่สามารถแยกได้
โดยใช้วิธีการรุงเง-คุตตา แบบไม่ชัดแจ้งแนวเดียว แบบ 5 ชั้น อันดับ 6 เพื่อศึกษาแนวทางการลด
แรงงานในการแก้ปัญหาค่าขอบ โดยวิธีการประมาณค่าเมทริกซ์จาโคเบียน พบว่า เมื่อแบ่งเป็น
2 ช่วง วิธี MIRK56apx จะสิ้นเปลืองแรงงานในการกระทำซ้ำเพิ่มขึ้นร้อยละ 22.78 และใช้เวลา
คำนวณเพิ่มขึ้นร้อยละ 50.32 เมื่อพิจารณาการแบ่งช่วงเป็น 4, 8, 16 และ 32 วิธีทั้งสองมีความ
คลาดเคลื่อนของผลเฉลยเพียงเล็กน้อย ซึ่งจะเห็นได้ว่าวิธี MIRK56apx มีแนวโน้มความ
คลาดเคลื่อนของผลเฉลยลดลงเมื่อจำนวนช่วงเพิ่มขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดที่ว่า เมื่อความกว้าง
ของช่วงมีค่าน้อยมาก (จำนวนช่วงมากขึ้น) คือ $h \rightarrow 0$ และ h มีเลขยกกำลังที่มากกว่าหรือ
เท่ากับสอง จะมีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้ ดังนั้นจะให้ค่าที่ถูกต้องใกล้เคียงความจริง
นอกจากนี้วิธี MIRK56apx สามารถลดแรงงานในการกระทำซ้ำลงร้อยละ 40.64-57.20 และ
ใช้เวลาในการคำนวณลดลงร้อยละ 33.45-59.16 ซึ่งสามารถลดแรงงานในการคำนวณได้มากกว่า
กึ่งหนึ่งของแรงงานที่เกิดขึ้นจากวิธี MIRK56org ดังนั้น วิธี MIRK56apx สามารถช่วยลด
แรงงานในการแก้ปัญหาก็จริง

46910405: MAJOR: MATHEMATICS; M.Sc. (MATHEMATICS)

KEYWORDS: MONO-IMPLICIT RUNGE-KUTTA/ JACOBIAN MATRIX/ TWO-POINTS
BOUNDARY VALUE PROBLEMS/ MIXED-ORDER ODES SYSTEM

KANITTHA CHOMPUVISED: IMPROVING THE EFFICIENCY OF RUNGE-
KUTTA METHODS FOR THE SOLUTION OF BVPS FOR MIXED-ORDER ODES. THESIS

ADVISORS: WANTANA PANUPINTU, Ph.D., AMPON DHAMACHAROEN, Ph.D. 49 P.

2005. ISBN 974-502-570-4

The efficiency of Runge-Kutta methods for solution of boundary value problems for mixed-order ordinary differential equation was studied and improved subject to the separated boundary conditions and solved by Five states Sixth order Mono-Implicit Runge-Kutta method. The structure of reduced system in constructing an approximate Jacobian matrix for computation saving with no loss of solution accuracy was used. With two subintervals, the computational cost and elapsed time of MIRK56apx had increased to 22.78 and 50.32 percents, respectively. With 4, 8, 16 and 32 subintervals, higher accuracy of solution of both methods was found. The main idea of discarding terms containing second or higher power of h occurred when the mesh width $h \rightarrow 0$ was satisfied by the MIRK56apx. The computation cost and elapsed time of the MIRK56apx could be saved to 40.64-57.20 and 33.45-59.16 percents, respectively. Therefore, the MIRK56apx could save computational cost more than a half of MIRK56org.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
สารบัญ	ค
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ณ
บทที่	
1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย	2
ขอบเขตของการวิจัย	2
นิยามศัพท์เฉพาะ	3
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับแก้ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ	4
วิธีรุงเง-คุตตา แบบ ไม่ชัดแจ้งแนวเดียว	5
เอกสารและบทความที่เกี่ยวข้อง	8
3 วิธีดำเนินการวิจัย	12
วิธีการประมาณค่าเมทริกซ์จาโคเบียนของวิธีรุงเง-คุตตา แบบ ไม่ชัดแจ้งแนวเดียว	12
ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญในแบบอันดับผสมที่ใช้ทดสอบ	19
ทดสอบการแก้ปัญหโดยวิธีรุงเง-คุตตา แบบ ไม่ชัดแจ้งแนวเดียว	20
4 ผลการวิจัย	22
ความคลาดเคลื่อนของผลเฉลย	22
ความสิ้นเปลืองของแรงงานในการกระทำซ้ำ	29
5 อภิปรายและสรุปผล	31
สรุปและอภิปรายผลการวิเคราะห์	31
ข้อเสนอแนะ	32

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม	33
ภาคผนวก	35
ภาคผนวก ก สูตรวิธีรุนแรง-คุตตา แบบไม่ชักแจงแนวดียว แบบ 5 ชั้น อันดับ 6	36
ภาคผนวก ข ตารางผลเฉลยการแก้ปัญหาค่าขอบ	38
ประวัติย่อของผู้วิจัย	49

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลี่ยในการแบ่ง 2 ช่วง	22
2 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลี่ยในการแบ่ง 4 ช่วง	22
3 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลี่ยในการแบ่ง 8 ช่วง	23
4 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลี่ยในการแบ่ง 16 ช่วง	23
5 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลี่ยในการแบ่ง 32 ช่วง	24
6 ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลี่ยในการแบ่ง 64 ช่วง	26
7 ค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดของผลเฉลี่ย	28
8 จำนวนและร้อยละการลดลงของความสั่นเปลี่ยนแรงงานในการกระทำซ้ำ	29
9 ผลเฉลี่ยการแก้ปัญหาค่าขอบในการแบ่ง 2 ช่วง	39
10 ผลเฉลี่ยการแก้ปัญหาค่าขอบในการแบ่ง 4 ช่วง	39
11 ผลเฉลี่ยการแก้ปัญหาค่าขอบในการแบ่ง 8 ช่วง	40
12 ผลเฉลี่ยการแก้ปัญหาค่าขอบในการแบ่ง 16 ช่วง	40
13 ผลเฉลี่ยการแก้ปัญหาค่าขอบในการแบ่ง 32 ช่วง	42
14 ผลเฉลี่ยการแก้ปัญหาค่าขอบในการแบ่ง 64 ช่วง	44

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 แนวโน้มจำนวนครั้งของการกระทำซ้ำ	30
2 แนวโน้มความสิ้นเปลืองของการใช้แรงงานของการกระทำซ้ำ	30
3 แนวโน้มระยะเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาของการกระทำซ้ำ	30