

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

1. สารและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์
 - 1.1 สารและมาตรฐานการเรียนรู้ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6)
 - 1.2 การจัดทำหน่วยการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6) โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี
 - 1.3 คำอธิบายรายวิชา ค 411 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ
2. ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์
 - 2.1 ระยะระหว่างจุดสองจุด
 - 2.2 จุดกึ่งกลางระหว่างจุด
 - 2.3 ความชันของเส้นตรง
 - 2.4 การพิสูจน์หาความชัน
 - 2.5 เส้นขนาน
 - 2.6 เส้นตั้งฉาก
 - 2.7 การเขียนกราฟเส้นตรง
 - 2.8 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด
 - 2.9 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานแกน x และแกน y
 - 2.10 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานแกน x และไม่ขนานแกน y
3. วิธีการสอนคณิตศาสตร์ หลักการสอนคณิตศาสตร์และจิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.1 วิธีการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.1.1 วิธีการสอนโดยการค้นพบด้วยตนเอง
 - 3.1.2 วิธีการสอนการค้นพบได้ด้วยตนเองภายใต้การแนะนำ
 - 3.1.3 วิธีการสอนโดยการสาธิต
 - 3.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.2.1 ทฤษฎีการสอน
 - 3.2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้
 - 3.3 จิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์
 - 3.3.1 ความพร้อม

- 3.3.2 จิตวิทยาการในการฝึก
- 3.3.3 การเรียนโดยการกระทำ
- 3.3.4 ความแตกต่างระหว่างบุคคล
- 3.3.5 แรงจูงใจ
- 3.3.6 การเสริมกำลังใจ
- 4. ความรู้เกี่ยวกับแบบฝึก
 - 4.1 ความหมายและความสำคัญของแบบฝึก
 - 4.2 ลำดับขั้นในการสร้างแบบฝึก
 - 4.3 ประโยชน์ของแบบฝึก
 - 4.4 จิตวิทยาการเรียนรู้กับการสร้างแบบฝึก
 - 4.5 ลักษณะของแบบฝึกที่ดี
 - 4.6 ส่วนประกอบของแบบฝึก
 - 4.7 รูปแบบของการสร้างแบบฝึก
 - 4.8 ขั้นตอนในการสร้างแบบฝึก
 - 4.9 การหาประสิทธิภาพของแบบฝึก
- 6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 6.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์

หลักสูตรคณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรบูรณาการสาระต่างๆ เข้าด้วยกัน

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรคณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และสำหรับผู้เรียนที่มีความสนใจหรือมีความสามารถสูงทางด้านคณิตศาสตร์ สถานศึกษาอาจจัดให้ผู้เรียนเรียนรู้สาระที่กว้างขึ้นหรือฝึกทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น โดยพิจารณาให้เหมาะสมและความต้องการของผู้เรียน

สำหรับช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 หลักสูตรมุ่งเน้นการศึกษาเพื่อเพิ่มพูนความรู้และทักษะเฉพาะด้าน มุ่งปลูกฝังความรู้ ความสามารถและทักษะในวิทยาการและเทคโนโลยี เพื่อให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์นำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในการศึกษาต่อ และการประกอบอาชีพ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้ เป็นมาตรฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริงได้
2. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริงอยู่ในรูปกรณฑ์

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการ ดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. เข้าใจความหมายและหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวก การลบ การคูณ การหาร จำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขชี้กำลังที่มีกำลังเป็นจำนวนตรรกยะ และจำนวนใช้จริงในรูปกรณฑ์

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้ในการประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

1. หาค่าของจำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์และจำนวนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยวิธีการคำนวณที่เหมาะสม

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. เข้าใจสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน การไม่เท่ากัน และนำไปใช้ได้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4 –

มาตรฐาน ค 2.2 วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ในการคาดคะเนระยะทางและความสูงได้

มาตรฐาน ค 2.3 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปแบบ (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต

2. เข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

3. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน เขียนความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่าง ๆ ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สมการ กราฟ และตารางได้

4. เข้าใจความหมายของลำดับ และหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดให้ได้

5. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และหาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิตได้

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางเรขาคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. เขียนแผนภาพแทนเซต (Venn-Euler Diagram) และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาสมาชิกของเซตได้
2. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพแทนเซต (Venn-Euler Diagram)
3. แก่สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสองได้
4. สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้และนำไปใช้ได้
5. เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
6. เขียนกราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. รู้จักวิธีสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย
2. เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูลที่กำหนดให้ และวัตถุประสงค์ที่ต้องการ
3. วิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นโดยใช้ค่ากลาง (ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม) การวัดการกระจาย โดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และหาตำแหน่งที่ของข้อมูลโดยใช้เปอร์เซ็นต์ไทล์ได้

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้ในการคาดการณ์บางอย่างได้
2. นำผลที่ได้จากการทดลองหรือการสำรวจความคิดเห็นไปใช้ในการคาดการณ์บางอย่างได้

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. ใช้ข้อมูลข่าวสารและค่าสถิติช่วยในการตัดสินใจได้
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้
2. แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์
3. ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาได้

อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.2 มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. นำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความจริงหรือข้อสรุป และช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้

มาตรฐาน ค 6.3 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

มาตรฐาน ค 6.4 มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. เชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่าง ๆ ได้
2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้อื่น และในการดำรงชีวิต

มาตรฐาน ค 6.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4

1. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการทำงาน

การจัดทำหน่วยการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6)

โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี

การจัดทำหน่วยการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 041คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
หน่วยการเรียนรู้ 2 หน่วย ภาคเรียนที่ 1 เวลา 80 ชั่วโมง

หน่วยเรียนรู้	ชื่อหน่วยเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	เซต	15
2	การให้เหตุผล	7
3	จำนวนจริง	13
4	เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	9
5	ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	26
6	อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้	10

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 042คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
หน่วยการเรียนรู้ 2 หน่วย ภาคเรียนที่ 2 เวลา 80 ชั่วโมง

หน่วยเรียนรู้	ชื่อหน่วยเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง.
1	ลำดับและอนุกรม	19
2	ความน่าจะเป็น	21
3	สถิติเบื้องต้น	40

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 411 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
หน่วยการเรียนรู้ 5 หน่วย ภาคเรียนที่ 1 เวลา 100 ชั่วโมง

หน่วยเรียนรู้	ชื่อหน่วยเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	ตรรกศาสตร์	23
2	จำนวนจริง	23
3	ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	8
4	เรขาคณิตวิเคราะห์(เส้นตรง)	17
5	เรขาคณิตวิเคราะห์(ภาคตัดกรวย)	29
6	กิจกรรมเสริมทักษะกระบวนการ	-

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 412 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ
หน่วยการเรียนรู้ 5 หน่วย ภาคเรียนที่ 2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เวลา 100 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	ฟังก์ชัน	17
2	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	20
3	ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์	40
4	จำนวนเชิงซ้อน	23
5	กิจกรรมเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์	-

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 413 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ
หน่วยการเรียนรู้ 2.5 หน่วย ภาคเรียนที่ 1

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เวลา 100 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	เมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์	22
2	กำหนดการเชิงเส้น	10
3	ความน่าจะเป็น	33
4	สถิติ	35

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 415 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ
หน่วยการเรียนรู้ 1.5 หน่วย ภาคเรียนที่ 1

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เวลา 60 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	เวกเตอร์	24
2	ลำดับและอนุกรม	14
3	แคลคูลัส	47
4	กราฟเบื้องต้น	15

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 415 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
 หน่วยการเรียนรู้ 6 หน่วย ภาคเรียนที่ 2 เวลา 100 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	ตรรกศาสตร์เบื้องต้น	20
2	ระบบจำนวนจริง	20
3	เรขาคณิตวิเคราะห์	20

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 416 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
 หน่วยการเรียนรู้ 1.5 หน่วย ภาคเรียนที่ 2 เวลา 60 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	ฟังก์ชัน	15
2	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	15
3	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	30

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 417 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
 หน่วยการเรียนรู้ 1.5 หน่วย ภาคเรียนที่ 1 เวลา 60 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	เมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์	20
2	กำหนดการเชิงเส้น	10
3	ความน่าจะเป็น	30

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 418 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
 หน่วยการเรียนรู้ 1.5 หน่วย ภาคเรียนที่ 2 เวลา 60 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	วิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น	15
2	การแจกแจงปกติ	15
3	แคลคูลัสเบื้องต้น	30

คำอธิบายรายวิชา ค411 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 411 คณิตศาสตร์เสริมทักษะ
หน่วยการเรียนรู้ 6 หน่วย

ภาคเรียนที่ 1

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เวลา 100 ชั่วโมง

หน่วยเรียนรู้	ชื่อหน่วยเรียนรู้	เวลา/ชั่วโมง
1	ตรรกศาสตร์	23
2	จำนวนจริง	23
3	ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	8
4	เรขาคณิตวิเคราะห์(เส้นตรง)	17
5	เรขาคณิตวิเคราะห์(ภาคตัดกรวย)	29
6	กิจกรรมเสริมทักษะกระบวนการ	-

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องตรรกศาสตร์ (23) ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. หาค่าความจริงของประพจน์ได้
2. หารูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกันได้
3. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลที่กำหนดให้สมเหตุสมผลหรือไม่

สาระการเรียนรู้

1. ประพจน์และการเชื่อมประพจน์
2. การหาค่าความจริงของประพจน์
3. การสร้างตารางค่าความจริง
4. รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน
5. สัจนิรันดร์
6. ข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ และค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ
7. สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ
8. การอ้างเหตุผล
9. ประโยคเปิด

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องระบบจำนวนจริง (23) ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง
2. นำสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับจำนวนจริงและการดำเนินการไปใช้ได้
3. แก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มและดีกรีไม่เกินสี่ได้
4. แก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ได้

สาระการเรียนรู้

1. จำนวนจริงและความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริง
2. การเท่ากัน การบวก การลบ การคูณ และการหารในระบบจำนวนจริง
3. สมบัติของระบบจำนวนจริง
4. การแก้สมการตัวแปรเดียว
5. สมบัติการไม่เท่ากัน
6. ช่วงและการแก้สมการ
7. ค่าสัมบูรณ์
8. การแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์
9. สมบัติของความบริบูรณ์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น (8) ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. เข้าใจสมบัติของจำนวนเต็ม
2. นำสมบัติของจำนวนเต็มไปใช้ในการให้เหตุผลเกี่ยวกับการหารลงตัวได้

สาระการเรียนรู้

1. สมบัติของจำนวนเต็มและการหารลงตัว
2. สมบัติการหารลงตัว
3. การจำแนกจำนวนเต็มโดยสมบัติการหารลงตัว
4. ขั้นตอนการหาร
5. จำนวนเฉพาะ
6. ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ เส้นตรง (17) ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. หาระยะทางระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลาง ระยะระหว่างเส้นตรงกับจุดได้

2. หาความชันของเส้นตรง สมการเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก และนำไปใช้ในการ
แก้ปัญหา

สาระการเรียนรู้

1. ระยะระหว่างจุดสองจุด
2. จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด
3. ความชันของเส้นตรง
4. เส้นขนาน
5. เส้นตั้งฉาก
6. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง
7. ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ภาคตัดกรวย (29) ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. เขียนความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นภาคตัดกรวย เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของภาคตัดกรวยให้และเขียนกราฟของความสัมพันธ์นั้นได้
2. นำความรู้เรื่องการเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟได้
3. นำความรู้เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สาระการเรียนรู้

1. การเลื่อนแกนทางขนานไปใช้ในการเขียนกราฟ
2. วงกลม
3. พาราโบลา
4. วงรี
5. ไฮเพอร์โบลา

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง กิจกรรมเสริมสร้างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. ใช้วิธีการหลากหลายแก้ปัญหาได้
2. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
3. สามารถแสดงเหตุผลโดยอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงหรือการสร้างแผนภาพ
4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

5. เชื่อมโยงความรู้ เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ ได้

6. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

7. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการทำงาน

สาระการเรียนรู้

กิจกรรมเสริมสร้างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผ่านสาระการเรียนรู้ จำนวน และการดำเนินการ เรขาคณิต และพีชคณิต เช่น

1. การแสดงเหตุผลโดยอ้างอิงจากสถานการณ์ต่างๆที่กำหนดให้
2. การจัดทำโครงงานคณิตศาสตร์
3. ฯลฯ

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2533, หน้า 175 - 191)

เรขาคณิตวิเคราะห์เป็นวิชาที่นำเอากฎเกณฑ์ทางพีชคณิตมาใช้กับเรขาคณิตทั้งในด้านการแก้ปัญหาและการพิสูจน์สมบัติต่าง ๆ ในการเรียนการสอนบทนี้การทบทวนความรู้ทางเรขาคณิตในบางเรื่องจะช่วยทำให้ผู้เรียนเข้าใจเรื่องโพรงเจกชันและการหาระยะทางระหว่างจุด - สองจุดได้ง่ายขึ้น

สำหรับเรื่องเส้นตรงจะกล่าวถึงเส้นตรงในเชิงเรขาคณิตและพีชคณิต กล่าวคือ เป็นการแสดงถึงความเกี่ยวข้องระหว่างเส้นตรงและสมการกำลังหนึ่ง ในการศึกษาเกี่ยวกับเส้นตรงในที่นี้จะใช้สัญพจน์ทางเรขาคณิต เช่น “ระหว่างจุดสองจุดที่กำหนดให้จะมีเส้นตรงเพียงเส้นหนึ่งและเส้นเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสองจุดนี้”

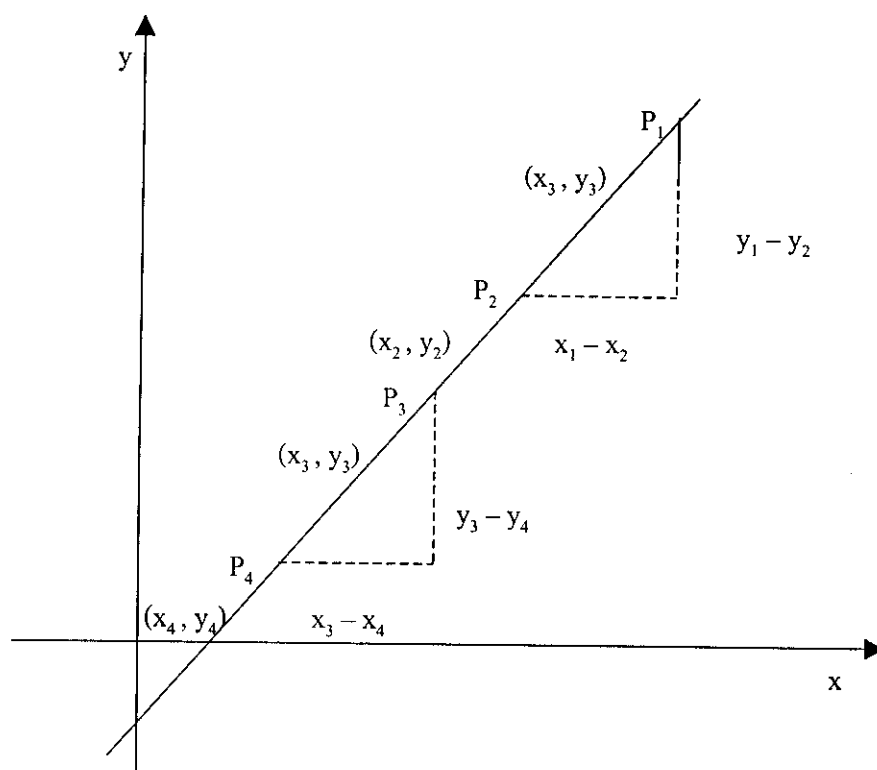
1. ระยะห่างระหว่างจุดสองจุด บนเส้นจำนวนจริง ถ้า A และ B เป็นจุดบนเส้นจำนวนที่แทนจำนวนจริง a และ b ตามลำดับแล้ว ระยะห่างระหว่าง A และ B = $|a - b|$

2. จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด ถ้าจุด $P(\bar{x}, \bar{y})$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ แล้ว $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$

3. ความชันของเส้นตรง การนิยามความชันของเส้นตรงในบทนี้นิยามโดยอาศัยโคออร์ดิเนตของจุดสองจุดที่เส้นตรงผ่าน กล่าวคือความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ จะเท่ากับ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ นอกจากนี้อาจนิยามความชันของเส้นตรงโดยอาศัยฟังก์ชันตรีโกณมิติ

กล่าวคือ ความชันของเส้นตรงที่ทำมุม θ กับแกน X เท่ากับ $\tan \theta$ (มุม θ เป็นมุมที่วัดทวนเข็มนาฬิกา จากแกน X ด้านที่เป็นบวก ไปจนถึงเส้นตรง มุม θ นี้เรียกว่า “มุมเอียง” ของเส้นตรง และ $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$)

4. การพิสูจน์หาความชัน ความชันของเส้นตรงเส้นหนึ่ง (ที่ไม่ขนานกับแกน Y) มีเพียงค่าเดียวเท่านั้น แสดงให้เห็นได้โดยวิธีดังนี้



ภาพที่ 1 ความชันของเส้นตรง

ให้ L เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน Y และทำมุมแหลมกับแกน X จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ อยู่บนเส้นตรง L

จากนิยามของความชัน จะได้ว่าความชันของเส้นตรง L เท่ากับ $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

ถ้า $P_3(x_3, y_3)$ และ $P_4(x_4, y_4)$ เป็นจุดอีกสองจุดบนเส้นตรง L ดังนั้น ความชันของเส้นตรง L เท่ากับ $\frac{y_3 - y_4}{x_3 - x_4}$

จากภาพที่ 1 จะเห็นว่า $\Delta P_1 P_2 Q \sim \Delta P_3 P_4 R$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \frac{P_1 Q}{P_3 R} &= \frac{P_2 Q}{P_4 R} \\ \frac{P_1 Q}{P_2 R} &= \frac{P_3 R}{P_4 R} \\ \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} &= \frac{y_3 - y_4}{y_3 - y_4} \end{aligned}$$

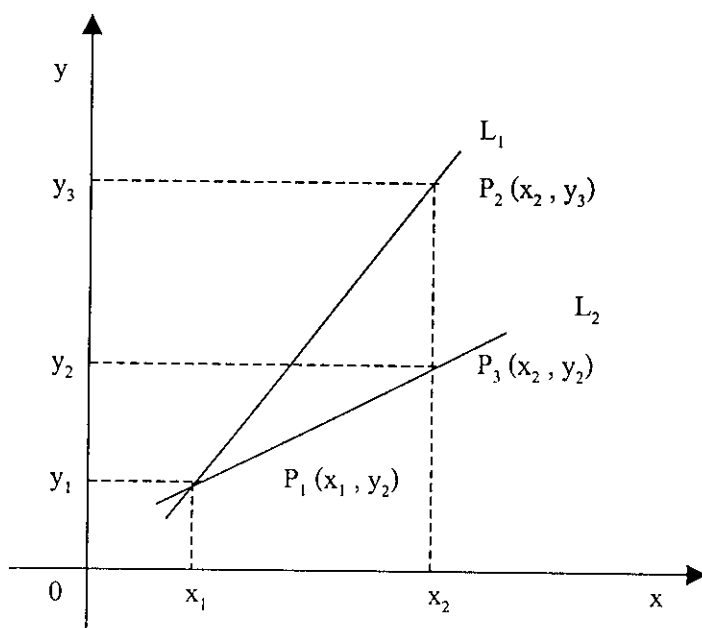
นั่นคือ ความชันของเส้นตรงเดียวกันย่อมเท่ากัน

5. เส้นขนาน ถ้าความชันของเส้นตรงสองเส้นใดเท่ากันแล้ว เส้นตรงทั้งสองจะขนานกัน ซึ่งอาจแสดงว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นมีความชันเท่ากันแล้ว เส้นตรงทั้งสองจะขนานกันได้ดังนี้

ให้ L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงที่มีความชัน m_1 และ m_2 ตามลำดับ และ $m_1 = m_2$ จะแสดงว่า L_1 และ L_2 ขนานกัน

สมมุติว่า L_1 ไม่ขนานกับ L_2 ให้ L_1 ตัดกับ L_2 ที่จุด $P_1 (x_1, y_1)$

ให้ $P_2 (x_2, y_3)$ และ $P_3 (x_2, y_2)$ เป็นจุดบน L_1 และ L_2 ตามลำดับ



ภาพที่ 2 ความชันของเส้นตรงสองเส้นที่ไม่เท่ากัน

$$\text{จะได้ } m_1 = \frac{y_3 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ และ } m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

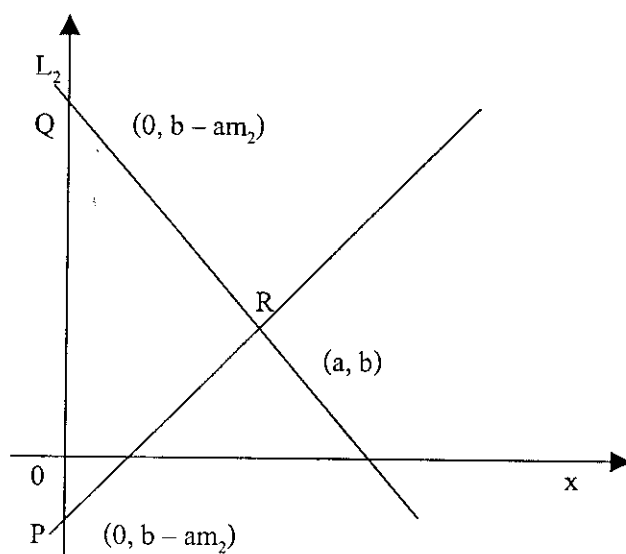
$$\text{เนื่องจาก } y_3 \neq y_2 \text{ ดังนั้น } \frac{y_3 - y_1}{x_2 - x_1} \neq \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

จึงทำให้ $m_1 \neq m_2$ ซึ่งขัดแย้งกับที่กำหนดให้

ดังนั้นที่สมมุติว่า L_1 , ไม่ขนานกับ L_2 , จึงเป็นไปได้

นั่นคือ L_1 ขนานกับ L_2

6. เส้นตั้งฉาก ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีผลคูณของความชันเท่ากับ -1 แล้ว เส้นตรงทั้งสองจะตั้งฉากซึ่งกันและกัน พิสูจน์ได้ดังนี้



ภาพที่ 3 เส้นตรงสองเส้นที่ตั้งฉากกัน

ให้ L_1 และ L_2 เป็นเส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน Y มีความชัน m_1 และ m_2 ตามลำดับ และ $m_1 m_2 = -1$ จะแสดงให้เห็นว่า L_1 ตั้งฉากกับ L_2

เนื่องจาก $m_1 m_2 = -1$ จะได้ $m_1 \neq 0$ และ $m_2 \neq 0$ และ $m_1 \neq m_2$ (เพราะถ้า $m_1 = m_2$ จะได้ $m_1^2 = -1$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้)

ดังนั้น L_1 ไม่ขนานกับ L_2 ให้ L_1 และ L_2 ตัดกันที่จุด $R(a, b)$

เนื่องจาก L_1 และ L_2 มีความชันเป็น m_1 และ m_2 ตามลำดับ ดังนั้น สมการของเส้นตรง L_1 ซึ่งผ่านจุด (a, b) และมีความชัน m_1 คือ $y = m_1 (x - a) + b$

ดังนั้น เส้นตรง L_1 ตัดแกน Y ที่จุด $P(0, b - am_1)$

และ สมการของเส้นตรง L_2 ที่ผ่านจุด (a, b) และมีความชัน m_2 คือ $y = m_2(x - a) + b$
 ดังนั้น เส้นตรง L_2 ตัดแกน Y ที่จุด $Q(0, b - am_2)$

จะแสดงว่า $\triangle PRQ$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{เนื่องจาก } PQ^2 &= [(b - am_2) - (b - am_1)]^2 \\
 &= a^2 m_1^2 - 2a^2 m_1 m_2 + a^2 m_2^2 \\
 &= a^2 m_1^2 + 2a^2 + a^2 m_2^2 \quad (m_1 m_2 = -1) \\
 PR^2 &= a^2 + [b - (b - am_1)]^2 \\
 &= a^2 + a^2 m_1^2 \\
 \text{และ } QR^2 &= a^2 + [b - (b - am_2)]^2 \\
 &= a^2 + a^2 m_2^2 \\
 \text{จะได้ } PR^2 + QR^2 &= a^2 m_1^2 + 2a^2 + a^2 m_2^2 \\
 &= PQ^2
 \end{aligned}$$

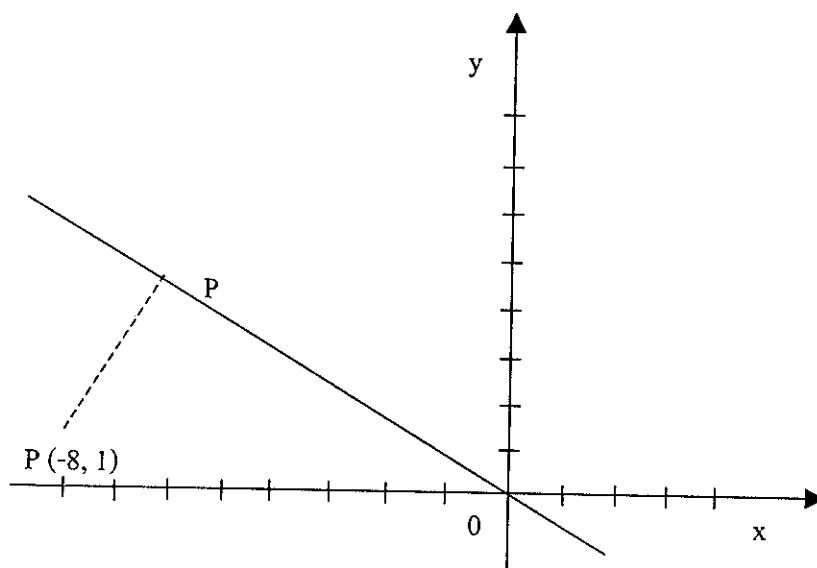
แสดงว่าสามเหลี่ยม PRQ เป็นสามเหลี่ยมที่มี $\angle PRQ$ เป็นมุมฉาก

และเนื่องจากส่วนของเส้นตรง PR และส่วนของเส้นตรง QR เป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรง L_1 และ L_2 ตามลำดับ

นั่นคือ L_1 ตั้งฉากกับ L_2

7. การเขียนกราฟเส้นตรง สมการเส้นตรง มีกำลังของตัวแปรแต่ละตัวในสมการเส้นตรงนั้นเป็นหนึ่งเสมอ และเนื่องจากเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ มีได้เพียงเส้นเดียวเท่านั้น ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการเขียนกราฟเส้นตรงใดก็ตาม เราหาจุดที่เส้นตรงนั้นผ่านเพียงสองจุดก็พอ

8. ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด ในการหาระยะระหว่างเส้นตรงกับจุด นอกจากจะใช้วิธีการในหนังสือเรียนแล้วยังมีวิธีอื่นอีก เช่น วิธีหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุดที่กำหนดให้และตั้งฉากกับเส้นตรงที่กำหนดให้ เพื่อหาจุดตัดของเส้นตรงทั้งสอง แล้วจึงหาระยะระหว่างจุดที่กำหนดให้กับจุดตัด เช่น ในการหาระยะระหว่างเส้นตรง L ซึ่งมีสมการเป็น $3x + 4y = 0$ กับจุด $P(-8, 1)$ อาจใช้วิธีการดังกล่าวข้างต้นดังนี้



ภาพที่ 4 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

เนื่องจากสมการของเส้นตรง L คือ $3x + 4y = 0$ (1)

ดังนั้น ความชันของเส้นตรง L คือ $-\frac{3}{4}$

และ ความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L คือ $\frac{4}{3}$

เส้นตรงที่ผ่านจุด $P(-8, 1)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง L ที่ P' ได้เป็น $\left(-\frac{28}{5}, \frac{21}{5}\right)$

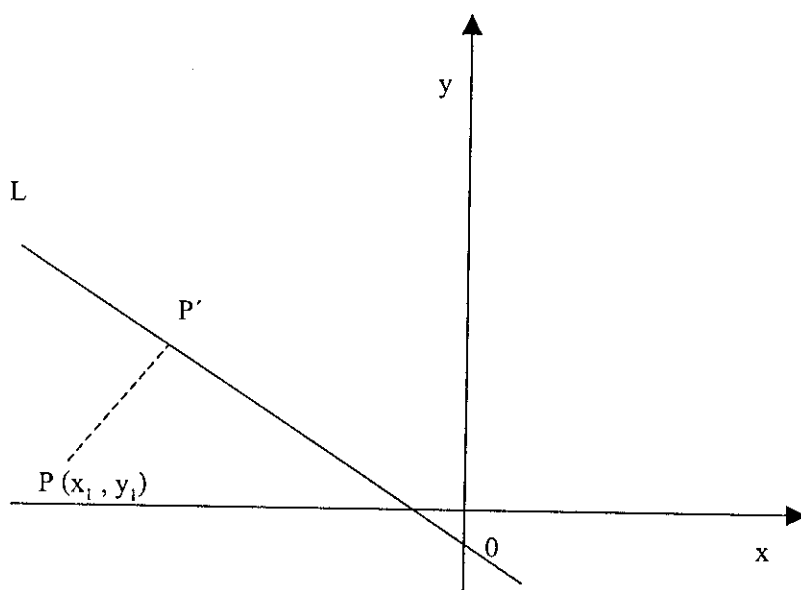
$$\begin{aligned} \text{เพราะฉะนั้น } PP &= \sqrt{\left(-\frac{28}{5} + 8\right)^2 + \left(\frac{21}{5} - 1\right)^2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

ในกรณีทั่ว ๆ ไป ถ้า L เป็นเส้นตรงที่มีสมการเป็น $Ax + By + C = 0$ โดยที่ $A \neq 0$

และ $B \neq 0$, $P(x_1, y_1)$ เป็นจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรง L และ d เป็นระยะระหว่างเส้นตรง L กับจุด P

เราสามารถใช้วิธีการดังกล่าวมาแล้วข้างต้นแสดงให้เห็นว่า

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \text{ได้ดังต่อไปนี้}$$



ภาพที่ 5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดใด ๆ

เนื่องจากสมการของเส้นตรง L คือ

$$Ax + By + C = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ดังนั้นความชันของเส้นตรง L คือ $\frac{A}{B}$

และ ความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L มีความชันเป็น $\frac{A}{B}$ เส้นตรงที่ผ่านจุด

$P(x_1, y_1)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง L ที่ P' จะมีความชันเท่ากับ $\frac{A}{B}$ ด้วย

ดังนั้น สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด P และ P' คือ

$$(y - y_1) = B (x - x_1)$$

$$\text{หรือ } Bx - Ay + (Ay_1 - Bx_1) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

จากสมการ (1) และ (2) หาพิกัดของจุด P' ได้ดังนี้

$$Ax (1); \quad A^2x + ABy + AC = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$Bx (2); \quad B^2x - ABy + B(Ay_1 - Bx_1) = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$(3) + (4); \quad (A^2 + B^2)x = -AC - B(Ay_1 - Bx_1)$$

$$x = \frac{B(Bx_1 - Ay_1) - AC}{A^2 + B^2}$$

$$B x (1) ; ABx + B^2 y + BC = 0 \quad (5)$$

$$A x (2) ; ABx - A^2 y + A(Ay_1 - Bx_1) = 0 \quad (6)$$

$$(5) - (6) ; (A^2 + B^2) y = \frac{A(Ay_1 - Bx_1) - BC}{A^2 + B^2}$$

นั่นคือ P มีโคออร์ดิเนตเป็น $\left(\frac{B(Bx_1 - Ay_1) - AC}{A^2 + B^2}, \frac{A(Ay_1 - Bx_1) - BC}{A^2 + B^2} \right)$

จะได้ d = PP'

$$= \sqrt{\left(\frac{B(Bx_1 - Ay_1) - AC}{A^2 + B^2} - x_1 \right)^2 + \left(\frac{A(Ay_1 - Bx_1) - BC}{A^2 + B^2} - y_1 \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{A(Ax_1 - By_1) - AC}{A^2 + B^2} \right)^2 + \left(\frac{-B(Ax_1 + By_1) + C}{A^2 + B^2} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(A^2 + B^2)(Ax_1 + By_1 + C)^2}{(A^2 + B^2)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(Ax_1 + By_1 + C)^2}{A^2 + B^2}}$$

$$= \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

9. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานแกน x และ แกน y ถ้า L เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X และอยู่ห่างจากแกน X เป็นระยะ $|b|$ หน่วย ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง L คือ

$$\{(x, y) \in R \times R \mid y = b\}$$

หรือ $\{(x, y) \in R \times R \mid y = -b\}$

ทำนองเดียวกัน ถ้า L เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y และอยู่ห่างแกน Y เป็นระยะ $|a|$ หน่วย ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง L คือ

$$\{(x, y) \in R \times R \mid y = a\}$$

หรือ $\{(x, y) \in R \times R \mid y = -a\}$

10. ความสัมพันธ์ซึ่งมีความเป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับแกน y เพื่อ ผ่านจุด (x_1, y_1) และมีความชันเป็น m คือ $\{(x, y) \mid y - y_1 = m(x - x_1)\}$

วิธีการสอนคณิตศาสตร์ หลักการสอนคณิตศาสตร์และจิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์

วิธีการสอนคณิตศาสตร์

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2533, หน้า 14 – 16) ได้เสนอวิธีการสอนคณิตศาสตร์ไว้ 3 วิธีคือ

1. วิธีการสอนโดยการค้นพบด้วยตนเอง หมายถึง การที่นักเรียนคิดค้นวิธีการหาคำตอบในสิ่งที่อยากทราบ หรือตรวจสอบสมมติฐานที่คิดไว้ด้วยตนเอง การค้นพบด้วยตนเองเป็นการสอนปลายเปิดคือนักเรียนจะมีอิสระในการตั้งคำถาม จะถามในสิ่งที่ตนเองอยากรู้ ซึ่งเป็นคำถามที่มีความหมายต่อตัวของนักเรียนแล้วแล้วก็จะหาคำตอบด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่นการลองผิดลองถูก การค้นพบด้วยตัวเอง จึงไม่สามารถเกิดขึ้นได้ทุกเวลาที่ต้องการ การสอนให้นักเรียนได้ค้นพบด้วยตนเองนับว่าเป็นวิธีที่เหมาะสมในกรณีที่ครูต้องการเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความคิดอย่างอิสระหรืออย่างสร้างสรรค์ ซึ่งการสอนวิธีนี้นักเรียนจะมีความสนุกสนานกับการเรียน

2. การสอนด้วยวิธีการค้นพบด้วยตัวเองภายใต้การแนะนำหมายถึง การที่ครูตั้งปัญหาแล้วให้นักเรียนแสวงหาวิธีการเพื่อหาคำตอบของปัญหภายใต้การแนะนำของครู วิธีการสอนนี้ครูจะต้องจัดเตรียมสภาพการหรือข้อมูลต่าง ๆ ไว้ให้พร้อมเพื่อให้นักเรียนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนในการสอนดังนี้

2.1 ขึ้นเสนอปัญหา การกำหนดขอบเขตของปัญหาว่าเรื่องที่ต้องการศึกษาคืออะไร

2.2 ขึ้นรวบรวมข้อมูล ครูจัดประสบการณ์ให้แก่นักเรียน จากประสบการณ์

รูปธรรมไปสู่กึ่งรูปธรรม และไปสู่นามธรรมในที่สุด

2.3 ขั้นการหาลักษณะร่วมของข้อมูล ครูมีบทบาทเป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ เพื่อให้นักเรียนหาลักษณะร่วมของข้อมูล

การค้นพบด้วยตัวเองภายใต้การแนะนำของครูเป็นวิธีสอนที่นักเรียนมีส่วนร่วม โดยครูพยายามตั้งโจทย์ปัญหาที่กระตุ้นความสนใจของนักเรียน พร้อมทั้งจัดประสบการณ์ที่เอื้อให้นักเรียนค้นพบคำตอบ การให้คำแนะนำช่วยเหลือมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความสามารถของนักเรียน

3. วิธีการสอนโดยการสาธิต การสอนวิธีนี้เป็นการสอนโดยครูเป็นผู้กำหนดเนื้อหาเอง และเป็นผู้ตอบปัญหาเอง โดยนักเรียนเป็นผู้ปฏิบัติตามวิธีที่ครูบอกหรือแสดงให้ดู ซึ่งประโยชน์ของการสอนแบบนี้คือการประหยัดเวลา ใช้ได้ดีสำหรับการทบทวนเนื้อหาที่เรียนมาแล้ว และเหมาะสมอย่างยิ่งกับการสอนเรื่องที่ไม่สามารถค้นพบได้ง่าย ๆ หรือไม่สามารถค้นพบได้เลยเช่น สัญลักษณ์หรือชื่อเฉพาะต่าง ๆ

จากวิธีสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวจะเห็นว่า วิธีสอนแต่ละวิธีนั้นมีความเหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์ที่แตกต่างกัน ดังนั้นในการที่จะนำวิธีใดไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูผู้สอนควรจะต้องรู้จักเลือกใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาและจุดประสงค์ในการสอนครั้งนั้น ๆ และในบางครั้งในการสอนบางจุดประสงค์ หรือบางเนื้อหาอาจจะต้องสอนโดยใช้หลายวิธีมาผสมผสานก็ได้

หลักการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ และบรรลุจุดประสงค์ตามที่หลักสูตรต้องการนั้น ครูผู้สอนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในสิ่งต่อไปนี้

1. ทฤษฎีการสอน มีทฤษฎีที่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้ (กองวิจัยทางการศึกษา, 2539, หน้า 16-17)

1.1 ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory) เป็นทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการฝึกฝน โดยการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกว่านักเรียนจะเคยชินกับวิธีนั้น ๆ การสอนจึงเริ่มโดยครูจะเป็นผู้ให้ตัวอย่างหรือบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์ แล้วให้นักเรียนฝึกฝน ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกระทั่งนักเรียนชำนาญ

1.2 ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่า การคิดคำนวณกับการเป็นอยู่ในสังคมของนักเรียนเป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และมีความเชื่อว่านักเรียนจะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อสิ่งนั้นมีความหมายต่อตัวนักเรียนเอง และเป็นเรื่องที่พบเห็นและปฏิบัติในชีวิตประจำวันของนักเรียนเอง

1.3 ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยบังเอิญ (Incidental Theory) ทฤษฎีนี้เชื่อว่านักเรียนจะเรียนรู้ได้ดี เมื่อเกิดความต้องการหรือความอยากรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งขึ้น ดังนั้นกิจกรรม

การเรียนการสอนควรจัดตามเหตุการณ์ที่บังเกิดขึ้นในโรงเรียนและชุมชน ซึ่งเด็กได้ประสบกับตนเอง ทฤษฎีนี้มีข้อบกพร่องคือ เหตุการณ์จะเกิดขึ้นไม่บ่อยนัก ดังนั้นการเรียนตามทฤษฎีจึงไม่เกิดผล

1.4 ทฤษฎีเชื่อมโยงจิตสำนึก (Apperception) ของแฮร์บาร์ต (Herbert) เน้นการรับรู้เร้าความสนใจ และสร้างความพึงพอใจให้ผู้เรียนเสียก่อนด้วยกิจกรรม สื่อการเรียนหรือสถานการณ์ต่าง ๆ เป็นกระบวนการเชื่อมต่อกับความคิดใหม่เข้าไปในความคิดที่เก็บสะสมไว้

1.5 ทฤษฎีเชื่อมโยงสถานการณ์จากสิ่งเร้าและสิ่งตอบสนอง (Connettionism) ของธอร์นไดค์ (Thorndike) เป็นการเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการตอบสนองของผู้เรียน ในแต่ละขั้นอย่างต่อเนื่อง โดยอาศัยกฎการเรียนรู้ 3 กฎ ดังนี้

1.5.1 กฎแห่งความพร้อม (Law of Readiness) เมื่อกระแสประสาทมีความพร้อมที่จะกระทำ และได้กระทำเช่นนั้น จะก่อให้เกิดความพึงพอใจ แต่ถ้ายังไม่พร้อมและต้องกระทำย่อมก่อให้เกิดความรำคาญ

1.5.2 กฎแห่งการฝึกหัด (Law of Exercise) กล่าวคือ ยิ่งมีการตอบสนองต่อสิ่งเร้ามากและบ่อยครั้งเท่าไร สิ่งนั้นย่อมจะคงทนนานเท่านั้น แต่หากไม่ปฏิบัติตัวเชื่อมนั้นกำลังจะอ่อนลง

1.5.3 กฎแห่งผล (Law of Effect) กล่าวคือ การตอบสนองจะมีกำลังขึ้นหากเกิดความพึงพอใจตามมา และจะอ่อนลงหากเกิดความไม่พอใจ

1.6 ทฤษฎีเสริมแรง (Operant Conditioning) ของสกินเนอร์ (Skinner) เน้นการแบ่งจุดประสงค์ออกเป็นส่วนย่อย ๆ แต่ละส่วนจะถูกเสริมแรงเป็นส่วน ๆ ไป และต้องกำหนดจังหวะเวลาของการเสริมแรงให้เหมาะสม

1.7 ทฤษฎีฝึกสมอง (Mental Discipline) ของเพลโต (Plato) เน้นการพัฒนาสมองโดยสอนให้เข้าใจและฝึกฝนมาก ๆ จนเกิดเป็นทักษะ และความคงทนในการเรียนรู้ หลังจากนั้นสามารถถ่ายโยงไปใช้ได้อย่างอัตโนมัติ

จากการศึกษาทฤษฎีการสอนดังกล่าว ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาการไปในทางที่ดีขึ้น ครูผู้สอนควรจะต้องมีความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการของทฤษฎีการสอนแต่ละทฤษฎี และสามารถนำหลักการของแต่ละทฤษฎีมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

2. ทฤษฎีการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนรู้ที่ครูคณิตศาสตร์ควรรู้มีดังนี้ (กองวิจัยทางการศึกษา, 2539, หน้า 17 –21)

2.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา (Intellectual Development) ของเพียเจต์ (Piaget) การที่ครคณิตศาสตร์จะจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพนั้น การเข้าใจพัฒนาการของผู้เรียน

เป็นสิ่งที่สำคัญ โดยเฉพาะทฤษฎีพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของ เพียเจต์ ซึ่งได้แสดงให้เห็นถึงการเจริญเติบโตและพัฒนาการของมนุษย์โดยผ่านขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้มาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้เหมาะสม ซึ่งเพียเจต์ได้เสนอหลักการเรียนรู้ไว้ดังนี้ (กองวิจัยทางการศึกษา, 2539, หน้า 17-18)

2.1.1 เด็กเรียนรู้จากสิ่งแวดล้อมทางกายภาพและสังคม

2.1.2 การเรียนรู้เป็นเรื่องของแต่ละบุคคลตัวผู้เรียนเองเท่านั้นที่ทราบว่าคุณเองเรียนรู้

2.1.3 พัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กมี 4 ขั้นคือ

ขั้นที่ 1 Sensori-Motor Stage (อายุ 0 – 2 ปี) ระยะเวลาช่วงที่เด็กมีพัฒนาการเกี่ยวกับการสัมผัสและการเคลื่อนไหว

ขั้นที่ 2 Pre-Operation Stage (อายุ 2 – 6 ปี) เป็นระยะที่เด็กเริ่มเข้าใจภาษา อากัปกิริยาของคนที่ใกล้ชิด เป็นช่วงที่เด็กสร้างเสริมบุคลิกภาพของตนเอง เด็กรู้จักใช้เหตุผล แต่ไม่สามารถอธิบายได้ชัดเจน

ขั้นที่ 3 Concrete Stage (อายุ 6 – 12 ปี) ระยะเวลาที่เด็กเริ่มเข้าใจการจัดหมวดหมู่ การจำแนก การเรียงลำดับ จำนวน มิติ และความสัมพันธ์ การให้เหตุผลของเด็กในวัยนี้ จะอาศัยสิ่งที่ตนมองเห็น เด็กยังไม่สามารถให้เหตุผลในส่วนที่เป็นนามธรรมได้

ขั้นที่ 4 Formal Operation Stage (อายุ 12 ปีขึ้นไป) ระยะเวลาเป็นระยะที่เด็กเริ่มรู้จักอธิบายเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล

2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้และแนวคิดของออสซูเบล (Ausubel) ออสซูเบลได้เสนอหลักการที่จะทำให้การเรียนรู้บรรลุวัตถุประสงค์ มี 2 ประการคือ การจัดความรู้ให้มีโครงสร้างและความง่ายอย่างเหมาะสม ซึ่งลักษณะการเรียนรู้ ตามความคิดของ ออสซูเบล สามารถจัดเป็นกลุ่มได้ 4 กลุ่ม คือ การเรียนรู้แบบท่องจำ (Recitation Learning) การเรียนรู้แบบมีความหมาย (Meaningful Learning) การเรียนรู้จากการบอกเล่า (Reception Learning) การเรียนรู้จากการค้นพบ (Discovery Learning) จากการจัดกลุ่มการเรียนรู้ทั้ง 4 กลุ่มของออสซูเบล กลุ่มของการเรียนรู้แบบมีความหมาย และการเรียนรู้แบบค้นพบ จะเป็นลักษณะของการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ที่ควรจัดให้นักเรียนได้รับการฝึกฝน

2.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของบลูม (Bloom) บลูม เสนอทฤษฎีการเรียนรู้ในโรงเรียนเป็นทฤษฎีที่มีข้อตกลง 2 ประการ คือ พื้นเพของผู้เรียน และคุณลักษณะของผู้เรียนแต่ละคนตามรูปแบบของทฤษฎีนี้ ความสามารถหรือคุณสมบัติด้านพุทธิพิสัย คุณลักษณะด้านจิตพิสัยและคุณภาพของการสอน จะเป็นตัวกำหนดผลการเรียน ซึ่งผลการเรียน ได้แก่ ระดับและประเภทของ

ผลสัมฤทธิ์ อัตราการเรียนรู้คุณลักษณะด้านจิตพิสัย คุณภาพของการสอนมีองค์ประกอบ 4 ประการ ได้แก่

2.3.1 การชี้แนะ (Cues) หมายถึง การบอกจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน และงานที่จะต้องทำให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจน

2.3.2 การมีส่วนร่วม (Participation) หมายถึง การร่วมมือกันจัดกิจกรรม การเรียนการสอน

2.3.3 การเสริมแรง (Reinforcement) หมายถึง การชมเชย คำหิ การให้ข้อมูล สะท้อนกลับ

2.3.4 การแก้ไขข้อบกพร่อง (Feedback and Corrective) การให้ข้อมูลสะท้อนกลับ หมายถึง การวินิจฉัย และชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า นักเรียนแต่ละคนได้บรรลุจุดประสงค์ การเรียนรู้ข้อใดบ้าง และยังขาดจุดประสงค์ข้อใด ส่วนการแก้ไขข้อบกพร่องเป็นกระบวนการ และกิจกรรมที่ใช้เพื่อปรับปรุงผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนโดยยึดข้อมูลสะท้อนกลับ

ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดี ควรจัดแบ่งเนื้อหา ออกเป็นหน่วยย่อยๆ แล้วสอนโดยการยึดหลัก 4 ประการคือ การชี้แนะแนวทางในการเรียน โดยการบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนได้ทราบก่อนที่จะทำการสอน ในระหว่างสอนควร ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน ให้การเสริมแรงทุกครั้งที่นักเรียนทำดี หรือ ถูกต้อง และการให้ข้อมูลสะท้อนกลับหรือแก้ไขข้อบกพร่อง

2.4 ทฤษฎีพัฒนาการและแนวคิดของบรูเนอร์ (Bruner) บรูเนอร์ ให้หลักการเรียน รู้ที่สำคัญซึ่งได้แก่ การเน้นโครงสร้าง (Structure) ของเนื้อหาวิชาและกระบวนการ (Process) ของ การแก้ปัญหา มากกว่าการเน้นผล (Product) ของพฤติกรรม บรูเนอร์ กล่าวว่า การเข้าใจโครงสร้าง ของการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนมีความรู้แจ้งสามารถประยุกต์เนื้อหาวิชาได้ ทำให้มีความทรงจำเป็น ระยะเวลานาน นอกจากนั้นการเข้าใจโครงสร้างยังเป็นการจัดความรู้ให้มีระบบระเบียบ บรูเนอร์ เสนอแนะให้คำนึงถึงความพร้อม (Readiness) ของผู้เรียนในแง่ของการจัดประสบการณ์ของ การเรียนให้มีลำดับความยากง่ายและสัมพันธ์กันอย่างเหมาะสม นอกจากนี้ควรคำนึงถึง ความสนใจของผู้เรียนด้วย

บรูเนอร์ ได้เสนอแนะวิธีการสอนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอนคือ

- การใช้ของจริงอธิบายหรือแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์
- การใช้รูปภาพอธิบายหรือแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- การใช้สัญลักษณ์อธิบายหรือแสดงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมนั้น การที่จะสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้นั้นจะต้องเริ่มจากการใช้ของจริง รูปภาพและสัญลักษณ์ ตามลำดับ ครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน จัดประสบการณ์ในการเรียนรู้ให้เรียงลำดับจากง่ายไปหายากและเนื้อหาในการเรียนจะต้องมีความสัมพันธ์กันเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็ว

2.5 ทฤษฎีและแนวคิดของกาเย่ (Gagene') กาเย่ ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอนแบบชี้แนะเพื่อการค้นพบเน้นกระบวนการ ในการจัดการเรียนการสอนต้องกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมว่า จะให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมที่พึงประสงค์อะไรบ้าง กิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดของ กาเย่ จะเริ่มจากการกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม การวิเคราะห์พื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน การจัดลำดับขั้นของการเรียนโดยการชี้แนะของครู การจัดกิจกรรม การเรียนการสอนตามความถนัด หรือวิถี การเรียนรู้ของผู้เรียนและการประเมินพฤติกรรม ขั้นสุดท้ายของผู้เรียนซึ่งกาเย่ เชื่อว่านักเรียนจะมีความคิดรวบยอดใหม่ เมื่อนักเรียนได้เรียน ความคิดรวบยอดย่อยซึ่งเป็นพื้นฐานของความคิดรวบยอดใหม่นั้นเสียก่อน ดังนั้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียนอย่างมีระบบจึงเป็นเรื่องสำคัญอย่างยิ่ง นอกจากนี้ กาเย่ ยังเชื่อว่าสิ่งที่จะช่วยผู้เรียนเก็บรักษาความรู้ไว้ได้นานมีอยู่ 3 ประการคือ กิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดความพึงใจ การเข้าใจอย่างชัดเจน การจำแนกความรู้เดิมและความรู้ใหม่

จิตวิทยาที่ใช้ในการสอนคณิตศาสตร์

ในการที่จะจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น ผู้สอนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับจิตวิทยาเพื่อที่จะนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีความเหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด ซึ่งจิตวิทยาที่ครูผู้สอนควรรู้มีดังนี้

1. ความพร้อม (Readiness) เด็กที่มีอายุเท่ากัน อาจจะมีความพร้อมไม่เหมือนกันเด็กชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ควรจะได้เรียนสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมเสียก่อน โดยก่อนที่จะให้ทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน เช่น การสังเกต ขนาด รูปร่าง สี ครูใช้ของจริงให้นักเรียนตอบ ให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบ การเปรียบเทียบน้ำหนัก การบอกตำแหน่งสิ่งของการเปรียบเทียบจำนวน การเรียงลำดับความยาว การฝึกกล้ามมือ เหล่านี้ ล้วนแต่ให้ดูของจริงปฏิบัติจริง เพื่อเตรียมความพร้อมก่อนที่จะเรียนต่อไป

2. จิตวิทยาในการฝึก การฝึกนั้นเป็นเรื่องที่จำเป็นสำหรับนักเรียน แต่ถ้าฝึกซ้ำๆ มากเกินไป ก็จะทำให้เด็กเบื่อหน่ายการฝึก การฝึกที่มีผลอาจพิจารณาดังนี้ ฝึกไปทีละเรื่อง เมื่อจบเรื่องหนึ่งแล้วจึงจะฝึกเรื่องต่อไป ฝึกเป็นรายบุคคล เมื่อสอนนักเรียนทำแบบฝึกหัดแล้วตรวจและรู้ผลทันที เลือกแบบฝึกที่หลากหลาย แบบฝึกหัดควรคำนึงถึงความยากง่าย แบบฝึกหัดควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3. การเรียนโดยการกระทำ (Learning by Doing) การให้นักเรียนได้จัด ได้ทำด้วยตัวเองนั้น สำหรับเด็กในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 – 2 ครูควรเปลี่ยนกิจกรรมบ่อย ๆ ให้เรียนโดยอิสระ จะได้ค้นพบด้วยตัวเอง ซึ่งนักเรียนในวัยนี้ ชอบตอบคำถาม ชอบพูดมากกว่าเขียน โดยการให้ทำกิจการไปหรือตอบคำถามไป ดังนั้นครูจะต้องจัดกิจกรรมให้เหมาะสม

4. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Difference) นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งทางด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม สติปัญญาความสามารถและลักษณะนิสัย ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูจะต้องจัดกิจกรรมให้สอดคล้องและสนองตอบต่อความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน เช่น นักเรียนที่อ่านโจทย์ปัญหาไม่ได้ก็ใช้โจทย์ที่ใช้ภาษาให้ง่าย หรือใช้โจทย์ที่เป็นรูปภาพ เพลง นิทาน เพื่อให้ให้นักเรียนได้เรียนอย่างมีความสุข

5. แรงจูงใจ (Motivation) แรงจูงใจเป็นเรื่องที่ครูผู้สอนควรจะต้องเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง เพราะโดยธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เข้าใจยากสำหรับนักเรียน ดังนั้นในการให้นักเรียนทำงานหรือทำแบบฝึกหัดนั้น ครูจะต้องคำนึงถึงความสำเร็จของผู้เรียนด้วย ทั้งนี้การที่จะให้นักเรียนประสบความสำเร็จทุกคนจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ซึ่งการให้นักเรียนประสบผลสำเร็จทีละน้อย ๆ และค่อย ๆ เพิ่มขึ้น ก็เป็นการสร้างขวัญและเป็นแรงจูงใจในการทำงาน

6. การเสริมกำลังใจ (Reinforcement) การเสริมกำลังใจเป็นสิ่งสำคัญในการสอน เพราะเมื่อคนเรานั้นทราบพฤติกรรมที่แสดงออกมาเป็นที่ยอมรับยอมทำให้เกิดกำลังใจ เพียงอาการยิ้ม การพยักหน้าของครู หรือคำชมว่าดีมาก เก่งมาก ก็จะทำให้เด็กเกิดกำลังใจ การให้รางวัล ครูจะต้องดูให้เหมาะสม ไม่ให้พร่ำเพรื่อ นักเรียนไม่ว่าจะอยู่ในระดับใดต้องการกำลังใจจากครูทั้งนั้น

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูควรมีความรู้เกี่ยวกับจิตวิทยาการเรียนการสอน เพื่อที่จะได้นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างถูกต้องเหมาะสม เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ตรงตามความต้องการและเกิดประโยชน์กับผู้เรียนให้มากที่สุด

ความรู้เกี่ยวกับแบบฝึก

ความหมายและความสำคัญของแบบฝึก

ได้มีผู้กล่าวถึงความหมายและความสำคัญของแบบฝึกไว้ดังนี้

จินตนา ไบการชุบิ (2535, หน้า 17 อ้างถึงใน สุนันทา สุนทรประเสริฐ, 2535, หน้า 57) กล่าวว่า แบบฝึกเป็นสื่อการเรียนสำหรับให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติ เพื่อช่วยเสริมให้เกิดทักษะและความแตกฉานในบทเรียน

สงบ ลักษณะ (2535, หน้า 61) กล่าวว่า ชุดแบบฝึกเป็นสื่อใช้ฝึกทักษะการคิด การวิเคราะห์ การแก้ปัญหา และการปฏิบัติของนักเรียน นิยมใช้ในกลุ่มวิชาภาษาไทย คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ การงานและพื้นฐานอาชีพ

น้อมศรี เทพ (2536, หน้า 54) กล่าวว่า เมื่อครูได้สอนเนื้อหา แนวคิดหรือหลักการ เรื่องใดเรื่องหนึ่งให้กับนักเรียน และนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้น แล้วขั้นต่อไปครูจำเป็นต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกฝนเพื่อให้นักเรียนมีความชำนาญคล่องแคล่วถูกต้อง แม่นยำและรวดเร็ว หรือที่เรียกว่าฝึกฝนเพื่อให้เกิดทักษะ

วรสุตา บุญไวโรจน์ (2536, หน้า 37) กล่าวว่าแบบฝึกหัดเป็นสื่อการสอนที่จัดทำขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนได้ศึกษา ทำความเข้าใจ และฝึกฝนจนเกิดแนวคิดที่ถูกต้องและเกิดทักษะในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง นอกจากนั้นแบบฝึกหัดยังเป็นเครื่องช่วยบ่งชี้ให้ครูทราบว่าผู้เรียนหรือผู้ใช้แบบฝึกหัดมีความรู้ความเข้าใจในบทเรียนและสามารถนำความรู้ที่นำไปใช้ได้มากน้อยเพียงใด ผู้เรียนมีจุดเด่น ที่ควรส่งเสริมหรือมีจุดด้อยที่ต้องปรับปรุงแก้ไขตรงไหน อย่างไร แบบฝึกหัดจึงเครื่องมือสำคัญ ที่ครูทุกคนใช้ในการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจ และพัฒนาทักษะของนักเรียนในวิชาต่าง ๆ

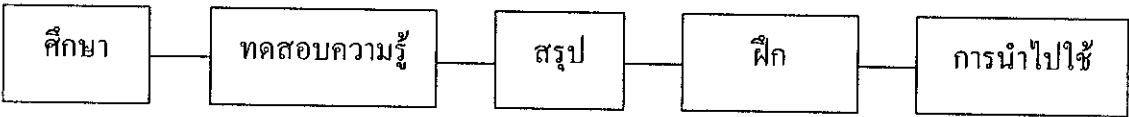
จากความเห็นของนักวิชาการดังกล่าว เกี่ยวกับความหมายและความสำคัญของแบบฝึกหัด จึงพอสรุปได้ว่า

แบบฝึก คือสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่ง ที่ใช้ฝึกทักษะให้กับผู้เรียนหลังจากเรียนจบเนื้อหาในช่วงหนึ่ง ๆ เพื่อฝึกฝนให้เกิดความรู้ความเข้าใจ รวมทั้งเกิดความชำนาญในเรื่องนั้น ๆ อย่างกว้างขวางมากขึ้น

ดังนั้นแบบฝึกจึงมีความสำคัญต่อผู้เรียนไม่น้อย ในการที่จะช่วยเสริมสร้างทักษะให้กับผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้และเข้าใจได้เร็วขึ้น ชัดเจนขึ้น กว้างขวางขึ้น ทำให้การสอนของครูและการเรียนของนักเรียนประสบผลสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ

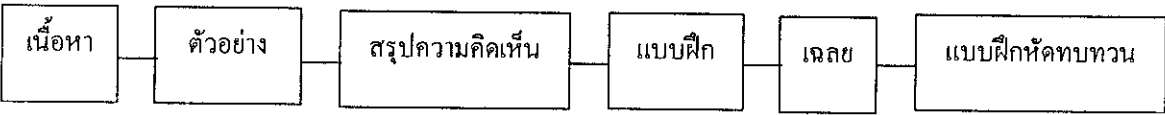
แบบฝึกที่ใช้ในการฝึกทักษะนั้นมีหลายรูปแบบ ได้มีผู้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับรูปแบบของแบบฝึกไว้ดังนี้

ปราณี อาริมิตร (2540, หน้า 77) กล่าวถึงแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้สอนเรื่องเศษส่วน มีรูปแบบดังนี้



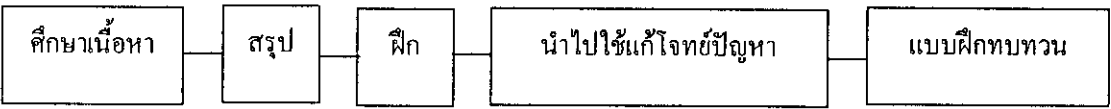
ภาพที่ 6 แสดงโครงสร้างของแบบฝึกที่ 1

ประภาพรณ ทองเลิศ (2538, หน้า 31) กล่าวถึงแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการคูณมีรูปแบบดังนี้



ภาพที่ 7 แสดงโครงสร้างของแบบฝึกที่ 2

จากโครงสร้างแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์ผู้วิจัยจึงนำมาปรับกระบวนการเพื่อจัดทำแบบฝึกวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้สอนเรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งมีรูปแบบดังนี้



ภาพที่ 8 แสดงโครงสร้างของแบบฝึกที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

จากรูปแบบของแบบฝึกที่กล่าวมาแล้วผู้วิจัยได้รวบรวมความรู้ทุกชั้นตอนมาไว้ในแบบฝึกอย่างครบถ้วนเพื่อให้ นักเรียนสามารถเกิดการเรียนรู้จากเนื้อหาและจากตัวอย่างที่กำหนดให้ และยังสามารถทดสอบความรู้ของตนเองด้วยการทำแบบฝึก อีกทั้งยังได้ฝึกทำงานชำนาญ สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ถูกต้อง

- แบบฝึกแต่ละแบบฝึกประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน คือ
1. ขั้นศึกษาเนื้อหา และตัวอย่างเป็นการจัดเนื้อหาให้นักเรียนศึกษาที่ละน้อยจากง่ายไปยาก
 2. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์จากเนื้อหาที่ศึกษาไปแล้ว
 3. ขั้นฝึกทักษะมีแบบฝึกหลากหลาย แตกต่างกันไปในแต่ละแบบฝึก เพื่อเป็นการฝึกทักษะหลาย ๆ ด้านตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

4. ชื่อนำไปใช้เป็นการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิตได้

5. แบบฝึกหัดทบทวนเป็นการทดสอบความรู้ของนักเรียนหลังจากการทำแบบฝึกในแต่ละชุดเรียบร้อยแล้ว

ลำดับขั้นในการสร้างแบบฝึก (สุนันทา สุนทรประเสริฐ, 2535, หน้า 76 – 77)

ขั้นตอนการสร้างแบบฝึก จะคล้ายคลึงกับการสร้างนวัตกรรมทางการศึกษาประเภทอื่น ๆ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. วิเคราะห์ปัญหาและสาเหตุจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเช่น
 - 1.1 ปัญหาที่เกิดขึ้นในขณะทำการสอน
 - 1.2 ปัญหาการผ่านจุดประสงค์ของนักเรียน
 - 1.3 ผลจากการสังเกตพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์
 - 1.4 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 2. ศึกษารายละเอียดในหลักสูตรเพื่อวิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์แต่ละกิจกรรม
 3. พิจารณาแนวทางแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นจากข้อ 1 โดยการสร้างแบบฝึกและเลือกเนื้อหาในส่วนที่จะสร้างแบบฝึกนั้นว่าจะทำเรื่องใดบ้าง กำหนดเป็นโครงเรื่องไว้
 4. ศึกษารูปแบบของการสร้างแบบฝึกจากเอกสารตัวอย่าง
 5. ออกแบบชุดฝึกแต่ละชุด ให้มีรูปแบบที่หลากหลายน่าสนใจ
 6. ลงมือสร้างแบบฝึกในแต่ละชุดพร้อมทั้งข้อทดสอบก่อนและหลังเรียนให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้
 7. ส่งให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ
 8. นำไปทดลองใช้แล้วบันทึกผล เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขส่วนที่บกพร่อง
 9. ปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้
 10. นำไปใช้จริงและเผยแพร่ต่อไป
- จากขั้นตอนการสร้างแบบฝึก ผู้วิจัยได้นำมาปรับปรุงสร้างแบบฝึกเพื่อใช้ในการศึกษานี้มีลำดับดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2533 กลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบถึงขอบข่ายเนื้อหาวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์
2. กำหนดเนื้อหาที่ต้องการให้นักเรียน เพื่อให้เกิดทักษะการคิดคำนวณ
3. เขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วสร้างแบบฝึกให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

4. สร้างแบบฝึกทบทวนท้ายชุด เพื่อให้นักเรียนได้ทดสอบความรู้หลังจากที่ได้ทำแบบฝึกแต่ละชุดเรียบร้อยแล้ว

5. ดำเนินการเขียนแบบฝึกตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ โดยลำดับเนื้อหาในการฝึกเน้นเพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาค้นการคิดคำนวณ

6. บอกวิธีเรียนให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติตามลำดับขั้น เพื่อให้นักเรียนได้เรียนด้วยตนเอง และได้ผลของการเรียนรู้เป็นไปตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

7. หากคุณภาพของแบบฝึกก่อนนำไปใช้จริง เพื่อจะได้ทราบถึงความถูกต้องตามเนื้อหา ลำดับขั้นตอนการทำแล้วนำข้อบกพร่องมาปรับปรุงแก้ไข

ประโยชน์ของแบบฝึก

รัชณี ศรีไพรวรรณ (2517, หน้า 189) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ว่า

1. ทำให้เข้าใจบทเรียนดีขึ้น เพราะเป็นเครื่องอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้
2. ทำให้ทราบความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อบทเรียน
3. ฝึกให้เด็กมีความเชื่อมั่น และสามารถประเมินผลของตนเองได้
4. ฝึกให้เด็กทำงานตามลำพัง โดยมีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย

Petty (1968, pp. 469 – 472) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกไว้ดังนี้

1. เป็นส่วนหนึ่งเพิ่มเติม หรือเสริมหนังสือเรียนในการเรียนทักษะ เป็นอุปกรณ์การสอนที่ช่วยลดภาระครูได้มาก เพราะแบบฝึกเป็นสิ่งที่จัดทำขึ้นอย่างเป็นระบบและมีระเบียบ
2. ช่วยเสริมทักษะ แบบฝึกเป็นเครื่องมือที่ช่วยเด็กในการฝึกทักษะ แต่ทั้งนี้จะต้องอาศัยการส่งเสริมและความเอาใจใส่จากครูผู้สอนด้วย

3. ช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล เนื่องจากเด็กมีความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน การให้เด็กทำแบบฝึกที่เหมาะสมกับความสามารถของเขา จะช่วยให้เด็กประสบผลสำเร็จในด้านจิตใจมากขึ้น ดังนั้นแบบฝึกจึงไม่ใช่สมุดฝึกที่ครูจะให้แก่เด็กบทต่อบท หรือหน้าต่อหน้า แต่เป็นแหล่งประสบการณ์เฉพาะ สำหรับเด็กที่ต้องการความช่วยเหลือพิเศษ และเป็นเครื่องมือช่วยที่มีค่าของครูที่จะสนองความต้องการเป็นรายบุคคลในชั้น

4. แบบฝึกช่วยเสริมให้ทักษะทางภาษาคงทน ลักษณะการฝึกเพื่อช่วยให้เกิดผลดังกล่าวนี้ได้แก่

- 4.1 ฝึกทันทีหลังจากที่เด็กได้เรียนรู้ในเรื่องนั้น ๆ
- 4.2 ฝึกซ้ำหลาย ๆ ครั้ง
- 4.3 เน้นเฉพาะเรื่องที่ผิด
5. แบบฝึกที่ใช้จะเป็นเครื่องมือวัดผลการเรียนหลังจากจบบทเรียนในแต่ละครั้ง

6. แบบฝึกที่จัดทำขึ้นเป็นรูปเล่ม เด็กสามารถเก็บไว้ใช้เป็นแนวทางเพื่อทบทวนด้วยตนเองได้ต่อไป

7. การให้เด็กทำแบบฝึก ช่วยให้ครูมองเห็นจุดเด่นหรือปัญหาต่าง ๆ ของเด็กได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ครูดำเนินการปรับปรุงแก้ไขปัญหานั้น ๆ ได้ทันทั่วทั้ง

8. แบบฝึกที่จัดขึ้นนอกเหนือจากที่มีอยู่ในหนังสือแบบเรียน จะช่วยให้เด็กได้ฝึกฝนอย่างเต็มที่

9. แบบฝึกที่จัดพิมพ์ไว้เรียบร้อยแล้ว จะช่วยให้ครูประหยัดทั้งแรงงาน และเวลาในการที่จะต้องเตรียมสร้างแบบฝึกอยู่เสมอ ในด้านผู้เรียนก็ไม่ต้องเสียเวลาในการลอกแบบฝึกจากตำราเรียนหรือกระดานดำ ทำให้มีเวลาและโอกาสได้ฝึกฝนทักษะต่าง ๆ มากขึ้น

10. แบบฝึกช่วยประหยัดค่าใช้จ่าย เพราะการจัดพิมพ์ขึ้นเป็นรูปที่แน่นอน ย่อมลงทุนต่ำกว่าการที่จะใช้วิธีพิมพ์ลงกระดาษไปทุกครั้งไป นอกจากนี้ยังมีประโยชน์ในการที่ผู้เรียนสามารถบันทึกและมองเห็นความก้าวหน้าของตนเองได้อย่างมีระบบและเป็นระเบียบ

กรณีการ์ สุกรเวชส์ศิริ (2533, หน้า 54) ได้สนับสนุนแนวคิดด้านคุณประโยชน์ของแบบฝึกไว้ว่าการใช้แบบฝึกทางภาษาเป็นการฝึกทักษะทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงเข้าใจบทเรียนง่ายขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้ครูทราบความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อบทเรียนและหาแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนอย่างดีที่สุดตามความสามารถของแต่ละคน การฝึกจะทำให้เด็กเชื่อมั่น สามารถประเมินผลงานของตนเอง

จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกจะเห็นว่าแบบฝึกมีความสำคัญในการฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่และเป็นสื่อการเรียนการสอนที่เป็นประโยชน์สำหรับผู้สนใจ

จิตวิทยาการเรียนรู้กับการสร้างแบบฝึก (สุนันทา สุนทรประเสริฐ, 2535, หน้า 62 - 64)

การศึกษาในเรื่องจิตวิทยาการเรียนรู้เป็นสิ่งที่ผู้สร้างแบบฝึกไม่ควรละเลย เพราะการเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ต้องขึ้นอยู่กับปรากฏการณ์ของจิต และพฤติกรรมที่ตอบสนองนานาประการ โดยอาศัยกระบวนการที่เหมาะสมและเป็นวิธีที่ดีที่สุด การศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้จากข้อมูลที่นักจิตวิทยาได้ทำการค้นพบและทดลองไว้แล้ว สำหรับการสร้างแบบฝึกในส่วนที่มีความสัมพันธ์กัน มีดังนี้

1. ทฤษฎีการลองผิดลองถูก ของธอร์นไดค์ ซึ่งได้สรุปเป็นกฎเกณฑ์การเรียนรู้สามประการคือ

1.1 กฎความพร้อม หมายถึง การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อนุคลิกพร้อมที่จะกระทำ

1.2 กฎผลที่ได้รับ หมายถึง การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเพราะบุคคลกระทำซ้ำ และยิ่งทำมาก ความชำนาญจะเกิดขึ้นได้ง่าย

1.3 กฎแห่งผลที่พอใจ หมายถึง การเรียนรู้เมื่อได้รับผลที่พึงพอใจ ย่อมอยากจะเรียนรู้อีกต่อไป

ไพบุลย์ เทวรักษ์ (2540, หน้า 23) ได้กล่าวถึงกฎการฝึกไว้ว่า การฝึกให้บุคคลทำกิจกรรมต่าง ๆ นั้น ผู้ฝึกจะต้องควบคุมและจัดสภาพการให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของตนเอง บุคคลจะถูกกำหนดลักษณะพฤติกรรมที่แสดงออก

ดังนั้นผู้สร้างแบบฝึกจึงจะต้องกำหนดกิจกรรมตลอดจนคำสั่งต่าง ๆ ในแบบฝึก ให้ผู้ฝึกได้แสดงพฤติกรรมสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่ผู้สร้างต้องการ

2. ทฤษฎีพฤติกรรมนิยม ของสกินเนอร์ ซึ่งมีความเชื่อว่าสามารถควบคุมบุคคลให้ทำตามความประสงค์ หรือแนวทางที่กำหนดได้โดยไม่ต้องคำนึงถึงความรู้สึกทางด้านจิตใจของบุคคลผู้นั้น ว่าจะรู้สึกนึกคิดอย่างไร เขาจึงได้ทดลองและสรุปได้ว่าบุคคลสามารถเรียนรู้ได้ด้วยการกระทำ โดยมีการเสริมแรงเป็นตัวการ เมื่อบุคคลตอบสนองการเร้าของสิ่งเร้าควบคุมกันในช่วงเวลาที่เหมาะสม สิ่งเร้านั้นจะรักษาระดับหรือเพิ่มการตอบสนองให้เข้มข้น

3. วิธีการสอน ของกานเย ซึ่งมีความเห็นว่าการเรียนรู้มีลำดับขั้น และผู้เรียนจะต้องเรียนรู้เนื้อหาที่ง่ายไปหายาก

พรรณี ช.เจนจิต (2538, หน้า 434) ได้กล่าวถึงแนวคิดของกานเย ไว้ดังนี้

การเรียนรู้มีลำดับขั้น ดังนั้นก่อนที่จะสอนเด็กแก้ปัญหาได้นั้น เด็กจะต้องเรียนรู้ความคิดรวบยอด หรือกฎเกณฑ์มาก่อน ซึ่งในการสอนให้เด็กได้ความคิดรวบยอดหรือกฎเกณฑ์นั้น จะทำให้เด็กเป็นผู้สรุปความคิดรวบยอดด้วยตนเอง แทนที่ครูจะเป็นผู้บอก

การสร้างแบบฝึกจึงควรคำนึงถึงการฝึกตามลำดับขั้น จากง่ายไปหายาก

4. แนวคิดของ บลูม ซึ่งกล่าวถึงธรรมชาติของผู้เรียนแต่ละคนว่ามีความแตกต่างกัน ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เนื้อหาในหน่วยย่อยต่าง ๆ ได้โดยใช้เวลาเรียนที่แตกต่างกัน

ดังนั้นการสร้างแบบฝึกจึงต้องมีการกำหนดเงื่อนไข ที่จะช่วยให้ผู้เรียนทุกคนสามารถผ่านลำดับขั้นตอนของทุกหน่วยการเรียนรู้ได้ ถ้านักเรียนได้เรียนตามอัตราการเรียนรู้ของตน ก็จะทำให้ให้นักเรียนประสบความสำเร็จมากขึ้น

ลักษณะของแบบฝึกที่ดี

แบบฝึกเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยเสริมทักษะให้กับผู้เรียน การสร้างแบบฝึกให้มีประสิทธิภาพจึงจำเป็นต้องศึกษาองค์ประกอบและลักษณะของแบบฝึก เพื่อเลือกใช้ให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

วรสุตา บุญยไวยโรจน์ (2536, หน้า 37) กล่าวแนะนำให้ผู้สร้างแบบฝึกได้ยึดลักษณะของแบบฝึกที่ดีไว้ ดังนี้

1. แบบฝึกที่ดีควรมีความชัดเจน ทั้งคำสั่งและวิธีทำ คำสั่งหรือตัวอย่างแสดงวิธีทำที่ใช้ไม่ควรยาวเกินไป เพราะจะทำให้เข้าใจยาก ควรปรับปรุงให้เหมาะสมกับผู้ใช้ ทั้งนี้เพื่อให้ นักเรียนสามารถศึกษาด้วยตนเองได้ถ้าต้องการ
2. แบบฝึกที่ดีควรมีความหมายต่อผู้เรียน และตรงตามจุดมุ่งหมายของการฝึก ลงทุนน้อย ใช้ได้นาน และทันสมัย
3. ภาษาและภาพที่ใช้ในแบบฝึก ควรเหมาะสมกับวัยและพื้นฐานความรู้ของนักเรียน
4. แบบฝึกที่ดีควรแยกฝึกเป็นเรื่อง ๆ แต่ละเรื่องไม่ควรยาวเกินไป แต่ควรมีกิจกรรม หลายรูปแบบเพื่อรื้อให้นักเรียนเกิดความสนใจ และไม่น่าเบื่อหน่ายในการทำ และเพื่อฝึกทักษะใด ทักษะหนึ่งจนเกิดความชำนาญ
5. แบบฝึกที่ดีควรมีทั้งแบบกำหนดคำตอบให้ แบบให้ตอบโดยเสรี การเลือกใช้คำ ข้อความหรือรูปภาพในแบบฝึกควรเป็นสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคย และตรงกับความสนใจของนักเรียน เพื่อว่าแบบฝึกที่สร้างขึ้นจะได้ก่อให้เกิดความเพลิดเพลิน และพอใจแก่ผู้ใช้ ซึ่งตรงกับหลักการ เรียนรู้ที่ว่า เด็กมักจะเรียนรู้ได้เร็วในการกระทำที่ก่อให้เกิดความพึงพอใจ
6. แบบฝึกที่ดีควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง ให้รู้จักค้นคว้ารวบรวมสิ่งที่ พบเห็นบ่อย ๆ หรือที่ตัวเองเคยใช้ จะทำให้นักเรียนเข้าใจเรื่องนั้น ๆ มากยิ่งขึ้น และรู้จักนำความรู้ ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้อง มีหลักเกณฑ์และมองเห็นว่าสิ่งที่เขาได้ฝึกฝนนั้นมีความหมาย ต่อเขาตลอดไป
7. แบบฝึกที่ดีควรตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้เรียนแต่ละคนมีความ แตกต่างกันในหลาย ๆ ด้าน เช่น ความต้องการ ความสนใจ ความพร้อม ระดับสติปัญญา และ ประสิทธิภาพ ฯลฯ ฉะนั้นการทำแบบฝึกแต่ละเรื่องควรจัดทำให้มากพอ และมีทุกระดับตั้งแต่ ง่าย ปานกลาง จนถึงระดับค่อนข้างยาก เพื่อว่าทั้งเด็กเก่ง กลาง และอ่อน จะได้เลือกทำตาม ความสามารถ ทั้งนี้เพื่อให้เด็กทุกคนประสบความสำเร็จในการทำแบบฝึก
8. แบบฝึกที่ดีควรสามารถสร้างความสนใจของนักเรียนได้ตั้งแต่หน้าปก ไปจนถึงหน้า สุดท้าย
9. แบบฝึกที่ดีควรได้รับการปรับปรุงควบคู่ไปกับหนังสือ
10. แบบฝึกที่ดีควรเป็นแบบฝึกที่สามารถประเมิน และจำแนกความเจริญงอกงามของ เด็กได้ด้วย

ส่วนประกอบของแบบฝึก

สุนันทา สุนทรประเสริฐ (2535, หน้า 72 - 73) ได้กล่าวถึงส่วนประกอบของแบบฝึกไว้ดังนี้

1. คู่มือการใช้แบบฝึกเป็นเอกสารสำคัญประกอบการใช้แบบฝึกว่าใช้เพื่ออะไร และมีวิธีการใช้อย่างไร เช่น ใช้เป็นงานฝึกทำยบทเรียน ใช้เป็นการบ้าน หรือใช้สอนซ่อมเสริม ควรประกอบด้วย

- ส่วนประกอบของแบบฝึก จะระบุว่าในแบบฝึกชุดนี้มีแบบฝึกทั้งหมดกี่ชุด อะไรบ้าง และมีส่วนประกอบอื่น ๆ หรือไม่ เช่น แบบทดสอบ หรือแบบบันทึกผลการประเมิน
- สิ่งที่ครูหรือนักเรียนต้องเตรียม (ถ้ามี) จะเป็นการบอกให้ครูหรือนักเรียนเตรียมตัวให้พร้อมล่วงหน้าก่อนเรียน
- จุดประสงค์ในการใช้แบบฝึก
- ขั้นตอนในการใช้ บอกข้อตามลำดับการใช้ และอาจเขียนในรูปของแนวการสอน หรือแผนการสอนจะชัดเจนยิ่งขึ้น

- เฉลยแบบฝึกในแต่ละชุด

2. แบบฝึก เป็นสื่อที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนฝึกทักษะ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ถาวร ควรมีองค์ประกอบดังนี้

- ชื่อชุดฝึกในแต่ละชุดย่อย
- จุดประสงค์
- คำสั่ง
- ตัวอย่าง
- ชุดฝึก
- ภาพประกอบ
- ข้อทดสอบก่อนและหลังเรียน
- แบบประเมินบันทึกผลการใช้

รูปแบบของการสร้างแบบฝึก

สุนันทา สุนทรประเสริฐ (2535, หน้า 73 - 76) ได้กล่าวว่าการสร้างแบบฝึกรูปแบบก็สิ่งสำคัญในการที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้ทดลองปฏิบัติ แบบฝึกจึงควรมีรูปแบบที่หลากหลาย มิใช่ใช้แบบเดียว จะเกิดความจำเจ น่าเบื่อหน่ายไม่ท้าทายให้อยากรู้อยากลอง จึงขอเสนอรูปแบบของแบบฝึกที่เป็นหลักใหญ่ไว้ก่อนส่วนผู้สร้างจะนำไปประยุกต์ใช้ปรับเปลี่ยนรูปแบบอื่น ๆ ก็แล้วแต่เทคนิคของแต่ละคน ซึ่งจะเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก ดังนี้

1. แบบถูกผิด เป็นแบบฝึกที่เป็นประโยคบอกเล่า ให้ผู้เรียนอ่านแล้วเลือกใส่เครื่องหมายถูก หรือผิดตามดุลยพินิจของผู้เรียน

2. แบบจับคู่ เป็นแบบฝึกที่ประกอบด้วยคำถาม หรือตัวปัญหา ซึ่งเป็นตัวขึ้นไว้ใน สดมภ์ซ้ายมือ โดยมีที่ว่างไว้หน้าข้อ เพื่อให้ผู้เรียนเลือกหาคำตอบที่กำหนดไว้ใน สดมภ์ขวามือ มาจับคู่กับคำถามให้สอดคล้องกัน โดยใช้หมายเลขหรือรหัสคำตอบไปวางไว้ในที่ว่างหน้าข้อ คำถามหรือจะใช้การโยงเส้นก็ได้

3. แบบเติมคำหรือข้อความ เป็นแบบฝึกที่มีข้อความไว้ให้ แต่จะเว้นช่องว่างไว้ให้ ผู้เรียนเติมคำ หรือข้อความที่หายไป ซึ่งมีคำหรือข้อความที่นำมาเติม อาจเติมอย่างอิสระ หรือ กำหนดตัวเลือกให้เติมก็ได้

4. แบบหลายตัวเลือก เป็นแบบฝึกเชิงแบบทดสอบ โดยจะมี 2 ส่วน คือส่วนที่เป็น คำถาม ซึ่งจะต้องเป็นประโยคคำถามที่สมบูรณ์ชัดเจน ไม่คลุมเครือ ส่วนที่ 2 เป็นตัวเลือก คือ คำตอบซึ่งอาจจะมี 3 - 5 ตัวเลือกก็ได้ ตัวเลือกทั้งหมดจะมีตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว ส่วนที่เหลือเป็นตัวลวง

5. แบบอัตนัย คือความเรียงที่เป็นแบบฝึกที่มีคำถาม ผู้เรียนต้องเขียนบรรยายตอบอย่าง เสรี ตามความรู้ความสามารถ โดยไม่จำกัดคำตอบ แต่จำกัดในเรื่องของเวลา อาจใช้ในรูปแบบของ คำถามทั่ว ๆ ไป หรือเป็นคำสั่งให้เขียนเรื่องราวต่าง ๆ ก็ได้

การหาประสิทธิภาพของแบบฝึก

การทดลองใช้ชุดแบบฝึกเพื่อหาประสิทธิภาพ ควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ก่อน เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไข ปรับปรุงอย่างดี แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือ กลุ่มใหญ่ โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

1. ชุดการสอนนี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่
2. การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการสอนนี้เหมาะสมหรือไม่
3. การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียน และดำเนิน ไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่
4. การสรุปผลการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอด หรือ หลักสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจเพิ่มเติมอย่างไร
5. การประเมินผลหลังการเรียน เพื่อตรวจสอบว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลง เกิดขึ้นนั้น ให้ความเชื่อมั่นให้มากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

ใช้สูตร E_1/E_2 (ชัยยงค์ พรหมวงศ์, 2526, หน้า 491) หาประสิทธิภาพของแบบฝึก โดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน 80/80

80 ตัวแรก หมายถึง จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทำแบบฝึกในแต่ละชุดผ่านเกณฑ์มาตรฐาน (C_1) ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 80

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = (\sum F_1 / N) * 100$$

เมื่อ E_1 คือ ประสิทธิภาพของแบบฝึกคิดเป็นร้อยละ จากการทำแบบฝึก
 $\sum F_1$ คือ ผลรวมของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ในการทำแบบฝึกในแต่ละชุด
 N คือ จำนวนผู้เรียน

80 ตัวหลัง หมายถึง จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ผ่านเกณฑ์มาตรฐาน (C_2) ไม่น้อยกว่า ร้อยละ 80

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = (\sum F_2 / N) * 100$$

เมื่อ E_2 คือ ประสิทธิภาพของแบบฝึกคิดเป็นร้อยละ จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
 $\sum F_2$ คือ ผลรวมของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ในการแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
 N คือ จำนวนผู้เรียน

หลังการคำนวณหาค่า E_1 และ E_2 แล้วผลลัพธ์ที่ได้มักจะใกล้เคียงกันและห่างกันไม่เกิน 5% ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ที่จะยืนยันได้ว่านักเรียนได้มีการเปลี่ยนพฤติกรรมต่อเนื่องตามลำดับขั้น

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยด้านนี้ ผู้วิจัยไม่พบงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ แต่มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์และเนื้อหา วิธีสอนเรขาคณิต ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

งานวิจัยในประเทศ

กรองทิพย์ พงษ์ลิ้มศรี (2535, หน้า 40-42) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสอนการพิสูจน์เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ในชั้นมัธยมปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา และนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

ประภาพรรณ ทองเลิศ (2538, บทคัดย่อ) ได้ทำการสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏว่า แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องการคูณที่สร้างขึ้น มีประสิทธิภาพ 84.19/89.00 สูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปราณี อาริมิตร (2540) ได้ทำการสร้างแบบฝึกคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการทดลองพบว่าแบบฝึกที่สร้างขึ้นมีเกณฑ์มาตรฐาน 56.47/56.08 และมีประสิทธิภาพ 90/83.33 เป็นไปตามเกณฑ์ประสิทธิภาพ 80/80 ที่กำหนดไว้

นวลจันทร์ สุกใส (2540) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เวลาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบฝึกเรียนเป็นรายบุคคลและแบ่งฝึกเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 โรงเรียนบ้านเกาะโพธิ์ อำเภอนันทนิคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 48 คน ผลการศึกษาพบว่าแบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 86.67/83.33 ซึ่งมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

อชิษฐา ชั่งเถียรตระกูล (2543) ได้ศึกษาและสร้างแบบฝึกแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการเรียนโดยใช้แบบฝึกแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์กับการเรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 โรงเรียนอนุบาลเมืองปราจีนบุรี อำเภอเมือง จังหวัดปราจีนบุรี จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 30 คน และกลุ่มควบคุม 30 คน ผลการศึกษาพบว่า

1. แบบฝึกแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นมีค่าประสิทธิภาพ 80/82 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 ที่ตั้งไว้

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

Wallace (1991, p. 4052-A อ้างถึงใน โกมล ไพศาล, 2540, หน้า 24) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ครูรู้เรขาคณิตอย่างไร เพื่อสืบค้นความรู้เนื้อหาสาระทางเรขาคณิตของครู และความรู้เกี่ยวกับวิธีการสอนเนื้อหา กลุ่มตัวอย่างเป็นครูเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 4 คน ซึ่งเลือกแบบเจาะจงจากผู้สนใจที่มีประสบการณ์ และความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิต และผู้สอนเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า ความรู้เนื้อหาสาระกับวิธีการสอนเรขาคณิตมีความสัมพันธ์กันมาก นอกจากนี้ยังรู้ว่าแหล่งความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาสาระเรขาคณิต ครูได้มาหลายทางด้วยกัน เช่น เพื่อนร่วมงาน การฝึกอบรม และการอ่านทั่ว ๆ ไป เป็นต้น ครูบางคนได้เรียนรู้แก้ปัญหาเกี่ยวกับการสอนเนื้อหาจากตอนอยู่มัธยมปลาย หรือวิทยาลัยครู

Thompson (1993, p. 2724-A อ้างถึงใน โกมล ไพศาล, 2540, หน้า 25) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการสอนเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 3 วิธี ที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ ความคงทนและเจตคติ

วิธีสอนแบบที่ 1 การสอนแบบร่วมมือกลุ่มขนาดเล็ก พร้อมกิจกรรมที่ใช้กระดาษและดินสอ

วิธีสอนแบบที่ 2 การสอนแบบร่วมมือกลุ่มขนาดเล็ก โดยใช้คอมพิวเตอร์ และซอฟต์แวร์ (Software) ที่มีกิจกรรมคล้ายแบบที่ 1

วิธีสอนแบบที่ 3 สอนแบบปกติทั้งกลุ่มใหญ่ตามแบบเรียน

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนเรขาคณิต ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐมอนทานา ผลการวิจัยพบว่า ครูสอนเรขาคณิตควรพิจารณาวิธีการสอน โดยการสอนแบบร่วมมือ พร้อมด้วยสื่อการสอนเป็นทางเลือกกับนักเรียน ในด้านเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตของนักเรียน พบว่าการสอนทั้ง 3 แบบ นักเรียนมีเจตคติไม่แตกต่างกัน ส่วนในด้านความคงทนพบว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบที่ 1 สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบที่ 3 Antronia (1997, pp. 497-513) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้แบบฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้บทพิสูจน์สลับกลับแบบฝึกกับนักเรียนชั้นประถมในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์เมืองเม็กซิโก ผลที่ได้ คือนักเรียนอยากมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ทำให้มีการเรียนรู้ที่เร็วขึ้น และเปลี่ยนทัศนคติต่อการทดลองที่น่าเบื่อหน่าย

จากงานวิจัยทั้งในประเทศ และต่างประเทศแสดงให้เห็นว่า แบบฝึกเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดทักษะ มีความชำนาญ แม่นยำในบทเรียนนั้น ๆ และก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ดี อีกทั้งการเรียนการสอนเรขาคณิตที่เน้นให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมด้วยตนเอง ดังเช่นการสอนแบบปฏิบัติ การสอนแบบร่วมมือกลุ่มขนาดเล็กพร้อมกิจกรรมที่ใช้กระดาษและดินสอ การสอน

แบบร่วมมือกลุ่มขนาดเล็ก โดยใช้คอมพิวเตอร์ และซอฟต์แวร์ พร้อมกิจกรรมและการสอน
โดยลงมือปฏิบัติ ทำให้นักเรียนมีผลการเรียนดีกว่าการสอนแบบปกติผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้าง
แบบฝึกให้มีประสิทธิภาพ เรื่องความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นพื้นฐานในการเรียนเรขาคณิตต่อไป