

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาและค้นคว้าเอกสารต่าง ๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการสอนคณิตศาสตร์ และได้สรุปเนื้อหาสาระและเรียบเรียงไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
 - 1.1 ความหมายของคณิตศาสตร์
 - 1.2 ความสำคัญของคณิตศาสตร์ และประโยชน์ของคณิตศาสตร์
 - 1.3 ธรรมชาติของคณิตศาสตร์
 - 1.4 ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา
 - 1.5 หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.6 การจัดประสบการณ์การเรียนรู้การสอนอย่างมีระบบ
 - 1.7 จิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.8 สมรรถภาพของครูคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษา
2. หลักสูตรกลุ่มทักษะวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
 - 2.1 จุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์
 - 2.2 โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์
 - 2.3 เนื้อหาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-4
 - 2.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
 - 2.5 การวัดและการประเมินผล
3. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องของการคูณ ทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของการคูณ
 - 3.2 ความสำคัญของการคูณ
 - 3.3 คุณสมบัติเฉพาะของการคูณ
 - 3.4 ลำดับขั้นการเรียนรู้เนื้อหาการคูณ
 - 3.4 ทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์

4. ขุดการสอน
 - 4.1 ความหมายของขุดการสอน
 - 4.2 แนวคิดและหลักการของขุดการสอน
 - 4.3 ประเภทของขุดการสอน
 - 4.4 องค์ประกอบของขุดการสอน
 - 4.5 ขั้นตอนในการผลิตขุดการสอน
 - 4.6 แนวการหาประสิทธิภาพของขุดการสอน
 - 4.7 ประโยชน์ของขุดการสอน
5. การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.2 จุดมุ่งหมายของการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.3 ประเภทของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.5 หลักเกณฑ์เบื้องต้นในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.6 กระบวนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.7 ลักษณะที่ดีของแบบทดสอบ
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับขุดการสอน
 - 6.1 งานวิจัยภายในประเทศ
 - 6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

ความหมายของคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ประกอบด้วย พื้นฐานทางจำนวน พีชคณิต การวัด เรขาคณิต และสถิติ การเรียนการสอนเน้นในด้านการพัฒนาความคิด ความเข้าใจ โดยใช้กิจกรรมของจริง หรืออุปกรณ์ โดยคำนึงถึงความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา และการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2535, หน้า 16 อ้างถึงใน วันทนีย์ พิทักษาวรรกร, 2540, หน้า 3) สิ่งที่เราเรียนรู้ คือ ความรู้ ซึ่งเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับตัวเลข เป็นศาสตร์ของการคิดคำนวณ มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล เพื่อให้สื่อความหมายและเข้าใจกันได้ และยังเป็นเครื่องมือที่แสดงความคิดเห็นที่เป็นระเบียบ มีเหตุผล มีวิธีการและหลักการที่แน่นอน เพื่อช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ (วันทนีย์ พิทักษาวรรกร, 2540,

หน้า 13 อ้างอิงจาก จีวีวรรณ กิตติกร, 2537, หน้า 5) สิ่งที่เราสร้างสรรคจิตใจมนุษย์เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล (วันทนีย์ พิทักษาวรากร, 2540, หน้า 13 อ้างอิงจาก จีวีวรรณ ฐมชัย, 2534, หน้า 8-10) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณโดยการสัมพันธ์กับตัวเลข สัญลักษณ์ เพื่อให้สื่อความหมายและเข้าใจกันได้ เป็นเครื่องมือที่แสดงความคิดเห็นเป็นระเบียบที่มีเหตุผล วิธีการ และหลักการที่แน่นอน เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในการดำรงชีวิตประจำวัน (วันทนีย์ พิทักษาวรากร, 2540, หน้า 13) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด การคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการคิดที่มีแบบแผน มีความเป็นเหตุเป็นผลต่อกันทุกขั้นตอน โดยสามารถพิสูจน์ให้เห็นจริงได้ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีภาษาเฉพาะตัว กล่าวคือเป็นภาษาสัญลักษณ์ที่สื่อความหมายได้เป็นสากล เช่น $2 + 3 = 5$ เป็นต้น อันเป็นความหมายที่ทุกคนสามารถเข้าใจได้ตรงกัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2538, หน้า 3)

ดังนั้นความหมายของคณิตศาสตร์อาจกล่าวได้ดังนี้คือ คณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้เกี่ยวกับเรื่องของความคิดที่เป็นเหตุเป็นผลต่อกัน และเน้นสิ่งที่เป็นนามธรรมใช้ความเป็นเหตุเป็นผลนำไปสู่อุปสรรคและการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นตัวเลขในการคำนวณหาความสัมพันธ์กันและการสื่อความหมายที่เป็นสากล โดยอยู่ภายใต้กฎเกณฑ์ที่ยอมรับกันทั่วไปตามเหตุผลนั้น ๆ และนำมาใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันและในการอยู่ร่วมกันในสังคม

ความสำคัญของคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันของมนุษย์ กล่าวคือ ช่วยฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนช่างสังเกต มีความรอบคอบ เป็นคนมีเหตุผล ยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น รู้จักโครงสร้างและระบบจำนวน พร้อมทั้งยังช่วยปลูกฝังคุณธรรมต่าง ๆ โดยมีองค์ประกอบสำคัญได้แก่ วัตถุประสงค์ แนวความคิดหรือหลักการ เนื้อหาสาระ กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอน การวัดผลและการประเมินผลการเรียนการสอน เป็นส่วนช่วยให้ผู้เรียนได้รับความรู้ความเข้าใจ มีทักษะและมีความสามารถในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดี (วันทนีย์ พิทักษาวรากร, 2540, หน้า 15 อ้างอิงจาก จีวีวรรณ กิตติกร, 2537, หน้า 8)

นอกจากนี้ วรินทร์า วัชรสิงห์ (2537, หน้า 1-2) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้น เป็นจริงหรือไม่ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้ที่มีเหตุผล เป็นคนไม่หาความรู้ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งที่แปลกและใหม่ ฉะนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นพื้นฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่าง ๆ

เนื่องจากมนุษย์เราจะต้องตอบปัญหาต่าง ๆ อยู่เรื่อย เช่น นักเรียนห้องนี้มีกี่คน นกกรงนี้มีกี่ตัว มีคนตายกี่คน จึงเกิดจำนวนนับเกิดวิชาเลขคณิตขึ้น ถ้าเพิ่ม 1 คน ใช้วิธีบวก ถ้าลบ 1 คน ใช้วิธีลบ

จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์นั้นตอบสนองคำถามของมนุษย์ได้เรื่อย และถ้ายิ่งคิดกว้างขวางขึ้น คณิตศาสตร์ก็จะขยายตัวออกไปตามความต้องการของมนุษย์ ทำให้เกิดคณิตศาสตร์ขึ้นมากมายหลายสาขา

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ มนุษย์สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้น ๆ และสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์มาใช้ เพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์ แบบความคิดเป็นภาษาที่ทุกชาติทุกภาษาที่เรียนคณิตศาสตร์ จะเข้าใจตรงกัน เช่น $a + 3 = 15$ ทุกคนที่เข้าใจคณิตศาสตร์จะอ่านประโยคสัญลักษณ์นี้ได้และเข้าใจความหมายตรงกัน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีรูปแบบ (pattern) เราจะเห็นว่าการคิดทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีแบบแผน มีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และมีจำแนกออกมาให้เห็นจริง

ตัวอย่าง

จำนวนคี่ 1, 3, 5, 7, ... เพิ่มขึ้นทีละสอง

จำนวนคู่ 2, 4, 6, 8, ... เพิ่มขึ้นทีละสอง

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างมีเหตุผล คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่ายก่อน เช่น เริ่มต้นด้วย การบวก การลบ การคูณ การหาร เรื่องง่าย ๆ นี้จะเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ ต่อไป เช่น เรื่องเศษส่วน ทศนิยม ร้อยละ เป็นต้น

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์ก็คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิด มีความคิดสร้างสรรค์ มีจินตนาการ มีความคิดริเริ่มที่จะแสดงความคิดใหม่ ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

ประโยชน์ของคณิตศาสตร์

วรรณิ์ โสมประยูร (2525, หน้า 229 อ้างถึงใน นุชลดา สองแสง, 2540, หน้า 16) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในชีวิตประจำวัน กิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์ เช่น การซื้อขาย การดูเวลา ค่าแรงงาน ฯลฯ เกิดจากการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น
2. คณิตศาสตร์ช่วยให้เราเข้าใจโลก คณิตศาสตร์ช่วยให้เราเข้าใจการโคจรของโลก น้ำขึ้น น้ำลง ฤดูกาลต่าง ๆ ฯลฯ และเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่นอกโลก
3. คณิตศาสตร์ช่วยสร้างเจตคติที่ถูกต้องทางการศึกษา คณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนเป็นผู้แสวงหาความจริง ความถูกต้อง การรู้จักนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์
4. คณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์
5. คณิตศาสตร์เป็นมรดกของวัฒนธรรมส่วนหนึ่งที่คนรุ่นก่อนได้คิดค้นสร้างสรรค์ไว้ และถ่ายทอดให้คนรุ่นหลัง

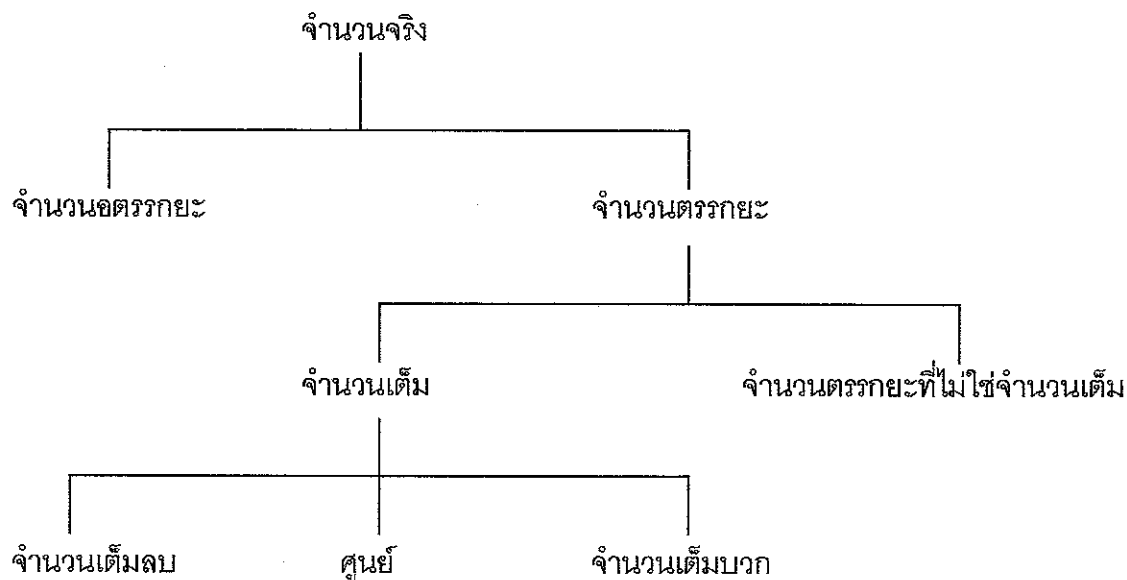
จากการที่ได้ศึกษาถึงความสำคัญและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ อาจกล่าวสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาสำคัญต่อการดำรงชีวิตประจำวันมาก เพราะจะมีความเกี่ยวข้องกับพฤติกรรมมนุษย์หลายด้าน จะปลูกฝังความรู้สึกลึกซึ้งที่เป็นนามธรรม และแสดงออกมาในลักษณะของรูปธรรม เช่น ทำให้เป็นคนช่างสังเกต เป็นคนมีระเบียบ แบบแผน เป็นคนที่มีความคิดสร้างสรรค์ เป็นคนที่มีเหตุผลและยอมรับในความเป็นเหตุเป็นผลนั้น ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวนี้จะทำให้มนุษย์ได้ปรับตัวเข้ากับผู้อื่นได้ ยอมรับฟังซึ่งกันและกัน มีความเข้าใจในสิ่งที่ป็นธรรมชาติ และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

ธรรมชาติของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม โครงสร้างของคณิตศาสตร์ประกอบด้วยคำที่เป็นนิยาม บทนิยาม และสัจพจน์ แล้วพัฒนาเป็นทฤษฎีบทต่าง ๆ โดยอาศัยการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ปราศจากข้อขัดแย้งใด ๆ คณิตศาสตร์เป็นระบบที่มีความคงเส้นคงวา มีความเป็นอิสระและมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

ระบบจำนวนระบบแรกที่มนุษย์ใช้คือระบบจำนวนนับ ระบบนี้ประกอบด้วยจำนวนนับ 1, 2, 3, 4... กับการบวกและการคูณ ระบบนี้ไม่เพียงพอ เช่น สมการ $[] + 3 = 2$ ไม่มีคำตอบในระบบจำนวนนับ จึงได้มีการขยายระบบจำนวนนับเป็นระบบจำนวนเต็ม ระบบนี้ประกอบด้วยจำนวนเต็ม..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3... กับการบวกและการคูณ จะเห็นว่า $[] + 3 = 2$ มีคำตอบในระบบจำนวนเต็ม แต่สมการ $3 \times = 2$ ไม่มีคำตอบในระบบจำนวนเต็ม จึงได้มีการขยายระบบจำนวนเต็มเป็นระบบจำนวนตรรกยะ ระบบนี้ประกอบด้วยจำนวนตรรกยะ กับการบวกและการคูณ จะเห็นว่าสมการ $3 \times = 2$ มีคำตอบในระบบจำนวนตรรกยะ แต่สมการ $x^2 = 2$

ไม่มีคำตอบในระบบจำนวนตรรกยะ จึงได้มีการขยายระบบจำนวนตรรกยะเป็นระบบจำนวนจริง และเรียกจำนวนจริงที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะว่า จำนวนอตรรกยะ จำนวนจริงแสดงโดยแผนผังดังนี้



ภาพที่ 1 แผนผังแสดงจำนวนจริง (หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ กระทรวงศึกษาธิการ, 2539, หน้า 1)

ระบบจำนวนจริงประกอบด้วยเซตของจำนวนจริง R กับการบวกและการคูณ ซึ่งสอดคล้องกับสัจพจน์ 15 ข้อ ดังต่อไปนี้

P_1 สมบัติปิดของการบวก

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a + b$ เป็นจำนวนจริงด้วย

P_2 สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $(a + b) + c = a + (b + c)$

P_3 สมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก

สำหรับจำนวนจริง 0 ซึ่ง $0 + a = a = +0$ สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว

P_4 สมบัติการมีอินเวอร์สการบวก

สำหรับจำนวนจริง a แต่ละจำนวน จะมีจำนวนจริง $-a$ ซึ่ง

$$-a + a = 0 = a + (-a)$$

- P_5 สมบัติการสลับที่ของการบวก
ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a + b = b + a$
- P_6 สมบัติปิดของการคูณ
ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว ab เป็นจำนวนจริงด้วย
- P_7 สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ
ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงแล้ว $(ab)c = a(bc)$
- P_8 สมบัติการมีเอกลักษณ์การคูณ
มีจำนวนจริง 1 ซึ่ง $1 \neq 0$ และ $1a = a = a1$ สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว
- P_9 สมบัติการมีอินเวอร์สการคูณ
สำหรับจำนวนจริง a แต่ละจำนวนที่ไม่เท่ากับ 0 จะมีจำนวนจริง a^{-1} ซึ่ง $a^{-1} \cdot a = 1 = a \cdot a^{-1}$
(นิยมเขียนแทน a^{-1} ด้วย $\frac{1}{a}$)
- P_{10} สมบัติการสลับที่ของการคูณ
ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $ab = ba$
- P_{11} สมบัติการแจกแจงทางซ้าย
ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงแล้ว $a(b + c) = ab + ac$
- P_{12} กฎไตรวิภาค (Trichotomy law)
มีสับเซต R^+ ของเซตของจำนวนจริง ซึ่งสำหรับสมาชิก a ทุกตัวของ R สมบัติต่อไปนี้จะจริงเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- 1) a อยู่ใน R^+
 - 2) a เท่ากับศูนย์
 - 3) $-a$ อยู่ใน R^+
- P_{13} ถ้า a และ b อยู่ใน R^+ แล้ว $a + b$ อยู่ใน R^+
- P_{14} ถ้า a และ b อยู่ใน R^+ แล้ว ab อยู่ใน R^+

หมายเหตุ ในระบบจำนวนจริงนอกจากสัจพจน์ต่าง ๆ แล้ว ยังใช้สมบัติเกี่ยวกับการใช้เครื่องหมายเท่ากับ (=) อีก 5 ข้อ คือ

1) สมบัติสะท้อน

สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว $a = a$

2) สมบัติสมมาตร

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงซึ่ง $a = b$ แล้ว $b = a$

3) สมบัติถ่ายทอด

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $a = b$ และ $b = c$ และ $a = c$

4) สมบัติการบวกด้วยจำนวนจริงเดียวกัน

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $a = b$ แล้ว $c + a = c + b$

5) สมบัติการคูณด้วยจำนวนจริงเดียวกัน

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $a = b$ แล้ว $ca = cb$

บทนิยาม 2.2.1(1) ถ้า a อยู่ใน R^+ เรียก a ว่าจำนวนจริงบวก

เรียก $-a$ ว่าจำนวนจริงลบ

บทนิยาม 2.2.2(2) ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง $a < b$ (หรือ $b > a$) ก็ต่อเมื่อ

$b - a$ เป็นจำนวนจริงบวก

$a < b$ (หรือ $b > a$) ก็ต่อเมื่อ $a < b$ หรือ $a = b$

นอกจากนี้ ยังมีผู้สรุปธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด (concept) ความคิดรวบยอดนี้เป็นการสรุปข้อคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น ของสองหมู่ถ้าจับคู่หนึ่งต่อหนึ่งได้พอดี แสดงว่ามีจำนวนเท่ากัน

2. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม (abstract) เป็นเรื่องของความคิด คำทุกคำประโยคทุกประโยคในวิชาคณิตศาสตร์ว่าด้วยนามธรรมทั้งสิ้น ทั้งนี้สืบเนื่องมาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เริ่มต้นจากอนิยามที่เป็นนามธรรม เช่น 1 เป็นอนิยามซึ่งเป็นนามธรรม

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนความคิดเป็นเครื่องมือในการนึกสมอง ช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การพิสูจน์ เช่น $+$ $-$ $\times$ $\div$

4. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง มีการกำหนดสัญลักษณ์ที่รัดกุม สื่อความหมายได้ถูกต้อง เพื่อแสดงความหมายแทนความคิดเช่นเดียวกับภาษาอื่น ๆ เช่น $5 - 2 = 3$ ทุกคนจะมีความเข้าใจว่าหมายถึงอะไร และจะได้คำตอบเป็นอย่างเดียวกัน

5. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นตรรกศาสตร์ มีการแสดงความเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน ทุกขั้นตอนของความคิดจะเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน มีความสัมพันธ์กัน เช่น เมื่อ $2 \times 3 = 6$ และ $3 \times 2 = 6$ เพราะฉะนั้น $2 \times 3 = 3 \times 2$

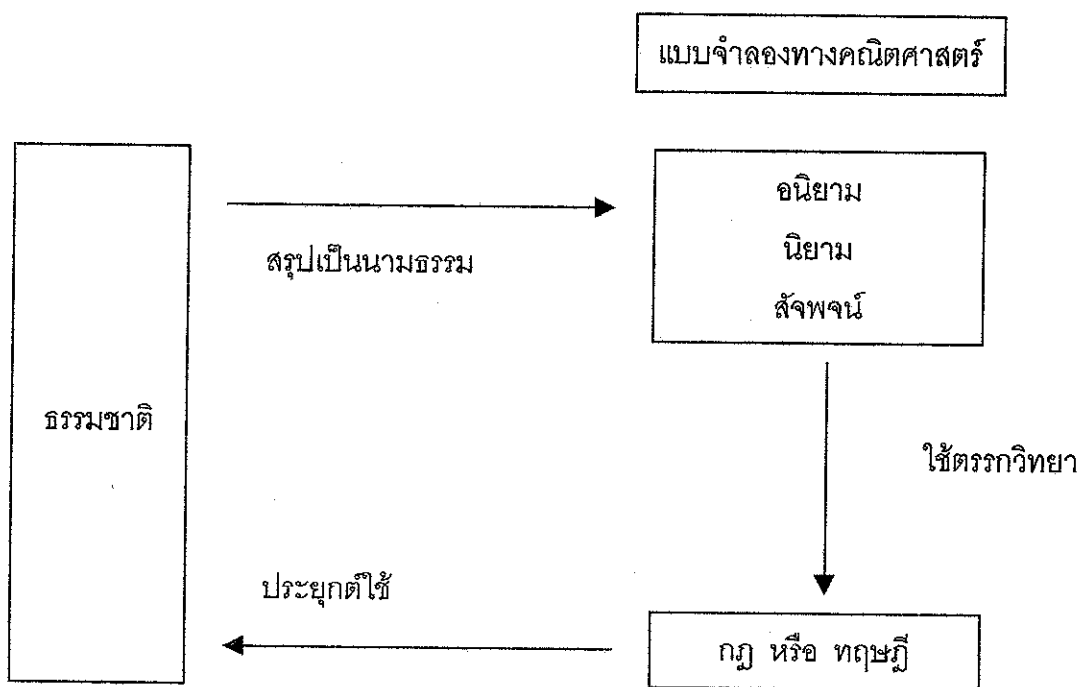
6. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นปรนัยอยู่ในตัวเอง มีความถูกต้องเที่ยงตรงสามารถพิสูจน์หรือทดสอบได้ด้วยหลักเหตุผล และการใช้กฎเกณฑ์ที่แน่นอน เช่น $4 + 1 = ?$

7. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์ โดยสร้างแบบจำลองและศึกษาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ มีการพิสูจน์ ทดลอง หรือสรุปอย่างมีเหตุผล ตามความเป็นจริง

8. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามของคณิตศาสตร์ก็คือความมีระเบียบแบบแผนและความกลมกลืนที่เกิดขึ้นภายใน

9. คณิตศาสตร์มีความเป็นกรณีทั่วไป (generalization) เป็นวิชาที่มุ่งจะหากรณีทั่วไปของสิ่งต่าง ๆ แทนที่จะหากรณีเฉพาะเท่านั้น เช่น เมื่อ $2 \times 3 = 3 \times 2$ กรณีทั่วไปจะได้ว่า $a \times b = b \times a$

10. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง โครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ในรูปที่สมบูรณ์แล้วจะเริ่มด้วยธรรมชาติ ซึ่งอาจจะเป็นทางฟิสิกส์ ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ จิตวิทยา ธุรกิจ ฯลฯ เราพิจารณาเนื้อหาเหล่านี้แล้วสรุปในรูปนามธรรม สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเนื้อหานั้น ๆ แบบจำลองนี้ประกอบด้วยอนิยาม (undefined term) นิยาม (defined term) และสัจพจน์ (axiom หรือ postulate) จากนั้นจะใช้ตรรกวิทยาสรุปผลเป็นกฎหรือทฤษฎี แล้วนำผลเหล่านั้นไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติต่อไป



ภาพที่ 2 แผนภูมิโครงสร้างของคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2539, หน้า 5)

ธรรมชาติของคณิตศาสตร์ดังกล่าว แสดงให้เห็นว่าคณิตศาสตร์แม้จะเป็นนามธรรมแต่มีโครงสร้างและระบบที่นำมาใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ชีวิตของคนเราจะผูกพันกับคณิตศาสตร์ตลอดเวลา ไม่ว่าจะเป็นเรื่องของการใช้เวลาในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ในแต่ละวัน การใช้จ่ายเงิน การนำความรู้ทางพีชคณิตมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่พบประจำวันเพื่อหาคำตอบของสิ่งที่เรายังไม่ทราบค่า การกำหนดระยะทางหรือเส้นทางการเดินทางไปยังสถานที่ต่าง ๆ การเก็บและคิดหาข้อมูลต่าง ๆ ที่พบจากการอ่านหนังสือ ดูโทรทัศน์ ฯลฯ สิ่งเหล่านี้อยู่ในชีวิตประจำวันของเราทั้งสิ้น ผู้ที่จะนำคณิตศาสตร์มาใช้ประโยชน์ได้อย่างคุ้มค่าจึงควรเป็นผู้ที่รู้จักสังเกตรวบรวมข้อมูล จัดและแยกแยะข้อมูลโดยใช้หลักเกณฑ์ และสรุปหลักการต่าง ๆ อย่างมีเหตุผลตลอดจนนำมาใช้ประโยชน์ได้อย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2539, หน้า 2-6)

ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

ประยูร อาษานาม (2537, หน้า 2-3) ได้กล่าวถึง ความมุ่งหมายของคณิตศาสตร์ศึกษาในระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องกำหนดความมุ่งหมายไว้อย่างเด่นชัด เพื่อเป็นแนวทางในการจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียน ถ้าเรามีแนวความคิดว่าความมุ่งหมาย มักจะดำเนินตามปรัชญาแล้ว ความมุ่งหมายของคณิตศาสตร์ศึกษาควรจะสอดคล้องกับปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ที่ว่า

1. หลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้จากการค้นพบของนักคณิตศาสตร์ เราควรหาแนวทางหรือสภาวะการณ์ที่ชี้แนะให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการต่าง ๆ ด้วยตนเองอีกครั้งหนึ่ง (rediscovery)
2. ธรรมชาติของคณิตศาสตร์เป็นนามธรรม (abstract) ซึ่งยากแก่การเข้าใจการเรียนการสอนควรเริ่มจากมโนคติ (concept) ที่เป็นรูปธรรมก่อนที่จะชักนำไปสู่นามธรรม
3. การประยุกต์หรือการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันเป็นสิ่งที่ควรจะต้องตระหนักถึงเป็นอย่างยิ่ง

ปรัชญาดังกล่าวข้างต้นจะสามารถยึดเป็นแนวทางในการกำหนดความมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในระยะยาวและระยะสั้น หรือทั้งความมุ่งหมายทั่วไป และความมุ่งหมายเฉพาะ

ความมุ่งหมายทั่วไปในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถม (ประยูร อาษานาม, 2537, หน้า 3) ได้กล่าวว่า

ความมุ่งหมายทั่วไปจะเป็นแนวทางในการสร้างหลักสูตรและการประเมินผลการเรียน การสอน การเรียนการสอนเฉพาะเรื่องจะมีความมุ่งหมายเฉพาะแต่จำต้องสอดคล้องกับความมุ่งหมายทั่วไป ซึ่งถือว่าเป็นความมุ่งหมายในระยะยาว การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับ ประถมศึกษานั้นควรมุ่งให้นักเรียน

1. เข้าใจโครงสร้างของระบบจำนวนจริง ความรู้เบื้องต้นทางเรขาคณิตและหลักเบื้องต้นของกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. เข้าใจความหมายของศัพท์และสัญลักษณ์เกี่ยวกับปริมาณ กราฟ ตาราง แผนภูมิ รูปทรง และการวัด
3. มีทักษะในการคิดอย่างมีเหตุผล และการสรุปรวบรวมความคิด
4. มีทักษะในการคิดคำนวณอย่างมีเหตุผลด้วยความรวดเร็วและแม่นยำ
5. มีทักษะในการประเมินความถูกต้องของผลการคิดคำนวณ
6. มีทักษะในการประยุกต์หลักการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือสาขาวิชาอื่น ๆ รวมทั้งปัญหาในชีวิตประจำวัน
7. มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

8. มีความเชื่อมั่นในการให้เหตุผล

และ สุรัช ขวัญเมือง (2522, หน้า 9) ได้กล่าวถึงความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ประกอบด้วยลักษณะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. เพื่อให้นักเรียนมีสิ่งก้ำ (concept) ทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อให้นักเรียนมีทักษะ (skill) ในการคิดคำนวณ
3. เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
4. เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้
5. เพื่อให้มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

หลักการสอนคณิตศาสตร์

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 24-25 อ้างถึงใน นุชลดา สองแสง, 2540, หน้า 11-12) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คำนึงถึงความพร้อมของเด็ก โดยครูต้องทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกันจะช่วยให้เด็กเข้าใจสิ่งที่เรียนเพิ่มขึ้น
2. จัดกิจกรรมที่เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ ความสามารถของเด็ก

3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลในการเรียนคณิตศาสตร์
4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล รายกลุ่มเป็นพื้นฐานในการเรียนต่อไป
5. การสอนที่เป็นไปตามลำดับขั้นจากประสบการณ์ที่ง่ายก่อน
6. การสอนแต่ละครั้งมีจุดประสงค์ที่แน่นอน
7. เวลาที่ใช้ในการสอนควรเป็นระยะเวลาที่พอเหมาะไม่นานเกินไป
8. ครูจัดกิจกรรมที่ยืดหยุ่นได้ เด็กได้มีโอกาสเลือกกิจกรรมตามความพอใจและความถนัดของตนให้อิสระปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อการเรียน เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
9. เปิดให้นักเรียนได้มีโอกาสร่วมวางแผนกับครู มีส่วนร่วมในการศึกษาค้นคว้า
10. กิจกรรมการเรียนการสอนควรสนุกไปพร้อมกับการเรียนรู้
11. นักเรียนอายุ 6-12 ปี จะเรียนได้ดีเมื่อตอนเริ่มเรียนครูใช้ของจริงอุปกรณ์ซึ่งเป็นรูปธรรมตามลำดับจะช่วยให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจ ทำให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ไม่ยาก
12. การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการสอนต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่งของการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม และช่วยให้ทราบข้อบกพร่องที่เกิดขึ้น
13. ไม่ควรจำกัดวิธีการคำนวณหาคำตอบของนักเรียน แต่ควรแนะนำวิธีคิดอย่างรวดเร็ว และแม่นยำในภายหลัง

สมจิต ชีวปรีชา (2529, หน้า 11-16 อ้างถึงใน นุชลดา สองแสง, 2540, หน้า 12-13) ได้กำหนดหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้หลายประการ ดังต่อไปนี้

1. จัดให้มีการเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ ความพร้อมทางคณิตศาสตร์นับว่าเป็นพื้นฐานของการเริ่มบทเรียน และเป็นพื้นฐานที่จะเรียนบทต่อไป ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของครูจะต้องเตรียมเด็กให้มีความพร้อม
2. จัดเนื้อหาโครงสร้างของคณิตศาสตร์ให้ต่อเนื่องกันตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงระดับมัธยมศึกษาหรือถึงระดับมหาวิทยาลัย
3. การสอนเนื้อหาใหม่จะต้องเป็นประสบการณ์ และเป็นเนื้อหาต่อเนื่องกับความรู้เดิมของผู้เรียน ผู้เรียนจะต้องเห็นความสัมพันธ์ระหว่างประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ เพราะความคิดความเข้าใจจากประสบการณ์เดิม จะช่วยให้ผู้เรียนมีเหตุผล ความเข้าใจและสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

4. การสอนต้องมีระบบที่ต้องเรียนไปตามลำดับขั้น คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ต้องมีระบบต้องเรียนไปตามลำดับขั้นตอน เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจและมีทักษะเบื้องต้นตามที่ต้องการ

5. ควรใช้สื่อการสอน เนื่องจากสื่อการสอนเป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น รวดเร็วขึ้น เกิดการเรียนรู้ที่ถาวร

6. จัดการเรียนการสอนตามรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาควรเริ่มจากของจริง (concrete) ไปสู่สัญลักษณ์ (symbol)

7. ใช้สัญลักษณ์ใหม่ ๆ แทนความหมายของเรื่องราว และถ้อยคำคณิตศาสตร์ ปัจจุบันเน้นคณิตศาสตร์ในลักษณะที่เป็นนามธรรม ดังนั้นการเริ่มการสอนจะต้องให้เข้าใจเนื้อหาแต่ละเรื่องเป็นอย่างดี แล้วจึงใช้สัญลักษณ์ หรือถ้อยคำที่เป็นภาษาคณิตศาสตร์

8. ส่งเสริมให้นักเรียนค้นคว้าหาหลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

9. ใช้วิธีอุปนัยในการสรุปหลักเกณฑ์และบทเรียนแล้วนำความรู้ไปใช้ด้วยวิธีนิรนัย

10. เน้นความเข้าใจมากกว่าการจำ

11. จัดการสอนเพื่อให้เกิดความรู้ถาวร เมื่อผู้เรียนได้แนวคิดที่ถูกต้องแล้วจึงให้ทำแบบฝึกหัด

12. มีเทคนิคในการย่วยยให้นักเรียนเกิดความสนใจคณิตศาสตร์

13. ควรจัดบทเรียนให้เหมาะสมกับนักเรียน

ประยูร อาษานาม (2537, หน้า 1, 27-28) ได้กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์ควรตระหนักอยู่เสมอว่าท่านจะ “สอน” นักเรียนไม่ใช่ “บอก” นักเรียน และ “สอนนักเรียน” ไม่ใช่ “สอนหนังสือ” นอกจากนั้นครูคณิตศาสตร์ควรมีปรัชญาในการสอนของตนเอง ซึ่งจะเป็น “จุดยืน” หรือ “แนวทาง” ของตนเองในการสอนคณิตศาสตร์แก่เด็ก และได้กล่าวถึงหลักการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถม ซึ่งสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้คือ

1. การกำหนดความมุ่งหมายของการเรียนการสอนที่เด่นชัด

การเรียนและการสอนเป็นกระบวนการที่สัมพันธ์กัน ดังนั้นครูจะต้องรู้ว่า จะสอนอะไร ครูต้องการจะให้นักเรียนรู้อะไรบ้าง ครูจะต้องบอกให้นักเรียนรู้ว่าในบทเรียนที่จะได้เรียนนั้น นักเรียนจะต้องเรียนรู้อะไร จะต้องทำอะไรได้บ้าง เมื่อทั้งสองฝ่ายทราบสิ่งที่จะต้องเรียนรู้แล้ว ครูก็จะได้วางแผนการสอนและจัดสภาพการณ์ที่จะก่อให้เกิดการเรียนรู้ และนักเรียนก็จะทำกิจกรรมอย่างมีจุดหมาย

158359

๑
๓๗๖.๗
๙๕๔/๑
๑

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้หลาย ๆ วิธี และการใช้วัสดุประกอบการสอนหลายชนิด ในการเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่งควรจัดกิจกรรมหลาย ๆ ประเภท เพราะว่ากิจกรรมแต่ละประเภทจะให้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนในระดับแตกต่างกัน นักเรียนแต่ละคนจะได้เรียนรู้จากกิจกรรมที่เหมาะสมกับระดับความสามารถของตนเอง

ในทำนองเดียวกันอุปกรณ์สอนก็ควรจะมีหลายชนิด เช่น ทั้งที่เป็นของจริง รูปภาพ หรือเครื่องมือโสตทัศนูปกรณ์อื่น ๆ

การจัดให้มีกิจกรรมหลายวิธี และการใช้วัสดุประกอบการสอนหลายอย่าง เช่น การจัด การเรียนการสอนให้เหมาะสมกับวิธีการเรียนรู้ของเด็กแต่ละคน หรือกล่าวได้ว่า หลักการเรียน การสอนข้อนี้เป็นการประยุกต์วิธีการสอนแบบเชิงปฏิบัติการนั่นเอง

3. การเรียนรู้จากการค้นพบ

กิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นสื่อในการช่วยให้นักเรียนได้ ค้นพบมโนคติและหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีครูเป็นผู้ชี้แนะและช่วยเหลือตั้งแต่จะเริ่มทำ กิจกรรมอย่างไร ช่องทางใดจะทำให้สามารถเรียนรู้ได้เร็ว และตลอดจนการอภิปรายและหาข้อ สรุปร่วมกันในตอนท้ายของบทเรียน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีระบบ

ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีระบบโดยคำนึงถึงโครงสร้างของเนื้อหาเป็นสำคัญ

5. การเรียนรู้มโนคติทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

จากทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ เปียเจ ออซูเบล แกกนเย และคนอื่น ๆ เราทราบ แล้วว่าการเรียนรู้ของเด็กจะพัฒนาจากความคิดที่ยังไม่มีวุฒิภาวะไปสู่ความคิดที่มีวุฒิภาวะ ดังนั้นเด็กควรจะได้เรียนจากสิ่งที่ย้ายไปหาสิ่งที่ยากขึ้น จากสิ่งที่มองเห็นด้วยตาไปสู่สิ่งที่มองเห็น ด้วยมโนภาพ

6. การฝึกหัดควรได้กระทำหลังจากที่นักเรียนเข้าใจหลักการแล้ว

การฝึกหัดเป็นกิจกรรมเพื่อย้ำความเข้าใจ และเพื่อการเก็บรักษาความรู้ (retention) ดังนั้นการทำแบบฝึกหัดจะไม่บรรลุผลถ้าครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือการบ้านโดยที่นักเรียน ปราศจากความเข้าใจสิ่งที่เรียนมาแล้ว ครูควรจะตรวจสอบและประเมินความเข้าใจของนักเรียน อย่างถี่ถ้วนก่อนจะให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่าง ๆ

จากหลักการสอนคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวพอสรุปได้ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ครูต้องมีความรู้ความเข้าใจในหลายด้าน เช่น ด้านจิตวิทยาการเรียนรู้และพัฒนาการในด้านต่าง ๆ ของ ผู้เรียน เข้าใจธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนการจัดกิจกรรม

การเรียนการสอนที่หลากหลาย ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถพัฒนาตนเองเพื่อไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

การจัดประสบการณ์การเรียนการสอนอย่างมีระบบ

ประยูร อาษานาม (2537, หน้า 22-44) ได้กล่าวว่า ภารกิจที่สำคัญยิ่งของครูในห้องเรียนก็คือการจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียนโดยเริ่มจากการกำหนดวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอน การวินิจฉัยคุณสมบัติของนักเรียนการเลือกวิธีการสอนให้เหมาะสมกับคุณสมบัติของนักเรียน การจัดลำดับขั้นของกิจกรรมการเรียนรู้ การเลือกอุปกรณ์ประกอบการสอน และการประเมินผลการเรียนการสอน ซึ่งมีรายละเอียดที่ควรศึกษาดังต่อไปนี้

1. การกำหนดวัตถุประสงค์การเรียนการสอน

วัตถุประสงค์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีทั้งวัตถุประสงค์ทั่วไป และวัตถุประสงค์เฉพาะ ซึ่งเป็นทั้งวัตถุประสงค์ในเชิงพฤติกรรมและนอกเหนือจากวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

ครูคณิตศาสตร์จะต้องศึกษาลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาทั้งหลักสูตรเพื่อศึกษาความต่อเนื่องและความสัมพันธ์ของเนื้อหาและหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นที่ตัวเองสอน การกำหนดวัตถุประสงค์จะต้องครอบคลุมวัตถุประสงค์ที่เป็นด้านความรู้ (cognitive domain) ด้านทักษะ (psychomotor domain) และด้านคุณลักษณะและเจตคติ (affective domain)

2. การวินิจฉัยคุณสมบัติของนักเรียน

การสอนที่ดีจะต้องเริ่มจากตัวผู้เรียนไม่ใช่จากตัวครู จากหลักสูตรหรือจากหนังสือแบบเรียน ซึ่งหมายความว่าถึงนักเรียนมีความรู้หรือประสบการณ์แค่ไหนเพียงไร เรื่องที่จะสอนต่อไปสัมพันธ์และต่อเนื่องกับประสบการณ์เดิมหรือความรู้เดิมหรือไม่ การเริ่มสอนโดยปราศจากความต่อเนื่องและความสัมพันธ์จะทำให้นักเรียนหลงทางและไม่ได้ความรู้อะไร ซึ่งจะทำให้เกิดผลเสียต่อการเรียน หรือต่อเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็กไม่ได้

ดังนั้นครูควรจะเริ่มสำรวจว่านักเรียนทั้งชั้นมีความรู้เดิมอะไรบ้าง ซึ่งจะวินิจฉัยได้จากการทดสอบนักเรียนทั้งกลุ่มว่าเนื้อหาวิชาที่ได้เรียนมาแล้วในปีการศึกษาที่ผ่านมามีเรื่องใดบ้าง นักเรียนมีความรู้ดี ปานกลาง หรืออ่อนในเรื่องใดบ้าง นอกจากนั้นครูจะต้องศึกษานักเรียนเป็นรายบุคคลด้วยว่ามีความรู้คณิตศาสตร์เป็นอย่างไร การสังเกตการทำงานของนักเรียน การวิเคราะห์ผลงานและการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคนจะช่วยให้ครูสามารถวินิจฉัยคุณสมบัติของนักเรียนทั้งกลุ่มและรายบุคคลของชั้นที่ตนเองกำลังสอนได้ ซึ่งหมายความว่าครูจะต้องเป็นทั้งนักวัดผล นักจิตวิทยาและรวมทั้งเป็นครูคณิตศาสตร์ที่มีวิญญาณครูอีกด้วย

3. การเลือกวิธีการสอน

วิธีการสอนที่ดีตามทฤษฎีของบรูเนอร์จะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ประการ คือ

3.1 การกระตุ้นแรงจูงใจของผู้เรียน ในการเรียนการสอนครูจะต้องวางแผนวิธีที่จะช่วยหรือกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจที่จะเรียน

3.2 การจัด “โครงสร้าง” ของเนื้อหาวิชา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ถ้าเด็กได้เรียนรู้ “โครงสร้าง” แล้วจะเกิดผลดี 4 ประการ คือ (1) จะช่วยให้เด็กเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น (2) จะช่วยให้จำรายละเอียดได้มาก (3) จะช่วยให้การส่งถ่ายความรู้ (transfer of learning) ได้ดี และ (4) ช่วยให้เรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูงได้ดี

3.3 การจัดลำดับขั้นของการเรียนอย่างเหมาะสม

3.4 การได้รับผลตอบแทนที่เหมาะสม เช่น รางวัล การทำโทษ ซึ่งผลตอบแทนที่ดีที่สุดก็คือ สิ่งที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน เช่น ความภูมิใจ เป็นต้น หน้าที่ของครูก็คือช่วยให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนเพื่อผู้เรียนจะได้เกิดความภาคภูมิใจในตัวเอง

การเลือกวิธีการสอนนอกจากจะใช้หลักเกณฑ์ทั้ง 4 ข้อของบรูเนอร์แล้ว ครูควรคำนึงถึงวิธีการที่เหมาะสมกับนักเรียนและเนื้อหาวิชาว่าจะเลือกเทคนิคการสอนวิธีใดบ้าง ครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่าไม่มีเทคนิคการสอนใดที่ดีที่สุด การสอนแบบการบรรยาย และการอธิบาย การสอนให้ค้นพบ หรือการสอนแบบเชิงทดลองอาจจะสามารถผสมผสานสอนเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งได้ ซึ่งขึ้นอยู่กับบุคลิกภาพของครูและนักเรียน

4. การเลือกอุปกรณ์การสอน

อุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง เพราะเด็กยังมีพัฒนาการในระดับที่ต้องใช้สื่อในการสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์ แต่ครูจะต้องรู้จักเลือกอุปกรณ์การสอน เกณฑ์ในการเลือกอุปกรณ์การสอนมี 2 ประการคือ

4.1 เกณฑ์ทางด้านการสอน อุปกรณ์ที่ใช้สอนควรจะช่วยให้เกิดความสนใจ ควรเป็นสื่อในการสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์ ควรเชื่อมโยงความคิดที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรม ควรใช้ประโยชน์ได้หลายอย่างและควรมีเพียงพอกับจำนวนนักเรียน

4.2 เกณฑ์ทางด้านกายภาพ ได้แก่ ควรคงทนถาวร ควรเป็นสิ่งที่น่าสนใจ เช่น สวยงาม แปลก น่าจับต้อง ควรทำได้ง่าย ๆ ขนาดของวัตถุไม่เล็กหรือใหญ่จนเกินไป และควรมีราคาไม่แพงจนเกินไป ข้อสำคัญอีกประการหนึ่งก็คืออุปกรณ์ที่เลือกใช้จะต้องเหมาะสมกับเนื้อหาที่สอน การใช้อุปกรณ์ที่ไม่เหมาะสมนอกจากจะทำให้เด็กไม่เกิดการเรียนรู้แล้วยังจะทำให้สิ้นเปลืองเวลาโดยเปล่าประโยชน์

5. การจัดลำดับของเนื้อหาวิชา

ครูคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีความสามารถในการวิเคราะห์ลำดับของเนื้อหาวิชา ซึ่งตามปกติลำดับยากง่ายของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์จะจัดไว้แล้วในหลักสูตรที่ได้มาตรฐาน ดังนั้นหน้าที่ของครูคณิตศาสตร์ก็คือพิจารณาความสัมพันธ์ของเนื้อหาเพื่อความสะดวกในการสอนแต่อย่างไรก็ตามครูคณิตศาสตร์ควรมีความสามารถเกี่ยวกับการจัดลำดับของเนื้อหาวิชาอยู่ 3 ประการคือ

5.1 โครงสร้างของลำดับของเนื้อหาวิชา

5.2 การวิเคราะห์ความรู้เดิมที่สัมพันธ์กับหัวข้อเรื่องที่จะเริ่มสอน

5.3 การจัดลำดับของขั้นตอนการสอน

สรุปว่า การจัดประสบการณ์การเรียนรู้การสอนอย่างมีระบบ จะส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน ช่วยให้การเรียนรู้ที่ยากนั้นง่ายขึ้น ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักมีความภาคภูมิใจในตนเองทำให้เกิดความเชื่อมั่นมีเหตุมีผลและมีทักษะในการคิด ทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรม ตลอดจนมีเจตคติที่ดีในวิชาคณิตศาสตร์และสามารถถ่ายทอดความคิดและการเรียนรู้ไปสู่วิชาอื่น ๆ ตลอดจนนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

จิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์

สุรัช ขวัญเมือง (2522, หน้า 32-33) ได้กล่าวถึงจิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอน

ครูควรสำรวจว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนหรือยัง ความพร้อมในที่นี้หมายถึงวัย ความสามารถ และประสบการณ์เดิมของเด็ก เราจะทราบได้โดยการสังเกต การซักถาม การทดสอบดูว่าเด็กมีพื้นฐานเลขมาแค่ไหน นับได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเด็กส่วนมากก่อนที่จะขึ้นชั้น ป.1 มักจะเรียนมาบ้างในชั้นอนุบาล ทั้งนี้ความพร้อมของนักเรียนอาจจะไม่เท่ากัน

2. สอนจากสิ่งที่เด็กมีประสบการณ์หรือได้พบเห็นอยู่เสมอ

การให้เด็กเรียนจากประสบการณ์ ได้เรียนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้คิด ได้ใช้ ได้ทำด้วยตนเอง ทำให้เด็กเข้าใจ และเรียนได้รวดเร็วขึ้น เป็นต้น เช่น ให้เด็กหัดนับผลไม้ สมุด ดินสอ โต๊ะ ม้านั่ง กระทำโดยการจับคู่แบ่งเป็นพวก แบ่งเป็นหมู่ เล่นเกมง่าย ๆ ทางคณิตศาสตร์ เด็กจะได้รับความสนุกสนาน เพลิดเพลิน โดยไม่ได้คิดว่ามันคือการเรียนรู้

3. สอนให้เด็กเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนย่อย และส่วนย่อยกับส่วนใหญ่

เช่น $4 + 5 = 5 + 4$ หรือ $18 = 10 + 8$ เด็กจะมีความเข้าใจได้ดีเพราะได้ลองโดยใช้เส้นจำนวนหรือของจริงซึ่งได้ผลดีกว่าการให้จำกฎ หรือแยกกฎมาท่องเป็นข้อ ๆ

4. สอนจากง่ายไปหายาก

วิธีนี้ควรใช้ให้เหมาะกับวัย และความสามารถของเด็ก ทั้งนี้ครูจะต้องพิจารณาว่าเด็กของตนมีความสามารถเพียงใด ควรจะสอนในระดับไหน เด็กในชั้นประถมควรให้ทำกิจกรรมมาก ๆ ไม่ใช่ครูอธิบายให้ฟังแล้วให้ทำตาม ควรจะดูความสนใจของเด็กประกอบด้วย

5. ให้นักเรียนเข้าใจในหลักการและรู้วิธีที่จะใช้หลักการ

การให้เด็กได้เผชิญกับปัญหาที่เร้าให้เด็กสนใจ อยากคิดอยากทำ อยากแก้ปัญหาอยู่เสมอ เช่น การขายของ ซื้อของ ถ้ามีการซื้อและขายจำนวนมาก ๆ เด็กก็จะมีโอกาสได้คิดวิธีที่จะบวกหลาย ๆ ครั้ง ซึ่งเป็นแนวการคูณ จากนั้นครูก็จะแนะให้เห็นวิธีคูณ เด็กก็จะเข้าใจได้ชัดเจน และมองเห็นประโยชน์ว่าจะนำไปใช้ได้อย่างไร

6. ให้เด็กได้ฝึกหัดทำซ้ำ ๆ จนกว่าจะคล่องและมีการทบทวนอยู่เสมอ

การเรียนรู้และเข้าใจในหลักการอย่างเดียวไม่พอ การเรียนคณิตศาสตร์จะต้องใช้การฝึกฝนมาก ๆ เพื่อให้เข้าใจในวิธีการต่าง ๆ การให้แบบฝึกหัดควรให้เหมาะกับเด็ก อย่าให้ง่ายเกินไป หรือยากเกินไปจะทำให้เด็กเบื่อ

การทำแบบฝึกหัดควรให้เด็กทราบว่าทำไปเพื่ออะไรมีคุณค่าอย่างไร ให้เด็กมีความเชื่อมั่นในตนเองและเคยชินกับสิ่งที่ทำ เมื่อครูพบข้อบกพร่องของนักเรียนควรรีบแก้ไขทันที

7. ต้องให้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรมยากแก่การเข้าใจ จึงควรให้เด็กได้เริ่มเรียนรู้จากรูปธรรมให้เข้าใจก่อน ดังนั้นในช่วงแรกผู้สอนควรใช้พวกของจริง รูปภาพและสิ่งอื่น ๆ ที่สามารถใช้แทนจำนวนได้ แล้วจึงค่อยนำไปสู่สัญลักษณ์ภายหลัง

8. ควรให้กำลังใจแก่เด็ก

เพื่อให้เกิดความมานะพยายาม อันเป็นพื้นฐานของความสำเร็จ

9. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

เด็กที่มีความถนัด หรือมีความสนใจ ควรได้รับการสนับสนุนเป็นพิเศษ แต่เด็กที่ไม่สนใจ ครูควรหาสาเหตุ หรือหาทางที่จะช่วยเช่นเดียวกัน

ซึ่งสอดคล้องกับ วรินทร์า วัชรสิงห์ (2537, หน้า 3-4) ได้กล่าวถึงจิตวิทยาที่ควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ในการสอนนั้นไม่ว่าจะเป็นวิชาใดก็ตาม ครูจะต้องรู้จักวิทยาในการสอน เพื่อให้การสอนสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพ จิตวิทยาบางประการที่ครูควรจะต้องทราบมีดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual differences) นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจ และลักษณะนิสัย ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน ครูจะต้องคำนึงถึงเรื่องนี้ ในการจัดชั้นเรียนนั้น โดยทั่วไปครูมักจะจัดชั้นเรียนโดยมีนักเรียนซึ่งมีความสามารถคละกันไป โดยมีได้คำนึงถึงว่านักเรียนนั้นมีความแตกต่างกัน ซึ่งจะส่งผล การสอนไม่ดีเท่าที่ควร ดังนั้นในการจัดชั้นเรียนครูควรจะได้คำนึงถึง

1.1 ความแตกต่างของนักเรียนภายในกลุ่มเดียวกัน เพราะนักเรียนนั้นมีความแตกต่างกันทั้งทางร่างกาย ความสามารถ บุคลิกภาพ ครูจะสอนทุกคนให้เหมือนกันนั้นเป็นไปได้ ครูจึงต้องศึกษาดูว่านักเรียนแต่ละคนนั้นมีปัญหาอย่างไร

1.2 ความแตกต่างระหว่างกลุ่มของนักเรียน เช่น ครูอาจจะแบ่งนักเรียนออกตามความสามารถ (Ability grouping) ว่านักเรียนมีความเก่ง อ่อน ต่างกันอย่างไร เมื่อครูทราบแล้ว จะได้สอนให้สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียนเท่านั้น

การสอนนั้นนอกจากจะคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างกลุ่มแล้ว ตัวครูเองจะต้องพยายามที่จะสอนบุคคลเหล่านี้ เพราะนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกัน นักเรียนที่เรียนเก่งก็จะทำ โจทย์คณิตศาสตร์ได้คล่อง แต่นักเรียนที่เรียนอ่อนก็จะทำไม่ทันเพื่อน ซึ่งอาจจะทำให้นักเรียน ท้อถอย ครูจะต้องคอยให้กำลังใจแก่เขา การสอนนั้นครูจะต้องพยายาม ดังนี้

1.3 ศึกษานักเรียนแต่ละบุคคล ดูความแตกต่างเสียก่อนแล้ววินิจฉัยว่า แต่ละคน ประสบปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร

1.4 วางแผนการสอนให้สอดคล้องกับความแตกต่างของนักเรียน ถ้านักเรียนเก่งก็ ส่งเสริมให้ก้าวหน้า โดยการให้ฝึกทักษะการทำแบบฝึกหัดที่ยากขึ้น และสอดแทรกความรู้ต่าง ๆ ให้ ส่วนนักเรียนที่เรียนอ่อนก็พยายามหาทางช่วยเหลือด้วยการสอนซ่อมเสริม ทำแบบฝึกหัดที่ สนุก ทำให้ไม่เบื่อการเรียนและเป็นการเพิ่มทักษะในทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

1.5 ครูต้องรู้จักหาวิธีแปลก ๆ ใหม่ ๆ มาสอน เช่น การสอนนักเรียนอ่อนก็รู้จักใช้ รูปแบบมาอธิบายนามธรรม ให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน เพลิดเพลิน เช่น อาจจะใช้ เพลง กลอน เกม ปริศนา การ์ตูน

1.6 ครูต้องรู้จักหาเอกสารประกอบการสอนมาเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น นักเรียนเก่งก็ให้ทำแบบฝึกหัดเสริมให้ก้าวหน้ายิ่งขึ้น นักเรียนอ่อนก็ทำแบบฝึกหัดง่ายไปสู่ยาก เป็นแบบฝึกหัดเสริมทักษะให้นักเรียนค่อย ๆ ทำไป

1.7 การสอนนักเรียนที่มีความแตกต่างกันนั้น สิ่งสำคัญที่สุดคือ ครูจะต้องมีความอดทน เช่น ใฝ่หาความรู้ เสียสละเวลา จึงจะสามารถสอนนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันอย่างมีประสิทธิภาพ

2. จิตวิทยาในการเรียนรู้

การสอนนักเรียนนั้นเพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาขึ้นครูจะต้องนึกอยู่เสมอว่า จะทำให้นักเรียนพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการอย่างไร นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมดังต่อไปนี้

2.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใดประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก เขาก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากคิดจะทำให้ได้วิธีนี้คงเป็นการลองผิดลองถูกแต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์นั้นอีกครั้งหนึ่ง เขาจะสามารถตอบได้ แสดงว่าเขาเกิดการเรียนรู้

2.2 การถ่ายทอดการเรียนรู้

2.2.1 นักเรียนจะได้รับการถ่ายทอดความรู้ก็ต่อเมื่อเห็นสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง

2.2.2 ครูควรจะฝึกนักเรียนให้รู้จักสังเกตรูปแบบของสิ่งของที่คล้ายคลึงกัน แล้วเขาก็จะสรุปว่าแบบนั้นเป็นอย่างไร

2.2.3 รู้จักนำเรื่องที่เรียนแล้วในอดีตมาเปรียบเทียบ หรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

2.2.4 ควรให้นักเรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จไปเป็นเรื่อง ๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดสำเร็จเขาก็จะสามารถถ่ายทอดไปเรื่องอื่น ๆ ดังนั้นครูควรให้นักเรียนสรุปได้ด้วยตนเอง

2.2.5 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมาน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ดังนั้นครูต้องตระหนักอยู่เสมอว่าจะสอนอะไรและสอนอย่างไร

2.3 ธรรมชาติของการเรียนรู้

นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ได้นักเรียนจะต้องรู้ในเรื่องต่อไปนี้

2.3.1 นักเรียนจะต้องรู้จักจุดประสงค์ในการเรียน ในแต่ละบทเรียนนั้น ว่านักเรียนกำลังต้องการอะไร นักเรียนจะสามารถปฏิบัติหรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างไร

2.3.2 นักเรียนจะต้องรู้จักวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกันหรือเปรียบเทียบกัน เพื่อนำไปสู่การค้นพบ

2.3.3 นักเรียนจะต้องรู้จักสัมพันธ์ความคิด ครูจะต้องพยายามสอนให้รู้จักสัมพันธ์ความคิด เมื่อสอนเรื่องหนึ่งก็ควรพูดถึงเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน เช่นจะสอนเรื่องทศนิยม ก็จะต้องทบทวนเรื่องร้อยละ

2.3.4 นักเรียนจะต้องเรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้

2.3.5 ครูจะต้องเป็นผู้มีสมองไว มีปฏิภาณ รู้จักวิธีการที่จะนำนักเรียนไปสู่ข้อสรุป ในการสอนแต่ละเรื่องนั้นครูจะได้สรุปบทเรียนทุกครั้ง

2.3.6 นักเรียนควรจะเรียนรู้วิธีการว่าจะเรียนอย่างไร โดยเฉพาะการเรียนคณิตศาสตร์ จะท่องจำเหมือนนกแก้วนกขุนทองไม่ได้

2.3.7 ครูไม่ควรทำโทษนักเรียนจะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายยิ่งขึ้น

3. จิตวิทยาในการฝึก (psychology of drill)

การฝึกเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับนักเรียน การให้ฝึกซ้ำๆ อาจทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย ครูจะต้องดูให้เหมาะสม การฝึกที่เหมาะสมอาจพิจารณาได้ดังนี้

3.1 การฝึกจะได้ผลดีต้องฝึกเป็นรายบุคคล เพราะคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3.2 ควรจะฝึกไปที่ละเรื่อง เมื่อจบบทเรียนหนึ่ง และเมื่อเรียนได้หลายบทก็ควรฝึกทบทวนอีกครั้ง

3.3 ควรจะมีการตรวจแบบฝึกหัดแต่ละครั้งที่ให้นักเรียนทำ เพื่อเป็นการประเมินผลนักเรียนตลอดจนประเมินผลการสอนของครูด้วย

3.4 เลือกแบบฝึกหัดให้สอดคล้องกับบทเรียนและให้แบบฝึกหัดพอเหมาะไม่มากเกินไป

3.5 แบบฝึกหัดที่นักเรียนทำนั้นต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

3.6 แบบฝึกหัดที่ให้นั้นควรจะฝึกหลาย ๆ ด้าน คำนึงถึงความยากง่าย เรื่องใดควรเน้น และอาจให้ทำหลาย ๆ ครั้งเพื่อความเข้าใจ

3.7 พึงตระหนักอยู่เสมอว่า ก่อนที่จะให้นักเรียนทำโจทย์นั้น นักเรียนเข้าใจวิธีการทำโจทย์โดยถ่องแท้ อย่าปล่อยให้ นักเรียนทำตามตัวอย่างโดยไม่เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. การเรียนโดยการกระทำ (learning by doing)

ทฤษฎีนี้ จอห์น ดิวอี้ ได้กล่าวว่าในการสอนคณิตศาสตร์นั้น ปัจจุบันมีสื่อการเรียนการสอนเป็นรูปธรรมมาก ครูต้องให้นักเรียนลองกระทำหรือปฏิบัติจริงแล้วจึงสรุปมโนคติ(concept)

ครูไม่ควรเป็นผู้บอก ถ้านักเรียนได้ค้นพบด้วยตัวเองแล้วเขาจะจดจำได้นาน เกิดความเข้าใจและทำได้

5. การเรียนเพื่อรู้ (mastery learning)

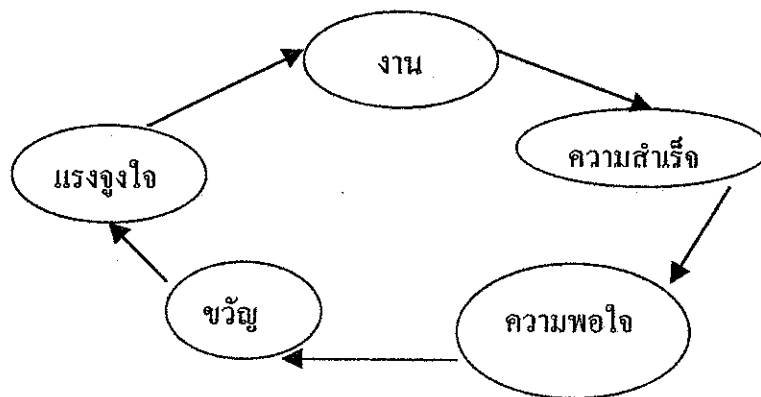
การเรียนเพื่อรู้ เป็นการเรียนรู้จริงทำให้ได้จริงนักเรียนบางคนทำได้ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้แต่บางคนไม่สามารถทำได้ตามจุดประสงค์ เขาควรจะได้รับ การซ่อมเสริมให้เกิดการเรียนรู้เหมือนคนอื่น แม้ว่าจะต้องใช้เวลามากกว่าคนอื่นในเนื้อหาเดียวกัน เมื่อนักเรียนเกิดการเรียนรู้สำเร็จตามจุดประสงค์เขาจะเกิดความพอใจและมีกำลังใจและเกิดแรงจูงใจอยากเรียนต่อไป

6. ความพร้อม (readiness)

ครูต้องสำรวจความพร้อมของนักเรียนก่อน นักเรียนแต่ละวันมีความพร้อมไม่เหมือนกัน ถ้านักเรียนไม่พร้อมเขาจะไม่สามารถเรียนต่อไปได้ครูจึงต้องสำรวจความพร้อมของนักเรียนอยู่เสมอ ครูจะหัดดูความรู้พื้นฐานของนักเรียน ถ้านักเรียนยังไม่พร้อมก็ต้องทบทวนเสียก่อน

7. แรงจูงใจ (motivation)

แรงจูงใจเป็นเรื่องที่ครูควรเอาใจใส่เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ นั้นยากอยู่แล้ว ครูควรคำนึงถึงเรื่องต่อไปนี้



8. การเสริมแรง (reinforcement)

การเสริมแรงเป็นเรื่องสำคัญในการสอน เพราะคนเรานั้นเมื่อทราบว่าพฤติกรรมที่แสดงออกมานั้นเป็นที่ยอมรับ ย่อมทำให้เกิดกำลังใจการที่ครูชมนักเรียนในโอกาสอันเหมาะสมเช่น กล่าวชมเชย มีอาการยิ้ม พยักหน้า ฯลฯ เหล่านี้เป็นกำลังใจให้นักเรียนเป็นอย่างมาก และช่วยให้แก่นักเรียนได้ก้าวไปถึงจุดประสงค์ที่ต้องการได้

จากเอกสารดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า จิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สำคัญมากสำหรับครูผู้สอนทุกท่านที่ควรจะเข้าใจและนำจิตวิทยาการสอนไปใช้ในการเรียนการสอน ในทุกแห่งทุกมุมของหลักจิตวิทยาในการสอนดังที่กล่าวมาแล้ว ย่อมจะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดี

ขึ้น และประสบความสำเร็จในการเรียน ตลอดจนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ ที่มีบทบาทและมีความจำเป็น ต่อการดำรงชีวิตประจำวันของทุกคนตลอดมา

สมรรถภาพของครูคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษา

ประยูร อาษานาม (2537, หน้า 11-12) ได้กล่าวไว้ดังนี้คือ

ครูเป็นบุคคลสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูจะต้องเตรียมตัวอย่างดีทั้งด้านความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาวิชา ความสามารถในการถ่ายทอดความรู้ รวมทั้งมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และการสอนคณิตศาสตร์ ครูคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาควรจะมีสมรรถภาพดังต่อไปนี้

1. สมรรถภาพด้านเนื้อหาวิชา
 - 1.1 สามารถใช้และอธิบายระบบตัวเลขฐานสิบได้อย่างถูกต้อง
 - 1.2 สามารถจำแนกความแตกต่างระหว่างการนับโดยการท่องจำและการนับอย่างเข้าใจได้
 - 1.3 สามารถหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารของจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ และจำนวนจริงได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้องและแม่นยำ
 - 1.4 สามารถอธิบายขั้นตอนและเหตุผลของการคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม
 - 1.5 สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมและถูกต้อง
 - 1.6 สามารถใช้เส้นจำนวนแทนจำนวนเต็ม เศษส่วน และจำนวนจริงได้อย่างถูกต้อง และสามารถใช้เส้นจำนวนแสดงการหาผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารของระบบจำนวนดังกล่าวแล้วได้อย่างถูกต้อง
 - 1.7 สามารถอธิบายมโนคติเกี่ยวกับเรขาคณิต 2 และ 3 มิติ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน และสามารถอธิบายคุณสมบัติของรูปเรขาคณิตและรูปทรงได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
 - 1.8 สามารถใช้วงเวียน ใช้โปรแทรกเตอร์ และไม้บรรทัดในการสร้างและการวัดรูปเรขาคณิตและรูปทรงได้
 - 1.9 สามารถแสดงและอธิบายกรรมวิธีการคิดคำนวณเบื้องต้น (การบวก การลบ การคูณ และการหาร) ได้อย่างเหมาะสมกับวัยและระดับความรู้ของเด็ก
 - 1.10 สามารถใช้วิธีการทางสถิติและความน่าจะเป็นในการหาค่าสถิติเกี่ยวกับการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การกระจาย และการนำเสนอข้อมูลต่าง ๆ

1.11 สามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันและความสัมพันธ์และการนำความรู้ดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์และอื่น ๆ ได้

1.12 สามารถอธิบายมโนคติที่เกี่ยวข้องกับการวัดได้

นอกจากนั้นครูคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาควรจะหมั่นแสวงหาความรู้คณิตศาสตร์ที่ตนเองยังไม่ได้ศึกษา และเนื้อหาวิชาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ควรทราบและสิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งก็คือความสามารถในการนำความรู้คณิตศาสตร์แนวใหม่ไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

2. สมรรถภาพด้านพัฒนาการและพฤติกรรมของมนุษย์

2.1 สามารถจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้เหมาะสมกับพัฒนาการของเด็ก

2.2 สามารถเลือกและปรับปรุงกลวิธีการสอนและวัสดุประกอบการสอนอย่างเหมาะสม

2.3 สามารถเข้าใจระดับขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญา ทักษะ และคุณสมบัติ และเจตคติ (affective) ของเด็กวัยต่าง ๆ รวมทั้งเห็นความสำคัญของความแตกต่างระหว่างบุคคลของเด็กในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

2.4 สามารถวินิจฉัยปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็กและหาแนวทางในการช่วยเหลือและแก้ปัญหาของเด็กเหล่านั้นได้

2.5 สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับเด็กที่เก่งคณิตศาสตร์เป็นพิเศษได้

2.6 สามารถผสมผสานและประยุกต์ความรู้ทางด้านพัฒนาการของเด็ก ความรู้ทางการศึกษา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสอนคณิตศาสตร์ได้

2.7 สามารถติดตามผลการศึกษาค้นคว้าและการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ใหม่ ๆ อยู่เสมอ

3. สมรรถภาพด้านวิชาชีพครู

3.1 สามารถวางแผนหรือปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ของตนเองได้

3.2 สามารถเข้าใจและตีความปรัชญาการสอนของบุคคลที่มีชื่อเสียงและมีผลงานดีเด่นได้ เช่น ปรัชญาของเบียเง บรูเนอร์ และอื่น ๆ เป็นต้น

3.3 สามารถตีความและนำหลักสูตรไปสอนได้อย่างถูกต้อง

3.4 สามารถกำหนดความมุ่งหมายการสอนคณิตศาสตร์ที่เป็นความมุ่งหมายทั่วไปหรือความมุ่งหมายเฉพาะได้

3.5 สามารถประยุกต์และปรับปรุงโครงการเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ที่ได้ผลดีมาสอนในโรงเรียนของตนได้อย่างเหมาะสม

3.6 สามารถใช้เครื่องมือโสตทัศนูปกรณ์ทางการศึกษาได้ดี

3.7 สามารถสร้างและใช้เครื่องมือวัดผลการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3.8 สามารถประเมินผลและสรุปผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีเหตุผล และเชื่อถือได้

จากการศึกษาเอกสารดังที่กล่าวมาแล้ว สมรรถภาพของครูที่จะสอนคณิตศาสตร์ได้ดี และทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ดีนั้น ต้องเป็นผู้ที่มีความรู้และความสามารถเฉพาะตัวในหลาย ๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านความรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ด้านการจัดประสบการณ์ในการเรียนให้แก่ผู้เรียน และในด้านการพัฒนาศักยภาพของตัวครูผู้สอนเอง สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้จะช่วยให้การเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมีผลการเรียนรู้ที่ดีขึ้น ซึ่งรวมไปถึงด้านเจตคติที่ดีต่อวิชาและคณิตศาสตร์และการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

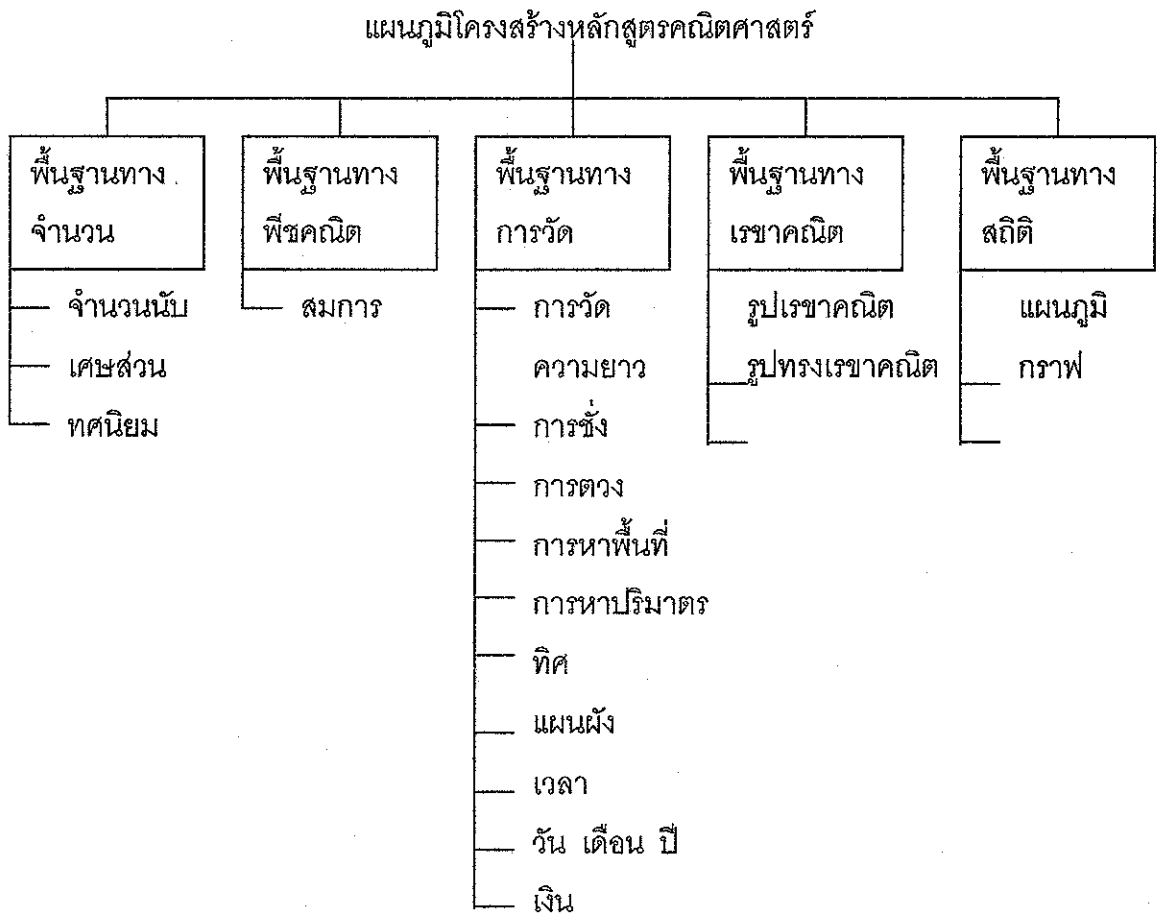
หลักสูตรกลุ่มทักษะวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

จุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์ หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ประกอบด้วย พื้นฐานทางจำนวนพีชคณิต การวัด เรขาคณิต และสถิติ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับนี้เน้นในด้านการพัฒนาความคิด ความเข้าใจ โดยใช้กิจกรรมของจริง หรือ อุปกรณ์ ทั้งนี้การจัดประสบการณ์ในการเรียนการสอนควรคำนึงถึงความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาและการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษามีจุดประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพจึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2536, หน้า 20)

1. มีความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐาน และมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจน รัดกุม
3. รู้คุณค่าทางคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์ เนื้อหาของหลักสูตรคณิตศาสตร์มีโครงสร้างอันประกอบด้วยพื้นฐานในด้านต่าง ๆ 5 พื้นฐาน คือ

1. พื้นฐานทางจำนวน เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม เป็นต้น
2. พื้นฐานทางพีชคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับทางจำนวน เช่น สมการ
3. พื้นฐานทางการวัด เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องการวัด ความยาว การชั่ง การตวง การหาพื้นที่ การหาปริมาตร ทิศ แผนผัง เวลา วัน เดือน ปี และเงิน เป็นต้น
4. พื้นฐานทางเรขาคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องรูปเรขาคณิต และรูปทรงเรขาคณิต
5. พื้นฐานทางสถิติ เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรื่องการนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิ และกราฟ



ภาพที่ 3 แผนภูมิโครงสร้างหลักสูตรคณิตศาสตร์ (สปช. 2536, หน้า 21)

การจัดโครงสร้างเนื้อหาในแต่ละพื้นฐานจะจัดให้สัมพันธ์กัน เนื้อหาที่กำหนดไว้ในแต่ละพื้นฐานเป็นเรื่องที่จะต้องใช้หรือเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น เงิน เวลา การชั่ง การตวง การวัดความยาว พื้นที่ แผนภูมิ การบวก การลบ การคูณและการหาร ฯลฯ การจัดเนื้อหาในแต่ละระดับชั้นได้สอดคล้องและเหมาะสมกับวัยและวุฒิภาวะของผู้เรียน เนื้อหาแต่ละเรื่องที่ได้จัดไว้ในชั้นต่าง ๆ จะมีลักษณะทบทวนเนื้อหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้วในชั้นก่อน ดังนั้นการเรียนการสอนในแต่ละเรื่องมิได้เรียนเพียงครั้งเดียวแล้วยุติ แต่จะซ้ำและทบทวนแล้วจึงเพิ่มรายละเอียดของเนื้อหานั้น ๆ ให้เหมาะสมกับวัย และชั้นเรียนที่สูงขึ้น (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ, 2536, หน้า 20-22)

เนื้อหาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-4 สำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดไว้ให้ผู้เรียนได้ศึกษาความหมาย และฝึกให้เกิดความคล่องในการคิดคำนวณ การแก้โจทย์ปัญหา รวมทั้งการเขียนและแสดงความหมายหรือวิธีการในเรื่องต่อไปนี้

จำนวนนับที่เกิน 1,000 การอ่านและการเขียนตัวเลขในชีวิตประจำวัน การบวก การลบ การคูณระหว่างจำนวนที่มีหลักเดียวกับจำนวนที่มีไม่เกินสี่หลัก และระหว่างจำนวนที่มีไม่เกินสามหลักกับจำนวนที่มีไม่เกินสามหลัก การหารที่ตัวหารเป็นจำนวนที่มีหลักเดียวตัวตั้งเป็นจำนวนหลักที่ไม่เกินสี่หลัก และการหารที่ตัวหารเป็นจำนวนที่มีไม่เกินสามหลัก โดยมีผลหารเป็นจำนวนที่มีไม่เกินสามหลัก

เศษส่วนที่ตัวเศษน้อยกว่าตัวส่วน เศษส่วนที่แทนจำนวนนับการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน การคูณระหว่างเศษส่วนกับจำนวนนับ

ทศนิยมไม่เกินสองตำแหน่ง ความหมาย การเขียน การอ่าน การเปรียบเทียบทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง

การวัดความยาว การชั่ง การตวง หน่วยและการเปรียบเทียบหน่วยที่เป็นมาตรฐานที่ใช้ในชีวิตประจำวัน โจทย์ปัญหาที่กล่าวถึงหน่วยไม่เกินสองหน่วย การใช้มาตราส่วนหาความยาวหรือระยะทางจริง

เวลา การอ่านและเขียนบันทึกเวลารายการกิจกรรมหรือเหตุการณ์ การอ่านตารางเวลาโจทย์ปัญหาที่กล่าวถึงหน่วยไม่เกินสองหน่วย

เงิน การบันทึกรายรับรายจ่าย กำไรขาดทุนอย่างง่าย ๆ

เรขาคณิต เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง มุม เส้นขนาน ส่วนของระนาบ รูปเรขาคณิต และรูปทรงเรขาคณิต ส่วนต่าง ๆ ของรูปเรขาคณิต รูปสมมาตร การเขียนรูปเรขาคณิตด้วยวิธีง่าย ๆ การประมาณพื้นที่ของรูปโดยใช้ตาราง การประมาณและคาดคะเนที่ใช้ในชีวิตประจำวัน การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

แผนภูมิ การเขียนและการอ่านแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่ง การอ่านตารางข้อมูลที่ใช้ในชีวิตประจำวัน

การเฉลี่ยร้อยละ และโจทย์ปัญหาหระคน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2535, หน้า 20)

เนื้อหาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 สำหรับโรงเรียนที่เปิดสอน 2 ภาคเรียน มีเนื้อหาที่เรียนในแต่ละภาคดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2536, หน้า 28)

ภาคเรียนที่ 1

บทที่ 1 จำนวนไม่เกิน 100,000

บทที่ 2 การบวกลบจำนวนซึ่งมีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 1,000

บทที่ 3 แผนภูมิรูปภาพ และแผนภูมิแท่ง

บทที่ 4 การวัดความยาว

บทที่ 5 ทบทวนการคูณและการหาร

บทที่ 6 เวลา

บทที่ 7 การบวกลบจำนวนซึ่งมีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 10,000

บทที่ 8 การชั่ง การตวง

ภาคเรียนที่ 2

บทที่ 9 เศษส่วน

บทที่ 10 การคูณ

บทที่ 11 การหาร

บทที่ 12 เงินและการบันทึกรายรับรายจ่าย

บทที่ 13 รูปเรขาคณิต และรูปสมการ

บทที่ 14 จุด ส่วนของเส้นตรง เส้นตรง รังสี มุม

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของ

หลักสูตร ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญยิ่งในการจัดการเรียนการสอน เพราะถึงแม้ว่าผู้เรียนจะได้เรียนเนื้อหาครบถ้วนตามหลักสูตร ถ้าครูจัดการเรียนการสอนไม่สนองจุดประสงค์ของหลักสูตร ผู้เรียนก็จะได้แต่ความรู้ด้านเนื้อหา ซึ่งเป็นเพียงส่วนหนึ่งของจุดประสงค์เท่านั้น

ในการจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของหลักสูตรนั้น ครูควรต้องคำนึงถึงกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานที่กำหนดไว้ในหลักสูตร โดยพยายามให้ผู้เรียนได้เข้าใจในหลักการของคณิตศาสตร์ควบคู่กันไปด้วย เพราะความเข้าใจในหลักการจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นต่อไปได้

เมื่อผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์แล้ว ครูควรจัดให้ฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญ ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็ว การฝึกทักษะมีความจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ ครูจึงจำเป็นที่จะต้องให้ผู้เรียนฝึกให้มากพอ แบบฝึกหัดควรเป็นแบบฝึกหัดที่ทำหายและน่าสนใจ ซึ่งอาจทำได้ในรูปของเกมปัญหาชวนคิด บัตรงาน เป็นต้น แบบฝึกหัดที่นำมาให้ผู้เรียนทำควรเป็นแบบฝึกหัดที่เริ่มจากง่ายไปหายาก เพื่อให้ผู้เรียนอยากทำและอยากฝึกต่อไป นอกจากนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรเป็นกิจกรรมที่เร้าให้ผู้เรียนสนใจ ควรยกตัวอย่างให้ผู้เรียนได้สังเกตและสรุป ควรเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดตามลำดับเหตุผล และให้โอกาสผู้เรียนในการแสดงความคิดของตนเองและใช้เหตุผลของตนเอง อันจะช่วยเสริมสร้างความสามารถในการคิด และอธิบายตามลำดับเหตุผลของผู้เรียนด้วย

กิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูจัดขึ้นควรจัดให้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาในหลักสูตรกับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันด้วย ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ตลอดจนมีเจตคติที่ดีต่อวิชานี้ ครูควรจัดกิจกรรมโดยให้ปฏิบัติจริง หรือนำเหตุการณ์ที่ผู้เรียนประสบในชีวิตประจำวันมาเป็นแนวในการจัดกิจกรรม เช่น ให้มีการแลกเงินหรือการซื้อขายที่ต้องมีการทอนเงิน จัดให้ผู้เรียนได้ชั่ง ตวง และวัดความยาว ในเรื่องการบวก ลบ คูณ และหารจำนวน เรื่องดอกเบี้ยวและร้อยละ ครูควรนำโจทย์จากชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนคิดเพื่อให้ได้เห็นแนวทางการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ นอกจากนี้ครูควรหาโจทย์การนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในกลุ่มประสบการณ์อื่น ๆ มาให้ผู้เรียนคิดแก้โจทย์ปัญหาด้วย ประสบการณ์ดังกล่าวจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์และเห็นแนวทางการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้กลุ่มประสบการณ์อื่นด้วย

นอกจากที่กล่าวมาแล้ว ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูควรคำนึงถึงขั้นตอนการเรียนการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่ต้องใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ถ้าผู้เรียนยังไม่มีพื้นฐานความรู้เรื่องใด ควรจัดสอนทบทวนก่อน