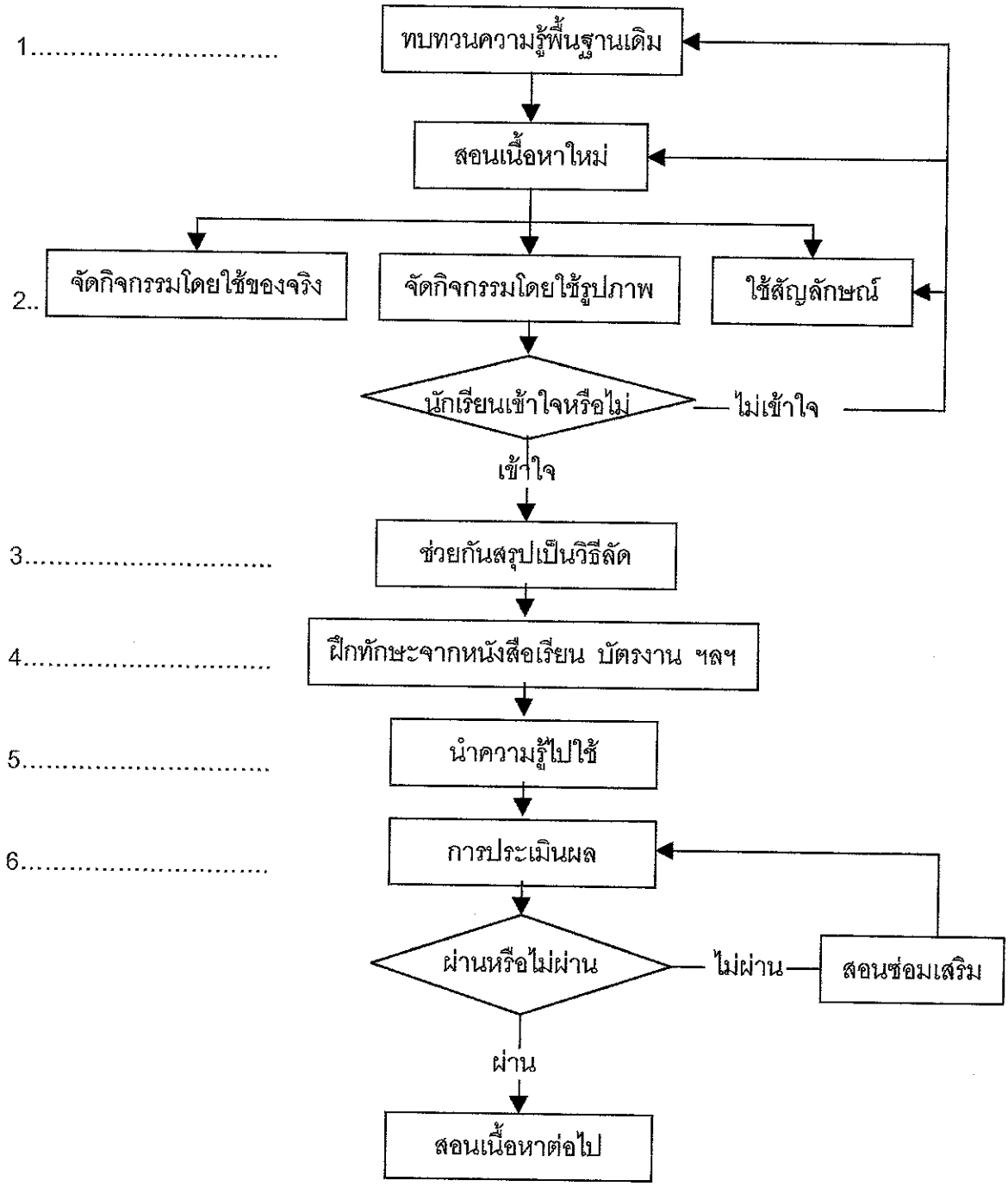
2. สอนเนื้อหาใหม่ โดยพิจารณาจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน กิจกรรมอาจจัดโดยใช้ของจริง หรือใช้รูปภาพ ก่อนจะเชื่อมโยงกับการใช้สัญลักษณ์ในทางคณิตศาสตร์

3. ฝึกทักษะ เมื่อผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่สอนใหม่แล้ว ควรจัดให้ฝึกทักษะโดยใช้โจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน บัตรงาน หรือโจทย์ที่ครูสร้างขึ้นเอง โจทย์ที่นำมาฝึกทักษะ ควรเป็นโจทย์ที่เน้นทักษะ การคิดคำนวณ และโจทย์ปัญหาควรเป็นโจทย์ที่มีความยากง่ายพอเหมาะสำหรับโจทย์ข้อที่ยาก ควรให้เป็นปัญหาชวนคิดที่ผู้เรียนอาจทำหรือไม่ก็ได้ ในการฝึกทักษะครูควรพิจารณาปริมาณของงานที่จะให้ผู้เรียนไปทำเป็นการบ้านด้วย และสำหรับผู้เรียนที่ทำแบบฝึกหัดผิดเล็กน้อย ครูควรพิจารณาให้ผู้เรียนแก้ไขข้อผิดพลาดในข้อที่ทำผิดนั้น ๆ โดยไม่ต้องแก้ใหม่ทั้งข้อ เพื่อไม่ให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย

4. การประเมินผล การทดสอบว่าผู้เรียนมีความรู้ในเรื่องที่สอนไปหรือไม่นั้น ครูอาจทดสอบโดยให้ผู้เรียนปฏิบัติหรืออาจใช้ข้อสอบก็ได้ ทั้งนี้ให้พิจารณาตามความเหมาะสมของเนื้อหา ในกรณีที่ทดสอบโดยใช้ข้อสอบครูควรสร้างข้อสอบให้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยอาจศึกษาแนวในการสร้างข้อสอบจากตัวอย่างข้อสอบในหนังสือคู่มือครู ข้อสอบควรมีความยากง่ายปานกลาง ทั้งนี้เพราะจุดประสงค์ในการวัดเพื่อให้ทราบว่าผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาตามจุดประสงค์การเรียนรู้แล้วหรือไม่ ไม่ได้ต้องการทดสอบเพื่อวัดความเก่งของผู้เรียน

5. การซ่อมเสริม ในกรณีที่ผู้เรียนสอบไม่ผ่านตามเกณฑ์การประเมินผลรายจุดประสงค์ ครูต้องจัดการสอนซ่อมเสริมสำหรับจุดประสงค์ที่ไม่ผ่านนั้น โดยจะต้องวิเคราะห์จากการทำข้อสอบของผู้เรียนว่า สาเหตุที่ผู้เรียนไม่ผ่านจุดประสงค์เป็นเพราะเหตุใดบ้าง สำหรับวิธีสอนซ่อมเสริมนั้นทำได้หลายวิธี ครูควรพิจารณาเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสาเหตุที่ผู้เรียนสอบไม่ผ่านจุดประสงค์ตามที่วิเคราะห์ไว้ เช่น หากพบว่าผู้เรียนมีปัญหาด้านทักษะการคิดคำนวณ ครูอาจต้องให้ฝึกการคิดคำนวณแบบนั้น ๆ เพิ่มเติม หรือหากพบว่าผู้เรียนไม่เข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สอนไป ครูต้องสอนเพิ่มเติมให้เกิดความเข้าใจ สำหรับเอกสารที่ใช้ในการสอนซ่อมเสริมนั้น นอกจากหนังสือแล้วครูอาจจะพัฒนาเอกสารขึ้นมาเองก็ได้ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2536, หน้า 22-24) ลำดับขั้นตอนการสอนดังกล่าวข้างต้นสรุปและแสดงเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ ได้ดังแผนภูมิ

แผนภูมิแสดงการจัดกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวการสอนของ สสวท.



ภาพที่ 4 แผนภูมิแสดงการจัดกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวการสอนของ สสวท. (กระทรวงศึกษาธิการ, 2536, หน้า 5)

นอกจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาแล้ว (กระทรวงศึกษาธิการ, 2536, หน้า 2-4) ได้กล่าวถึงรายละเอียดไว้ดังนี้

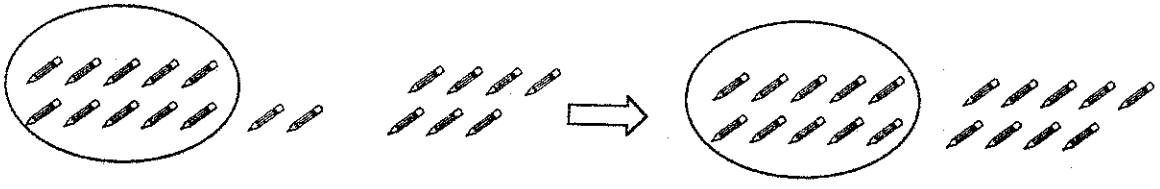
แนวการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ของหลักสูตรแต่ละข้อมีดังนี้

1. มีความรู้ ความเข้าใจ ในคณิตศาสตร์พื้นฐาน และมีทักษะการคิดคำนวณ

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา ควรเริ่มด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้ของจริง ใช้รูปภาพ และใช้สัญลักษณ์ตามลำดับ

การจัดกิจกรรมโดยใช้ของจริงเป็นการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนเรียนรู้จากการกระทำ หรือเรียกว่า การจัดประสบการณ์ระดับรูปธรรม ดังตัวอย่างการสอนเรื่องการบวก อาจทำได้โดยให้นักเรียนรวมสิ่งของสองกลุ่มเข้าด้วยกัน เพื่อหาว่าจำนวนทั้งหมดเป็นเท่าไร เช่น มีดินสอสีแดง 12 แท่ง ดินสอสีเขียว 7 แท่ง นักเรียนหาจำนวนดินสอทั้งหมดด้วยการนับก็จะได้จำนวนดินสอทั้งหมด 19 แท่ง

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปภาพ ซึ่งเป็นการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนรู้จากภาพ หรือเรียกว่าการจัดประสบการณ์ระดับกึ่งรูปธรรม ในการสอนการบวก หลังจากจัดกิจกรรมโดยใช้ของจริงดังกล่าวแล้ว การจัดกิจกรรมในขั้นนี้อาจทำได้โดยให้นักเรียนแสดงภาพการรวมสิ่งของ ซึ่งอาจเป็นดังนี้



การจัดกิจกรรมโดยใช้สัญลักษณ์ ซึ่งถือว่าเป็นประสบการณ์ระดับนามธรรม จากตัวอย่างการจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการบวกที่กล่าวมาแล้ว ในขั้นนี้ครูควรแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างประโยคสัญลักษณ์และข้อความซึ่งมีการแสดงให้เห็นจริงแล้วจากการจัดกิจกรรมโดยใช้ของจริง และโดยใช้รูปภาพ กล่าวคือ ดินสอสีแดง 12 แท่ง รวมกับดินสอสีเขียว 7 แท่ง ได้เป็นดินสอทั้งหมดจำนวน 19 แท่ง เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ว่า $12 + 7 = 19$

ในการจัดการเรียนการสอน ครูควรพยายามมุ่งไปสู่การจัดประสบการณ์ระดับนามธรรมให้เร็วที่สุดตามความสามารถของนักเรียน และเมื่อนักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจดีแล้วต้องมีการฝึกฝนเพื่อให้เกิดความชำนาญ ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว ในการคิดคำนวณ การฝึกฝนเป็นสิ่งจำเป็น ครูจึงต้องให้นักเรียนได้ฝึกให้มากพอ การฝึกทำได้หลายวิธี เช่น ทำแบบฝึก

หัดจากในหนังสือเรียน จากบัตรงาน หรือจากแบบฝึกหัดที่ครูคิดขึ้นเอง หรือจากกิจกรรมประเภทต่าง ๆ เช่น การฝึกคิดเลขเร็ว การเล่นเกม

การฝึกทักษะการคิดคำนวณมีสิ่งที่ควรคำนึงถึงดังต่อไปนี้

1.1 การฝึกทักษะควรทำหลังจากนักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องต่าง ๆ แล้ว

1.2 การฝึกควรฝึกในช่วงเวลาไม่นานนัก แต่ควรทำบ่อย ๆ

1.3 ควรใช้กิจกรรมการฝึกหลาย ๆ แบบ

1.4 การฝึกควรเริ่มจากง่ายไปหายาก

1.5 การฝึกควรให้น่าสนใจและท้าทายความสามารถ

1.6 การฝึกควรให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ดังนั้นนักเรียนทุกคนจึงไม่จำเป็นต้องได้รับการฝึกแบบเดียวกัน

2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างเป็นระบบและมีความเป็นเหตุเป็นผลอยู่ในตัวเอง ด้วยเหตุนี้คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาหนึ่งที่ช่วยฝึกการคิดอย่างมีเหตุผลได้เป็นอย่างดี ครูผู้สอนจึงไม่ควรละเลยคุณค่าของคณิตศาสตร์ในข้อนี้ และควรสอดแทรกในการสอนทุกครั้งเท่าที่โอกาสจะอำนวยให้โดยวิธีการต่าง ๆ หรือใช้คำถามประเภท ทำไม เพราะเหตุใด จงยกตัวอย่าง จริงหรือไม่ว่า ฯลฯ

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างคำถามหรือกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมการคิดหาเหตุผลของนักเรียน

2.1 ให้อธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้ที่ได้เรียนไปแล้ว เช่น

- ในการทำโจทย์ข้อนี้ทำไมจึงต้องการลบ
  "จ้อยมีเงิน 60 บาท แต๋วมีเงิน 42 บาท จ้อยมีเงินมากกว่าแต๋วเท่าไร"
- สิ่งของใหญ่ย่อมหนักกว่าสิ่งของเล็กเสมอใช่หรือไม่
- เพราะเหตุใดในการลบจึงต้องตั้งหลักให้ตรงกัน

2.2 ให้อธิบายเหตุผลตามความเข้าใจหรือความคิดของนักเรียนเอง ดังตัวอย่างการถาม-ตอบระหว่างครูและนักเรียนดังนี้

ครู : $3 \times 5 = \square$ อ่านว่าอย่างไร

นักเรียน : อ่านว่า สามคูณด้วยห้า มีค่าเท่าไร

ครู : ได้ผลลัพธ์เท่าไร

นักเรียน : 15 ครับ

ครู : คิดอย่างไร

นักเรียน : คนที่ 1 ผมคิดจากการนับทีละห้า 3 ครั้ง ได้ 15 ครับ

คนที่ 2 ผมคิดจากการบวก 5 + 5 + 5 ได้ 15 ครับ

คนที่ 3 ผมคิดในใจ โดยอาศัยสูตรคูณ $3 \times 5 = 15$ ครับ

2.3 ให้นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์ด้วยตัวของนักเรียนเองหรือด้วยความช่วยเหลือของครู เช่น

- หลังจากที่ครูแสดงภาพการบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหลักเดียวไม่มีทดหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์การบวก ซึ่งจะได้ว่าตั้งหลักให้ตรงกัน แล้วบวกไปทีละหลักโดยเริ่มต้นจากหลักหน่วยไปหลักสิบ

2.4 ให้ยกตัวอย่างขัดแย้งหรือหาเหตุผลสนับสนุน

- จริงหรือไม่ที่ว่า "ในประโยคสัญลักษณ์การบวก ผลบวกเป็นจำนวนที่มีค่ามากที่สุด"

- จริงหรือไม่ที่ว่า "ผลลบอาจเท่ากับตัวตั้งได้"

2.5 ให้เกิดการทดลองและการแสวงหาคำตอบปัญหา เช่น

- จำนวนที่แทนด้วยตัวเลข 2 หลัก เช่น 96 เมื่อหมุนกระดาษนำด้านบนลงล่าง ยังเป็น 96 เหมือนเดิม จงหาจำนวนที่แทนด้วยตัวเลข 2 หลักอื่น ๆ ที่มีลักษณะเดียวกันนี้

- จงหาจำนวนที่แทนด้วยตัวเลข 2 หลัก ซึ่งเมื่อนำค่าของตัวเลขในแต่ละหลักรวมกันแล้วมีค่าเท่ากับ 12

การฝึกให้นักเรียนได้คิดและให้เหตุผลบ่อย ๆ ย่อมจะช่วยพัฒนาการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียน ครูจะต้องให้เวลานักเรียนในการคิดพอสมควรไม่รีบร้อนตอบคำถามเสียเอง ถ้าเห็นว่านักเรียนยังมองไม่เห็นวิธีหาคำตอบอาจให้ข้อแนะนำเพิ่มเติม ทั้งนี้ก็เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา

อีกส่วนหนึ่งที่นับว่าสำคัญตามมาก็คือการแสดงความคิดเห็นออกมาอย่างมีระเบียบชัดเจนและรัดกุม ในการทำแบบฝึกหัดจะมีส่วนที่นักเรียนต้องแสดงความคิดออกมา ครูควรดูแลการใช้ภาษาที่ชัดเจน กะทัดรัด และรัดกุมด้วย

3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรประถมศึกษาเป็นเนื้อหาวิชาที่เกี่ยวข้องกับการดำรงชีวิตประจำวันเป็นส่วนมาก เช่น เรื่องการคะเน การประมาณจำนวน การคิดคำนวณเกี่ยวกับเงิน เวลา การวัด ถ้าครูไม่จัดกิจกรรมเพื่อเชื่อมโยงการใช้ความรู้เหล่านี้ในชีวิตประจำวัน

นักเรียนก็จะไม่รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมโดยให้ปฏิบัติจริงหรือจำเหตุการณ์ที่นักเรียนประสบในชีวิตประจำวันมาเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรม เช่น ให้มีการแลกเงินหรือการซื้อขายที่มีการทอนเงิน จัดให้นักเรียนได้วัดความยาว ได้ชั่งน้ำหนักในเรื่องการบวก การลบ การคูณ การหาร ควรนำโจทย์จากชีวิตประจำวันมาให้นักเรียนคิดเพื่อให้ได้เห็นแนวทางในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะส่งผลต่อการรู้คุณค่าของคณิตศาสตร์

ในด้านการปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความสำคัญและจำเป็นเช่นเดียวกับการพัฒนาความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ครูจึงควรให้ความสนใจด้วยว่ากิจกรรมเหล่านั้นจะมีผลต่อเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทางบวกหรือทางลบ ถ้าจะมีผลในทางลบครูควรหลีกเลี่ยง

ตัวอย่างพฤติกรรมการสอนของครูที่อาจมีผลต่อเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทางบวก เช่น

1. สอนคณิตศาสตร์โดยเน้นความเข้าใจ
2. ให้ทำแบบฝึกหัดที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
3. ให้ทำกิจกรรมสนุก ๆ เช่น กิจกรรมการแข่งขัน

ตัวอย่างพฤติกรรมการสอนของครูที่อาจมีผลต่อเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทางลบ เช่น

1. สอนคณิตศาสตร์โดยเน้นแต่ความจำไม่เน้นความเข้าใจ
2. ให้แบบฝึกหัดที่ยากเกินความสามารถของนักเรียน
3. ทำโทษด้วยการให้ทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

หลักสูตรประถมศึกษาจัดวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในกลุ่มทักษะ ซึ่งเป็นเครื่องมือการเรียนรู้ แสดงว่าในการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ หลาย ๆ เรื่องต้องอาศัยวิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน เช่น ในการเรียนรู้เกี่ยวกับสหกรณ์ต้องใช้ความรู้ด้านการคิดคำนวณ ในการเรียนรู้เกี่ยวกับการประดิษฐ์ต้องใช้ความรู้ด้านการวัด เป็นต้น หากครูจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา เช่น เรื่องใดที่ต้องเรียนรู้ด้วยการปฏิบัติ เช่น การวัด การคะเน ก็ให้นักเรียนปฏิบัติในสถานการณ์ที่เห็นแนวทางการนำไปใช้ เพื่อจะได้เกิดทักษะและสามารถนำไปใช้ได้ นอกจากนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูสามารถจัดประสบการณ์ในการเรียนให้นักเรียนได้เคยชินกับทักษะกระบวนการ กระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการคิด เพื่อให้เกิดการพัฒนาตนของนักเรียน

ปัจจุบันโดยเฉพาะแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 มุ่งมั่นพัฒนาการศึกษาให้เป็นการสร้างรากฐานในการพัฒนาคุณภาพชีวิตของคน เน้นการพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนในทุกด้าน เน้นเด็กเป็นศูนย์กลาง (Child Centered) คือ ความรู้ที่เด็กจะได้รับจะออกมาจากเด็ก ซึ่งเด็กจะเป็นผู้ค้นคว้า แสวงหาคำตอบของสิ่งต่าง ๆ แล้วนำมาแลกเปลี่ยนกัน การเลือกสร้างบทเรียนและกิจกรรมต่าง ๆ ต้องคำนึงถึงการพัฒนาศักยภาพของเด็กเป็นสำคัญ การถ่ายทอดการบอกความรู้ จะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในระดับรู้ – จำ – เข้าใจ และทำตามอย่างได้เท่านั้น ไม่สามารถพัฒนาต่อไปสู่การแก้ไขปัญหาจริงในบริบทอื่น ๆ ได้

การเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง เน้นประสบการณ์การเรียนรู้ที่นักเรียนได้รับ ซึ่งส่งผลต่อความสามารถในตัวนักเรียน องค์ประกอบสำคัญคือ กิจกรรมการเรียนการสอนที่ท้าทายให้นักเรียนสนใจใคร่รู้ และแหล่งการเรียนรู้ที่หลากหลาย สนับสนุนให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้า ทดลองปฏิบัติ การจัดกิจกรรมดังกล่าวไม่ใช่เรื่องใหม่ เพียงแต่เวลาที่ผ่านมายังมีการนำมาใช้น้อย ถ้าครูผู้สอนตระหนักถึงผลที่จะเกิดในตัวนักเรียน มุ่งมั่นที่จะพัฒนาให้คนของชาติมีคุณลักษณะที่พึงประสงค์ไม่ด้อยจนเกินไปเมื่ออยู่ในสังคมของโลก โดยพยายามปรับเปลี่ยนกิจกรรมการเรียนการสอนอยู่เสมอ ๆ การเรียนการสอนก็จะพัฒนาไปตามลำดับ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2541, หน้า ข)

สุวร กาญจนมยูร (2544, หน้า 3-4) ได้เสนอแนวการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

แนวการจัดการศึกษาให้กับเยาวชนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ต้องจัดการเรียนรู้ตามหลักการของ พ.ร.บ. การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 หมวด 4 มาตรา 22, 23 และ 24 โดยมีหลักการว่า "ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ"

การเรียนรู้เป็นกระบวนการซึ่งเกิดขึ้นภายในสมองของบุคคล แต่ละคนเป็นผู้สร้างวิธีการเรียนรู้ สร้างความรู้ ความเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ จากการสังเกต คิดวิเคราะห์ หาเหตุผลจากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความรู้พื้นฐานเดิมที่มีอยู่ในตัวของแต่ละคน

การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล ผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่จบแต่ละช่วงชั้นต้องตรงตามมาตรฐานช่วงชั้นที่ประกอบด้วยมาตรฐานด้านความรู้ มาตรฐานด้านทักษะ / กระบวนการ และมาตรฐานด้านคุณธรรม จริยธรรม

และค่านิยมที่ระบุไว้ นักเรียนแต่ละคนได้เรียนรู้จากสภาพจริง ตามความถนัด ตามความสนใจ โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง เพื่อพัฒนาศักยภาพของตนเองในด้านการคิด ทักษะ/กระบวนการ การให้เหตุผล การคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การสื่อสารหรือการสื่อความหมาย รู้วิธีการเรียนรู้ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ ฉะนั้นแนวการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ควรเรียงลำดับขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นปูความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและพอเหมาะ พร้อมที่จะเรียนเนื้อหาใหม่

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นนำความรู้พื้นฐานที่จำเป็นไปใช้ในการเรียนเนื้อหาใหม่ ซึ่งจะทำให้ได้ความคิดรวบยอด หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ของเนื้อหาใหม่

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นนำความคิดรวบยอด หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ของเนื้อหาใหม่ไปฝึกทักษะ เพื่อให้เกิดความรู้ ความชำนาญอย่างถูกต้อง แม่นยำและรวดเร็ว

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นนำความรู้ ความชำนาญไปใช้ฝึกฝนจนเกิดความเฉลียวฉลาดรอบคอบ เกิดทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการแก้ปัญหาต่าง ๆ ทั้งในชีวิตประจำวันและในสาขาวิชาการที่เกี่ยวข้อง

นักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี ถ้าเรียนด้วยความเข้าใจในความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนแต่ละคนคิดได้เร็วไว ก็เพราะว่ามีเทคนิควิธีคิด แต่ถ้าขาดการฝึกฝน นาน ๆ คิดที ทักษะไม่มีเรียนจนจบปีก็จะไม่ได้อะไร

รูปแบบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ที่เคยใช้และทำให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีรูปแบบหนึ่งคือ

เล่น ⟶ เรียน ⟶ สรุป ⟶ ฝึกทักษะ ⟶ ประเมินผล

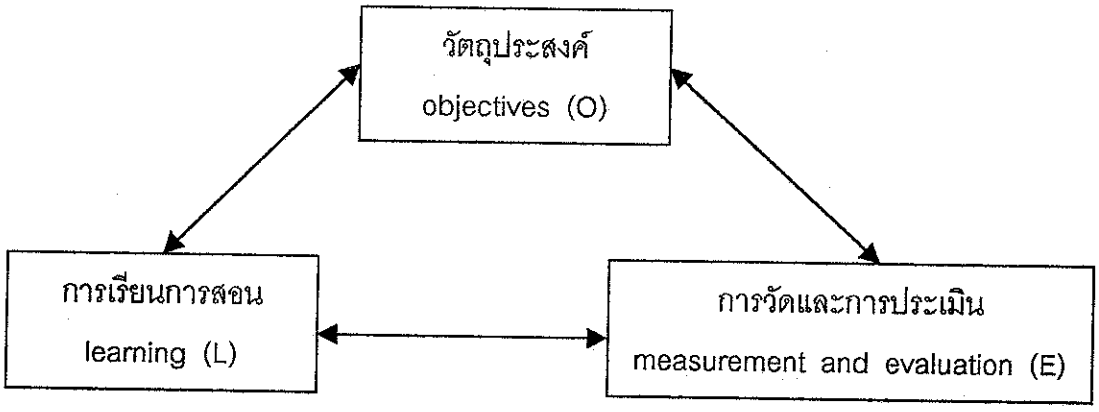
การเรียนคณิตศาสตร์ตามรูปแบบนี้ จะทำให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียน เพราะว่านักเรียนแต่ละคนได้สังเกต ได้คิดวิเคราะห์ ได้สำรวจสิ่งต่าง ๆ ที่กำลังเรียนอยู่ด้วยการเล่นกับสื่อที่เป็นรูปธรรม สามารถจับต้อง ดูบคลำได้ เห็นจะจะ เข้าตานักเรียน และศึกษาเล่าเรียนความคิดรวบยอด หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ สนุกสนาน เพลิดเพลิน สนใจและตั้งใจเรียนจนสามารถสรุปความคิดรวบยอด หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง พร้อมที่จะนำความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ เหล่านั้นไปฝึกทักษะจนเกิดความชำนาญถูกต้อง คิดได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ ซึ่งครูผู้สอนสามารถวัดผลและประเมินผลด้านความรู้และ

ความสามารถของนักเรียนแต่ละคนได้ตามสภาพจริงและบรรลุตรงตามมาตรฐานการเรียนรู้แบบที่เรียกว่า นักเรียนทุกคนรู้จริงและรู้แจ้ง

จากการศึกษาเอกสารต่าง ๆ เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จะพบว่า ควรจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อเกิดการเรียนรู้ และสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ และสามารถปฏิบัติจนเกิดความชำนาญ และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ ซึ่งกระบวนการที่จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้นั้นอาจจะต้องอาศัยสื่อต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรมหรือเกม เพลง นิทาน รูปภาพ มาประกอบในการเรียนการสอนจะช่วยให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ได้ง่ายและเร็วขึ้น ตลอดจนเกิดความสนุกสนานในวิชาคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้เชื่อมโยงต่อการเรียนวิชาอื่น ๆ และนำไปปฏิบัติในชีวิตประจำวันได้

การวัดและการประเมินผล

เป็นกระบวนการต่อเนื่องจากการเรียนการสอน แต่ต้องมีความสัมพันธ์และสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และกับการเรียนการสอน กล่าวคือ การวัดผลต้องวัดจากวัตถุประสงค์ของการเรียน และวัดในสิ่งที่ผู้สอนได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผลจากการวัดจะได้ข้อมูลแก่ผู้สอนและบุคคลที่เกี่ยวข้องเพื่อการปรับปรุงแก้ไขกิจกรรมการเรียนการสอน และเพื่อให้ทราบว่าผู้เรียนบรรลุวัตถุประสงค์เพียงใด ในขณะเดียวกันวัตถุประสงค์และกิจกรรมการเรียนการสอนก็เป็นสิ่งกำหนดรูปแบบของการวัดให้เหมาะสมด้วยองค์ประกอบทั้ง 3 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันสามารถเขียนเป็นวงจรความสัมพันธ์ได้ดังนี้

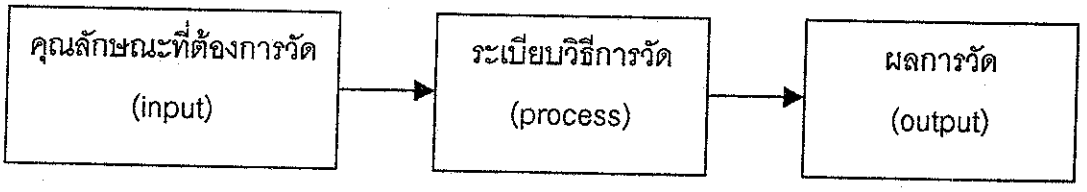


ภาพที่ 5 วงจรความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุประสงค์การเรียนการสอนการวัดและประเมินผล

วงจรความสัมพันธ์ OLE นี้ ผู้ที่จะทำการวัดและประเมินผลจะต้องตระหนักถึงองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องดังกล่าวด้วย (สุมาลี จันทร์ชลอ, 2542, หน้า 11)

การวัดผล คือ การกำหนดตัวเลขแทนคุณลักษณะที่ต้องการวัดด้วยระเบียบวิธีที่เชื่อถือได้ จากนิยามข้างต้นจะเห็นได้ว่าในการวัดมีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ประการ คือ

1. คุณลักษณะที่ต้องการวัด
2. ระเบียบวิธีวัด
3. ผลการวัด เขียนเป็นตัวแบบได้ดังนี้

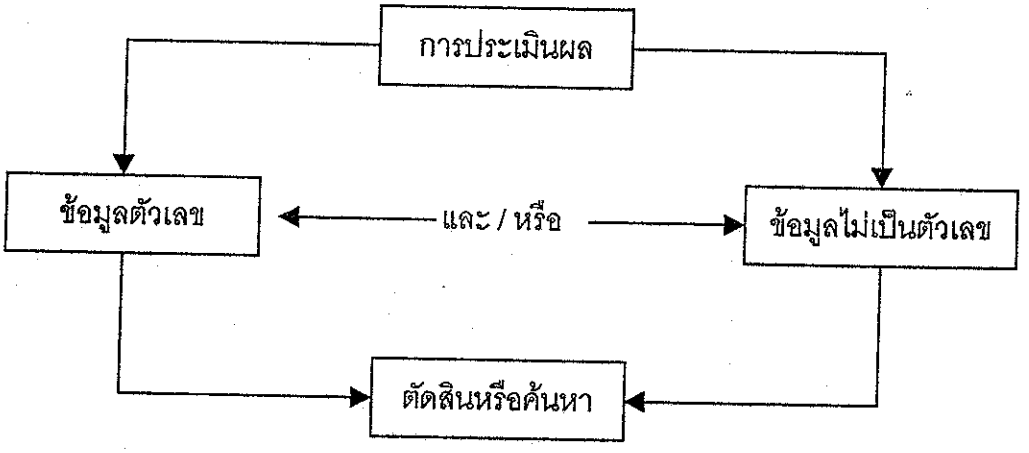


คุณลักษณะที่ต้องการวัด ได้แก่ ทักษะในการเรียนรู้ต่าง ๆ

ระเบียบวิธีการวัด ได้แก่ การทดสอบหรือการสอบถาม

ผลการวัด คือ ตัวเลข ซึ่งเรียกว่า "คะแนน"

การประเมินผล คือ การใช้ข้อมูลที่เป็นตัวเลข และหรือที่ไม่เป็นตัวเลขสำหรับการตัดสินเกี่ยวกับระดับความสามารถของผู้เรียน หรือค้นหาปัญหาต่าง ๆ ด้านการเรียนและการสอน ดังตัวแบบต่อไปนี้



ตัวแบบการประเมินผล

จะเห็นได้ว่า การวัดผลจะได้ข้อมูลซึ่งเป็นเพียงตัวเลขคะแนน ซึ่งต้องนำมาใช้ในการประเมินอีกขั้นหนึ่ง จึงจะได้ข้อสรุปที่ต้องการ การประเมินผลนั้นอาจใช้ข้อมูลตัวเลขหรือข้อมูลไม่เป็นตัวเลขอย่างหนึ่งอย่างใดก็ได้ หรืออาจใช้รวมกันทั้งสองอย่างก็ได้

การตัดสินใจเกี่ยวกับระดับความสามารถของผู้เรียนก็คือ การตัดสินใจว่าควรสอบผ่านหรือไม่ผ่าน ตลอดจนการตัดสินให้ระดับคะแนน ส่วนการค้นหาปัญหา ได้แก่ การค้นหาว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอหรือไม่ นักเรียนมีปัญหาในการเรียนเรื่องใดบ้าง หรือครูมีข้อบกพร่องในการสอนอย่างไร

การใช้ คำว่า "วัดผล" และ "ประเมินผล" บางครั้งใช้ควบคู่กันไป เช่น วัดและประเมินผล เพื่อเน้นว่าต้องใช้เฉพาะข้อมูลตัวเลขในการประเมิน (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2536, หน้า 113-114)

การวัดผลในวิชาคณิตศาสตร์ (สุรชัย ขวัญเมือง, 2522, หน้า 212) ได้กล่าวไว้ว่า กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ได้พิจารณาระเบียบประเมินผล และได้วางแนวในการวัดผลใหม่ในชั้นประถมศึกษาไว้ดังต่อไปนี้

1. การวัดผล จะวัดตามแบบของการวัดตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

2. การวัดผลตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม จะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อมีการวัดผลอย่างน้อย 3 ระยะ คือ

2.1 การวัดผลก่อนเรียน (pre-evaluation) เพื่อจะได้ดูพฤติกรรมก่อนเริ่มเรียน (entering behavior) ของนักเรียน

2.2 การวัดผลระหว่างเรียน เพื่อดูความเปลี่ยนแปลงของพฤติกรรมของผู้เรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างที่มีการเรียนการสอน และในประกาศของกระทรวงศึกษาธิการ เรื่องแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการประเมินผลการเรียนของโรงเรียนประถมศึกษา เรียกการวัดระหว่างการเรียนว่า การประเมินผลย่อย (formative Test)

2.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หรือที่เรียกในประกาศกระทรวงศึกษาธิการว่า การประเมินผลรวม (summative Test) ซึ่งมีจุดประสงค์ที่จะตรวจสอบผลจากการที่เด็กเรียนไปแล้วระยะหนึ่งว่า ความรู้ที่เด็กได้นั้นยังอยู่ห่างไกลจากเป้าหมายเพียงใด

ปัจจุบันการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับประถมศึกษาจะประเมินโดยการให้เป็นระดับคะแนน ซึ่งใช้ตัวเลขแสดงระดับผลการเรียนดังนี้ (กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2535, หน้า 5, มาลัยพร ทองสีเข้ม, 2542, หน้า 35 อ้างอิงจาก พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2538, หน้า 153)

4 หมายถึง ผลการเรียนดีมาก

3 หมายถึง ผลการเรียนดี

2 หมายถึง ผลการเรียนปานกลาง

1 หมายถึง ผลการเรียนผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด

0 หมายถึง ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

หลักการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ การประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญต่อการสอนของครู การสอนของครูจะมีประสิทธิภาพดีเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับว่าครูได้ทราบข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถทางการเรียนของนักเรียนอยู่เสมอ ซึ่งเกี่ยวกับการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2537, หน้า 6-7 อ้างอิงใน กัลยา ทองทศ, 2540, หน้า 16) ได้กำหนดวิธีการในการประเมินผลการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. การตรวจสอบความรู้พื้นฐาน และทักษะเบื้องต้นของนักเรียนก่อนที่จะทำการสอนในชั้นสูงขึ้นไป ส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ให้วัดความพร้อมของเด็ก

2. การประเมินผลระหว่างเรียน เพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดในแบบ ป. 02 หรือไม่ เพื่อพัฒนาปรับปรุงการเรียนการสอน ถ้านักเรียนไม่ผ่าน "เกณฑ์" ต้องสอนซ่อมเสริมให้

3. การประเมินผลปลายภาคเรียนหรือปลายปี เป็นการสรุปเพื่อแจ้งให้ผู้ปกครองทราบผลการเรียน โดยตัวเลขบอกระดับคะแนน

4. การประเมินเพื่อตัดสินการเรียนจะต้องประเมินเมื่อเรียนครบทุกจุดประสงค์แล้วเท่านั้น

การวัดผลประเมินผลส่วนใหญ่ โรงเรียนและครูผู้สอนจะเป็นผู้ดำเนินการในส่วนของการประเมินจุดประสงค์การเรียนรู้ในสมุด ป. 02 ดังนั้นจึงเป็นภาระหน้าที่และความรับผิดชอบของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่จะต้องกำหนดและสร้างเครื่องมือเพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนบรรลุเป้าหมายตามที่จุดประสงค์การเรียนรู้กำหนดไว้หรือไม่ (วิรัช วรรณรัตน์, 2534, หน้า 428-486 อ้างอิงใน มาลัยพร ทองสีเข้ม, 2542, หน้า 37)

จากการศึกษา กล่าวโดยสรุปได้ว่า การวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะประเมินผลของผู้เรียนเพื่อพัฒนาปรับปรุงการเรียนและการสอน โดยครูตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียน ตรวจสอบความสามารถของผู้เรียนตามจุดประสงค์ และประเมินผลเพื่อตัดสินการเรียนโดยการสร้างข้อสอบให้ครอบคลุมกับเนื้อหา และตรงตามจุดประสงค์ที่

กำหนดไว้ ซึ่งจุดประสงค์การเรียนรู้ควรประกอบด้วย 3 ด้าน คือ พุทธิพิสัย ทักษะพิสัย และจิตพิสัย และกำหนดคะแนน การวัดผลและการประเมินผลผ่านจุดประสงค์ การเรียนรู้ยึดตามหลักการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องของการคูณ ทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการคูณ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2542, หน้า 27) กล่าวไว้ว่า หมายถึงการบวกจำนวนที่เท่ากันหลายๆจำนวน อาจแสดงไว้ด้วยการคูณจำนวนสองจำนวน คือ จำนวนครั้งของจำนวนที่นำมารวมกัน กับจำนวนที่เท่าๆกันนั้น

จำนวนที่ได้จากการคูณจำนวนเข้าด้วยกัน เรียกว่า ผลคูณ

เครื่องหมาย " X " เป็นสัญลักษณ์แสดงการคูณ

ในการคูณจำนวนสองจำนวน เราสามารถสลับที่ ตัวตั้งและตัวคูณได้เพราะผลคูณเท่ากัน

ประภาพรรณ ทองเลิศ (2538, หน้า 15) กล่าวไว้ว่าการคูณหมายถึงการบวกจำนวนที่เท่าๆกันหลายๆจำนวน ซึ่งแสดงด้วยการคูณเพียงสองจำนวนคือ จำนวนครั้งที่นำมารวมกับจำนวนแต่ละ ที่เท่ากัน เช่น

$2+2+2 = 3 \times 2 = 6$

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2535, หน้า 70-71) ได้ให้ความหมายของการคูณไว้ว่า การคูณเป็นการนำจำนวนที่เท่าๆกันสองจำนวนหรือมากกว่ามารวมกัน การคูณจึงเป็นวิธีลัดของการบวก เช่น มีกล่องดินสอ 4 กล่อง แต่ละกล่องใส่ดินสอไว้ 2 แท่ง มีดินสอทั้งหมดเท่าไร สามารถแสดงความหมายได้โดย

1. แสดงด้วยภาพ
2. แสดงในรูปของเซต
3. แสดงในรูปของเส้นจำนวน
4. แสดงในรูปของประโยคสัญลักษณ์

4.1 การบวก

$2 + 2+2+2 = 8$

4.2 การคูณ

4 X 2 = 8

ประโยคสัญลักษณ์การคูณ มีวิธีเขียนดังนี้

ตัวเลขหน้าเครื่องหมายคูณ เป็นตัวเลขแสดงจำนวนเซต ส่วนตัวเลขหลัง เครื่องหมายคูณ เป็นตัวเลขแสดงจำนวนสมาชิกในแต่ละเซต ผลลัพธ์เรียกว่าผลคูณ ดังตัวอย่างประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวมาแล้ว 8 เรียกว่า ผลคูณ ของ 4 กับ 2 และ 4 กับ 2 ต่างเป็นตัวประกอบของ 8

จากความหมายของการคูณดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น สรุปได้ว่า การคูณคือ การนำเอาจำนวนตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปที่เท่ากันมารวมกันและได้เป็นจำนวนใหม่ขึ้นที่มีค่าเพิ่มขึ้นกว่าเดิม จำนวนใหม่ที่ได้เรียกว่า " ผลคูณ "หรือ "ผลลัพธ์" จำนวนครั้งของจำนวนที่เท่ากันจะเป็นตัวตั้ง และ ตัวเลขที่แสดงจำนวนที่เท่ากันจะเป็นตัวคูณ สัญลักษณ์ที่แสดงการคูณคือ " X " เรียกว่าเครื่องหมายคูณ

ความสำคัญของการคูณ (ประภาพรรณ ทองเลิศ, 2538, หน้า 15)กล่าวไว้ว่า

การคูณเป็นทักษะการคิดที่จำเป็น ของคนเพื่อใช้ในการดำรงชีวิตประจำวัน และจำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูง นอกจากนี้การคูณยังมีความสำคัญต่อคนเราในเรื่องอื่น ๆ อีกดังนี้

1. การคูณเป็นเครื่องมือที่สำคัญทางวิทยาศาสตร์

2. การคูณเป็นทักษะที่สัมพันธ์กับทักษะการบวก การลบและการหาร ดังนั้นถ้าเด็กมีทักษะการคูณจะทำให้มีทักษะอื่นตามไปด้วย

3. การคำนวณเรื่องต่าง ๆ เช่น การหาพื้นที่ การก่อสร้าง และอื่น ๆ ต้องอาศัยทักษะการคูณเป็นเครื่องมือทั้งสิ้น

4. การคูณเป็นเครื่องมือทำให้การคิดคำนวณเรื่องต่าง ๆ ได้รวดเร็ว

คุณสมบัติเฉพาะของการคูณ นอกจากความหมายและความสำคัญของการคูณดังที่กล่าวมาแล้ว ยังมีเนื้อหาที่เป็นคุณสมบัติเฉพาะของการคูณอีกในเรื่องต่อไปนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2542, หน้า 36-37) กล่าวไว้ดังนี้คือ

1. การคูณด้วย ศูนย์ (0) จำนวนใด ๆ คูณกับศูนย์ (0) ผลคูณมีค่าเท่ากับ ศูนย์ ดังนั้น ศูนย์คูณกับจำนวนใด ๆ ก็ได้ผลลัพธ์เท่ากับศูนย์ จำนวนอะไร คูณด้วยศูนย์ก็ได้ผลลัพธ์เท่ากับศูนย์

2. การคูณด้วย 1 จำนวนใด ๆ คูณกับ 1 ได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้น ดังนั้นหนึ่งคูณจำนวนใด ๆ ก็ตาม จะได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนนั้นเสมอ

ลำดับขั้นการเรียนรู้เนื้อหาเรื่องการคูณ หลักการสอนโดยทั่วไปผู้สอนจำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา และเทคนิคในการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ และบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ในหลักการสอนคณิตศาสตร์นั้นต้องสอนเป็นขั้น ๆ ไป จากง่ายไปหายาก จากรูปธรรมไปสู่นามธรรมดังได้กล่าวไว้แล้ว (วรรณี โสมประยูร, อ้างถึงใน นุชลดา ส่องแสง, 2540, หน้า 20) ลำดับขั้นการเรียนรู้เนื้อหาเรื่องการคูณ (ประภาพรรณ ทองเลิศ, 2538, หน้า 15-18) ได้กล่าวถึงไว้ดังนี้

<u>เนื้อหาเรื่องการคูณ</u>

1. ความหมายของการคูณและ สัญลักษณ์ X

1.1 การนับเพิ่มที่ละสิบ ทีละห้า ทีละสอง ทีละเท่า ๆ กัน และจำนวนคู่ จำนวนคี่

1.2 การบวกจำนวนครั้งละเท่า ๆ กัน ที่ละสิบ ทีละห้า ทีละสอง และทีละเท่า ๆ กัน

2. ประโยคสัญลักษณ์แสดงการคูณ

3. คุณสมบัติของการคูณ

3.1 การสลับที่

3.2 การเปลี่ยนกลุ่ม

3.3 การแจกแจง

4. การหาผลคูณและแสดงวิธีทำ

4.1 ระหว่างจำนวนที่มีหลักเดียวทั้งแนวนอนและแนวตั้ง

4.2 ระหว่างจำนวนที่มีสองหลักและจำนวนที่มีหลักเดียว

4.3 ระหว่างจำนวนที่ไม่เกินสามหลัก

<u>ความคิดรวบยอด / หลักการของการคูณ</u> แบ่งเป็นข้อได้ดังนี้

1. การนับของทีละสิบ ทีละห้า ทีละสอง และการนับของทีละเท่า ๆ กัน เป็นการนับที่เร็วกว่าทีละ หนึ่ง

2. จำนวนนับที่นับลดทีละสองแล้วหมดพอดี จะเป็นจำนวนคู่

3. จำนวนนับที่นับลดทีละสองแล้วไม่หมดพอดี เหลืออีกหนึ่งจะเป็นจำนวน คี่

4. การแสดงการบวกจำนวนที่เท่า ๆ กัน หลาย ๆ ครั้ง อาจจะแสดงได้ด้วยการคูณจำนวนเพียงสองจำนวน คือจำนวนที่เท่ากัน จำนวนหนึ่ง และจำนวนครั้งที่นำมารวมกันอีกจำนวนหนึ่ง

5. จำนวนที่ได้จากการคูณสองจำนวนเข้าด้วยกัน เรียกว่า ผลคูณ

6. " x " เป็นเครื่องหมายแสดงการคูณ ใช้เขียนระหว่างตัวเลขสองจำนวนที่นำมาคูณกัน

7. การคูณสามารถเขียนแสดงได้ 2 แบบ คือ

7.1 ตามแนวนอน

7.2 ตามแนวตั้ง

8. จำนวนที่เป็นผลคูณ ของ 10 คือ 10, 20, 30, 40, ...ซึ่งเป็นผลคูณของ 1 , 2, 3, 4, ...กับ 10 (ตามลำดับ)

9. จำนวนใดคูณกับ 10, 20, 30, 40, ... มีค่าเท่ากับ จำนวนนั้นคูณด้วย 1, 2, 3, 4,...(ตามลำดับ) แล้วคูณด้วย 10

10. การคูณจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหลักเดียว ควรคูณจำนวนในหลักหน่วยก่อน แล้วจึงคูณจำนวนในหลักสิบ

11. การคูณจำนวนสองจำนวน จะเอาจำนวนใดเป็นตัวตั้ง และจำนวนใดเป็นตัวคูณก็ได้ ผลคูณจะเท่ากัน ซึ่งเป็นคุณสมบัติการสลับที่ของการคูณ

12. การคูณจำนวนสามจำนวน เราจะคูณจำนวนใดก่อน แล้วนำผลคูณ มาคูณกับอีกจำนวนหนึ่งก็ได้ ผลคูณครั้งสุดท้ายจะเท่ากัน ซึ่งเป็นคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณ

13. การเชื่อมโยงการคูณและการบวก เช่น $8 \times (20 + 5) = (8 \times 20) + (8 \times 5)$ ซึ่งเป็นคุณสมบัติการแจกแจง

14. การคูณจำนวนสองจำนวนที่มีสองหลักทำได้หลายวิธี

14.1 กระจายจำนวนใดจำนวนหนึ่งตามค่าประจำหลัก แล้วจึงนำอีกจำนวนหนึ่งมาคูณ

14.2 กระจายจำนวนใดจำนวนหนึ่ง เป็นผลคูณของสองจำนวนที่มีหลักเดียว แล้วจึงนำอีกจำนวนหนึ่งมาคูณ

15. การคูณจำนวนสองจำนวนที่มีสามหลัก นิยมใช้วิธีลัด เพื่อความสะดวกและรวดเร็ว

ทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2541, หน้า 2) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1.1 เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

1.2 เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

1.3 สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหาปกติ (routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้

2.2 ปัญหาที่ไม่ปกติ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิดและปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาควรประกอบด้วย

3.1 การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาควรมองทะลุปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา

3.2 การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3.3 การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ

3.4 การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

3.5 การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

3.6 แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จะต้องมีแรงขับที่สร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

3.7 การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาจะต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ควรยอมรับรูปแบบอื่น ๆ และวิธีการใหม่ ๆ

3.8 การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

4. ความสำคัญของการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ (Lester, 1977, p. 12 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2540, หน้า 1) มีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และเป็นเครื่องช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ ความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ โดยแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์เอง และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่น ๆ (Bell, 1978, p. 311 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2540, หน้า 1) นอกจากนี้ เพอร์ไดคาริส (Perdikaris, 1993, p. 423 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2540, หน้า 1) ยังได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาว่าเป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะของนักเรียนที่ต้องการ เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น ความเป็นคนช่างคิดช่างสังเกต

5. กระบวนการแก้ปัญหา

การมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ดี และกระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาคณิตศาสตร์เพราะคำตอบของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดข้อค้นพบใหม่ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ (Perdikaris, 1993, p. 423 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2540, หน้า 1) กระบวนการแก้ปัญหาที่ยอมรับกันโดยทั่วไปคือ กระบวนการแก้ปัญหาของ โพลยา (Polya's , 1957, pp. 16-17 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2540, หน้า 1) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนดังนี้

5.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

อ่านสถานการณ์ให้เข้าใจ เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นปัญหานั้น ๆ แล้วจำแนกเป็น 3 ข้อดังนี้

5.1.1 สิ่งที่สถานการณ์ให้มา

5.1.2 สิ่งที่ต้องการให้หา

5.1.3 สถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ไว้หรือไม่

5.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (devising a plan)

เป็นการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ตามความเหมาะสม

5.3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

เป็นการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

5.4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)

ตรวจสอบโดยมองย้อนกลับหรือตรวจสอบแต่ละขั้นตอน หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ว่าตรงกันหรือไม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นหน่วยงานรับผิดชอบการสอนคณิตศาสตร์ ได้เสนอแนะแนวทางการแก้ปัญหาเชิงระบบไว้ในคู่มือครูคณิตศาสตร์ประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) หน้า 11 มีลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาให้ถ่องแท้
2. หาวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
3. ลงมือแก้ปัญหาตามวิธีการที่คิดว่าได้ผล
4. ตรวจสอบคำตอบ

สำหรับครูผู้สอนก็สามารถนำประสบการณ์การสอนของท่านมาคิดเชิงระบบได้ ดังเช่น รศ.วรรณี โสมประยูร ได้เสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหา ที่มีลำดับขั้นดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาและแปลคำถาม
2. วิเคราะห์ข้อความเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดและสิ่งที่โจทย์ถาม
3. หาความสัมพันธ์ของสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม
4. เขียนประโยคสัญลักษณ์
5. แสดงวิธีทำและตรวจคำตอบ

การนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ คือ

1. ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย
2. ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน
3. การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจง

4. นักเรียนไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี

5. กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ

6. นักเรียนทุกคนต้องการโอกาสที่จะเรียน และใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (Kennedy, 1994, pp. 82-83 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2540, หน้า 1)

การที่จะแก้ปัญหานั้น การรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหานับว่ามีความสำคัญ นอกจากจะส่งผลให้สามารถแก้ปัญหาได้แล้ว ยังทำให้แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

การสอนแก้ปัญหากับนักเรียนระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนอาจกำหนดหรือคัดเลือกสถานการณ์ที่เป็นปัญหาจากสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับตัวนักเรียน หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันที่อยู่รอบตัวนักเรียน เช่น การนำรูปภาพเหตุการณ์เกี่ยวกับชีวิตประจำวันหรือเรื่องราวที่อยู่รอบตัวนักเรียนมากำหนดเป็นสถานการณ์ปัญหา หรือนำรูปภาพมาเร้าให้นักเรียนคิดสถานการณ์ปัญหาจากรูปภาพนั้น นอกจากนี้ครูอาจใช้คำคล้องจอง เพลง เกม นิทาน เรื่องราว และอื่น ๆ มาเป็นสื่อกำหนดสถานการณ์ให้นักเรียนแก้ปัญหา หรือนำสื่อดังกล่าวมาให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเอง จะทำให้นักเรียนมีความสนใจ ตั้งใจ สนุก มีความสุขและมีเจตคติที่ดีในการเรียนและการคิดแก้ปัญหานั้นมากยิ่งขึ้น (กรมวิชาการ, 2540, หน้า 1-3)

กาเย่ (Gagne ,1985, pp. 186-187 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2541, หน้า 3-4) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหา

1. ทักษะทางปัญญา (intellectual skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (problem schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (planning strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (cognitive strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (validating the answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

ในการสอนคณิตศาสตร์นั้น เมื่อผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัด ถ้าเป็นเรื่องง่ายและผู้เรียนสามารถทำได้ก็จะฝึกไปจนเกิดความชำนาญ (skill) และใช้ข้อเท็จจริงหรือหลักการและความคิดรวบยอดที่ไม่ซับซ้อน อาจจะใช้เพียงข้อเท็จจริงหรือหลักการหรือความคิดรวบยอดเดียวฝึกซ้ำ ๆ จนเกิดทักษะ อย่างไรก็ตามในตัวแบบฝึกหัดนั้นเมื่อใช้หลาย ๆ ข้อเท็จจริง หรือหลายหลักการหรือหลายความคิดรวบยอด นักเรียนก็ไม่สามารถจะทำได้จึงพบ "ปัญหา" ว่าจะทำอย่างไร

เมื่อผู้เรียนพบ "ปัญหา" ก็จะเกิดการแก้ปัญหา ก็จะต้องถามต่อไปอีกว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร การแก้ปัญหานั้นมี "กระบวนการแก้ปัญหา" เมื่อผู้เรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหานั้นได้ เมื่อได้ฝึกการแก้ปัญหาบ่อย ๆ ก็จะเกิดทักษะการแก้ปัญหา (problem solving skill)

สิริพร ทิพย์คง (2536, หน้า 157-159 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2541, หน้า 4) เสนอแนะกิจกรรมเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน เป็นโจทย์ที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านี้

2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและทบทวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา

3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ

4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับนักเรียน

5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ

7. แนะให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา โดยการวาดรูปหรือแผนภาพ

8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของนักเรียนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

พรทิพย์ ยาวะประภาษ (2537, หน้า 24 อ้างถึงใน กรมวิชาการ, 2541, หน้า 4) ได้กล่าวว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูจำเป็นจะต้องนำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาใช้เพื่อ

1. สาธิตให้เข้าใจถึงสิ่งจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์
2. ใช้ในการเริ่มความคิดรวบยอดใหม่ ๆ ที่ยังไม่เคยเรียนรู้
3. สรุปหลักการทางคณิตศาสตร์
4. ช่วยให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างการคิดคำนวณวิธีต่าง ๆ
5. ให้มองเห็นปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
6. เพิ่มพูนประสบการณ์การอ่านของนักเรียนให้ดีขึ้น
7. ทำให้เกิดแรงจูงใจ ความสนใจ และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. ข้อแนะนำในการสอนการแก้ปัญหา

6.1 ก่อนที่ครูผู้สอนจะให้นักเรียนเรียนแก้ปัญหา ครูผู้สอนควรให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ให้เข้าใจ (สำหรับนักเรียนที่ยังอ่านไม่คล่อง ครูผู้สอนอาจอ่านให้นักเรียนฟัง) แล้วให้นักเรียนพิจารณาดูว่าสถานการณ์ให้รายละเอียดอะไรบ้าง แล้วจำแนกสถานการณ์ออกเป็น

6.1.1 สิ่งที่สถานการณ์ให้มา

6.1.2 สิ่งที่ต้องการให้หา

6.1.3 ในสถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ปัญหาไว้หรือไม่ และนักเรียนสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ ได้หรือไม่

6.2 วางแผนแก้ปัญหา สถานการณ์ที่กำหนดให้จะมีวิธีแก้ปัญหามากมาย ครูอาจยกตัวอย่างแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้นักเรียนดู เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียน นักเรียนบางคนอาจมีวิธีแก้ปัญหาแตกต่างไปจากที่ครูเสนอแนะก็ได้ ครูไม่ควรยึดติดกับคำตอบเท่านั้น ครูควรงด วิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน ในการสอนทุกครั้งควรมีการสรุป ชี้แนะให้นักเรียนได้พิจารณาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อสร้างนิสัยให้นักเรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำ และรู้จักเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ง่าย สั้น และสะดวกที่สุด

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีหลายวิธี เช่น

6.2.1 เดาและตรวจสอบ (guess and check)

6.2.2 ทำปัญหาให้ง่ายลง (make a simplier problem)

6.2.3 ค้นหารูปแบบ (look for a pattern)

6.2.4 วาดรูป หรือแผนภาพ (draw a picture)

6.2.5 ทำตาราง (make a table)

6.2.6 แจงกรณีอย่างมีระบบ (make an organized list)

6.2.7 ทำย้อนกลับ (work backward)

6.2.8 ใช้หลักเหตุผล (use logical reasoning)

6.2.9 การแสดงบทบาทสมมุติ (simulation)

6.3 แก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ครูผู้สอนควรให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ครูผู้สอนไม่ควรจะกำหนดว่านักเรียนจะต้องใช้ยุทธวิธีนี้จึงถูกต้อง และในบางสถานการณ์อาจใช้หลายยุทธวิธีผสมกันก็ได้ ถ้านักเรียนยังคิดหายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาไม่ได้ ครูผู้สอนควรให้การเสริมแรงทางบวก เพื่อให้นักเรียนมีกำลังใจในการทำต่อไป

สถานการณ์ที่มีการคิดคำนวณ ถ้านักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมชัดเจน ในขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนมักจะมีปัญหาอยู่ที่การคิดคำนวณเท่านั้น ซึ่งถ้านักเรียนได้รับการฝึกทักษะมาอย่างพอเพียง ก็จะไม่มีปัญหาแต่อย่างใดสำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบาย การให้เหตุผล ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝังและฝึกฝนการใช้ความคิด ในการให้เหตุผลของนักเรียน เช่น การสร้างโจทย์ หรือสถานการณ์ ที่ต้องการตัดสินใจ ต้องการคำอธิบายนอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ

ครูควรฝึกให้นักเรียนตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผนโดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่าเหมาะสมกับการแก้ปัญหาหรือไม่ ปัญหาบางปัญหาในชีวิตจริงไม่สามารถนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้โดยตรง ครูควรฝึกให้นักเรียนพิจารณาและปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสม

6.4 ตรวจสอบ ครูผู้สอนส่วนใหญ่จะมองข้ามความสำคัญของการตรวจสอบ เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันมักให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าการคำนึงถึงกระบวนการในการคิด จึงมีแนวโน้มว่าครูผู้สอนจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์แล้ว ครูผู้สอนไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดการเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวนี้ แต่ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่น หรือวิธีการคิดอย่างอื่นอีกหรือไม่ โดยครูผู้สอนอาจใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับ หรือตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ในลักษณะต่อไปนี้ เช่น

6.4.1 วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่

6.4.2 ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์อ้างถึงครบหรือไม่

6.4.3 สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นความจริงหรือไม่

6.4.4 มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าจะปรับให้ง่ายขึ้นบ้าง

6.4.5 สามารถใช้วิธีการอื่นในการแก้โจทย์ปัญหาข้อเดิมนี้ได้อีกหรือไม่

6.4.6 วิธีการที่นักเรียนใช้จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ได้บ้างหรือไม่

หลังจากที่ครูให้นักเรียนแก้สถานการณ์ต่าง ๆ แล้วอาจจะมีการฝึกทักษะในการแก้ปัญหา (มีตัวอย่างให้ในบางสถานการณ์) หรือฝึกการสร้างโจทย์ปัญหา โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งดัดแปลงจากปัญหาเดิม เพื่อฝึกการมองไปข้างหน้า ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถต่อไป (กรมวิชาการ, 2541, หน้า 5-6)

ชุดการสอน

ความหมายของชุดการสอน ชุดการสอนเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาชนิดหนึ่งที่จะช่วยให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น เพราะชุดการสอนจัดเป็นสื่อการสอนชนิดหนึ่งซึ่งเป็นสื่อประสมที่จะช่วยพัฒนาพฤติกรรมของผู้เรียนให้บรรลุวัตถุประสงค์และมีคุณภาพยิ่งขึ้น ชุดการสอนมีประโยชน์และอำนวยความสะดวกแก่ครูผู้สอน และเป็นที่สนใจสำหรับผู้มีความรับผิดชอบในการจัดการศึกษา และได้ส่งเสริมให้ครูผู้สอนมีความรู้และสามารถในการผลิตชุดการสอนเพื่อใช้ในการเรียนการสอน สำหรับความหมายของชุดการสอนมีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่านดังนี้

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542, หน้า 91) ชุดการสอนหรือชุดการเรียนมาจากคำว่า instructional package หรือ learning package หรือบางคนเรียกรวมกันเลยว่าชุดการเรียนการสอน หมายความว่าเป็นสื่อการสอนชนิดหนึ่งซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (multi media) (หมายถึง การใช้สื่อการสอนตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปร่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนได้รับความรู้ตามที่ต้องการ สื่อที่นำมาใช้ร่วมกันนี้จะช่วยเสริมประสบการณ์ซึ่งกันและกันตามลำดับขั้นที่จัดเอาไว้) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนตามหัวข้อเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยที่ต้องการจะให้ผู้เรียนได้รับโดยจัดเอาไว้เป็นชุด ๆ บรรจุอยู่ในซองหรือในกระเป๋าก็แล้วแต่ผู้สร้างจะทำขึ้น

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537, หน้า 114-118 อ้างอิงใน สิริลักษณ์ บรรเทิงสุข, 2541, หน้า 33) ได้ให้ความหมายของชุดการสอนไว้ว่า ชุดการสอนตรงกับภาษาอังกฤษว่า "instructional package" เป็นสื่อประสมประเภทหนึ่งซึ่งมีจุดมุ่งหมายเฉพาะเรื่องที่จะสอน และ

ยังเป็นสื่อประสมที่ได้จากระบบการผลิตและการนำสื่อการสอนที่สอดคล้องกับวิชา หน่วย หัวเรื่อง และวัตถุประสงค์ เพื่อช่วยให้การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525, หน้า 185 อ้างอิงใน วารี จัดพล, 2540, หน้า 44) สรุปได้ว่า ชุดการสอน หมายถึง สื่อการเรียนการสอนหลาย ๆ อย่างประกอบกัน หรือที่เรียกกันว่าสื่อประสม สะดวกต่อการใช้ในการเรียนการสอน โดยมีระบบการผลิตที่สอดคล้องกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์ ช่วยให้ผู้เรียนบรรลุจุดมุ่งหมายทางการเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กรองกาญจน์ อรุณรัตน์ (2536, หน้า 193-194) ให้ความหมายว่า ชุดการสอน หมายถึง ชุดของสื่อประสมที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาและประสบการณ์ในการเรียนของแต่ละหน่วย โดยการนำวิธีการจัดระบบมาใช้ ทั้งนี้เพื่อช่วยในการเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้บรรลุผลตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้ และช่วยให้การสอนของครูดำเนินไปโดยสะดวก และมีประสิทธิภาพ

ลัดดา ศุขปรีดี (2522, หน้า 134) ได้อธิบายความหมายของชุดการสอนไว้ว่าเป็นการรวมสื่อการสอนอย่างสมบูรณ์ตามแบบแผนที่วางไว้ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายของการสอน ชุดการสอนเป็นระบบสื่อประสมสำเร็จรูป เพื่อให้ครูใช้ในการสอนโดยที่ครูไม่ต้องเตรียมสื่ออื่น ๆ หรือวางแผนการสอนใหม่ภายในชุดการสอนจะมีสื่อแนะนำวิธีดำเนินการสอนพร้อมที่จะให้ครูนำไปใช้ในการสอนตรงกับจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ครูก็สามารถนำชุดการสอนไปใช้ได้

วรรณี สุทธิขาว (2535, หน้า 33)ได้สรุปความหมายของชุดการสอนว่า ชุดการสอนหรือชุดการเรียน หมายถึง ชุดประสบการณ์ที่มีความสมบูรณ์ เป็นการเอาสื่อประสมมาใช้ในการเรียนการสอนเพื่อช่วยให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามความประสงค์อันเป็นการสร้างเสริมประสิทธิภาพการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้น

แนวคิดและหลักการของชุดการสอน (บุญเกื้อ ควรหาเวช, 2542, หน้า 92-93)

แนวคิดและหลักการในการนำเอาชุดการสอนมาใช้ในระบบการศึกษาพอจะสรุปได้ 5 ประการ คือ

1. การประยุกต์ทฤษฎีความแตกต่างระหว่างบุคคล การเรียนการสอนต้องคำนึงถึงความต้องการ ความถนัด และความสนใจของผู้เรียนเป็นสำคัญ วิธีการสอนที่เหมาะสมที่สุดก็คือการจัดการสอนรายบุคคลหรือการศึกษาตามเอกัตภาพ และการศึกษาด้วยตนเอง ซึ่งจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามระดับสติปัญญา ความสามารถและความสนใจ โดยมีครูคอยแนะนำช่วยเหลือตามความเหมาะสม

2. ความพยายามที่จะเปลี่ยนแนวการเรียนการสอนไปจากเดิม การจัดการเรียนการสอนแต่เดิมนั้นเรายึดครูเป็นหลักเปลี่ยนมาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนเรียนเอง โดยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อหรือวิธีการต่าง ๆ การนำสื่อการสอนมาใช้จะต้องจัดให้ตรงกับเนื้อหาและประสบการณ์ตามหน่วยการสอนของวิชาการต่าง ๆ โดยนิยมจัดในรูปของชุดการสอน การเรียนในลักษณะนี้ผู้เรียนจะเรียนจากครูเพียงประมาณ 1 ใน 4 ส่วน ส่วนที่เหลือผู้เรียนจะเรียนจากสื่อด้วยตนเอง

3. การใช้สื่อการสอนได้เปลี่ยนแปลงและขยายตัวออกไป การใช้สื่อการสอนในปัจจุบันได้คลุมไปถึงการใช้วัสดุสิ้นเปลือง เครื่องมือต่าง ๆ รวมทั้งกระบวนการและกิจกรรมต่าง ๆ แต่เดิมนั้นการผลิตและการใช้มักจะออกมาในรูปต่างคนต่างผลิต ต่างคนต่างใช้เป็นสื่อเดี่ยว ๆ มิได้มีการจัดระบบการใช้สื่อหลายอย่างมาผสมผสานกันให้เหมาะสม และใช้เป็นแหล่งความรู้สำหรับผู้เรียนแทนการใช้ครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ให้แก่ผู้เรียนตลอดเวลา แนวโน้มใหม่จึงเป็นการผลิตสื่อการสอนแบบประสมให้เป็นชุดการสอน อันจะมีผลต่อการใช้ของครู คือ เปลี่ยนจากการใช้สื่อเพื่อช่วยครูสอน คือ ครูเป็นผู้หยิบใช้อุปกรณ์ต่าง ๆ มาเป็นใช้สื่อการสอนเพื่อช่วยผู้เรียนเรียน คือ ให้ผู้เรียนหยิบและใช้สื่อการสอนต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยอยู่ในรูปของชุดการสอน

4. ปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้เรียน และผู้เรียนกับสภาพแวดล้อม แต่ก่อนความสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนในห้องเรียนมีลักษณะเป็นทางเดียว คือ ผู้สอนเป็นผู้นำและผู้เรียนเป็นผู้ตาม ผู้สอนมิได้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนจะมีโอกาสได้พูดก็ต่อเมื่อผู้สอนให้พูด การตัดสินใจของผู้เรียนส่วนใหญ่มักจะตามผู้สอน ผู้เรียนเป็นฝ่ายเอาใจผู้สอนมากกว่าผู้สอนเอาใจผู้เรียน ในส่วนที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนนั้นแทบจะไม่มีเอาเลย เพราะผู้สอนส่วนใหญ่ไม่ชอบให้ผู้เรียนคุยกัน ผู้เรียนจึงไม่มีโอกาสฝึกฝนทำงานร่วมกันเป็นหมู่คณะ เชื่อฟังและเคารพความคิดเห็นของผู้อื่น เมื่อเติบโตจึงทำงานร่วมกันไม่ได้ นอกจากนี้ปฏิกิริยาสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับสภาพแวดล้อม ก็มักอยู่กับเพียงชอล์ก กระดานดำ และแบบเรียน ในห้องสี่เหลี่ยมแคบ ๆ แนวโน้มในปัจจุบันและอนาคตของกระบวนการเรียนรู้จึงต้องนำเอากระบวนการกลุ่มสัมพันธ์มาใช้ในการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนประกอบกิจกรรมร่วมกัน ทฤษฎีกระบวนการกลุ่มจึงเป็นแนวคิดทางพฤติกรรมศาสตร์ ซึ่งนำมาสู่การจัดระบบการผลิตสื่อออกมาในรูปของชุดการสอน

5. การจัดสภาพสิ่งแวดล้อม การเรียนรู้ได้ยึดหลักจิตวิทยาการเรียนมาใช้ โดยจัดสภาพการณ์ออกมาเป็นการสอนแบบโปรแกรม หมายถึง ระบบการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีโอกาสร่วมในกิจกรรมการเรียนด้วยตนเอง มีทางทราบว่าการตัดสินใจหรือการทำงาน

ของตนถูกหรือผิดอย่างไร มีการเสริมแรงบวกที่ทำให้ผู้เรียนภาคภูมิใจที่ได้ทำถูกหรือคิดถูก อันจะทำให้กระทำพฤติกรรมนั้นซ้ำอีกในอนาคต และให้ค่อยเรียนรู้ไปทีละขั้นตอนตามความสามารถและความสนใจของผู้เรียนเองโดยไม่มีใครบังคับ การจัดสภาพการณ์ที่จะเอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ตามนัยดังกล่าวข้างต้น จะมีเครื่องมือช่วยให้บรรลุจุดมุ่งหมายปลายทาง โดยการจัดการสอนแบบโปรแกรม และใช้ชุดการสอนเป็นเครื่องมือสำคัญ

ประเภทของชุดการสอน (บุญเกื้อ ควรหาเวช, 2542, หน้า 94-95) ได้กล่าวว่า ชุดการสอนที่ใช้กันอยู่แบ่งออกได้เป็น 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. ชุดการสอนประกอบคำบรรยาย เป็นชุดการสอนสำหรับผู้สอนจะใช้สอนผู้เรียนเป็นกลุ่มใหญ่หรือเป็นการสอนที่ต้องการปูพื้นฐานให้ผู้เรียนส่วนใหญ่รู้และเข้าใจในเวลาเดียวกัน มุ่งในการขยายเนื้อหาสาระให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชุดการสอนแบบนี้จะช่วยให้ผู้สอนลดการพูดให้น้อยลงและใช้สื่อการสอนที่มีพร้อมอยู่ในชุดการสอน ในการเสนอเนื้อหามากขึ้น สื่อที่ใช้อาจได้แก่ รูปภาพ แผนภูมิ สไลด์ ฟิล์มสตริป ภาพยนตร์ เทปบันทึกเสียง หรือกิจกรรมที่กำหนดไว้ เป็นต้น ข้อสำคัญก็คือสื่อที่จะนำมาใช้นี้จะต้องให้ผู้เรียนได้เห็นอย่างชัดเจนทุกคน ชุดการสอนชนิดนี้บางคนอาจเรียกว่า ชุดการสอนสำหรับครูก็มี

2. ชุดการสอนแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดการสอนสำหรับให้ผู้เรียนเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 5-7 คน โดยใช้สื่อการสอนที่บรรจุไว้ในชุดการแต่ละชุดมุ่งที่จะฝึกทักษะในเนื้อหาวิชาที่เรียนและให้ผู้เรียนมีโอกาสทำงานร่วมกัน ชุดการสอนชนิดนี้มักจะใช้ในการสอนแบบกิจกรรมกลุ่ม เช่น การสอนแบบศูนย์การเรียนการสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์ เป็นต้น ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดในตอนต่อไป

3. ชุดการสอนแบบรายบุคคล หรือชุดการสอนตามเอกัตภาพ เป็นชุดการสอนสำหรับเรียนด้วยตนเองเป็นรายบุคคล คือผู้เรียนจะต้องศึกษาหาความรู้ตามความสามารถและความสนใจของตนเอง อาจจะเรียนที่โรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้ ส่วนมากมักจะมุ่งให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนเพิ่มเติม ผู้เรียนสามารถจะประเมินผลการเรียนด้วยตนเองได้ด้วย ชุดการสอนชนิดนี้อาจจะจัดในลักษณะของหน่วยการสอนย่อยหรือโมดูลก็ได้

นอกจาก 3 ประเภทดังกล่าวนี้แล้ว อาจมีผู้แตกย่อยออกเป็นชนิดอื่น ๆ อีก เช่น มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช มีการใช้ชุดการสอนทางไกล ซึ่งเป็นชุดการสอนผู้สอนกับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่น ต่างเวลากัน มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาได้ด้วยตนเองโดยไม่ต้องเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนเสริม

ตามศูนย์บริการการศึกษา นอกจากนี้ยังมีชุดการฝึกอบรมชุดการสอนของผู้ปกครอง ชุดการสอนทางไปรษณีย์ เป็นต้น

องค์ประกอบของชุดการสอน (บุญเกื้อ ควรหาเวช, 2542, หน้า 95-97)กล่าวไว้ว่า องค์ประกอบที่สำคัญ ๆ ภายในชุดการสอนสามารถจำแนกออกเป็น 4 ส่วนด้วยกัน คือ

1. คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการสอนสำหรับผู้สอนหรือผู้เรียนตามแต่ละชนิดของชุดการสอน ภายในคู่มือจะชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดการสอนเอาไว้อย่างละเอียด อาจจะทำเป็นเล่มหรือแผ่นพับก็ได้ ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียด และหลักการเขียนในตอนต่อไป

2. บัตรคำสั่งหรือคำแนะนำ จะเป็นส่วนที่บอกให้ผู้เรียนดำเนินการเรียน หรือประกอบกิจกรรมแต่ละอย่าง ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ บัตรคำสั่งจะมีอยู่ในชุดการสอนแบบกลุ่มและรายบุคคล ซึ่งจะประกอบด้วย

2.1 คำอธิบายในเรื่องที่จะศึกษา

2.2 คำสั่งให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรม

2.3 การสรุปบทเรียน

บัตรคำสั่งนี้มักนิยมใช้กระดาษแข็งตัดเป็นบัตรขนาด 6 คูณ 8 นิ้ว

3. เนื้อหาสาระและสื่อ จะบรรจุไว้ในรูปของสื่อการสอนต่าง ๆ อาจจะประกอบด้วย บทเรียนโปรแกรม สไลด์ เทปบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป แผ่นภาพ โปร่งใส วัสดุกราฟฟิคส์ หุ่นจำลอง ของตัวอย่าง รูปภาพ เป็นต้น ผู้เรียนจะศึกษาจากสื่อการสอนต่าง ๆ ที่บรรจุอยู่ในชุดการสอน ตามบัตรคำที่กำหนดไว้ให้

4. แบบประเมินผล ผู้เรียนจะทำการประเมินผลความรู้ด้วยตนเองก่อนและหลังเรียน แบบประเมินผลที่อยู่ในชุดการสอนอาจจะเป็นแบบฝึกหัดให้เติมคำในช่องว่าง เลือกคำตอบที่ถูก จับคู่ ดูผลจากการทดลอง หรือให้ทำกิจกรรม เป็นต้น

ส่วนประกอบข้างต้นนี้จะบรรจุในกล่องหรือซอง จัดเอาไว้เป็นหมวดหมู่ เพื่อสะดวกแก่การใช้ นิยมแยกออกเป็นส่วนต่าง ๆ ดังนี้

1. กล่อง
2. สื่อการสอนและบัตรบอกชนิดของสื่อการสอนเรียงตามการใช้
3. บันทึกการสอน ประกอบด้วยรายละเอียดดังนี้

3.1 รายละเอียดเกี่ยวกับวิชาและหน่วยการสอน

3.2 รายละเอียดเกี่ยวกับผู้เรียน

3.3 เวลา จำนวนชั่วโมง