

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจเครื่องมือวิจัย
- หนังสือขอความอนุเคราะห์

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

- | | |
|---|--|
| 1. รองศาสตราจารย์ดร.ฉลอง ทับศรี | คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 2. รองศาสตราจารย์วีวรรณ อังคนุรักษ์พันธุ์ | รองศาสตราจารย์
โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล | ผู้ช่วยศาสตราจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา |
| 4. อาจารย์สุภาวดี วิลาวลัย | ศึกษานิเทศก์ 9 สำนักพัฒนาการศึกษา
ศาสนาและวัฒนธรรม เขตการศึกษา 12 |
| 5. อาจารย์กาญจนา ต.ไชยสุวรรณ | อาจารย์ 2 ระดับ 7 หมวดวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล |
| 6. อาจารย์วันทนี โภธิสมบุญ | อาจารย์ 2 ระดับ 7 หมวดวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล |
| 7. อาจารย์รุจิรัตน์ สิงหา | อาจารย์ 2 ระดับ 7 หมวดวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล |

(สำเนา)

ที่ ทม 2003/1120

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี 20131

22 เมษายน 2546

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
เรียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวสายชล ลิ้มชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง การสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในความควบคุมดูแลของ ดร.วิมลรัตน์ จตุรานนท์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัยในการนี้บัณฑิตวิทยาลัยได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือ เพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) ประทุม ม่วงมี

(รองศาสตราจารย์ ดร.ประทุม ม่วงมี)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักเลขานุการบัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ 0-3874-5855

โทรสาร 0-3839-3466

(สำเนา)

ที่ ทม 2003/1601

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี 20131

4 มิถุนายน 2546

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล
สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวสายชล ลิ้มชื่น นิติระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง การสร้าง
แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 4 ในความควบคุมดูแลของ ดร.วิมลรัตน์ จตุรานนท์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์
ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัย
จะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองระหว่างวันที่ 1 - 17 มิถุนายน 2546 (ติดต่อผู้วิจัยโทร.
0-1305-0114)

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) ประทุม ม่วงมี
(รองศาสตราจารย์ ดร.ประทุม ม่วงมี)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักเลขานุการบัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ 0-3874-5855

โทรสาร 0-3839-3466

(สำเนา)

ที่ ศธ 0528.03/0040

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี 20131

29 กรกฎาคม 2546

เรื่อง ขออนุญาตขอยืมในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวสายชล ลิ้มชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง การสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในความควบคุมดูแลของ ดร.วิมลรัตน์ จตุรานนท์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออนุญาตความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตจากท่านเพื่ออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองระหว่างวันที่ 24 - 30 กรกฎาคม 2546 (ติดต่อผู้วิจัย โทร. 0-1305-0114)

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) ประทุม ม่วงมี

(รองศาสตราจารย์ ดร.ประทุม ม่วงมี)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำนักเลขานุการบัณฑิตวิทยาลัย

โทรศัพท์ 0-3874-5855

โทรสาร 0-3839-3466

ภาคผนวก ข

- ตารางการหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทบทวน
- ตารางการหาประสิทธิภาพของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- ตารางคะแนนแบบฝึกทบทวนและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การประเมินแบบฝึกทบทวนเรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์โดย
ผู้เชี่ยวชาญวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

ผู้วิจัยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ (IOC)
(บุญเชิด ภิญโญนนันต์พงษ์, 2527, หน้า 69) ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. นำแบบทดสอบและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านพิจารณา
ข้อสอบแต่ละข้อว่าวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการหรือไม่ โดยกำหนดคะแนน
ความคิดเห็นดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อนั้น

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อนั้น

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นไม่วัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมข้อนั้น

2. คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อแล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5
ส่วนข้อที่ต่ำกว่า 0.5 จะต้องนำมาปรับปรุงแก้ไขใหม่

สูตรการคำนวณ

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

ตารางที่ 4 แสดงผลการประเมินแบบฝึกทบทวนเรื่องโดยผู้เชี่ยวชาญ

ข้อสอบ		คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC
ชุดที่	ข้อที่	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	1	3	1
	2	1	1	1	3	1
	3	1	1	1	3	1
	4	1	1	1	3	1
	5	1	1	1	3	1
	6	1	1	1	3	1
	7	1	1	1	3	1
	8	1	1	1	3	1
	9	1	1	1	3	1
2	1	1	1	1	3	1
	2	1	1	1	3	1
	3	1	1	1	3	1
	4	1	1	1	3	1
	5	1	1	1	3	1
	6	1	1	1	3	1
	7	1	1	1	3	1
3	1	1	1	1	3	1
	2	1	1	1	3	1
	3	1	1	1	3	1
	4	1	1	1	3	1
	5	1	1	1	3	1
	6	1	1	1	3	1
	7	1	1	1	3	1

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ข้อสอบ		คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC
ชุดที่	ข้อที่	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
4	1	1	1	1	3	1
	2	1	1	1	3	1
	3	1	1	1	3	1
	4	1	1	1	3	1
5	1	1	1	1	3	1
	2	1	1	1	3	1
	3	1	1	1	3	1
	4	1	1	1	3	1
	5	1	1	1	3	1
	6	1	1	1	3	1
	7	1	1	1	3	1
6	1	1	1	1	3	1
	2	1	1	1	3	1
	3	1	1	1	3	1
	4	1	1	1	3	1
	5	1	1	1	3	1
	6	1	1	1	3	1
	7	1	1	1	3	1
	8	1	1	1	3	1
7	1	1	1	1	3	1
	2	1	1	1	3	1
	3	1	1	1	3	1
	4	1	1	1	3	1
	5	1	1	1	3	1
	6	1	1	1	3	1
	7	1	1	1	3	1

ตารางที่ 5 แสดงผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยผู้เชี่ยวชาญ

ข้อสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1
3	1	1	1	3	1
4	1	1	1	3	1
5	1	1	1	3	1
6	1	1	1	3	1
7	1	1	1	3	1
8	1	1	1	3	1
9	1	1	1	3	1
10	1	1	1	3	1
11	1	1	1	3	1
12	1	1	1	3	1
13	1	1	1	3	1
14	1	1	1	3	1
15	1	1	1	3	1
16	1	1	1	3	1
17	1	1	1	3	1
18	1	1	1	3	1
19	1	1	1	3	1
20	1	1	1	3	1
21	1	1	1	3	1
22	1	1	1	3	1
23	1	1	1	3	1
24	1	1	1	3	1
25	1	1	1	3	1

ตารางที่ 5 (ต่อ)

ข้อสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
26	1	1	1	3	1
27	1	1	1	3	1
28	1	1	1	3	1
29	1	1	1	3	1
30	1	1	1	3	1
31	1	1	1	3	1
32	1	1	1	3	1

ตารางที่ 6 ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบฝึกทบทวน

ชุดที่	ข้อที่	ความยากง่าย (P)	อำนาจจำแนก (B)	
1	1	0.53	0.22	*
	2	0.67	0.40	*
	3	0.77	0.22	*
	4	0.43	0.42	*
	5	0.87	0.50	
	6	0.67	0.40	
	7	0.70	0.10	
	8	0.80	0.58	
	9	0.47	0.05	
2	1	0.67	0.57	*
	2	0.80	0.58	*
	3	0.90	0.38	*
	4	0.73	0.49	*
	5	0.60	0.14	
	6	0.77	0.70	*
	7	0.80	0.58	*
3	1	0.70	0.44	*
	2	0.77	0.20	*
	3	0.87	0.33	*
	4	0.40	0.03	
	5	0.27	-0.15	
	6	0.83	0.63	*
	7	0.87	0.16	*
4	1	0.47	0.30	*
	2	0.57	0.26	
	3	0.00	0.00	
	4	0.57	0.43	*

ตารางที่ 6 (ต่อ)

ชุดที่	ข้อที่	ความยากง่าย (P)	อำนาจจำแนก (B)	
5	1	0.73	0.49	*
	2	0.73	0.32	*
	3	0.33	0.28	*
	4	0.80	0.58	*
	5	0.43	0.08	
	6	0.57	0.26	*
	7	0.57	0.43	*
6	1	0.30	-0.10	
	2	0.53	0.56	*
	3	0.77	0.36	*
	4	0.57	0.43	
	5	0.57	0.43	*
	6	0.40	0.55	*
	7	0.57	0.26	*
	8	0.63	0.35	*
7	1	0.70	0.61	*
	2	0.70	0.78	*
	3	0.80	0.70	*
	4	0.53	0.56	*
	5	0.70	0.61	*
	6	0.73	0.66	*
	7	0.63	0.52	*

* ข้อที่เลือกไว้

ตารางที่ 7 ความเชื่อมั่นของแบบฝึกทบทวน

ชุดที่	ความเชื่อมั่น
1	0.80
2	0.85
3	0.68
4	0.82
5	0.78
6	0.75
7	0.81

ตารางที่ 8 ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อที่	ความยากง่าย (P)	อำนาจจำแนก (B)	
1	0.60	0.67	*
2	0.57	0.73	
3	0.60	0.53	*
4	0.50	0.33	
5	0.87	0.27	
6	0.63	0.47	*
7	0.83	0.20	
8	0.73	0.27	
9	0.63	0.47	*
10	0.60	0.53	*
11	0.47	0.27	*
12	0.00	0.00	
13	0.57	0.47	*
14	0.70	0.33	*
15	0.70	0.33	*
16	0.23	0.20	*
17	0.67	0.40	*
18	0.60	0.67	
19	0.77	0.33	*
20	0.43	0.73	*
21	0.87	0.13	
22	0.70	0.33	*
23	0.67	0.40	*
24	0.33	0.27	*
25	0.53	0.80	*
26	0.70	0.07	

ตารางที่ 8 (ต่อ)

ข้อที่	ความยากง่าย (P)	อำนาจจำแนก (B)	
27	0.70	0.20	
28	0.53	0.67	*
29	0.00	0.00	
30	0.63	0.73	*
31	0.50	0.73	
32	0.23	0.20	*

หมายเหตุ ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ
เรขาคณิตวิเคราะห์หามีค่าเท่ากับ 0.96

ตารางที่ 9 แสดงคะแนนแบบฝึกทบทวนและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คนที่	แบบฝึกทบทวน	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
	(คะแนนเต็ม 35)	(คะแนนเต็ม 20)
1	34	19*
2	22	13*
3	20	13*
4	28	18*
5	26	16*
6	28	19*
7	28	18*
8	28	18*
9	28	18*
10	28	18*
11	27	17*
12	28	18*
13	29	18*
14	29	18*
15	32	16*
16	21	11
17	32	19*
18	35	19*
19	27	18*
20	28	18*
21	28	18*
22	26	15*
23	27	16*
24	35	19*

ตารางที่ 9 (ต่อ)

คนที่	แบบฝึกทบทวน (คะแนนเต็ม 35)	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (คะแนนเต็ม 20)
25	6	5
26	21	13*
27	24	18*
28	26	15*
29	35	19*
30	29	18*

ภาคผนวก ค

- ชุดแบบฝึกคณิตศาสตร์
- แบบฝึกทบทวนคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบฝึกคณิตศาสตร์

เรื่อง

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

โดย

นางสาวสายชล ลิ้มชื่น

คำแนะนำในการทำแบบฝึก

แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบฝึกที่ฝึกทักษะ เรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ ทั้งหมดจากเนื้อหาง่ายจนถึงเนื้อหาที่ยาก โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 ชุด มีแบบฝึกทั้งหมด 12 แบบฝึก ในแต่ละแบบฝึกจะมี 4 ขั้นตอน ดังนี้คือ

ขั้นที่ 1 ศึกษาเนื้อหา

ขั้นที่ 2 สรุปกฎเกณฑ์

ขั้นที่ 3 ฝึกทักษะ

ขั้นที่ 4 นำไปใช้

เนื้อหา 7 ชุด รวม 12 แบบฝึก มีรายละเอียดดังนี้

ชุดที่ 1 ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด แบ่งเป็น 3 แบบฝึกคือ

แบบฝึกที่ 1 การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน x

แบบฝึกที่ 2 การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน y

แบบฝึกที่ 3 การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ในระนาบ

ชุดที่ 2 จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด แบ่งเป็น 1 แบบฝึกคือ

แบบฝึกที่ 4 การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

ชุดที่ 3 ความชันของเส้นตรง แบ่งเป็น 1 แบบฝึกคือ

แบบฝึกที่ 5 การหาความชันของเส้นตรง และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาความชันของเส้นตรง

ชุดที่ 4 เส้นขนาน แบ่งเป็น 1 แบบฝึกคือ

แบบฝึกที่ 6 คุณสมบัติของเส้นตรงที่ขนานกัน และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นขนาน

ชุดที่ 5 เส้นตั้งฉาก แบ่งเป็น 1 แบบฝึกคือ

แบบฝึกที่ 7 คุณสมบัติของเส้นตรงที่ตั้งฉากกัน และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นตั้งฉาก

ชุดที่ 6 ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง แบ่งเป็น 3 แบบฝึกคือ

แบบฝึกที่ 8 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x

แบบฝึกที่ 9 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน y

แบบฝึกที่ 10 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับแกน y และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

ชุดที่ 7 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด แบ่งเป็น 2 แบบฝึกคือ

แบบฝึกที่ 11 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

แบบฝึกที่ 12 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรง และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นตรงกับจุด

ในการทำแบบฝึกแต่ละแบบฝึก ในขั้นที่ 3, 4 ของแต่ละแบบฝึกให้นักเรียนตรวจคำตอบท้ายข้อหรือจากคู่มือเฉลยทีละขั้น ถ้าได้ผลไม่ตรงกับคำตอบที่เฉลย ให้ย้อนกลับไปขั้นที่ 1, 2 ให้เข้าใจอีกครั้งเมื่อเข้าใจแล้ว และทำแบบฝึกแต่ละขั้นตอนถูกต้อง จึงทำแบบฝึกต่อไปได้ เมื่อทำเสร็จแต่ละชุดให้ทำแบบฝึกทบทวนแต่ละชุดอีกครั้งหนึ่ง

เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกครบทุกแบบฝึกแล้ว นักเรียนต้องทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของการเรียน 20 ข้อ เพื่อทดสอบว่าเข้าใจแบบฝึกที่เรียนมาทั้งหมดหรือไม่

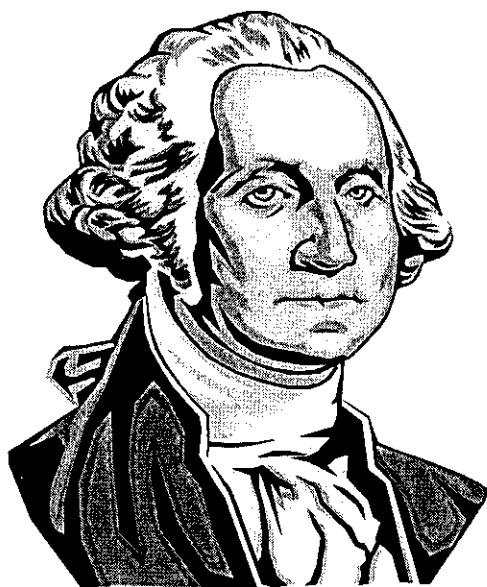
ขอให้นักเรียนโชคดี ทำแบบฝึกผ่านทุกแบบฝึก และทำแบบทดสอบได้ทุกคน และถ้ามีปัญหาหรือสงสัยเรื่องใด รีบปรึกษาครูทันที

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 1 ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

แบบฝึกที่ 1 การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน x

จุดประสงค์ 1. หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน x

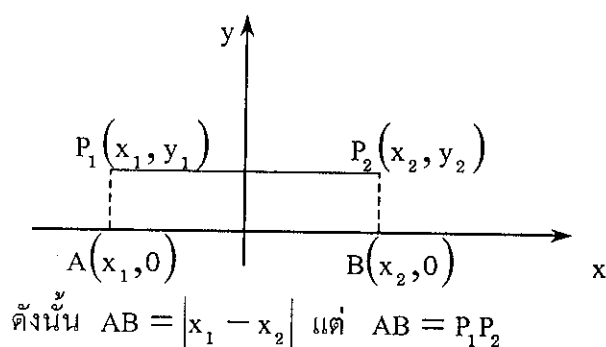


แบบฝึกที่ 1

การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน x

ขั้นที่ 1

ศึกษา ถ้าจุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$ อยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน x (จะได้ว่า $y_1 = y_2$)



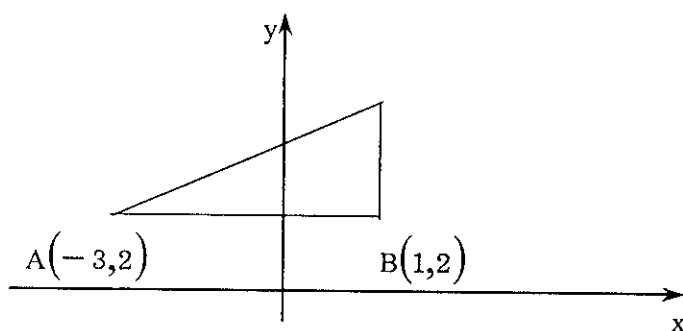
ขั้นที่ 2

สรุป $\therefore P_1P_2 = |x_1 - x_2|$

$P_1P_2 \parallel \text{แกน } x \text{ จะได้ว่า } P_1P_2 = x_1 - x_2$

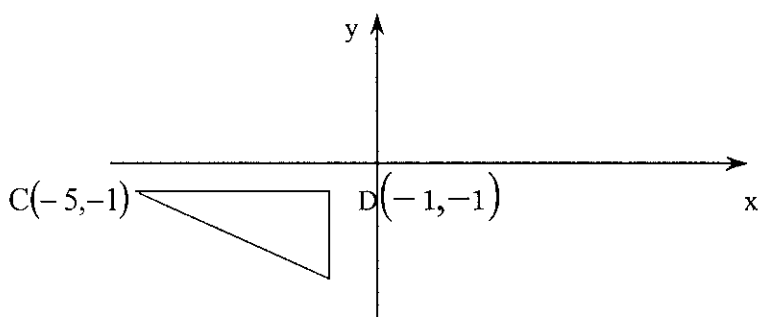
ขั้นที่ 3

ฝึก ตัวอย่าง 1 จากรูป จงหา ระยะ AB



$AB = x_1 - x_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ หน่วย

ตัวอย่าง 2 จากรูป จงหา ระยะ CD



$$CD = |x_1 - x_2| = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$



ขั้นที่ 4

นำไปใช้

จงหาระยะห่างระหว่าง

1. $Q(7,4)$ กับ $R(-7,4)$

$$QR = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$

2. $R(-5,-3)$ กับ $S(-15,-3)$

$$RS = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$

3. จงหาจุด A เมื่อ AB ขนานแกน x และ $A(x,5)$ ห่างกับ $B(3,5)$ เป็นระยะ 6 หน่วย

$$AB = |x_1 - x_2| = 6$$

$$|x_1 - 3| = 6$$

$$(x - 3)^2 = 36 \text{ (ยกกำลังสองทั้งสองข้าง)}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 36$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$(x - 9)(x + 3) = 0$$

$$x = 9, -3$$

จุด A คือ $(9,5)$ หรือ $(-3,5)$

4. จงหาจุด N เมื่อ M(1,4) ห่างกับ N(x,4) เป็นระยะ 10 หน่วย

$$\begin{aligned} MN &= |x_1 - x_2| &= 10 \\ |1 - x| & &= 10 \end{aligned}$$

.....

.....

.....

.....

ตอบ (11,4) หรือ (-9,4)

เฉลยแบบฝึกที่ 1

ขั้นที่ 3

ตัวอย่างที่ 1 $AB = |(-3) - 1| = 4$ หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 $AB = |(-5) + 1| = 4$ หน่วย

ขั้นที่ 4

1. $QR = |7 + 7| = 14$ หน่วย

2. $RS = |(-5) + 15| = 10$ หน่วย

4. ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$(1 - x^2) = 100$$

$$1 - 2x + x^2 = 100$$

$$x^2 - 2x - 49 = 0$$

$$(x + 9)(x - 11) = 0$$

$$x = -9, 11$$

∴ จุด N คือ $(11, 4)$ หรือ $(-9, 4)$

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 1 ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

แบบฝึกที่ 2 การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน y

จุดประสงค์ 1. หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน y

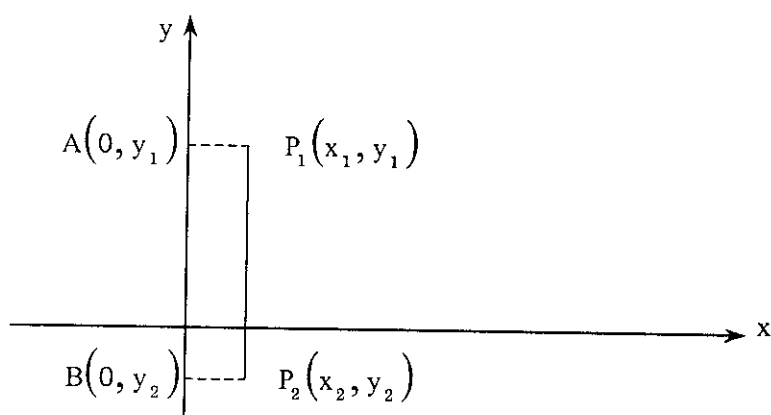


แบบฝึกหัดที่ 2

การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ที่อยู่บนเส้นตรง ซึ่งขนานกับแกน y

ขั้นที่ 1

ศึกษา ถ้าจุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$ อยู่บนเส้นตรงที่ขนานกับแกน y (จะได้ว่า $x_1 = x_2$)



จะได้ $AB = |y_1 - y_2|$ แต่ $AB = P_1P_2$

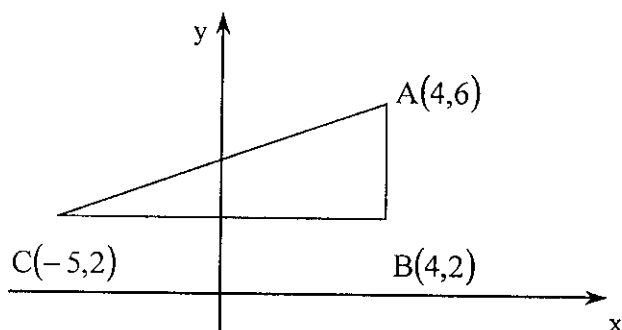
$$P_1P_2 = |y_1 - y_2|$$

ขั้นที่ 2

สรุป $P_1P_2 \parallel$ แกน y จะได้ว่า $P_1P_2 = |y_1 - y_2|$

ขั้นที่ 3

ฝึก ตัวอย่าง 1 จากรูป จงหา ระยะ AB, BC



$$AB = |y_1 - y_2| = |6 - 2| = |4| = 4$$

หน่วย

$$BC = |x_1 - x_2| = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$



นำไปใช้ จงหาระยะห่างระหว่างจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้

1. $(-3,17)$ และ $(-3,4)$
(13 หน่วย)
2. $(-1,-7)$ และ $(-1,-27)$
(20 หน่วย)
3. $(0,-10)$ และ $(0,55)$
(65 หน่วย)

เฉลยแบบฝึกที่ 2

ขั้นที่ 3 ตัวอย่างที่ 1 $BC = |(-5) - 4| = 9$ หน่วย

ขั้นที่ 4 1. $|9 + 4| = 13$ หน่วย

2. $|(-7 + 27)| = 20$ หน่วย

3. $|(-10) - 55| = 65$ หน่วย

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 1

ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

แบบฝึกที่ 3

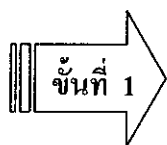
การหาระยะระหว่างจุดสองจุด ในระนาบ

จุดประสงค์

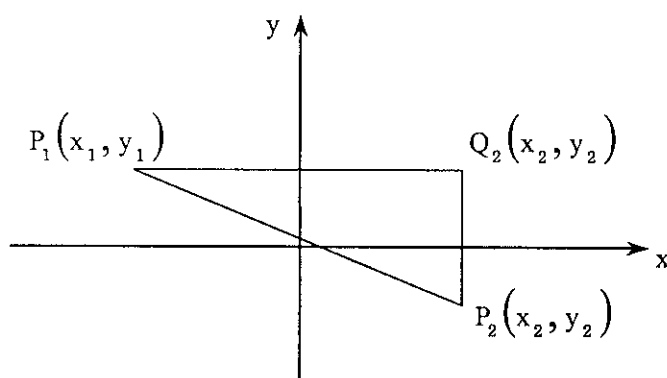
1. หาระยะระหว่างจุดสองจุด ในระนาบ



แบบฝึกหัดที่ 3

การหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ในระนาบ


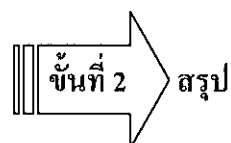
ศึกษา ถ้าจุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$ อยู่บนเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน x และแกน y เราจะหา P_1P_2 ได้ดังนี้



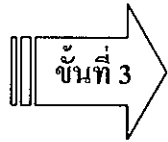
จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า $P_1P_2 = \sqrt{(P_1Q)^2 + (P_2Q)^2}$

$$\begin{aligned} P_1P_2 &= \sqrt{|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2} \\ &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (|a^2| = a^2) \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า ไม่ว่า $P_1P_2 \parallel$ แกน x หรือ $P_1P_2 \parallel$ แกน y ก็สามารถใช้สูตรนี้ได้



ถ้า จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เป็นจุดในระนาบ ระยะห่างระหว่างจุด P_1 และ P_2 เท่ากับ $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$



ฝึก 1. จงหาระยะระหว่างจุด $P_1(1, -3)$ กับ $(-4, 9)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 P_1P_2 &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \\
 &= \sqrt{(1 - (-4))^2 + ((-3) - 9)^2} \\
 &= \sqrt{5^2 + (-12)^2} \\
 &= \sqrt{169} \\
 &= 13 \text{ หน่วย}
 \end{aligned}$$

2. จงหาพิกัดของจุด C บนแกน y ซึ่งอยู่ห่างจากจุด A(6,4) และ B(-3,5) เป็นระยะเท่าๆกัน

วิธีทำ ให้จุด C มีพิกัด $(0, y)$

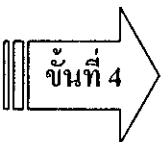
จะได้ว่า CA = CB

.....=.....

.....=.....

.....=.....

ดังนั้นจุด C มีพิกัด $(0, -9)$



นำไปใช้

1. วงกลมวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-5, 1)$ และผ่านจุด $(3, -2)$ จงหารัศมีของวงกลม

วิธีทำ รัศมี คือ
$$\begin{aligned}
 &\sqrt{(-5 - 3)^2 + (1 - (-2))^2} \\
 &= \sqrt{(-8)^2 + 3^2} \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

2. วงกลมวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-2, -5)$ และมีแกน y เป็นเส้นสัมผัส จงหาจุดสัมผัส

วิธีทำ

$(0, -5)$

เฉลยแบบฝึกที่ 3

ขั้นที่ 3

$$2. \quad CA = CB$$

$$\sqrt{(0-6)^2 + (y-9)^2} = \sqrt{(0-(-3))^2 + (y-5)^2}$$

$$36 + y^2 - 8y + 16 = 9 + y^2 - 10y + 25$$

$$2y = -18$$

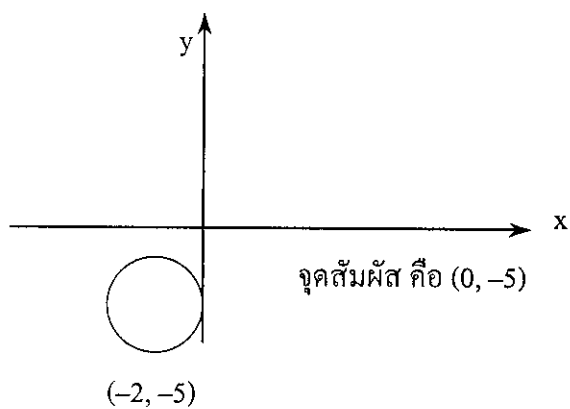
$$y = -9$$

∴ จุด C คือ (0,-9)

ขั้นที่ 4

$$1. \quad \sqrt{73} \text{ หน่วย}$$

2.



แบบฝึกคณิตศาสตร์
เรื่อง
ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 2
จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

ชื่อ.....โรงเรียน.....

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 2

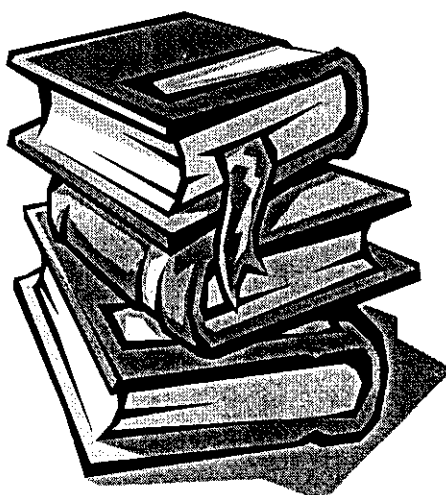
จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

แบบฝึกที่ 4

การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ
การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดในระนาบ

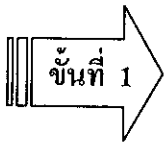
จุดประสงค์

1. สามารถหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด ที่กำหนดให้ได้
2. สามารถนำความรู้เกี่ยวกับจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด ไปแก้
โจทย์ปัญหา



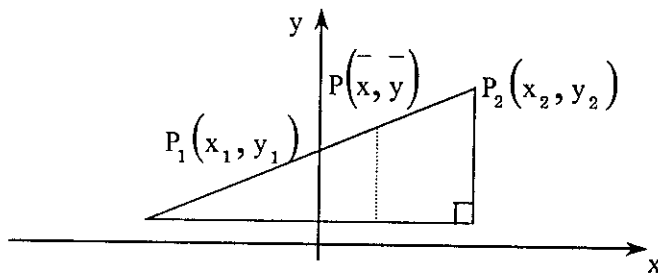
แบบฝึกหัดที่ 4

การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ
การหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด



ศึกษา

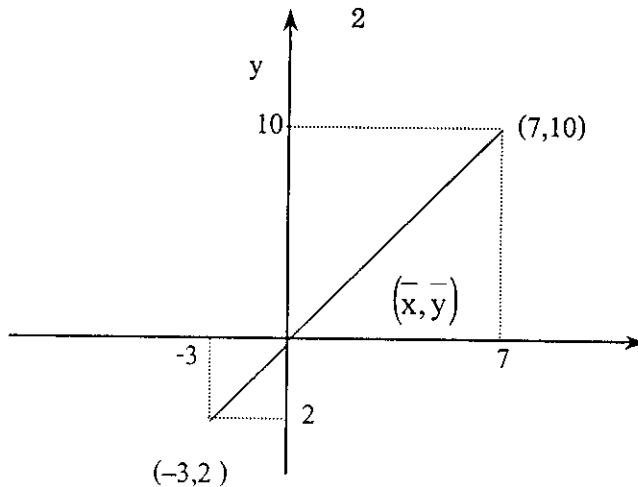
พิจารณาจากรูป



จากรูป ให้ $P(\bar{x}, \bar{y})$ เป็นจุดกึ่งกลาง P_1P_2

จะหา ได้ดังนี้ $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

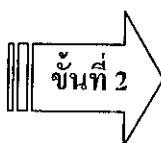
$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



ในทำนองเดียวกัน $\bar{x} = \frac{-3 + 7}{2} = 2$

$$\bar{y} = \frac{-2 + 10}{2} = 4$$

$$\therefore (\bar{x}, \bar{y}) = (2, 4)$$

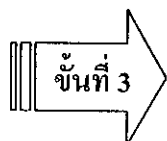


สรุป

ถ้าจุด $P(\bar{x}, \bar{y})$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$ แล้ว

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



ฝึก

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A และจุด B ที่กำหนดให้

1) A (-4,8) กับ B (-10, -2)

2) A (-6,-4) กับ B (-1,8)

.....

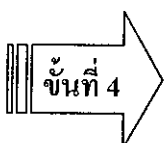
.....

.....

.....

.....(-7,3)

.....(2,2)



นำไปใช้

1. ถ้าจุดกึ่งกลางของ AB คือ C (5, -1) และ A (2,3) แล้ว จงหาจุด B
วิธีทำ

$$\begin{array}{ccccc} A & & C & & B \\ \hline (2,3) & & (5,-1) & & (x,y) \end{array}$$

$$\text{จาก } 5 = \frac{x+2}{2}$$

และ

$$-1 = \frac{y+3}{2}$$

$$\text{แก้สมการ } 10 = x+2$$

$$-2 = y+3$$

$$x = 8$$

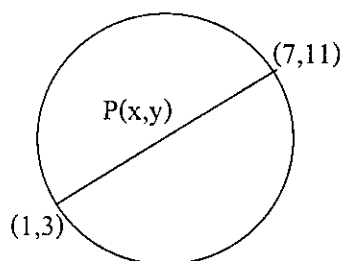
$$y = -5$$

ดังนั้นจุด B คือ (8, -5)

2. ถ้าจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม เป็น $(1,3)$ และ $(7,11)$

จงหา 2.1) จุดศูนย์กลางของวงกลมนี้

2.2) ความยาวของรัศมีวงกลมนี้



2.1 วิธีทำ

จากรูป $x =$

$y =$

จุดศูนย์กลางของวงกลมวงนี้ คือ $(x,y) =$

2.2 วิธีทำ หาความยาวรัศมี โดยหาระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลม กับจุดปลายวงกลม

ความยาวรัศมี =

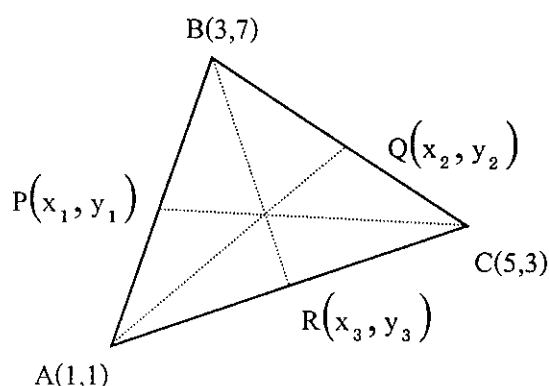
=

=

= 5

Ans

3. กำหนดจุด $A(1,1)$, $B(3,7)$, $C(5,3)$ เป็นจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยม
 จงหาจุดปลายของเส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยม ABC
วิธีทำ วาดรูป



- 1) ให้ $P(x_1, y_1)$ เป็นจุดปลายของเส้นมัธยฐานที่ลากจากมุม C
 $P(x_1, y_1)$ เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{AB}$

$$x_1 = \frac{1+3}{2}, \quad y_1 = \frac{1+7}{2}$$

$$x_1 = 2 \quad y_1 = 4$$

$$P(x_1, y_1) = (2, 4)$$
- 2) $Q(x_2, y_2)$ เป็นจุดปลายของเส้นมัธยฐานที่ลากจากมุม A
 $Q(x_2, y_2)$ เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{BC}$

$$x_2 = \dots\dots\dots y_2 = \dots\dots\dots$$

$$Q(x_2, y_2) = \dots\dots\dots$$
- 3) $R(x_3, y_3)$ เป็นจุดปลายของเส้นมัธยฐานที่ลากจากมุม B
 $R(x_3, y_3)$ เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{AC}$

$$x_3 = \dots\dots\dots y_3 = \dots\dots\dots$$

$$R(x_3, y_3) = \dots\dots\dots$$

เฉลยแบบฝึกที่ 4

ขั้นที่ 3

ตัวอย่างที่ 1

$$\begin{aligned}\text{ข้อ 1. } \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \\ &= \frac{(-4) + (-10)}{2} \\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ &= \frac{8 - 2}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

∴ จุดกึ่งกลาง AB คือ $(-7, 3)$

$$\begin{aligned}\text{ข้อ 2. } \bar{x} &= \frac{-6 - 1}{2} = \frac{-7}{2} \\ \bar{y} &= \frac{-4 + 8}{2} = 2\end{aligned}$$

∴ จุดกึ่งกลาง AB คือ $\left(\frac{-7}{2}, 2\right)$

ขั้นที่ 4

$$\text{ข้อ 2 1) } x = \frac{1 + 7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = \frac{3 + 11}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\therefore (x, y) = (4, 7)$$

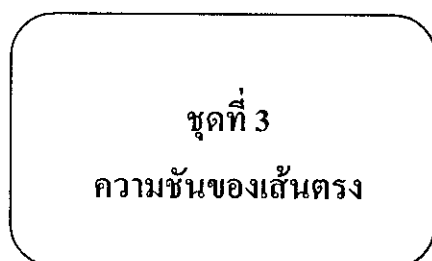
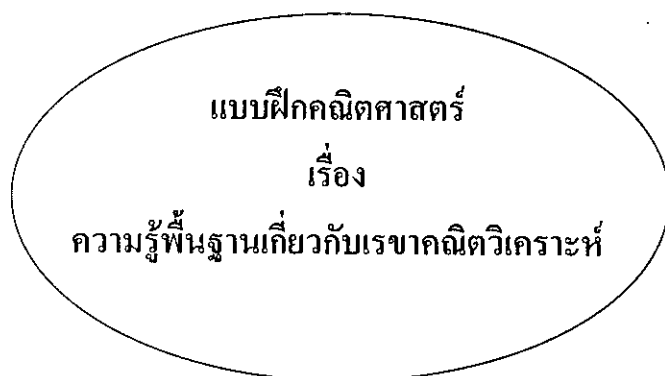
$$\begin{aligned}2) \text{ ความยาวรัศมี} &= \sqrt{(1 - 4)^2 + (3 - 7)^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \\ &= 5 \text{ หน่วย}\end{aligned}$$

$$\text{ข้อ 3 2) } x = \frac{3 + 5}{2} = 4, y = \frac{7 + 3}{2} = 5$$

$$\therefore Q(x, y) = (4, 5)$$

$$3) \quad x = \frac{1 + 5}{2} = 3, y = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

$$\therefore Q(x, y) = (3, 2)$$



ชื่อ.....โรงเรียน.....

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 3

ความชันของเส้นตรง

แบบฝึกที่ 5

การหาความชันของเส้นตรงและโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาความชันของเส้นตรง

จุดประสงค์

1. สามารถหาความชันของเส้นตรงได้
2. สามารถนำความรู้เกี่ยวกับความชัน เส้นตรงไปแก้โจทย์ปัญหาได้



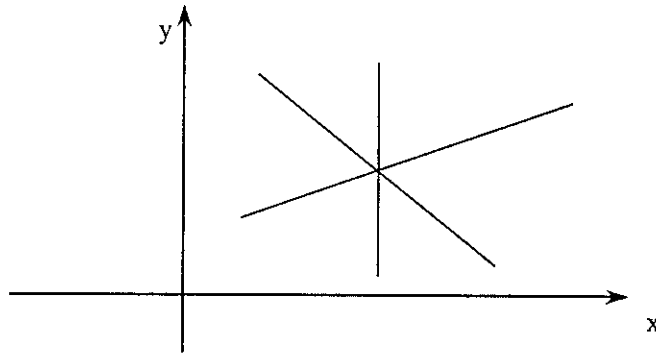
แบบฝึกหัดที่ 5

การหาความชันของเส้นตรงและโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ
การหาความชันของเส้นตรง

ขั้นที่ 1

ศึกษา

ให้นักเรียนสังเกตเส้นแต่ละเส้น มีความเอียงเป็นอย่างไร
(แต่ละเส้นมีความเอียงไม่เท่ากัน)

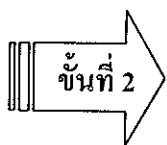


- เขาเรียกลักษณะของความเอียงของเส้นตรงว่า ความชัน
- ☀ ความชันของเส้นตรง เป็นจำนวนจริงที่บอกให้เขาทราบว่าเส้นตรงนั้นมีลักษณะเอียงมากน้อยเพียงใด ดังบทนิยาม

บทนิยาม กำหนดให้ L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(x_1, y_1)$ และ $B(x_2, y_2)$
โดยกำหนด $x_1 \neq x_2$, m เป็นความชันของ เส้นตรง L ก็ต่อเมื่อ

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

หมายเหตุ $x_1 = x_2$ เส้นตรง L จะหาความชันไม่ได้

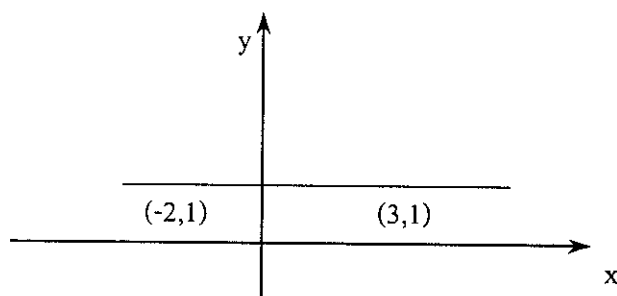


สรุป

ความชัน (M) ของ L แยกเป็น 3 ลักษณะ

ลักษณะที่ 1 $m = 0$ ก็ต่อเมื่อ $y_1 = y_2$

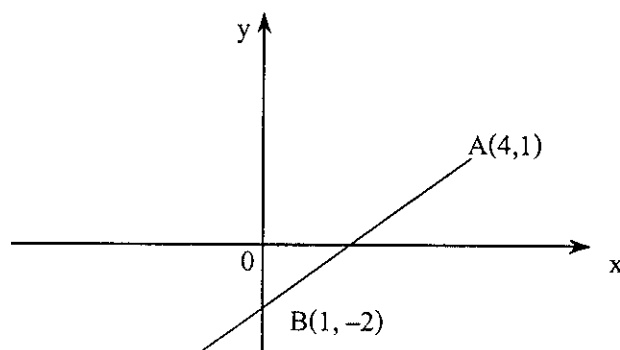
เช่น



สรุป เส้นตรงที่มีความชันเป็นศูนย์จะขนานกับแกน x

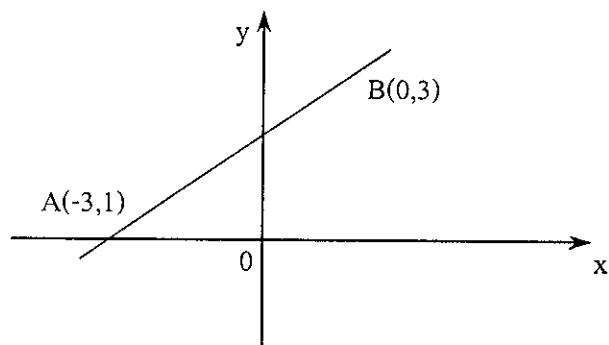
ลักษณะที่ 2 ความชัน (M) > 0 ก็ต่อเมื่อ $y_1 - y_2$ และ $x_1 - x_2$ มีเครื่องหมายเหมือนกันเพราะว่า $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

เช่น



$$\begin{aligned}
 m &= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\
 &= \frac{1 - (-2)}{4 - 1} \\
 &= \frac{1 + 2}{3} = \frac{3}{3} = 1
 \end{aligned}$$

เช่น

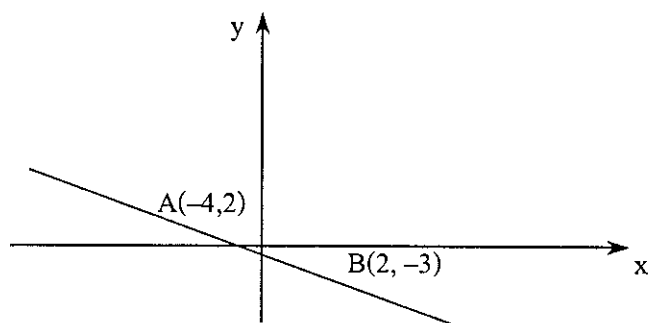


$$m = \frac{1 - 3}{(-3) - 0} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

สรุป เส้นตรงที่มีความชันมากกว่าศูนย์จะทำมุมแหลมกับแกน x

ลักษณะที่ 3 ความชัน (m) < 0 ก็ต่อเมื่อ $y_1 - y_2$ และ $x_1 - x_2$ มีเครื่องหมายต่างกัน

เช่น



$$m = \frac{2 - (-3)}{-4 - 2} = \frac{5}{-6}$$

จะเห็นว่า $y_1 - y_2$ มีเครื่องหมายเป็น บวก แต่

$x_1 - x_2$ มีเครื่องหมายเป็น ลบ

สรุป เส้นตรงที่มีความชันน้อยกว่าศูนย์จะทำมุมป้านกับแกน x



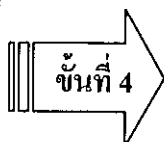
ฝึก

1. จงหาความชันของเส้นตรง 2 ที่ผ่านจุดสองจุดต่อไปนี้

1) $(-4,2), (1,2)$ (0)

2) $(7,-2), (-3,5)$ $\left(\frac{-7}{10}\right)$

3) $(2,3), (0,4)$ $\left(\frac{-1}{2}\right)$



นำไปใช้

1. จงหาจำนวนจริง x ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B มีความชันเท่ากับ M ตามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $A(3,x), B(2,5)$ และ $M = -2$ $(x = 3)$

2) $A(x,5), B(-2,8)$ และ $M = \frac{1}{2}$ $(x = -8)$

3) $A(2,3), B(x,1)$ และ $M = 1$ $(x = 0)$

2. จงแสดงว่า จุด $A(2,3), B(4,5)$ และ $C(6,7)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันวิธีทำ จุด A,B,C จะอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ก็ต่อเมื่อ $m_{AB} = m_{AC}$

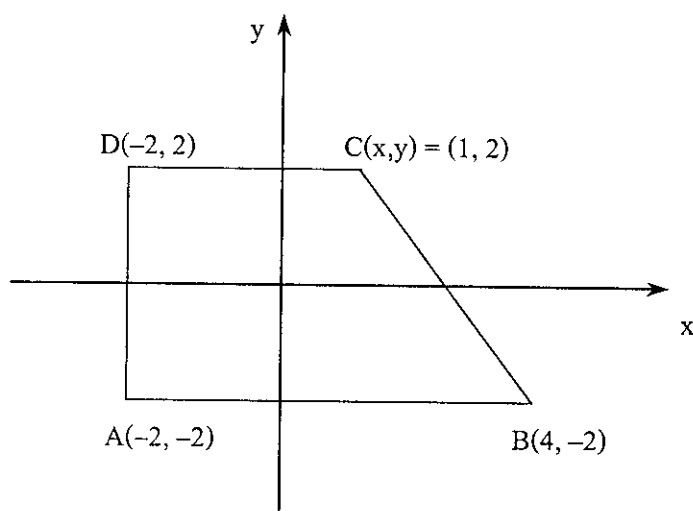
กำหนดให้ $m_{AB} = \dots\dots\dots$

และ $m_{AC} = \dots\dots\dots$

จะเห็นว่า $m_{AB} = m_{AC}$

ดังนั้น A, B, C อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

3. กำหนด $A(-2, 2)$, $B(4, -2)$, $C(x, y)$ และ $D(-2, 2)$ เป็นจุดยอดมุมของรูป กางหนู โดยมี AB เป็นฐาน ซึ่งยาวเป็นสองเท่าของความยาว CD จงหา ความชันของ BC



$$AB = |x_1 - x_2| = \dots\dots\dots$$

$$\therefore CD \text{ ยาว} = \dots\dots\dots \text{หน่วย}$$

$$\therefore \text{จุด } C \text{ คือ} = \dots\dots\dots \text{ดังนั้น } m_{BC} = \dots\dots\dots$$

เฉลยแบบฝึกที่ 5

ขั้นที่ 3

$$1) \quad m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{2 - 2}{-4 - 1}$$

$$2) \quad m = \frac{-2 - 5}{7 + 13} = \frac{-7}{10}$$

$$3) \quad m = \frac{3 - 4}{2 - 0} = \frac{-1}{2}$$

ขั้นที่ 4

ข้อ 1

$$1) \quad -2 = \frac{x - 5}{3 - 2}$$

$$-2 = \frac{x - 5}{1}$$

$$x = 3$$

$$2) \quad \frac{1}{2} = \frac{5 - 8}{x + 2}$$

$$x + 2 = -6$$

$$x = -8$$

$$3) \quad 1 = \frac{3 - 1}{2 - x}$$

$$2 - x = 2$$

$$x = 0$$

ข้อ 2

$$M_{AB} = \frac{5 - 3}{4 - 2} = \frac{2}{2}$$

$$M_{AC} = \frac{7 - 3}{6 - 2} = \frac{4}{4} = 1$$

$$M_{AB} = M_{AC}$$

ข้อ 3

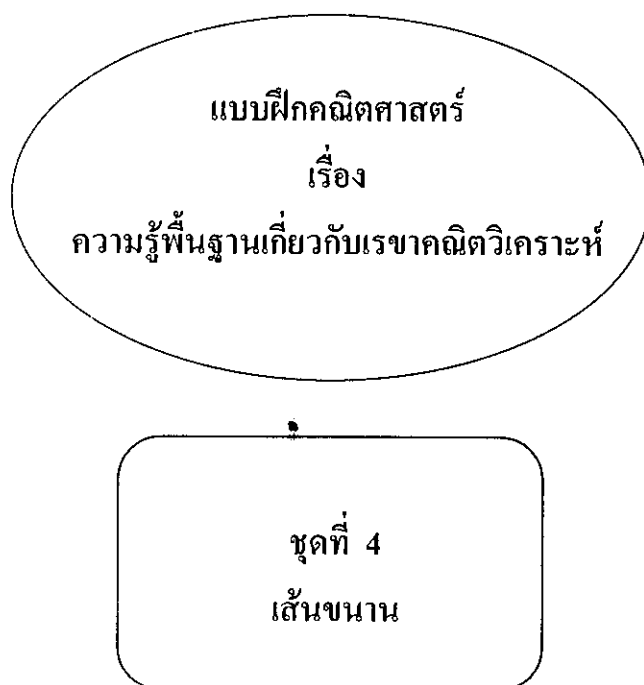
$$AB = |-2 - 4| = 6 \text{ หน่วย}$$

$$\therefore CD \text{ ยาว} = 3 \text{ หน่วย}$$

$$\therefore \text{จุด C คือ } (1, 2)$$

ดังนั้น

$$M_{BC} = \frac{2 - (-2)}{1 - 4} = \frac{-4}{3}$$



ชื่อ.....โรงเรียน.....

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 4

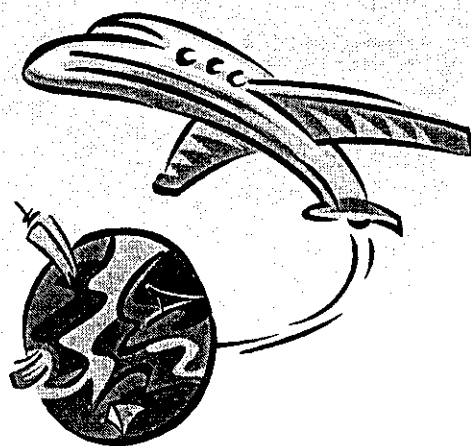
เส้นขนาน

แบบฝึกที่ 6

คุณสมบัติของเส้นตรงที่ขนานกัน และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นขนาน

จุดประสงค์

1. สามารถบอกได้ว่าเส้นตรงที่ขนานกัน จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน หรือไม่มีความชันทั้งคู่ได้
2. สามารถนำความรู้เกี่ยวกับความชัน และเส้นขนานไปแก้โจทย์ปัญหาได้

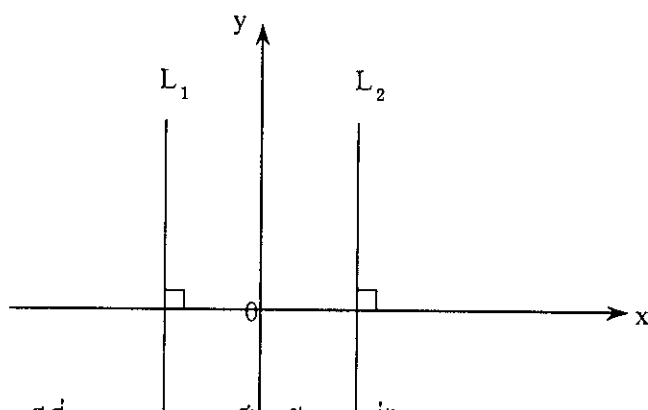


แบบฝึกหัดที่ 6

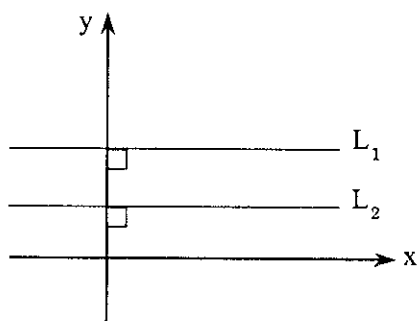
ขั้นที่ 1

คุณสมบัติของเส้นตรงที่ขนานกัน และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นขนาน
ศึกษา

กำหนดเส้นตรง L_1 และ L_2 ในกรณีที่ L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่หาความชัน
ไม่ได้ แสดงว่า L_1 และ L_2 ขนานแกน y ดังนั้น L_1 ขนาน L_2 ด้วย

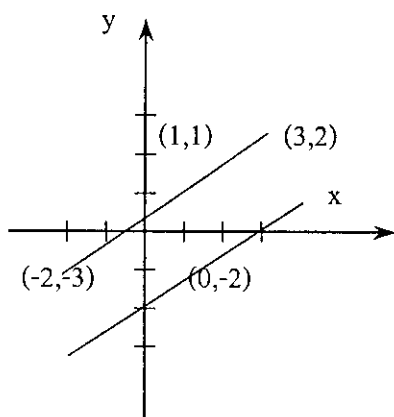


ในกรณีที่ L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y แล้ว m_1, m_2 เป็น
ความชัน L_1, L_2 ตามลำดับ จะได้ว่า L_1 ขนานกับ L_2 ก็ต่อเมื่อ $m_1 = m_2$
ซึ่งจะแยกแยะให้เห็นดังนี้



จากกราฟ $m_1 = m_2 = 0$

ดังนั้น $L_1 // L_2 // \text{แกน } x$



จากกราฟ $m_1 = m_2 = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $L_1 // L_2$

ขั้นที่ 2

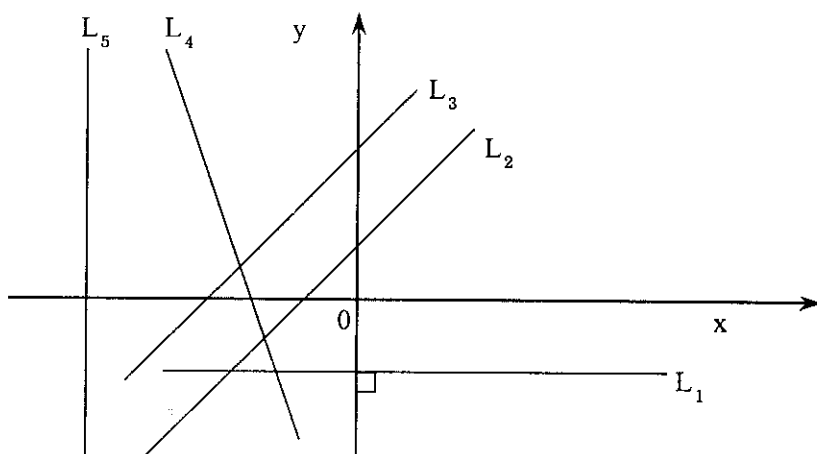
สรุป

เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน y จะขนานกันก็ต่อเมื่อ ความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

ขั้นที่ 3

ฝึก

1. จากกราฟ จงหาความชันของเส้นตรงแต่ละเส้น



- 1) $m_{L_1} = 0$ แล้ว $L_1 //$ แกน x
 - 2) m_{L_5} หาค่าไม่ได้ และ $L_5 //$ แกน y
 - 3) m_{L_4} มีค่าน้อยกว่า ศูนย์
 - 4) $m_{L_2} = m_{L_3}$ มีค่ามากกว่า ศูนย์ และ $L_2 // L_3$
2. กำหนดให้ L_1 ผ่านจุด A และจุด B, L_2 ผ่านจุด C และจุด D จงตรวจสอบว่า $L_1 // L_2$ หรือไม่ เมื่อกำหนด
- 1) A(9,5), B(1,5), C(5,2), D(7,2)

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ } m_{L_1} &= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\
 &= \frac{5 - 5}{9 - 1} = 0 \\
 m_{L_2} &= \frac{2 - 2}{9 - 1} = 0
 \end{aligned}$$

$$\therefore m_{L_1} = m_{L_2} \text{ ดังนั้น } L_1 // L_2$$

Ans

2) A(2,7), B(2,1), C(-1,3), D(-1,-1)

.....

.....

(ขนาน)

3) A(1,-3), B(4,0), C(2,2), D(3,1)

$m_{L_1} = \dots\dots\dots$

$m_{L_2} = \dots\dots\dots$

.....

(ไม่ขนาน)

3. ถ้าเส้นตรงผ่านจุด $(-3, -5)$ และ $(k, -4)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(4,3)$ และ $(6,4)$

จงหาค่า k

วิธีทำ ให้ L_1 ผ่านจุด $(4,3)$ และ $(6,4)$ มีความชัน

$$m = \frac{4-3}{6-4} = \frac{1}{2}$$

ให้ L_2 ผ่านจุด $(-3, -5)$ และ $(k, -4)$ และขนานกับ L_1

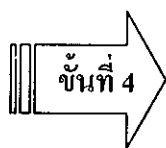
ดังนั้น $m_{L_1} = m_{L_2}$

.....

.....

.....

..... ($k = -1$)



นำไปใช้

จงหาจุด A ที่อยู่บนแกน x ซึ่งทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B $(-3, -4)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(1,4)$ และ $D(-1,2)$

วิธีทำ พิกัด A คือ $(x,0)$

$m_{AB} = \dots\dots\dots$

$m_{CD} = \dots\dots\dots$

AB ขนาน CD จะได้ว่า $m_{AB} = m_{CD}$

.....
.....
.....

ดังนั้น จุด A คือ

(1,0) Ans

เฉลยแบบฝึกที่ 6

ขั้นที่ 3

ข้อ 2

2) L_1 ขนานกับแกน y และ L_2 ขนานกับแกน y

ดังนั้น $L_1 \parallel L_2$

$$3) M_{L1} = \frac{-3-0}{1-4} = 1$$

$$M_{L2} = \frac{2-1}{2-3} = \frac{-1}{1} = -1$$

ดังนั้น L_1 ไม่ขนาน L_2

ข้อ 3 $M_{L1} = M_{L2}$

$$\frac{1}{2} = \frac{-4+5}{k+3}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{k+3}$$

$$k+3=2$$

$$\therefore k = -1$$

ขั้นที่ 4

พิกัด A คือ $(x,0)$

$$M_{AB} = \frac{0+4}{x+3} = \frac{4}{x+3}$$

$$M_{CD} = \frac{4-2}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$AB \parallel CD$ จะได้ว่า $M_{AB} = M_{CD}$

$$\frac{4}{x+3} = 1$$

$$x+3=4$$

$$x=1$$

$\therefore$ จุด A คือ $(1,0)$

แบบฝึกคณิตศาสตร์
เรื่อง
ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 5
เส้นตั้งฉาก

ชื่อ.....โรงเรียน.....

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 5

เส้นตั้งฉาก

แบบฝึกที่ 7

คุณสมบัติของเส้นตรงที่ตั้งฉากกัน และ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นตั้งฉาก

จุดประสงค์

1. สามารถบอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้น (ที่ไม่ขนานแกน y) จะตั้งฉากกัน ก็ต่อเมื่อผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองมีค่าเป็น -1
2. สามารถนำความรู้เกี่ยวกับความชัน และเส้นขนานไปแก้โจทย์ปัญหาได้



แบบฝึกหัดที่ 7

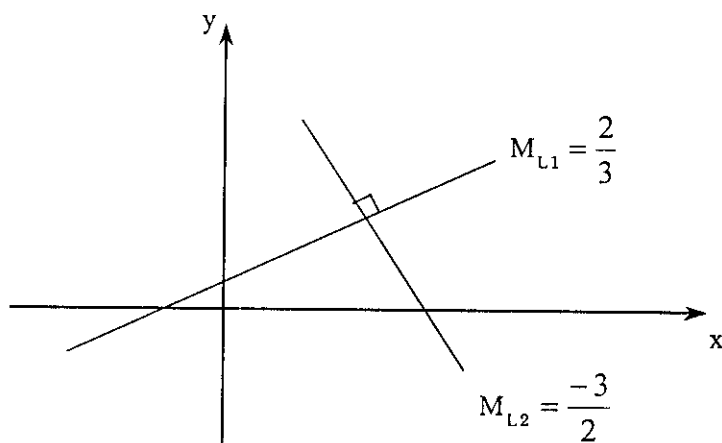
คุณสมบัติของเส้นตรงที่ตั้งฉาก และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นตั้งฉาก

ขั้นที่ 1

ศึกษา

ให้ L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y มีความชันเท่ากับ m_1 และ m_2 ตามลำดับ

ถ้า L_1 ตั้งฉากกับ L_2 แล้วจะได้ว่า $m_1 m_2 = -1$



$$L_1 \text{ ตั้งฉากกับ } L_2 \quad (m_{L1})(m_{L2}) = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1$$

ขั้นที่ 2

สรุป

เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน y จะตั้งฉากกัน ก็ต่อเมื่อผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสอง เท่ากับ -1

$$\left(\because m_1 m_2 = -1, \quad m_1 = -\frac{1}{m_2} \right)$$

ขั้นที่ 3

ฝึก

1. ให้ L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(-5, -3), B(-2, -6)$

ให้ L_2 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(0, -3)$ และ $D(2, -1)$ จงตรวจดูว่า

L_1 ตั้งฉากกับ L_2 หรือไม่

วิธีทำ $m_{L_1} = \frac{-3+6}{-5+2} = -\frac{3}{3} = -1$

$$m_{L_2} = \frac{-3+1}{0-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

จะพบว่า $m_{L_1} = m_{L_2} = (-1)(1) = -1$

แสดงว่า L_1 ตั้งฉากกับ L_2

2. ให้ L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(-5, 2)$, $B(8, 3)$ และ L_2 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(3, -1)$, $D(4, 2)$ จงตรวจดูว่า L_1 ตั้งฉากกับ L_2 หรือไม่

วิธีทำ $m_{L_1} = \dots\dots\dots$

$$m_{L_2} = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $m_{L_1} \cdot m_{L_2} = \dots\dots\dots$

เพราะฉะนั้น L_1 ไม่ตั้งฉากกับ L_2

3. กำหนดให้ L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(-3, 2)$ และ $B(2, -5)$

จงหา

1) ความชันของเส้นตรง L_2 ซึ่งตั้งฉากกับ L_1

2) ความชันของเส้นตรง L_3 ซึ่งขนานกับ L_1

1) วิธีทำ ความชัน $L_1 = \dots\dots\dots$

$$L_2 \text{ ตั้งฉากกับ } L_1 \therefore m_{L_2} \cdot m_{L_1} = -1$$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

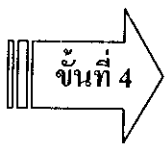
$\dots\dots\dots$

$$\left(\frac{5}{7} \right)$$

2) เพราะว่า L_3 ขนานกับ L_1

$$\text{ดังนั้น } m(L_3) = m(L_1) \dots\dots\dots$$

$$\left(-\frac{7}{5} \right)$$



นำไปใช้

1. ถ้าเส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(4,1)$ และ $(1,4)$ ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 ที่ลากผ่านจุด $(c,5)$ และ $(-2,6)$ แล้ว จงหาค่า c

วิธีทำ $m_{L_1} = \frac{1-4}{4-1} = -\frac{3}{3} = -1$

$$m_{L_2} = \frac{5-6}{c+2} = -\frac{1}{c+2}$$

$$L_1 \perp L_2 \text{ ดังนั้น } m_{L_1} \cdot m_{L_2} = -1$$

.....

(-3) Ans

2. จงแสดงว่า $A(1,3)$, $B(3,1)$, $C(5,3)$, $D(3,5)$ เป็นจุดยอดมุมของ รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสและจงหาพื้นที่ของรูป $\square ABCD$ นี้ด้วย

วิธีทำ กำหนดให้ $m_{AB} = \dots\dots\dots$

$$m_{BC} = \dots\dots\dots$$

$$m_{CD} = \dots\dots\dots$$

และ $m_{DA} = \dots\dots\dots$

จะเห็นว่า $m_{AB} = \dots\dots\dots$ ดังนั้น $AB \parallel CD$

และ $m_{BC} = \dots\dots\dots$ ดังนั้น $BC \parallel DA$

นั่นคือ $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน

และ $m_{AB} \times m_{BC} = \dots\dots\dots$ ดังนั้น $AB \perp BC$

$$m_{DA} \times m_{CD} = \dots\dots\dots \text{ ดังนั้น } DA \perp CD$$

นั่นคือ $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก

และ $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{8}$ หน่วย

$BC = \sqrt{(5-3)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{8}$ หน่วย

$CD = \dots\dots\dots$

$DA = \dots\dots\dots$

$\therefore AB = BC = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$\therefore \square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส และมีพื้นที่ = ด้าน $\times$ ด้าน
 $= \dots\dots\dots$ ตารางหน่วย

เฉลยแบบฝึกที่ 7

ขั้นที่ 3

ข้อ 2

$$M_{L_1} = \frac{3-2}{2+5} = \frac{1}{13}$$

$$M_{L_2} = \frac{2+1}{4-3} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{ดังนั้น } M_{L_1} \cdot M_{L_2} = \frac{1}{13} \times 3 \neq 1$$

$\therefore L_1$ ไม่ตั้งฉากกับ L_2

$$\text{ข้อ 3 1) } M_{L_1} = \frac{2+5}{-3-2} = -\frac{7}{5}$$

$$L_2 \perp L_1 \therefore M_{L_2} \cdot M_{L_1} = -1$$

$$M_{L_2} \times \left(-\frac{7}{5} \right) = -1$$

$$M_{L_2} = (-1) \times \left(-\frac{5}{7} \right)$$

$$M_{L_2} = \frac{5}{7}$$

$$2) \quad L_3 \parallel L_1$$

$$\text{ดังนั้น } M_{L_3} = M_{L_1} = -\frac{7}{5}$$

ขั้นที่ 4

$$\text{ข้อ 1} \quad M_{L_1} \cdot M_{L_2} = -1$$

$$(-1) \cdot \left(\frac{-1}{m+2} \right) = -1$$

$$\left(\frac{1}{M+2} \right) = -1$$

$$-M-2=1$$

$$M = -3$$

ข้อ 2

$$M_{AB} = \frac{3-1}{1-3} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$M_{BC} = \frac{1-3}{3-5} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$M_{CD} = \frac{3-5}{5-3} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$M_{DA} = \frac{5-3}{3-1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore M_{AB} = M_{CD}$$

$$\therefore M_{BC} = M_{DA}$$

$$\text{และ } M_{AB} \times M_{BC} = -1$$

$$M_{DA} \times M_{CD} = -1$$

$$CD = \sqrt{(5-3)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{8} \text{ หน่วย}$$

$$DA = \sqrt{(1-3)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{8} \text{ หน่วย}$$

$$\therefore AB = BC = CD = DA$$

$$\therefore \square ABCD \text{ มีพื้นที่} = \sqrt{8} \times \sqrt{8}$$

$$= 8 \text{ ตารางหน่วย}$$

แบบฝึกคณิตศาสตร์
เรื่อง
ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 6
ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง

ชื่อ.....โรงเรียน.....

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 6

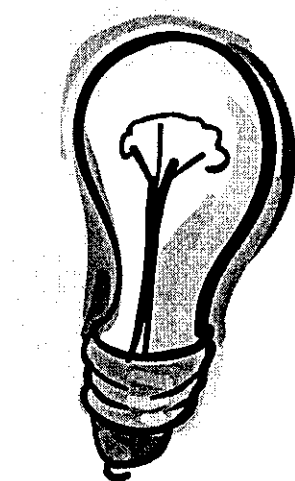
ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง

แบบฝึกที่ 8

ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x

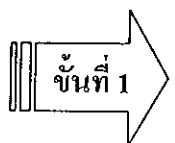
จุดประสงค์

1. สามารถหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x ได้



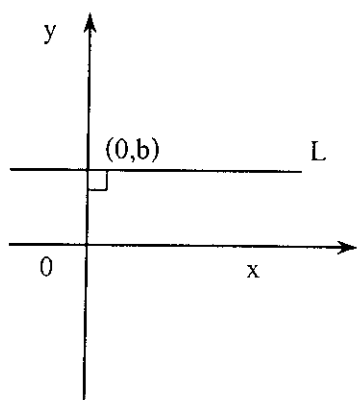
แบบฝึกหัดที่ 8

ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x

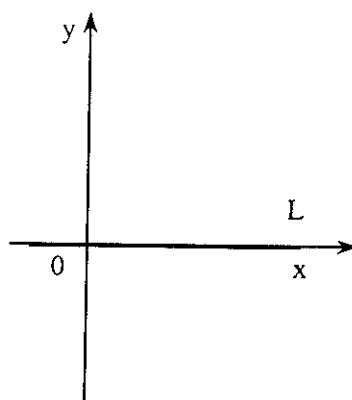


ศึกษา

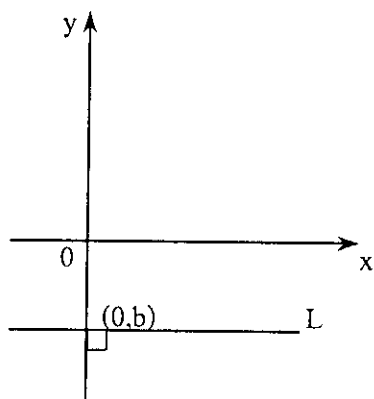
กำหนดให้ L เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และตัดแกน y ที่จุด $(0, b)$



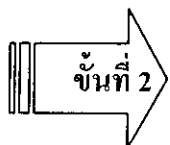
ก. $b > 0$



ข. $b = 0$



ค. $b < 0$



สรุป

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง L คือ

$$r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = b\}$$

เรียกเงื่อนไข “ $y = b$ ” ว่าเป็น “ สมการเส้นตรง L ”

ขั้นที่ 3

ฝึก

1. จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานแกน x และตัดแกน y ที่จุด $(0, 7)$ คือ

$$r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 7\}$$

2. จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานแกน x และผ่านจุด $(3, -1)$ คือ

$$r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = -1\}$$

3. จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานแกน x และอยู่เหนือแกน x เป็นระยะทาง 4 หน่วย คือ

$$r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \dots\dots\dots\}$$

4. จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานแกน x และอยู่ใต้แกน x เป็นระยะทาง 4 หน่วย คือ

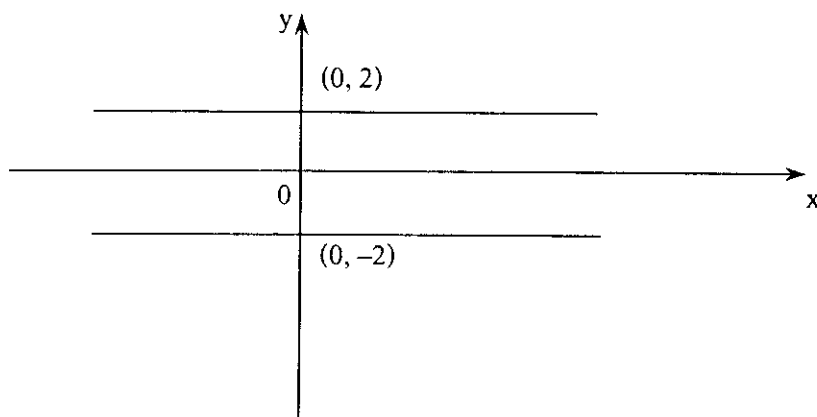
$$r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \dots\dots\dots\}$$

ขั้นที่ 4

นำไปใช้

1. จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และอยู่ห่างจากแกน x เป็นระยะทาง 2 หน่วย

วิธีทำ เส้นตรงที่ขนานแกน x และอยู่ห่างแกน x เป็นระยะทาง 2 หน่วย มี 2 เส้น คือ เส้นที่อยู่เหนือและใต้แกน x ดังรูป

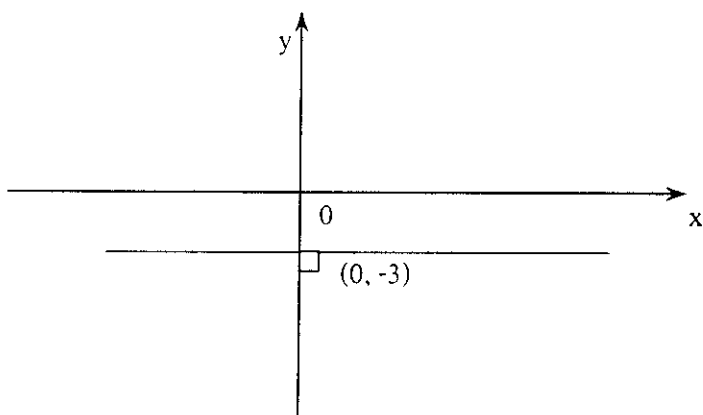


ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่ให้กราฟดังกล่าว คือ

$$r = \{(x, y) \in R \times R \mid \dots\dots\dots\}$$

2. กำหนดความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -3\}$ จงหาจุดตัดบนแกน y

วิธีทำ กราฟจะขนานแกน x และตัดแกน y ที่



เฉลยแบบฝึกที่ 8

ชั้นที่ 3

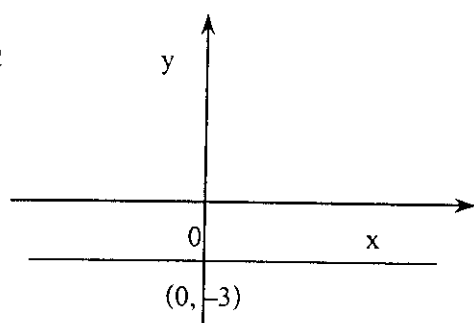
ข้อ 3 $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 4\}$

ข้อ 3 $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -4\}$

ชั้นที่ 4

ข้อ 1 $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2 \text{ หรือ } y = -2\}$

ข้อ 2



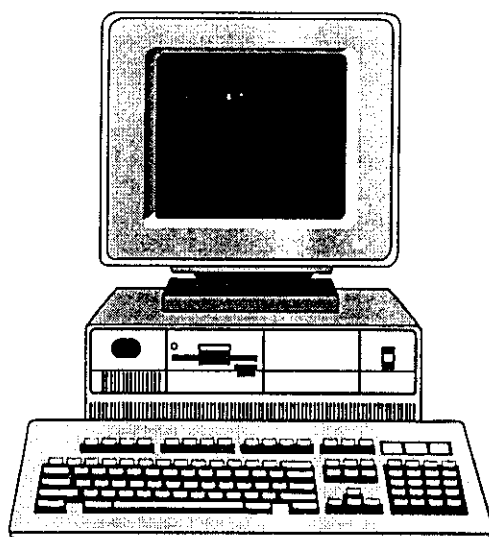
$\therefore$ กราฟตัดแกน x ที่จุด $(0, -3)$

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 6 ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง

แบบฝึกที่ 9 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน y

จุดประสงค์ 1. สามารถหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน y ได้



แบบฝึกหัดที่ 9

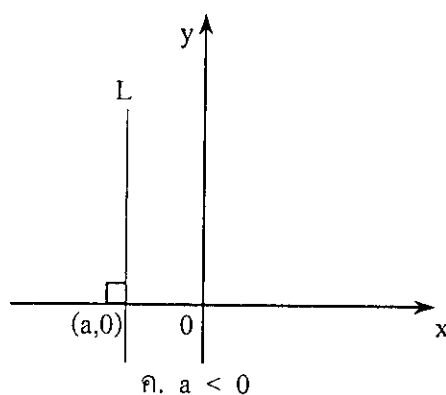
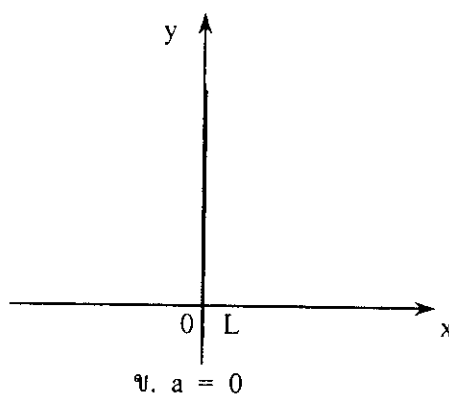
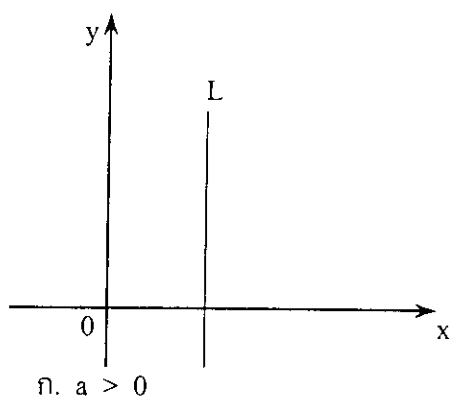
ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน y

ขั้นที่ 1

ศึกษา

กำหนดให้ L เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน y ดังนั้น เส้นตรง L จะไม่มีความชัน แต่ตั้งฉากกับแกน x

สมมติให้ L ตัดแกน x ที่จุด $(a,0)$ ดังรูป



จุดบนเส้นตรง L จะมีพิกัด ซึ่งมีสมาชิกตัวหน้าเท่ากับ a ส่วนสมาชิกตัวหลังเป็นจำนวนจริงใดๆ

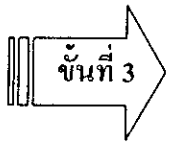
ขั้นที่ 2

สรุป

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่ให้กราฟเป็นเส้นตรง L คือ

$$r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = a\}$$

เรียกเงื่อนไข “ $x = a$ ” ว่าเป็น “สมการของเส้นตรง L ”

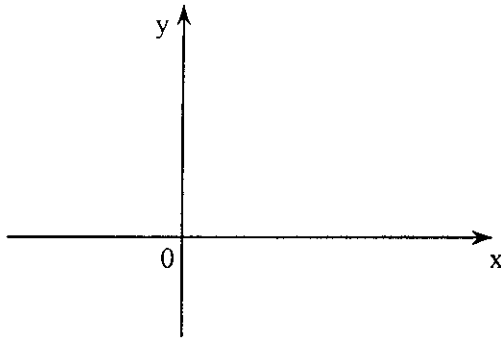


ฝึก

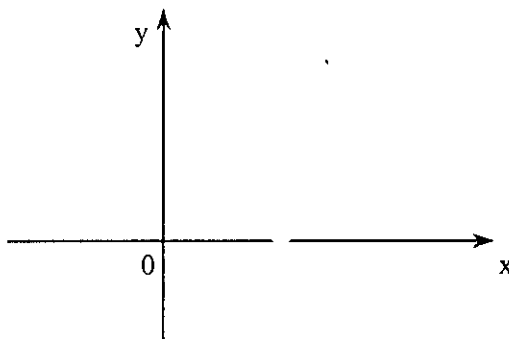
จงวาดกราฟ ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1. $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 0\}$
2. $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 3\}$
3. $r_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = -\frac{1}{2}\}$

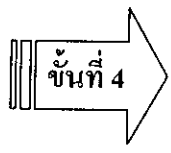
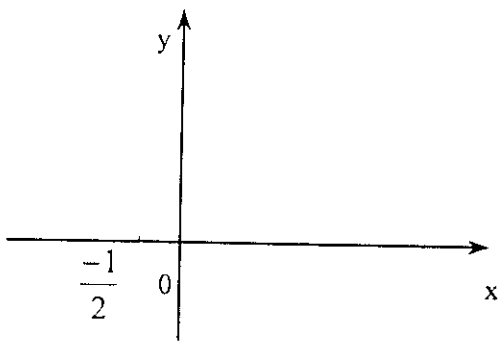
วิธีทำ 1. กราฟ r_1 เป็นเส้นตรงที่ขนานแกน y และตัดแกน x ที่จุด $(0, 0)$ ซึ่ง
เป็นกราฟที่ทับแกน y



2. กราฟ r_2 เป็นเส้นตรงที่ขนานแกน y และตัดแกน x ที่จุด $(3, 0)$
ซึ่งมีลักษณะกราฟ



3. กราฟ r_3 เป็นเส้นตรงที่ขนานแกน y และตัดแกน x ที่จุด $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ซึ่งมีลักษณะกราฟที่ทับแกน y



นำไปใช้

จงหาความสัมพันธ์ในเซต R ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน y และผ่านจุด A ต่อไปนี้

- | | |
|---------------|---|
| 1) $A(-2, 0)$ | 2) $A(1, 2)$ |
| 3) $A(0, 3)$ | 4) $A\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$ |

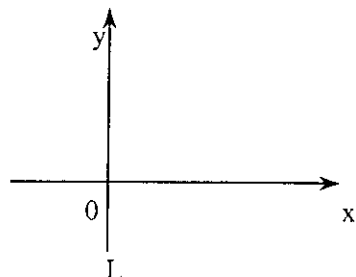
วิธีทำ เนื่องจาก L ขนานกับแกน y ดังนั้น สมการของเส้นตรง L จะพิจารณาสมาชิกตัวหน้าของจุด A

- 1) ความสัมพันธ์คือ $r_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid x = -2\}$
- 2) ความสัมพันธ์คือ $r_2 = \dots\dots\dots$
- 3) ความสัมพันธ์คือ $r_3 = \dots\dots\dots$
- 4) ความสัมพันธ์คือ $r_4 = \dots\dots\dots$

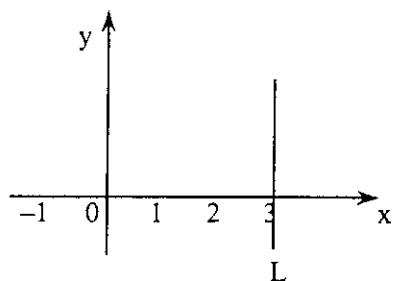
เฉลยแบบฝึกที่ 9

ขั้นที่ 3

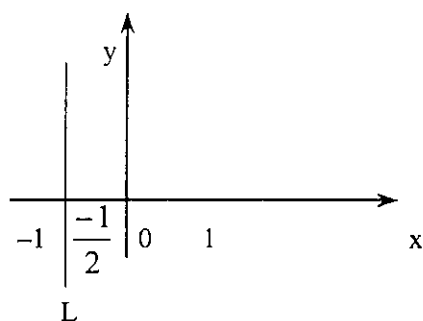
ข้อ 1



ข้อ 2



ข้อ 3



ขั้นที่ 4

$$2) \ r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 1\}$$

$$3) \ r_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 0\}$$

$$4) \ r_4 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = -\frac{1}{2} \right\}$$

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 6

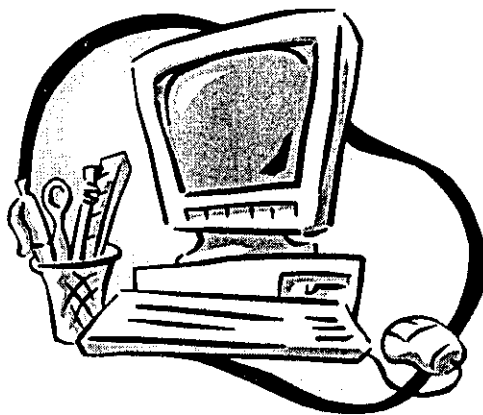
ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง

แบบฝึกที่ 10

ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และไม่ขนานแกน y และ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

จุดประสงค์

1. สามารถหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุดใดๆ
2. สามารถหาสมการเส้นตรงตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
3. สามารถหาความชัน จุดตัดแกน x และ แกน y ของเส้นตรงที่กำหนดสมการให้ได้



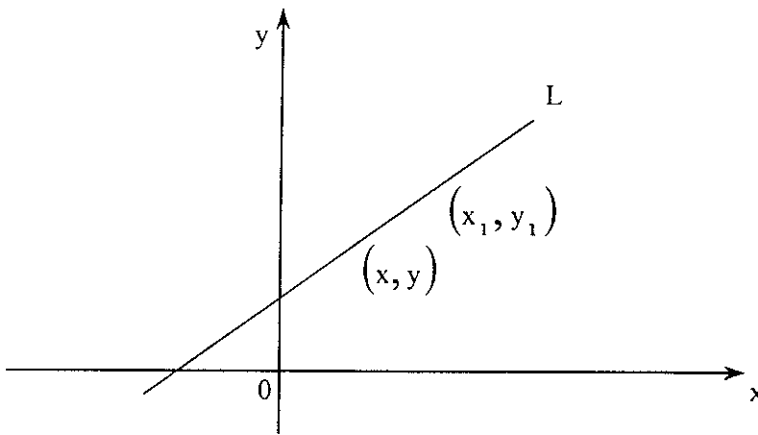
แบบฝึกหัดที่ 10

ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานแกน x และไม่ขนานแกน y
และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

ขั้นที่ 1

ศึกษา

ให้ L เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับแกน y มีความชัน m และผ่านจุด (x_1, y_1)



ถ้า (x, y) เป็นจุดอื่นๆ บนเส้นตรง L จะได้ $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน m และผ่านจุด (x_1, y_1) คือ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - y_1 = m(x - x_1)\}$

ขั้นที่ 2

สรุป

เขียนสั้นๆ ว่า $y - y_1 = m(x - x_1)$

และสามารถเขียนสมการเส้นตรงได้หลายรูปแบบดังนี้

1. $y = mx + C$ มีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน m ตัดแกน y ที่จุด $(0, C)$

2. $Ax + By + C = u$ มีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชัน $-\frac{A}{B}$ และตัดแกน y ที่จุด

$(0, -\frac{C}{B})$ ตัดแกน x ที่ $(-\frac{C}{A}, 0)$

 ขั้นที่ 3

ฝึก

1. จงหาความสัมพันธ์ ซึ่งมีกราฟเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1, 2)$ กับ $(3, 1)$

วิธีทำ หาความชัน $m = \dots\dots\dots$

และ $(x_1, y_1) = (-1, 2)$

ดังนั้นสมการเส้นตรง L คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{4}(x + 1)$$

$$4y - 8 = -x - 1$$

นั่นคือ $x + 4y - 7 = 0$

ดังนั้น ความสัมพันธ์คือ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + 4y - 7 = 0\}$

2. จงหาความสัมพันธ์ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ที่ผ่านจุด $(2, 3)$ และมีความชัน

เท่ากับ $\frac{3}{4}$

วิธีทำ ให้ $m = \frac{3}{4}$ และ $(x_1, y_1) = (2, 3)$

ดังนั้น สมการเส้นตรง L คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

.....

.....

นั่นคือ

ดังนั้น ความสัมพันธ์คือ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\dots\dots\}$

3. จงหาความสัมพันธ์ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ที่ผ่านจุดที่กำหนดให้

1) $(-1, 3)$ กับ $(2, -1)$

.....

.....

.....

2) $(0, 4)$ กับ $(-2, 0)$

.....

.....



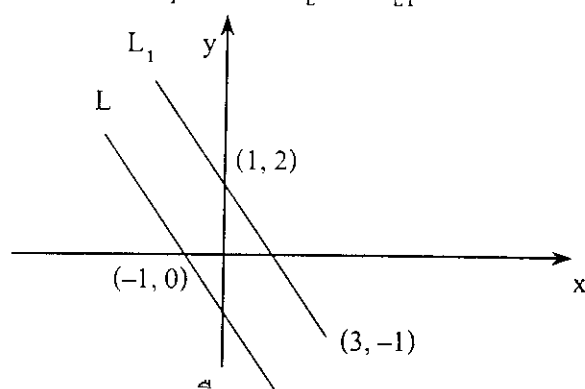
นำไปใช้

1. จงหาสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1, 0)$ และขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 2)$ และ $(3, -1)$

วิธีทำ

$$\text{ความชัน } L_1 = \frac{2+1}{1-3} = -\frac{3}{2}$$

ให้ L ขนาน L_1 ดังนั้น $m_L = m_{L_1}$



สมการ L คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

.....

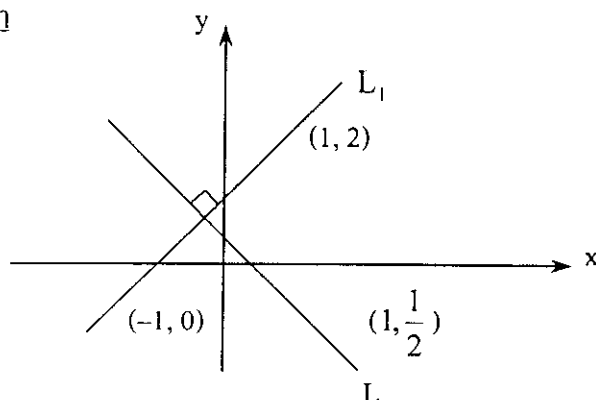
.....

ดังนั้น สมการ L คือ

2. จงหาสมการเส้นตรง ที่ผ่านจุด $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ และตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด

$(-1, 0)$ และ $(1, 2)$

วิธีทำ



หาความชัน $L_1; M_{L_1} = \dots\dots\dots$

ให้ L เส้นเส้นตรงที่ตั้งฉาก และผ่านจุด $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ ดังนั้น $m_L = \dots\dots\dots$

สมการ L คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

ดังนั้น สมการเส้นตรง L คือ $\dots\dots\dots$

3. จงหาความชันและระยะตัดแกน y ระยะตัดแกน x ของเส้นตรงที่มีสมการต่อไปนี้

1) $3x + 2y - 10 = 0$

2) $-5x - y = 3$

3) $2x = 3y + 1$

วิธีทำ 1) $3x + 2y - 10 = 0$

$$\text{ความชัน} = -\frac{A}{B} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ตัดแกน } y = -\frac{C}{B} = \frac{-(-10)}{2} = 5$$

$$\text{ตัดแกน } x = -\frac{C}{A} = \frac{-(-10)}{3} = \frac{10}{3}$$

2) $-5x - y - 3 = 0$

ความชัน = $\dots\dots\dots$

ตัดแกน y = $\dots\dots\dots$

ตัดแกน x = $\dots\dots\dots$

3) $2x - 3y - 1 = 0$

ความชัน = $\dots\dots\dots$

ตัดแกน y = $\dots\dots\dots$

ตัดแกน x = $\dots\dots\dots$

4. จงหาสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -1)$ และขนานกับเส้นตรงที่มีสมการ

$$2x + 3y - 1 = 0$$

วิธีทำ ให้ L_1 เป็นเส้นตรงที่มีสมการ $2x + 3y - 1 = 0$

$$\therefore M_{L_1} = -\frac{A}{B} = \dots\dots\dots$$

ให้ L_1 เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -1)$ และขนานกับ L_1

$$\therefore m_L = M_{L_1} = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น สมการ L ก็คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

.....

.....

สมการ L คือ

เฉลยแบบฝึกที่ 10

ขั้นที่ 3

$$1. M = \frac{2-1}{-1-3} = -\frac{1}{4}$$

$$2. y - y_1 = M(x - x_1)$$

$$y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$4y - 12 = 3x - 6$$

$$3x - 4y + 6 = 0$$

$$\therefore r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 3x - 4y + 6 = 0\}$$

$$3. 1) M = \frac{3+1}{-1-2} = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y - 3 = -\frac{4}{3}(x + 1)$$

$$3y - 9 = -4x - 4$$

$$4x + 3y - 5 = 0$$

$$\therefore r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x + 3y - 5 = 0\}$$

$$2) M = \frac{4-0}{0+2} = 2$$

$$\therefore y - 4 = 2(x - 0)$$

$$y - 4 = 2x$$

$$2x - y + 4 = 0$$

$$\therefore r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x - y + 4 = 0\}$$

ขั้นที่ 4

$$1. y - 0 = -\frac{3}{2}(x + 1)$$

$$2y = -3x - 3$$

$$3x + 2y + 3 = 0$$

$\therefore$ สมการของเส้นตรง L คือ $3x + 2y + 3 = 0$

$$2. \quad M_{L1} = \frac{2-0}{1+1} = 1$$

$$\therefore M_L = -1$$

สมการ L คือ $y + \frac{1}{2} = -1(x-1)$

$$y + \frac{1}{2} = -x + 1$$

$$x + y - \frac{1}{2} = 0$$

ข้อ 3 2) สมการ $-5x - y - 3 = 0$

$$\text{ความชัน} = -\frac{A}{B} = -\frac{(-5)}{(-1)} = -5$$

$$\text{ตัดแกน } y = -\frac{C}{B} = -\frac{(-3)}{(-1)} = -3$$

$$\text{ตัดแกน } x = -\frac{C}{A} = -\frac{(-3)}{(-5)} = -\frac{3}{5}$$

3) สมการ $2x - 3y - 1 = 0$

$$\text{ความชัน} = -\frac{A}{B} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{ตัดแกน } y = -\frac{C}{B} = -\frac{(-1)}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{ตัดแกน } x = -\frac{C}{A} = -\frac{(-1)}{2} = \frac{1}{2}$$

ข้อ 4 $M_{L1} = -\frac{2}{3}$

$$\therefore M_L = M_{L1} = -\frac{2}{3}$$

สมการ L คือ $y + 1 = -\frac{2}{3}(x-1)$

$$3y + 3 = -2x + 2$$

$$2x + 3y + 1 = 0$$

แบบฝึกคณิตศาสตร์
เรื่อง
ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 7
ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

ชื่อ.....โรงเรียน.....

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 7 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

แบบฝึกที่ 11 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

จุดประสงค์ 1. สามารถหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดที่กำหนดให้ได้



แบบฝึกหัดที่ 11

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

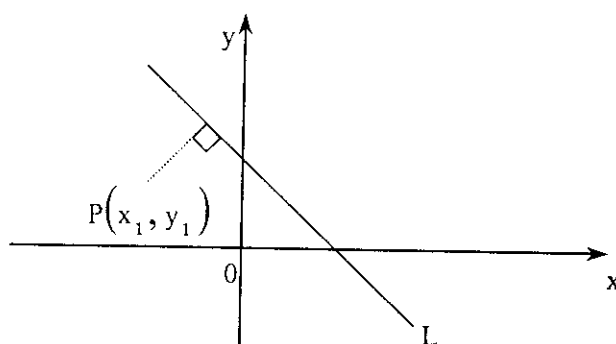
ขั้นที่ 1

ศึกษา

ให้ $Ax + By + C = 0$ เป็นสมการเส้นตรง L และ $P(x_1, y_1)$ เป็นจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรง L

ถ้า Q เป็นจุด ๆ หนึ่งบนเส้นตรง L ที่ทำให้ $PQ = d$ เป็นระยะที่สั้นที่สุดจากจุด $P(x_1, y_1)$ ถึงเส้นตรง L

นั่นคือ เส้นตรง PQ ตั้งฉากกับเส้นตรง L จะได้กราฟ



ขั้นที่ 2

สรุป

$$|PQ| = d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ขั้นที่ 3

ฝึก

- จงหาระยะทางจากจุด $P(1, 2)$ ถึงเส้นตรง L ซึ่งมีสมการเป็น $2x - y - 1 = 0$

วิธีทำ

 จะได้ $A = 2, B = -1, C = -1$

$$\begin{aligned} \therefore d &= \frac{|(2)(1) + (-1)(2) + (-1)|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \\ &= \frac{|-1|}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$\therefore$ ระยะทางจาก P ถึงเส้นตรง L คือ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ หน่วย

2. กำหนดเส้นตรง L ที่มีสมการ $2x + 3y - 5 = 0$

จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง L กับจุด ในข้อต่อไปนี้

1) $P(0, 1)$

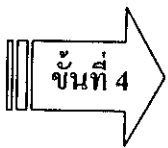
$$\dots\dots\dots \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \right)$$

2) $P(1, -1)$

$$\dots\dots\dots \left(\frac{6}{\sqrt{13}} \right)$$

3) $P(3, -2)$

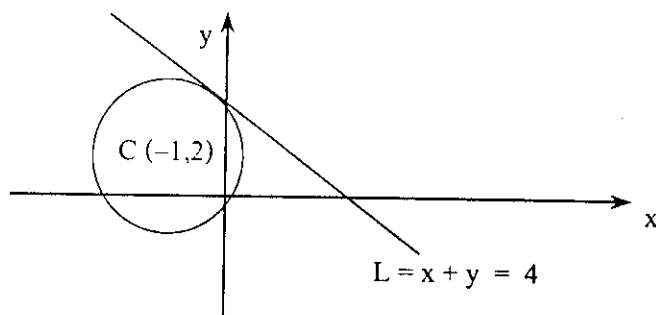
$$\dots\dots\dots \left(\frac{5}{\sqrt{13}} \right)$$



นำไปใช้

1. วงกลมวงหนึ่ง มีจุดศูนย์กลางที่ $(-1, 2)$ และเส้นตรงที่มีสมการ $x + y = 4$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมนี้ จงหารัศมีของวงกลม

วิธีทำ



สมการเส้นตรง L คือ $x + y - 4 = 0$

รัศมีวงกลม = ระยะห่างระหว่างเส้นตรง L กับจุด $(-1, 2)$

$$\begin{aligned} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \left(\frac{-3}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned}$$

2. จงหาจำนวนจริง k ซึ่งทำให้ระยะห่างระหว่าง L ที่มีสมการ

$$8x + 15y + k = 0 \text{ กับจุด } (2, 3) \text{ มีค่าเท่ากับ } 5 \text{ หน่วย}$$

วิธีทำ ระยะห่างระหว่างเส้นตรง L กับจุด $(2, 3)$ เท่ากับ 5

ดังนั้น

.....

.....

นั่นคือ(24 หรือ -146)

เฉลยแบบฝึกที่ 11

ชั้นที่ 3

ข้อ 2

$$1) \quad d = \frac{|(2)(0) + (3)(1) + (-5)|}{\sqrt{2^2 + 3^2}}$$

$$= \frac{|-2|}{\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$2) \quad d = \frac{|(2)(1) + (3)(-1) - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2}}$$

$$= \frac{|-6|}{\sqrt{13}} = \frac{6}{\sqrt{13}}$$

$$3) \quad d = \frac{|(2)(3) + (3)(-2) - 5|}{\sqrt{2^2 + 3^2}}$$

$$= \frac{|-5|}{\sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$$

ชั้นที่ 4

$$\text{ข้อ 1 รัศมีวงกลม} = \frac{|(1)(-1) + (1)(2) - 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

$$= \frac{|-3|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ หน่วย}$$

$$\text{ข้อ 2} \quad 5 = \frac{|(8)(2) + (15)(3) + k|}{\sqrt{64 + 225}}$$

$$5 = \frac{|61 + k|}{\sqrt{289}}$$

$$5 = \frac{|61 + k|}{17}$$

$$|61 + k| = 85$$

$$\text{นั่นคือ } 61 + k = 85 \text{ หรือ } 61 + k = -85$$

$$k = 24 \text{ หรือ } k = -146$$

แบบฝึกเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

ชุดที่ 7

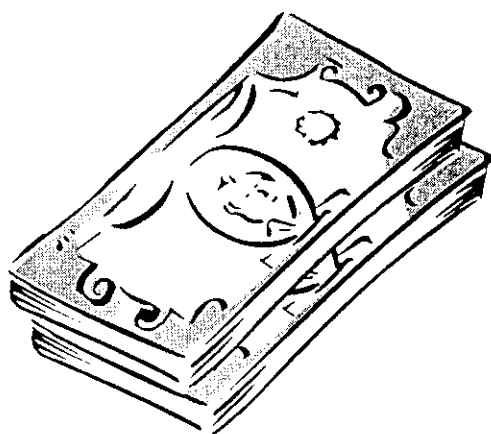
ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

แบบฝึกที่ 12

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรง และ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นตรงกับจุด

จุดประสงค์

1. สามารถหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกันได้
2. สามารถนำความรู้เรื่องระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้



แบบฝึกหัดที่ 12

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรงและโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเส้นตรงกับจุด

ขั้นที่ 1

ศึกษา

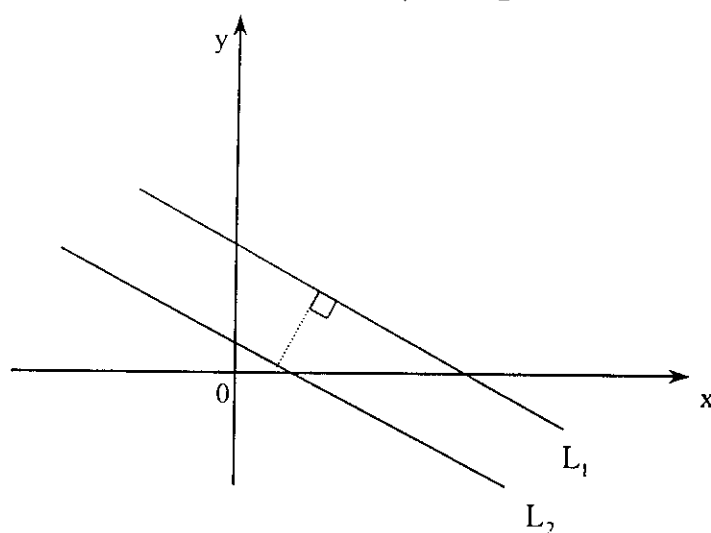
ให้ L_1 เป็นสมการเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ ขนานกับ L_2 ซึ่งมีสมการเส้นตรง $Ax + By + D = 0$

นั่นคือ ระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน L_1 กับ L_2 มีค่าเท่ากับ d

ขั้นที่ 2

สรุป

$$d = \frac{|C - D|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|D - C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



หมายเหตุ สูตรนี้ สมการเส้นตรงทั้งสองจะต้องมีสัมประสิทธิ์ของ x และของ y เป็นชุดเดียวกัน ถ้ายังไม่เป็นชุดเดียวกัน จะต้องทำให้เป็นชุดเดียวกันเสียก่อน

ขั้นที่ 3

ฝึก

1. จงหาระยะห่างของเส้นคู่ขนาน L_1 กับ L_2 ที่มีสมการ $3x + 4y - 6 = 0$ และ $3x + 4y + 3 = 0$ ตามลำดับ

วิธีทำ ในที่นี้ $C = -6, D = 3$

$$d = \frac{|C - D|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้นระยะห่างของ L_1 กับ L_2 คือหน่วย $\left(\frac{9}{5}\right)$

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นคู่ขนาน ที่มีสมการ $3x - y + 1 = 0$ และ $6x - 2y - 4 = 0$

วิธีทำ ทำให้สมการมีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเป็นชุดเดียวกันก่อน

ดังนั้น นำ 2 ไปหารสมการ $6x - 2y - 4 = 0$ จะได้สมการดังนี้

$$3x - y - 2 = 0$$

และ $3x - y + 1 = 0$

$$\therefore d = \frac{|C - D|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots\text{หน่วย} \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

3. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง L ที่มีสมการ $5x - y + 1 = 0$ กับสมการเส้นตรงที่กำหนดให้

1) $5x - y - 3 = 0$

.....

.....

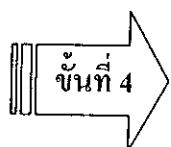
..... $\left(\frac{4}{\sqrt{26}}\right)$ หน่วย)

$$2) 10x - 2y - 4 = 0$$

.....

.....

.....($\frac{3}{\sqrt{26}}$ หน่วย)



ขั้นที่ 4

นำไปใช้

จงหาสมการเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $3x - 4y + 1 = 0$ และอยู่ห่างจากเส้นตรงนี้ 3 หน่วย

วิธีทำ เส้นตรงที่ต้องการ ขนานกับเส้นตรง $3x - 4y + 1 = 0$ ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ต้องการ อยู่ในรูป $3x - 4y + k = 0$ จงหาค่า k จะได้ว่า

.....

.....

.....

ดังนั้น $k - 1 = \dots\dots\dots$ หรือ $k - 1 = \dots\dots\dots$

นั่นคือ $k = \dots\dots\dots$ หรือ $k = \dots\dots\dots$

แสดงว่าเส้นตรงที่ต้องการมีสองเส้น ซึ่งมีสมการ

หรือ.....

เฉลยแบบฝึกที่ 12

ขั้นที่ 3

ข้อ 1

$$\begin{aligned} d &= \frac{|-6 - 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{|-9|}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

ข้อ 2

$$\begin{aligned} d &= \frac{|(2) - 1|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \end{aligned}$$

ข้อ 3 1)

$$\begin{aligned} d &= \frac{|C - D|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \\ &= \frac{|1 + 3|}{\sqrt{5^2 + (-1)^2}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{26}} \end{aligned}$$

2) ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรให้เป็นชุดเดียวกัน

$$\text{จะได้สมการ } 5x - y - 2 = 0$$

$$5x - y + 1 = 0$$

$$\therefore d = \frac{|-2 - 1|}{\sqrt{5^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{26}}$$

ขั้นที่ 4

$$\frac{|k-1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3$$

$$\frac{|k-1|}{5} = 3$$

$$|k-1| = 15$$

ดังนั้น $k-1 = 15$ หรือ $k-1 = -15$

นั่นคือ $k = 16$ หรือ $k = -14$

∴ สมการเส้นตรง คือ $3x - 4y + 16 = 0$

หรือ $3x - 4y - 14 = 0$

แบบฝึกทบทวนเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

คำชี้แจง

1. แบบฝึกทบทวนฉบับนี้เป็นแบบฝึกทบทวนปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ
ให้นักเรียนทำทุกข้อ ใช้เวลาในการสอบ 90 นาที
2. การตอบคำถามแต่ละข้อ
ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย x ลง
ในช่องสี่เหลี่ยมให้ตรงกับหัวข้อที่ต้องการตอบใหม่ เช่น ต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ก
เป็นข้อ ค ให้ทำดังนี้

ข้อ 00

ก	ข	ค	ง	จ
*		x		

3. ถ้านักเรียนพบข้อยาก ยังคิดไม่ได้ให้ข้ามไปทำข้ออื่นก่อน และจงพยายามทำให้เสร็จทุกข้อ

ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี

แบบฝึกทบทวน

คำสั่ง จงกากบาท(X) คำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวลงในกระดานคำตอบ

แบบฝึกทบทวน ชุดที่ 1

1. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(-10, 7)$ กับแกน y
 - ก. 10
 - ข. 7
 - ค. -7
 - ง. -10
2. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(3, 5)$ กับแกน y
 - ก. 3
 - ข. 4
 - ค. 5
 - ง. 6
3. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(1, 2)$ กับแกน x
 - ก. 1
 - ข. 2
 - ค. 3
 - ง. 4
4. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(2, 1)$ กับแกน x
 - ก. 1
 - ข. 2
 - ค. 3
 - ง. 4

แบบฝึกทบทวน ชุดที่ 2

1. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่าง $A (-5, 13)$ และ $B (8, -3)$
 - ก. $(-\frac{13}{2}, 8)$
 - ข. $(\frac{13}{2}, 5)$
 - ค. $(\frac{3}{2}, 5)$
 - ง. $(\frac{3}{2}, 8)$
2. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่าง $Q (1, 2)$ และ $R (3, 6)$
 - ก. $(1, 3)$
 - ข. $(2, 4)$
 - ค. $(3, 5)$
 - ง. $(4, 6)$
3. จุด $(3, 2)$ เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง AB ในข้อใด
 - ก. $(-6, -1)$ และ $B (2, -5)$
 - ข. $(-2, -5)$ และ $B (1, 3)$
 - ค. $(-3, 1)$ และ $B (5, 6)$
 - ง. $(2, 6)$ และ $B (4, -2)$
4. จุดกึ่งกลางของ AB อยู่ที่ $(-2, 1)$ ถ้า A คือ $(0, 3)$ และ B คือ (x, y) จงหาค่า $x + y$
 - ก. 5
 - ข. 3
 - ค. -3
 - ง. -5

5. จุดกึ่งกลางของ AB อยู่ที่จุด $(-3, -2)$ ถ้าพิกัด

A $(5, a)$ และพิกัด B $(b, -17)$ จงหาค่า a, b

- ก. 13, 11
- ข. -13, -11
- ค. -13, 11
- ง. 13, -11

6. จุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลมวงหนึ่งอยู่ที่ $(5, 3)$ และ $(1, 3)$ จงหาจุดศูนย์กลางของวงกลม

- ก. $(1, 1)$
- ข. $(2, 2)$
- ค. $(3, 3)$
- ง. $(4, 4)$

แบบฝึกทบทวน ชุดที่ 3

1. จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด

$(0, 0)$ และ (t, s)

- ก. $\frac{t}{s}$
- ข. $\frac{s}{t}$
- ค. $-\frac{t}{s}$
- ง. $-\frac{s}{t}$

2. จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด

$(5, 3)$ และ $(2, 7)$

- ก. $\frac{4}{3}$
- ข. $\frac{3}{4}$
- ค. $-\frac{4}{3}$
- ง. $-\frac{3}{4}$

3. จงหาค่า y ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด

A $(-4, -4)$ และ B $(2, y)$ มีความชันเท่ากับ 2

- ก. 4
- ข. 6
- ค. 8
- ง. 10

4. จงหาค่า k ที่ทำให้จุด $A(4, 1)$,
 $B(k, -2)$, $C(6, -5)$ อยู่บนเส้นตรง
 เดียวกัน
- ก. 5
 ข. 3
 ค. -3
 ง. -5
5. จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด
 $(1, 2)$ และ $(2, 4)$
- ก. 1
 ข. 2
 ค. 3
 ง. 4

แบบฝึกทบทวน ชุดที่ 4

1. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 2)$ และ $(4, 6)$ ขนานกับ
 เส้นตรงที่ผ่านจุดในข้อใด
- ก. $(1, 1)$ และ $(4, 3)$
 ข. $(0, 4)$ และ $(1, \frac{1}{2})$
 ค. $(1, 0)$ และ $(0, 1)$
 ง. $(-3, 4)$ และ $(0, 8)$
2. จงหาจุดที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกับ $(0, -3)$ และ
 $(-1, 2)$
- ก. $(-1, 4)$
 ข. $(-2, 7)$
 ค. $(2, 5)$
 ง. $(1, -3)$

แบบฝึกทบทวน ชุดที่ 5

1. ความชันของเส้นตรง L เท่ากับ $\frac{2}{5}$
 เส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรง L จะมี
 ความชันเท่าไร
- ก. $\frac{5}{2}$
 ข. $\frac{2}{5}$
 ค. $-\frac{2}{5}$
 ง. $-\frac{5}{2}$
2. จงหาความชันเส้นตรง L ซึ่งตั้งฉากกับ
 เส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ $\frac{a}{b}$,
 $a, b \neq 0$
- ก. $\frac{a}{b}$
 ข. $\frac{b}{a}$
 ค. $-\frac{a}{b}$
 ง. $-\frac{b}{a}$
3. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(2, 3)$ และ $(k, 4)$
 ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(3, 2)$
 และ $(4, 1)$ จงหาค่า k
- ก. 1
 ข. 2
 ค. 3
 ง. 4
4. ถ้าเส้นตรง L_1 ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2
 แล้ว M_1, M_2 มีค่าเท่าไร
- ก. 2
 ข. 1
 ค. -1
 ง. -2

5. ถ้า ABC เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุม

ฉาก เมื่อ $A(-7, 3)$, $B(-3, 2)$, $C(-2, y)$

จงหาค่า y

ก. 6

ข. 5

ค. 4

ง. -3

6. ให้เส้นตรง L ผ่านจุด $(-6, -5)$ และ $(-2, 2)$

แล้วจะตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่านจุดในข้อใด

ก. $(-8, 1)$ และ $(-1, -3)$

ข. $(5, -2)$ และ $(9, -10)$

ค. $(-2, 3)$ และ $(6, -1)$

ง. $(2, 4)$ และ $(-3, 5)$

แบบฝึกหัดทบทวน ชุดที่ 6

1. จงหาสมการเส้นตรง L ที่ผ่านจุด $(1, 2)$

และ $(2, 3)$

ก. $x - y + 1 = 0$

ข. $x + y + 1 = 0$

ค. $-x + y + 1 = 0$

ง. $-x - y - 1 = 0$

2. เส้นตรง L ซึ่งมีสมการ $7x + 3y - 1 = 0$

มีความชันเท่าไร

ก. $\frac{7}{3}$

ข. $-\frac{7}{3}$

ค. $\frac{3}{7}$

ง. $-\frac{3}{7}$

3. จงหาสมการเส้นตรง L ที่ผ่านจุด $(0, 3)$

และตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 ซึ่งมีสมการ

เป็น $2x - 3y + 1 = 0$

ก. $-3x - 2y - 6 = 0$

ข. $-3x + 2y - 6 = 0$

ค. $3x + 2y - 6 = 0$

ง. $3x - 2y - 6 = 0$

4. สมการเส้นตรง $y = 7x - 1$ มีจุดตัดแกน

y ที่จุดใด

ก. $(0, -1)$

ข. $(0, 1)$

ค. $(-1, 0)$

ง. $(1, 0)$

5. เส้นตรงที่ขนานกับ $y = 3x + 1$ และ

ผ่านจุด $(-2, 1)$ มีจุดตัดแกน x ที่ใด

ก. $(0, \frac{3}{7})$

ข. $(-\frac{3}{7}, 0)$

ค. $(0, \frac{7}{3})$

ง. $(-\frac{7}{3}, 0)$

แบบฝึกทบทวน ชุดที่ 7

1. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(-2,3)$

กับเส้นตรง $2x + 3y - 1 = 0$

ก. $\frac{4}{\sqrt{13}}$

ข. $\frac{3}{\sqrt{13}}$

ค. $\frac{2}{\sqrt{13}}$

ง. $\frac{1}{\sqrt{13}}$

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง

$7x - 3y + 5 = 0$ กับ $7x - 3y - 5 = 0$

ก. 5

ข. 10

ค. $\frac{10}{\sqrt{58}}$

ง. $\frac{10}{\sqrt{48}}$

3. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง

$3x - 4y - 1 = 0$ กับ $9x - 12y + 12 = 0$

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 4

4. จงหาสมการเส้นตรง L_1 เมื่อเส้นตรง L_1

ขนานกับเส้นตรง L_2 ซึ่งมีสมการ

$5x + 12y + 3 = 0$ และอยู่ห่างกัน

เป็นระยะ 2 หน่วย

ก. $5x + 12y + 29 = 0$ และ

$5x + 12y - 29 = 0$

ข. $5x + 12y - 27 = 0$ และ

$5x + 12y + 27 = 0$

ค. $5x + 12y + 30 = 0$ และ

$5x + 12y - 27 = 0$

ง. $5x + 12y + 29 = 0$ และ

$5x + 12y - 23 = 0$

5. ระยะห่างจาก เส้นตรง $3x - y + 1 = 0$

เป็นระยะ $\frac{2}{\sqrt{10}}$ หน่วย ตรงกับสมการ

เส้นตรงในข้อใด

ก. $3x - y - 3 = 0$

ข. $3x - y + 3 = 0$

ค. $6x - 2y + 2 = 0$

ง. $6x - 2y + 1 = 0$

6. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง

$4x + 3y + 2 = 0$ กับ $4x + 3y - 2 = 0$

ก. $\frac{1}{5}$

ข. $\frac{2}{5}$

ค. $\frac{3}{5}$

ง. $\frac{4}{5}$

7. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(2, 3)$ กับ

เส้นตรง L ซึ่งมีสมการ $x + 4y - 1 = 0$

ก. $\frac{13}{\sqrt{17}}$

ข. $\frac{12}{\sqrt{17}}$

ค. $\frac{11}{\sqrt{10}}$

ง. $\frac{10}{\sqrt{10}}$

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่อง เรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ
เรขาคณิตวิเคราะห์

คำชี้แจง

- 1. แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
ให้นักเรียนทำทุกข้อ ใช้เวลาในการสอบ 60 นาที
- 2. การตอบคำถามแต่ละข้อ
ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย x
ลงในช่องสี่เหลี่ยมให้ตรงกับหัวข้อที่ต้องการตอบใหม่ เช่น ต้องการเปลี่ยนคำตอบ
จากข้อ ก เป็นข้อ ค ให้ทำดังนี้

ข้อ 00

ก	ข	ค	ง	จ
*		x		

- 3. ถ้านักเรียนพบข้อยาก ยังคิดไม่ได้ให้ข้ามไปทำข้ออื่นก่อน และจงพยายามทำให้
เสร็จทุกข้อ

ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

คำสั่ง จงกากบาท (X) คำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวลงในกระดาษคำตอบ

1. จงหาระยะจากจุด $(-7, 5)$ ไปยังแกน y
 - ก. 7
 - ข. 5
 - ค. 3
 - ง. 2
2. จงหาระยะจากจุด $(3, 8)$ ไปยังแกน y
 - ก. 6
 - ข. 8
 - ค. 5
 - ง. 3
3. จงหาจุดบนแกน x ซึ่งห่างจากจุด $(2, 4)$ และจุด $(6, 8)$ เป็นระยะเท่ากัน
 - ก. $(5, 0)$
 - ข. $(10, 0)$
 - ค. $(15, 0)$
 - ง. $(20, 0)$
4. ข้อใดมีจุดทั้ง 3 อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
 - ก. $A(-1, -1), B(6, -4), C(-11, 8)$
 - ข. $A(0, 0), B(2, -3), C(-8, 12)$
 - ค. $A(-4, 0), B(0, 2), C(9, 7)$
 - ง. $A(1, 2), B(2, 0), C(9, 3)$
5. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(-3, 11)$ และจุด $(-3, -5)$
 - ก. 16
 - ข. 10
 - ค. 9
 - ง. 0
6. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(5, 8)$ และจุด $(-1, 0)$
 - ก. $(2, 4)$
 - ข. $(3, 4)$
 - ค. $(-3, -2)$
 - ง. $(-2, -4)$
7. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(4, 4)$ และจุด $(0, 1)$
 - ก. 2
 - ข. 3
 - ค. 4
 - ง. 5
8. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(3, 2)$ และจุด $(-1, 2)$
 - ก. $(1, 2)$
 - ข. $(2, 1)$
 - ค. $(-1, 2)$
 - ง. $(-1, -2)$
9. จุดกึ่งกลาง $\overline{AB}$ อยู่ที่จุด $(-3, 2)$ ถ้าพิกัด A คือ $(10, -4)$ จงหาพิกัดของ B
 - ก. $(-16, -8)$
 - ข. $(16, 8)$
 - ค. $(16, -8)$
 - ง. $(-16, 8)$

10. ถ้า $O(k, 3)$ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งมีจุด $A(-2, 0)$, $B(5, 7)$ อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมนี้ จงหา k
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
11. จงหาความชันของเส้นตรง L ที่ผ่านจุด $A(\sqrt{3}, 1)$ และ $(0, 0)$
- $\sqrt{3}$
 - $-\sqrt{3}$
 - $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
 - $\frac{1}{\sqrt{3}}$
12. จงหาความชันของเส้นตรง L ที่ผ่านจุด $A(1, 2)$ และ $B(10, 5)$
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
13. ถ้าจุด $A(-1, 1)$, $B(2, 2)$ และ $C(4, t)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันแล้ว จงหาค่า t
- $\frac{2}{5}$
 - $\frac{8}{3}$
 - $\frac{9}{10}$
 - $\frac{7}{11}$
14. ข้อใดไม่ถูกต้อง
- เส้นตรง L ที่ผ่านจุด $A(-2, 3)$, และ $B(-2, 4)$ หาค่าความชันไม่ได้
 - เส้นตรง L ที่ผ่านจุด $A(-2, 3)$, และ $B(-4, 5)$ ทำมุมป้านกับแกน x
 - เส้นตรงที่ทำมุมแหลมกับ แกน x จะมี ค่าความชันมากกว่าศูนย์เสมอ
 - จุด $A(2, 3)$, $B(-4, 7)$, $C(5, 8)$ อยู่บนเส้นตรงตรงเดียวกัน
15. เส้นตรง L_1 ที่ผ่านจุด $A(-2, -4)$ และ $B(3, 3)$ จะขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุดในข้อใด
- $(2, 1)$ และ $(4, 5)$
 - $(1, -2)$ และ $(6, 5)$
 - $(-3, 1)$ และ $(7, 10)$
 - $(4, -2)$ และ $(-1, 5)$
16. รูป $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมชนิดใด เมื่อ กำหนด $A(5, 2)$, $B(7, -2)$, $C(3, -5)$, $D(2, -3)$
- สี่เหลี่ยมจัตุรัส
 - สี่เหลี่ยมด้านขนาน
 - สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน
 - สี่เหลี่ยมคางหมู
17. จุด $A(-4, 7)$, $B(-1, 1)$, $C(-1, -2)$, $D(x, y)$ เป็นจุดมุมของสี่เหลี่ยมด้านขนาน จงหาพิกัดจุด D
- $(-5, 1)$
 - $(-4, 4)$
 - $(-3, 1)$
 - $(-2, 2)$
18. ให้ L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 0)$ และขนานกับเส้นตรง L_1 ที่ผ่านจุด $(4, 1)$ และจุด $(2, 3)$ จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามอยู่บนแกน x แกน y และเส้นตรง L

- ก. $2\frac{1}{2}$
 ข. $3\frac{1}{2}$
 ค. $4\frac{1}{2}$
 ง. $5\frac{1}{2}$
19. ถ้าเส้นตรง L มีความชัน $-\frac{a}{7}$, $a \neq 0$
 จงหาความชันของเส้นตรง ซึ่งตั้งฉากกับ
 เส้นตรง L
 ก. $-\frac{a}{7}$
 ข. $\frac{a}{7}$
 ค. $-\frac{7}{a}$
 ง. $\frac{7}{a}$
20. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด $(-2, -3)$ และ
 $(k, -4)$ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ลากผ่าน
 จุด $(1, 2)$ และ $(2, 7)$ จงหาค่า k
 ก. 3
 ข. 4
 ค. 5
 ง. 6
21. ถ้าเส้นตรง L_1 ตั้งฉากกับ L_2 แล้ว
 $m_{L_1} \cdot m_{L_2}$ มีค่าเท่าไร
 ก. 1
 ข. -1
 ค. 0
 ง. 2
22. จงหาสมการเส้นตรง ที่ผ่านจุด $(-2, -3)$
 กับ $(4, 1)$
 ก. $2x - 3y - 5 = 0$
 ข. $3x - 2y - 5 = 0$
 ค. $2x - 3y + 5 = 0$
 ง. $-2x + 3y - 5 = 0$
23. จงหาสมการเส้นตรงที่มีความชัน $\frac{1}{2}$
 และผ่านจุด $(-3, 1)$
 ก. $2x - y - 5 = 0$
 ข. $2x + y + 5 = 0$
 ค. $x - 2y - 5 = 0$
 ง. $x - 2y + 5 = 0$
24. เส้นตรงที่มีสมการ $5x - 3y + 1 = 0$
 มีความชันเท่าใด
 ก. $\frac{5}{3}$
 ข. $-\frac{5}{3}$
 ค. $\frac{3}{5}$
 ง. $-\frac{3}{5}$
25. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-2, 1)$ และขนานกับ
 เส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, 1)$ และ $(-1, 2)$
 มีจุดตัดแกน y ที่ใด
 ก. $(0, 1)$
 ข. $(0, -1)$
 ค. $(0, 2)$
 ง. $(0, -2)$
26. จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(2, 3)$ กับ
 เส้นตรง L ซึ่งมีสมการเป็น $4x - y + 1 = 0$
 ตรงกับข้อใด
 ก. $\frac{6}{\sqrt{17}}$
 ข. $\frac{7}{\sqrt{17}}$
 ค. $\frac{6}{\sqrt{15}}$
 ง. $\frac{7}{\sqrt{15}}$

27. ข้อใดเป็นระยะห่างระหว่างเส้นตรง

$$7x + 3y - 1 = 0 \text{ และเส้นตรง}$$

$$7x + 3y + 1 = 0$$

ก. $\frac{1}{\sqrt{58}}$

ข. $\frac{2}{\sqrt{58}}$

ค. $\frac{1}{\sqrt{48}}$

ง. $\frac{2}{\sqrt{48}}$

28. จงหาสมการของเส้นตรงที่ขนานกับ

$$\text{เส้นตรง } 4x - 3y + 2 = 0 \text{ และอยู่ห่าง}$$

จากเส้นตรง 2 หน่วย

ก. $4x + 3y - 12 = 0$ และ $4x + 3y + 12 = 0$

ข. $4x - 3y - 12 = 0$ และ $4x - 3y + 12 = 0$

ค. $4x - 3y + 12 = 0$ และ $4x - 3y - 8 = 0$

ง. $4x - 3y + 10 = 0$ และ $4x - 3y - 5 = 0$

29. ข้อใดเป็นสมการเส้นตรงที่มีระยะห่าง

$$\text{จากเส้นตรง } 2x + y + 2 = 0 \text{ เป็นระยะ}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \text{ หน่วย}$$

ก. $2x + y - 1 = 0$

ข. $2x + y + 1 = 0$

ค. $2x + y - 2 = 0$

ง. $2x + y + 3 = 0$

30. จงหาค่า k ซึ่งทำให้เส้นตรง

$$6x - 8y + k = 0 \text{ มีระยะห่างกับจุด } (1, 1)$$

เท่ากับ 3 หน่วย

ก. -28 หรือ 32

ข. -20 หรือ 30

ค. -15 หรือ 25

ง. -10 หรือ 15

31. จงหาระยะระหว่างจุด $(-3, 4)$ กับ

$$\text{เส้นตรง } 3x - 2y + 2 = 0 \text{ ตรงกับข้อใด}$$

ก. $\frac{13}{\sqrt{13}}$

ข. $\frac{15}{\sqrt{13}}$

ค. $\frac{16}{\sqrt{13}}$

ง. $\frac{17}{\sqrt{13}}$

32. จงหาระยะระหว่างเส้นตรง

$$8x - 2y + 6 = 0 \text{ และ}$$

$$4x - y + 4 = 0 \text{ ตรงกับข้อใด}$$

ก. $\frac{4}{\sqrt{15}}$

ข. $\frac{3}{\sqrt{15}}$

ค. $\frac{2}{\sqrt{17}}$

ง. $\frac{1}{\sqrt{17}}$

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

1. ก	11. ง	21. ข	31. ข
2. ง	12. -	22. ก	32. ง
3. ข	13. ข	23. ง	
4. ข	14. ง	24. ก	
5. ก	15. ข	25. ข	
6. ก	16. ง	26. ก	
7. ง	17. ข	27. ข	
8. ก	18. ค	28. ค	
9. ง	19. ง	29. -	
10. ข	20. ก	30. ก	