

การศึกษาการกักอนุภาคในหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมเลตทิงของแสงจากปรากฏการณ์ทึบอด

แท้ นามแก้ว

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

พฤษภาคม 2559

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา  
วิทยานิพนธ์ของ แท้ นามแก้ว ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สรไกร ศรีสุภผล)



.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(ดร. ศรัณย์ ภิบาลชนม์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



.....ประธาน

(ดร. วิฑูร ชื่นวชิรศิริ)



.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สรไกร ศรีสุภผล)



.....กรรมการ

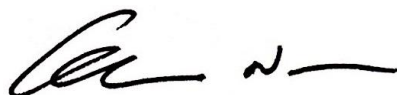
(ดร. ศรัณย์ ภิบาลชนม์)



.....กรรมการ

(ดร. การะเกด เทศศรี)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา



.....คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เอกรัฐ ศรีสุข)

วันที่ 3 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2559

การศึกษาวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาระดับปริญญาโท  
จาก โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สกวค.)  
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ  
ประจำปีการศึกษา 2556 – 2557

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาเป็นอย่างดียิ่งจากอาจารย์ที่ปรึกษาหลัก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สรไกร ศรีสุภผล และอาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ดร.ศรัณย์ ภิบาลชนม์ ที่ได้ให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและดูแลเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สรายุทธ เดชะปัญญา ที่ให้ความรู้และอนุเคราะห์เอกสารเกี่ยวกับปรากฏการณ์ทลอบอด และ อาจารย์ ดร.นุพันธ์ เจียวไม่้งาม ที่ให้ข้อเสนอแนะในการวิเคราะห์และอภิปรายผลการศึกษา

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.วิฑูร ชีนวนิชศิริ ประธานคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ทรงคุณวุฒิจากภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล และ อาจารย์ ดร. การะเกศ เทศศรี กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ทรงคุณวุฒิจาก ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่กรุณาให้คำชี้แนะในการปรับปรุงงานวิจัยให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ได้ให้ทุนการศึกษา ทุนวิจัย และทุนสนับสนุนในการฝึกอบรม โครงการที่เป็นประโยชน์ต่าง ๆ แก่ผู้วิจัย ตามโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ตั้งแต่ระดับปริญญาตรี ประกาศนียบัตรบัณฑิต จนถึงระดับปริญญาโท

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ญาติพี่น้อง กัลยาณมิตรทางธรรม และเพื่อน ๆ ทุกคน ที่ให้กำลังใจในการศึกษาและให้ความช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูแก่บิดาและมารดา บุพการี อุปัชฌาย์ บูรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

แต่ นามแก้ว

56920163: สาขาวิชา: ฟิสิกส์ศึกษา; วท.ม. (ฟิสิกส์ศึกษา)

คำสำคัญ: การกักอนุภาค/ คลื่นนิ่งของแสง/ แลตทิซของแสง/ ปრაกฏการณ์ทัลบอต

แท่นามแก้ว: การศึกษาการกักอนุภาคในหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต (STUDY OF TRAPPING A PARTICLE IN AN OPTICAL LATTICE BASED ON A STANDING WAVE OF LIGHT AND THE TALBOT EFFECT)

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สรไกร ศรีสุภผล, ประ.ด., ศรัณย์ ภิบาลชนม์, ประ.ด. 43 หน้า.

ปี พ.ศ. 2559.

การศึกษานี้มีจุดประสงค์เพื่อจำลองการกักอนุภาคในหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอตที่เป็นบ่อศักย์แบบไม่เชิงเส้น ผลเฉลยที่ได้จากสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติที่ใช้หลุมแสงทั้งสองเป็นบ่อศักย์ พบว่าความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์ของหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทัลบอตมีค่าน้อยกว่าหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง

56920163: MAJOR: PHYSICS EDUCATION; M.Sc. (PHYSICS EDUCATION)

KEYWORDS: TRAPPING PARTICLE / STANDING WAVE OF LIGHT /  
OPTICAL LATTICE / THE TALBOT EFFECT

TAE NAMKAEW: STUDY OF TRAPPING A PARTICLE IN AN  
OPTICAL LATTICE BASED ON A STANDING WAVE OF LIGHT AND THE  
TALBOT EFFECT. ADVISOR COMMITTEE: SORAKRAI SRISUPHAPHON,  
Ph.D., SARAL PIBALCHON, Ph.D. 43 P. 2016.

The study is intended to simulate trapping a particle in an optical lattice, based on a nonlinear potential well of the standing wave of light and the Talbot effect. The solutions for 1D time-independent Schrodinger equations with these potential wells have been calculated. The probability density of finding a particle outside the potential well from the Talbot effect is less than that from the standing wave of light.

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ณ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	3
ข้อจำกัดของการวิจัย.....	4
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	4
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
แลตทิซของแสง.....	5
แลตทิซจากคลื่นนิ่งของแสง.....	5
แลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต.....	6
สมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลา.....	9
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	17
เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัย.....	17
วิธีการและขั้นตอนศึกษาวิจัย.....	17
การจำลองหุลุมแสงจากคลื่นนิ่ง และหุลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ ทัลบอต.....	17
การจำลองอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์แบบฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์แบบง่าย ใน 1 มิติ.....	19

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การหาผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นที่สมนัยกับผลเฉลยพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักใน หลุมแสง.....	26
4 ผลการวิจัย.....	28
ผลการจำลองหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทัลบอด.....	28
ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบ อนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง.....	29
ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบ อนุภาคที่ถูกกักในหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอด.....	31
ผลเฉลยค่าพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ และเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่น ของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์.....	34
5 สรุปและอภิปรายผล.....	35
สรุปผลการวิจัย.....	35
อภิปรายผลการวิจัย.....	35
บรรณานุกรม.....	37
ภาคผนวก.....	39
ภาคผนวก ก.....	40
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	43



## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2-1	ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่น และระดับพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่าย.....	11
3-1	ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่น และความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติจากวิธีการเชิงวิเคราะห์ และวิธีการเชิงตัวเลข.....	24
3-2	ผลเฉลยค่าพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ และเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติจากวิธีการเชิงวิเคราะห์ และวิธีการเชิงตัวเลข.....	26
4-1	ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่น และความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง 1 มิติ จากวิธีการเชิงวิเคราะห์ และวิธีการเชิงตัวเลข	29
4-2	ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแอสติซของแสงจากปรากฏการณ์ทัตบอด 1 มิติ ในช่วง $-0.07d \leq x \leq 0.07d$ .....	31
4-3	ผลเฉลยความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแอสติซของแสงจากปรากฏการณ์ทัตบอด 1 มิติ ในช่วง $-0.07d \leq x \leq 0.07d$ .....	32
4-4	ผลเฉลยค่าพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ และเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์ .....	34

## สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1-1	แลตทิซของแสงใน 2 มิติ (a) จากคลื่นนิ่ง (b) จากปรากฏการณ์ทัลบอตที่ระยะครึ่งทัลบอต (c) จากปรากฏการณ์ทัลบอตที่ระยะหนึ่งทัลบอต.....	2
2-1	ตำแหน่งบัพและปฏิบัพของคลื่นนิ่ง.....	6
2-2	แผนภาพการซ้อนทับกันของระนาบคลื่นแสงภายหลังการเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงแล้วเกิดการแทรกสอดแบบสนามใกล้เคียงที่เรียกว่า ปรากฏการณ์ทัลบอต.....	7
2-3	แผนภาพการเกิดปรากฏการณ์ทัลบอตใน 1 มิติ.....	9
2-4	แผนภาพการติดตั้งอุปกรณ์การทดลองการสร้างแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต.....	12
2-5	ผลการทดลองและการจำลองเพื่อสร้างแลตทิซของแสงใน 2 มิติ จากปรากฏการณ์ทัลบอต กับเกรตติงที่มี $d = 20$ ไมโครเมตร และ $f = 0.9$ .....	14
2-6	ผลการทดลองและการจำลองเพื่อสร้างแลตทิซของแสงใน 2 มิติ จากปรากฏการณ์ทัลบอต กับเกรตติงที่มี $d = 20$ ไมโครเมตร และ $f = 0.5$ .....	14
2-7	ภาคตัดขวางแลตทิซของแสงใน 2 มิติ แสดงการเปลี่ยนแปลงระยะห่างระหว่างแลตทิซ และความกว้างของแลตทิซ ด้วยการเปลี่ยนระยะทางตามแนวยาว ( $z$ และ $z'$ ) ตั้งแต่ $0.5L_T$ ถึง $1.0L_T$ โดยใช้เกรตติง 2 ตัว ที่มี $d = 200$ ไมโครเมตร และ $f = 0.5$ เท่ากัน.....	15
3-1	หลุมแสงจากคลื่นนิ่ง ขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ .....	18
3-2	หลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง $-0.25 d \leq x \leq 0.25 d$ (a) ระยะ $z = 0.5L_T$ (b) ระยะ $z = 1.0L_T$ .....	19
3-3	หลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง $-0.07 d \leq x \leq 0.07 d$ (a) ระยะ $z = 0.5L_T$ (b) ระยะ $z = 1.0L_T$ .....	19
3-4	ฟังก์ชันการจำลองการกักอนุภาคในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติ และการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์ โดยใช้โปรแกรม Mathematica.....	20

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
<p>3-5    ฟังการจำลองการกักอนุภาคในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติ และการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติทุกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม Mathematica.....</p>	22
<p>4-1    ผลการจำลอง (a) หลุมแสงจากคลื่นนิ่ง (b) หลุมเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ระยะ <math>z = 0.5L_T</math> (c) หลุมเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ระยะ <math>z = 1.0L_T</math>.....</p>	28
<p>4-2    ผลการจำลองหลุมเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง <math>-0.07 d \leq x \leq 0.07 d</math> (a) ระยะ <math>z = 0.5L_T</math> (b) ระยะ <math>z = 1.0L_T</math>.....</p>	29
<p>5-1    ผลการจำลองระดับพลังงานในบ่อศักย์ (a) หลุมแสงจากคลื่นนิ่ง (b) หลุมเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ระยะ <math>z = 0.5L_T</math> (c) หลุมเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ระยะ <math>z = 1.0L_T</math>.....</p>	35
<p>5-2    ผลการจำลองบ่อศักย์ที่มีความกว้างเท่ากัน (a) หลุมแสงจากคลื่นนิ่ง (b) หลุมเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ระยะ <math>z = 0.5L_T</math> (c) หลุมเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ระยะ <math>z = 1.0L_T</math>.....</p>	36
<p>ก-1    ฟังการจำลองการกักอนุภาคในหลุมเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอตที่ระยะ <math>1.0L_T</math> และการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติทุกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม Mathematica.....</p>	41

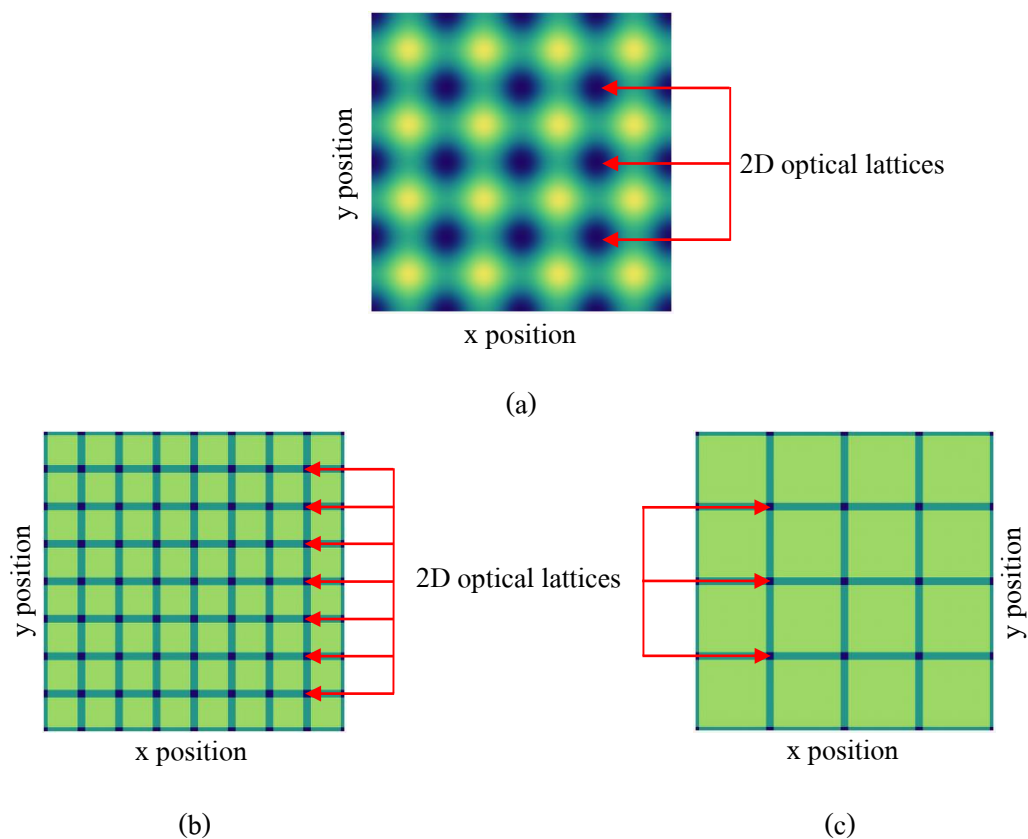
# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

กลศาสตร์ควอนตัมแบ่งสถานะ (state) ของอนุภาคออกเป็น 2 สถานะ ได้แก่ สถานะกระเจิง (scattering state) และสถานะกัก (bounded state) ซึ่งอนุภาคที่มีพลังงานสูงกว่าขอบบ่อศักย์ (potential well) จะอยู่ในสถานะกระเจิง ส่วนอนุภาคที่มีพลังงานน้อยกว่าขอบบ่อศักย์จะอยู่ในสถานะกัก (บรรจบ สุดประเสริฐ, 2539) โดยธรรมชาติอนุภาคจะถูกกักในบริเวณหนึ่ง เช่น อิเล็กตรอนถูกกักในอะตอม โพรตอนและนิวตรอนถูกกักในนิวเคลียส ควาร์กถูกกักในโปรตอนและนิวตรอน เป็นต้น

ความรู้ด้านทัศนศาสตร์ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการกักอนุภาค (trapping particle) ในระดับควอนตัม อาทิเช่น การทำให้อะตอมมีอุณหภูมิต่ำยิ่งยวดด้วยเลเซอร์เพื่อศึกษาคุณสมบัติของอะตอมและโมเลกุลที่อุณหภูมิต่ำยิ่งยวด (Bloch, 2005; Jaksch, 2004) การเตรียมอะตอมเดี่ยว (single atom) เพื่อพัฒนาอุปกรณ์ประมวลผลเชิงควอนตัม (Greiner, Mandel, Esslinger, Hänsch, & Bloch, 2002) เป็นต้น คลื่นนิ่งของแสง (standing wave of light) เป็นแนวทางหนึ่งที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการกักอะตอมเย็น (Pavel & Christopher, 1998) โดยอะตอมเย็นจะถูกกักอยู่ในบริเวณหลุมที่เกิดจากการหักล้างกันของแสงหรือบัพ (node) หรือเรียกว่า แลตทิซของแสง (optical lattice) อย่างไรก็ตาม ระยะเวลาห่างระหว่างหลุมแลตทิซที่ได้จากคลื่นนิ่งของแสงจะถูกจำกัดด้วยระยะครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นของแสงที่ใช้เสมอ ดังนั้น การนำแลตทิซของแสงที่ได้จากการใช้เกรตติงสร้างร็วรอยการแทรกสอดของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต (Talbot effect) เป็นอีกแนวทางหนึ่งที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการกักอะตอมเย็นเช่นกัน (Williams, Pillet, Al-Assam, Fletcher, Shotter, & Foot, 2008) ซึ่งปรากฏการณ์ทัลบอตเป็นปรากฏการณ์การเลี้ยวเบนแบบสนามใกล้ (near-field diffraction) เกิดขึ้นเมื่อมีแหล่งกำเนิดอาพันธ์ เช่น เลเซอร์ เลี้ยวเบนผ่านเกรตติงและไปแทรกสอดกัน ที่ระยะทัลบอต (Talbot length) ภาพร็วรอยแทรกสอดที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับเกรตติงทุกประการ (self-imaging) ในกรณีทั่วไปยังสามารถสังเกตภาพร็วรอยการแทรกสอดที่ระยะอัตราส่วนของระยะทัลบอต (fractional Talbot effect) ได้เช่นกัน แต่ร็วรอยแทรกสอดที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเล็กกว่าเกรตติง (สราวุธ เศษปัญญา, 2552)



ภาพที่ 1-1 แลตทิซของแสงใน 2 มิติ (a) จากคลื่นนิ่ง (b) จากปรากฏการณ์ทัลบอดที่ระยะครึ่ง  
ทัลบอด (c) จากปรากฏการณ์ทัลบอดที่ระยะหนึ่งทัลบอด

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การศึกษาวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อจำลองและเปรียบเทียบการกักอนุภาคในหลุมแสงจากคลื่นนิ่งหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอดที่เป็นบ่อศักย์แบบไม่เชิงเส้น (non-linear potential well) โดยการหาผลเฉลยระดับพลังงาน ฟังก์ชันคลื่นที่สัมพันธ์กับค่าพลังงาน จากสมการชโรดิงเงอร์แบบไม่ขึ้นกับเวลาสำหรับหลุมแลตทิซดังกล่าวนี้ในหนึ่งมิติ รวมไปถึงความหนาแน่นของโอกาสที่จะตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์ โดยยังไม่คำนึงถึงอันตรกิริยาอื่นๆ นอกเหนือไปจากบ่อศักย์ที่ได้จากหลุมแสง

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยมีแนวคิดว่า หลุมแสงจากคลื่นนิ่งของแสงมีข้อจำกัดที่ระยะห่างระหว่างหลุมถูกกำหนดด้วยครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นของแสงที่ใช้เสมอ ดังนั้นการนำแลตทิซของแสงที่ได้จาก

การใช้เกรตติงสร้างวีร่อยการแทรกสอดของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอดซึ่งสามารถปรับระยะห่างระหว่างแลตทิซของแสงได้จึงเป็นอีกแนวทางหนึ่งที่จะนำมาศึกษาเพื่อจะได้นำไปประยุกต์กับการกักอะตอมเย็น

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้หลักการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติในระบบหน่วยอะตอม โดยใช้โปรแกรม Mathematica เพื่อใช้ในการศึกษาการกักอนุภาคในบ่อศักย์แบบต่าง ๆ ในหนึ่งมิติ สำหรับการศึกษาในระดับอุดมศึกษา
2. ได้ฟังก์ชันคลื่นและระดับพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง และหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอด
3. ได้ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคจากฟังก์ชันคลื่นเพื่อเปรียบโอกาสในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์

### ขอบเขตของการวิจัย

#### ตัวแปรที่ศึกษา

##### ตัวแปรต้น

1. หลุมแสงที่เกิดจากคลื่นนิ่งของแสง
2. หลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอดที่ระยะครึ่งทลบอด และที่ระยะหนึ่งทลบอด

##### ตัวแปรตาม

1. ฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคที่ถูกกักขังในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง และหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอด
2. ระดับพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักขังในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง และหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอด

##### ตัวแปรควบคุม

1. ความยาวคลื่นแสง
2. อัตราส่วนของช่องเปิดต่อหนึ่งคาบของเกรตติง

## ข้อจำกัดของการวิจัย

ในการวิจัยนี้จะหาผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและระดับพลังงานของอนุภาคในหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอตโดยไม่คำนึงถึงอันตรกิริยาอื่น ๆ

## นิยามศัพท์เฉพาะ

**การกักอนุภาค (trapping particle)** หมายถึง การใช้บ่อพลังงานศักย์ที่เกิดจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแสงเลเซอร์ในการดักจับและจัดการกับอนุภาคที่มีพลังงานน้อยกว่าบ่อพลังงานศักย์ของแสงเลเซอร์

**คลื่นนิ่งของแสง (standing wave of light)** หมายถึง ปรากฏการณ์การแทรกสอดของคลื่นแสงอาพันธ์สองขบวนเคลื่อนที่สวนทางกันในแนวเส้นตรงเดียวกัน แล้วเกิดการซ้อนทับกันแบบเสริมกัน และหักล้างกัน ตำแหน่งคลื่นรวมที่มีการกระจัดเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ลบมากที่สุดไปจนถึงบวกมากที่สุด เรียกว่า ปฏิบัพ และตำแหน่งคลื่นรวมที่มีการกระจัดมีค่าเป็นศูนย์เสมอ เรียกว่า บัพ ซึ่งบัพจะอยู่ตำแหน่งกึ่งกลางของปฏิบัพที่ติดกันและมีระยะห่างเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นแสงเสมอ

**แลตทิซของแสง (optical lattice)** คือ ตะแกรงแสงหรือโครงข่ายของแสงซึ่งเป็นโครงข่ายของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากการแทรกสอดของแสงอาพันธ์ เช่น เลเซอร์ มีรูปแบบทั้ง 1 มิติ 2 มิติ และ 3 มิติ

**ปรากฏการณ์ทัลบอต (Talbot effect)** หมายถึง ปรากฏการณ์การเลี้ยวเบนของแสงแบบสนามใกล้เคียง เกิดขึ้นเมื่อมีแหล่งกำเนิดอาพันธ์ เลี้ยวเบนผ่านเกรตติงแล้วไปแทรกสอดกันซึ่งที่ระยะทัลบอต ภาพวีวรอยการแทรกสอดจะมีขนาดเท่ากับเกรตติงทุกประการ (self-imaging) ในกรณีทั่วไปยังสามารถสังเกตภาพวีวรอยการแทรกสอดที่ระยะอัตราส่วนของระยะทัลบอต (fractional Talbot effect) ได้เช่นกัน แต่วีวรอยการแทรกสอดที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเล็กกว่าเกรตติง

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### แลตทิซของแสง

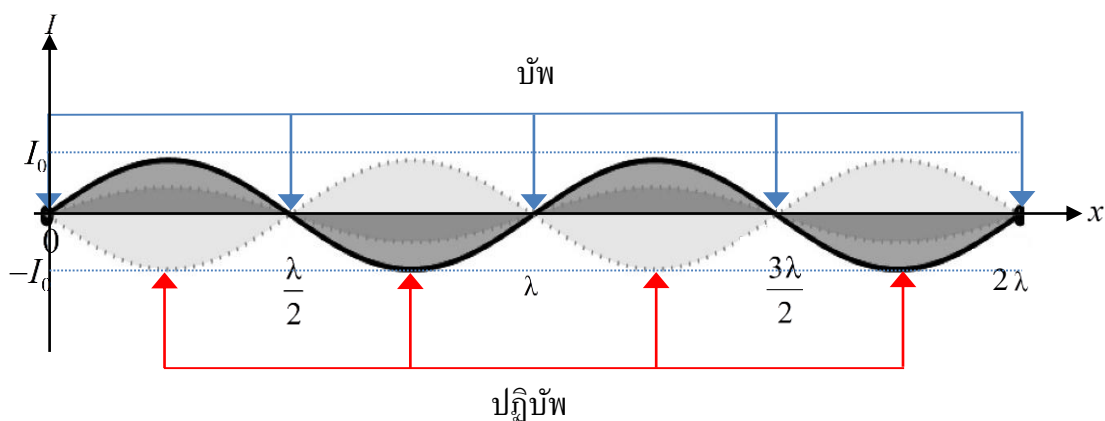
แลตทิซของแสง (optical lattices) คือ ตะแกรงแสงหรือโครงข่ายของแสงซึ่งเป็นโครงข่ายของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากการแทรกสอดของแสงอาพันธ์ (coherent light) เช่น เลเซอร์ มีรูปแบบทั้งใน 1 มิติ 2 มิติ และ 3 มิติ สามารถสร้างแลตทิซของแสงจากการแทรกสอดของแสงแล้วเกิดคลื่นนิ่ง และการแทรกสอดของแสงผ่านเกรตติง ซึ่งแลตทิซของแสงสามารถกักอะตอมที่เป็นกลางทางไฟฟ้า โดยอะตอมจะถูกทำให้เย็นลงและถูกกักในหลุมแสง แลตทิซของแสงจึงมีความสำคัญยิ่งในการศึกษาและการวิจัยตั้งแต่ฟิสิกส์พื้นฐานจนถึงฟิสิกส์ขั้นสูง อาทิเช่น การสร้างชุดสาริตการเกิดคลื่นนิ่งของแสงด้วยเลเซอร์สี่ตำแหน่ง (Kim, Kim, Lim, Pandiyan, & Cha, 2010) การศึกษากลศาสตร์ควอนตัมของระบบหลายอนุภาค การประยุกต์ทางควอนตัม ได้แก่ เทคโนโลยีสารสนเทศควอนตัม (quantum information technology) การทดลองของควอนตัมแก๊สเย็นยิ่งยวดยิ่ง (ultra-cold quantum gasses) (Jaksch, 2004) นอกจากนี้การศึกษากักอะตอมในหลุมแลตทิซของแสงสามารถนำไปสู่การศึกษากักอะตอมเดี่ยวที่เป็นฉนวนในสถานะ Mott (Mott insulator phase) ซึ่งเป็นการเตรียมอะตอมเพื่อนำไปใช้ในควอนตัมคอมพิวเตอร์ (Greiner et al., 2002) ตลอดจนการนำแลตทิซของแสงไปกักอะตอมเย็นยิ่งยวดของสถานะ BEC (Greiner, Bloch, Mandel, Hänsch, & Esslinger, 2001) เป็นต้น

#### แลตทิซจากคลื่นนิ่งของแสง

คลื่นนิ่งของแสง (standing wave of light) เป็นปรากฏการณ์การแทรกสอดของคลื่นแสงแล้วเกิดคลื่นนิ่ง ซึ่งหลักการเกิดคลื่นนิ่งของแสงมีหลักการเดียวกับการเกิดคลื่นนิ่งของเส้นเชือก และคลื่นนิ่งของเสียง แตกต่างกันตรงที่ความยาวคลื่นแสงมีความยาวคลื่นน้อยกว่าความยาวคลื่นบนเส้นเชือก และน้อยกว่าความยาวคลื่นเสียงมาก กล่าวคือ คลื่นนิ่งของแสงเกิดจากคลื่นแสงอาพันธ์สองขบวนเคลื่อนที่สวนทางกันในแนวเส้นตรงเดียวกัน แล้วเกิดการซ้อนทับกันแบบเสริมกัน (constructive superposition) และหักล้างกัน (destructive superposition) บางตำแหน่งของคลื่นรวมมีการกระจัดเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ลบมากที่สุดไปจนถึงบวกมากที่สุด เรียกตำแหน่งนี้ว่า ปฏิบัพ (antinode) และ บางตำแหน่งการกระจัดของคลื่นรวมมีค่าเป็นศูนย์เสมอ เรียกตำแหน่งนี้ว่า บัพ (node) หรือเรียกว่า แลตทิซของแสง ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของปฏิบัพที่ติดกัน จะมีระยะห่างเท่ากับ



ระยะห่างระหว่างจุดบัพที่ติดกันและจะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นแสงเสมอ ดังแสดงในภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 ตำแหน่งบัพและปฏิบัพของคลื่นนิ่ง (ดัดแปลงจาก Hecht, 2002)

กำหนดให้คลื่นนิ่งของแสงความยาวคลื่น  $\lambda$  อยู่ในแนวแกน  $x$  จะได้ความเข้มแสงจากค่าสัมบูรณ์ของฟังก์ชันคลื่นนิ่ง  $\varphi_s$  ที่ตำแหน่ง  $x$  ใด ๆ เป็นดังสมการที่ (2.1)

$$I = \varphi_s^* \varphi_s = I_0 \sin^2 kx \quad (2.1)$$

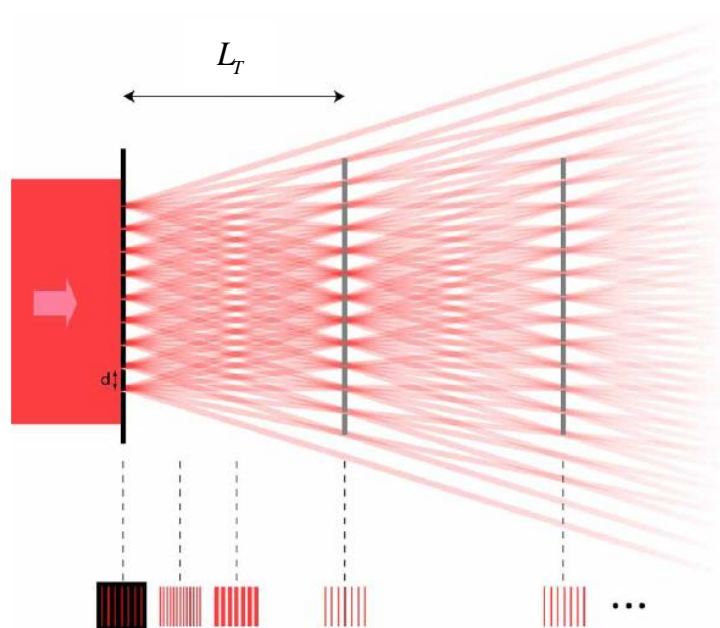
เมื่อ  $k = 2\pi/\lambda$  คือ องค์ประกอบเลขคลื่นตามแกน  $x$  และ  $I_0$  เป็นความเข้มสูงสุดที่ขึ้นอยู่กับความเข้มของแสง จากภาพที่ 2-1 แสดงรูปแบบของการแทรกสอดของแสงแล้วทำให้เกิดคลื่นนิ่งที่ตำแหน่ง  $x = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \dots$  เป็นตำแหน่งที่คลื่นนิ่งมีความเข้มแสงสูงสุดเท่ากับ  $I_0$  เรียกตำแหน่งนี้ว่า ปฏิบัพ และที่ตำแหน่ง  $x = 0, \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2, 2\lambda, \dots$  เป็นตำแหน่งที่คลื่นนิ่งมีความเข้มแสงต่ำสุด เรียกตำแหน่งนี้ว่า บัพ หรือเรียกว่า แลตทิซของแสง ซึ่งแลตทิซของแสงที่ติดกันจะมีระยะห่างเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นแสงที่ใช้เกิดคลื่นนิ่งเสมอ (Hecht, 2002)

## แลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต

### ปรากฏการณ์ทัลบอต (Talbot Effect)

ปรากฏการณ์ทัลบอตค้นพบโดย William Henry Fox Talbot นักประดิษฐ์ชาวอังกฤษ ผลงานการค้นพบนี้ถูกตีพิมพ์ในวารสาร The London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science Third Series ฉบับเดือนตุลาคม ค.ศ.1836 (Talbot, 1836) ทัลบอตพบว่า ร็วรอยการแทรกสอดที่เกิดขึ้นหลังเกรตติงจะมีขนาดเท่ากับคาบของเกรตติง เมื่อระยะระหว่างเกรตติงและตำแหน่งฉากรับภาพเท่ากับระยะคงที่ค่าหนึ่ง ต่อมาในปี ค.ศ.1881 Lord Rayleigh ได้อธิบาย

ปรากฏการณ์ที่ลบลอดด้วยหลักการการแทรกสอดแบบสนามใกล้ของเฟรสเนล (Fresnel diffraction) และกำหนดให้เรียกระยะห่างระหว่างเกรตติงและตำแหน่งฉากรับภาพที่เท่ากับระยะคงที่ค่าหนึ่งที่ทำให้เกิดริ้วรอยการแทรกสอดหลังเกรตติงมีขนาดเท่ากับคาบของเกรตติง ว่า ระยะที่ลบลอด ( $L_T$ ) ดังภาพที่ 2-2



ภาพที่ 2-2 แผนภาพการซ้อนทับกันของระนาบคลื่นแสงภายหลังการเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงแล้วเกิดการแทรกสอดแบบสนามใกล้ที่เรียกว่า ปรากฏการณ์ที่ลบลอด (ดัดแปลงจาก Fourier, Rohner, Merenda, Jacquot, & Salathé, 2007)

### การเกิดแอสติซของแสงใน 1 มิติจากปรากฏการณ์ที่ลบลอด

เมื่อฉายลำแสงอาพันธ์จากต้นกำเนิดแสงที่มีความยาวคลื่น  $\lambda$  ระนาบคลื่นแสงมีฟังก์ชันคลื่นที่ไม่ขึ้นกับเวลาเป็น  $\psi = e^{ikx \sin \theta}$  เมื่อ  $k \sin \theta$  คือ องค์ประกอบเลขคลื่น ( $k = 2\pi / \lambda$ ) ตามแนวแกน  $x$  ระนาบคลื่นจะเคลื่อนที่ในแนวแกน  $z$  ไปตกรกระทบกับเกรตติงที่วางในแนวแกน  $x$  ภายหลังจากแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงที่ตำแหน่ง  $z = 0$  แล้วเกิดการแทรกสอด สามารถอธิบายฟังก์ชันคลื่นได้ตามสมการที่ (2.2) ดังนี้

$$\varphi_T(x, z) = \sum_n A_n \exp\{i(k_\theta + nk_d)x\} = \sum_n A_n \exp(ik_{\perp, n}) \quad (2.2)$$

เมื่อ  $A_n = \sin(n\pi f) / n\pi$  เป็นองค์ประกอบฟูรีเยร์สำหรับเกรตติงที่มีคาบเป็น  $d$  โดยมี  $f$  เป็น อัตราส่วนของช่องเปิดต่อหนึ่งคาบของเกรตติง  $k_d = 2\pi / d$  เป็นค่าคงที่ของเกรตติง และ  $L_T = d^2 / \lambda$  ในที่นี้คือ ระยะทัลบอด

เมื่อคลื่นเลี้ยวเบนผ่านเกรตติง ที่ระยะ  $z$  ใด ๆ จากเกรตติงไปยังฉากรับภาพ เฟสของคลื่นจะเพิ่มขึ้นตามองค์ประกอบ  $k_z z$  โดย  $k_z$  และ  $k_{\perp,n}$  เป็นองค์ประกอบของเลขคลื่นที่ขนานกัน และตั้งฉากกับแกน  $z$  และ  $k_z = (k^2 - k_{\perp,n}^2)^{1/2}$  โดยมีการประมาณพาราเซียล (paraxial approximation)  $k_{\perp} \ll k$  และกระจายโดยใช้วิธีไบโนเมียล (binomial expansion) สองอันดับแรก

$$k_z = (k^2 - k_{\perp}^2)^{(1/2)} \approx (k^2)^{(1/2)} + \left(-\frac{1}{2}\right)(k^2)^{(1/2)}(k_{\perp}^2) \quad (2.3)$$

เมื่อ  $k_{\perp} = +nk_d ; k_z = k - \frac{(k_{\theta} + nk_d)^2}{2k}$

แทนค่า  $k_{\perp}$  และ  $k_z$  จากสมการที่ (2.3) แทนลงในสมการที่ (2.2) สามารถเขียนสมการฟังก์ชันคลื่นได้ดังสมการที่ (2.4)

$$\varphi_T(x, z) = \sum_n A_n \exp \left[ i(k_{\theta} + nk_d)x + i \left( k - \frac{(k_{\theta} + nk_d)^2}{2k} \right) z \right] \quad (2.4)$$

กรณีของปรากฏการณ์ทัลบอด ซึ่ง  $k_{\theta} = 0$  ฟังก์ชันคลื่นของสมการที่ (2.4) สามารถลดรูปสมการได้ดังสมการที่ (2.5)

$$\varphi_T(x, z) = \sum_n A_n \exp \left[ ink_d x + i \left( k - \frac{(nk_d)^2}{2k} \right) z \right] \quad (2.5)$$

พิจารณา  $i \left( k - \frac{(nk_d)^2}{2k} \right) z$  ของสมการที่ (2.5) จะได้ว่า  $kz$  สามารถตัดทิ้งได้ เนื่องจากเป็นค่าคงที่

จึงเขียนสมการที่ (2.5) ใหม่ได้เป็น

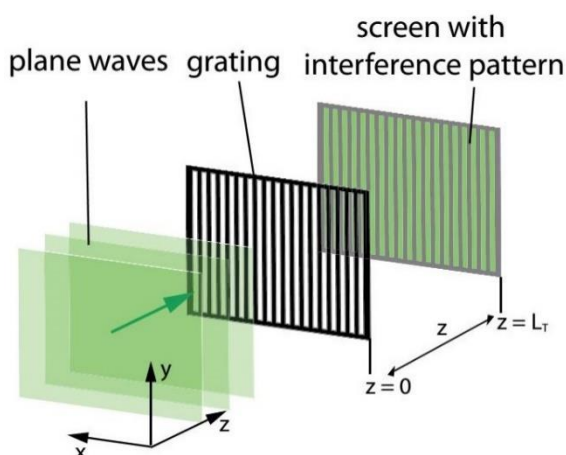
$$\varphi_T(x, z) = \sum_n A_n \exp(ink_d x) \exp \left( \frac{-in^2 k_d^2 z}{2k} \right) \quad (2.6)$$

นำองค์ประกอบเลขคลื่น ( $k = 2\pi / \lambda$ ) และค่าคงที่ของเกรตติง ( $k_d = 2\pi / d$ ) แทนลงในสมการที่ (2.6) ซึ่งรีวรอยการแทรกสอดของแสงหลังเกรตติงจะกระจายตัวไปในแนวแกน  $z$  แสดงดังภาพที่ 2-3 ฟังก์ชันคลื่นของแสงที่ตำแหน่ง  $(x, z)$  ใด ๆ ดังสมการที่ (2.7)

$$\varphi_T(x, z) = \sum_n A_n \exp \left\{ in \frac{2\pi}{d} x - \frac{in^2 \pi}{L_T} z \right\} \quad (2.7)$$

สำหรับความเข้มแสงที่ตำแหน่ง  $(x, z)$  ใด ๆ จะสามารถหาได้จากสมการที่ (2.8) (Case, Tomand, Deachapunya, & Arndt, 2009)

$$I = \varphi_T^* \varphi_T = I_0 \sum_{n,m} A_n A_m \exp \left\{ i(n-m) \frac{2\pi}{d} x - \frac{i(n^2 - m^2)\pi}{L_T} z \right\} \quad (2.8)$$



ภาพที่ 2-3 แผนภาพการเกิดปรากฏการณ์ทลอบตใน 1 มิติ (Case et al., 2009)

### การเกิดแลตทิซของแสงใน 2 มิติจากปรากฏการณ์ทลอบต

จากความเข้มแสงของร็วรอยการแทรกสอดตามแนวแกน  $x, z$  สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.8) เมื่อพิจารณาฟังก์ชันคลื่นของแสงที่กระจายตัวตามแนวแกน  $y, z$  ที่ระยะใด ๆ จะเป็นไปตามสมการที่ (2.9)

$$\varphi_T(y, z) = \sum_n A_n \exp \left\{ in \frac{2\pi}{d} y - \frac{in^2\pi}{L_T} z \right\} \quad (2.9)$$

และความเข้มแสงของร็วรอยการแทรกสอดบนระนาบ  $xy$  ที่ระยะ  $z$  ใดๆ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.10) (Deachapunya & Srisuphaphon, 2014)

$$I = |\varphi_T(x, z) + \varphi_T(y, z)|^2 \quad (2.10)$$

### สมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลา

การศึกษาการกักอนุภาคในบ่อศักย์ใด ๆ นั้น การวิเคราะห์ความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคภายใต้อิทธิพลของพลังงานศักย์ จะต้องแก้สมการชโรดิงเงอร์เพื่อหาผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นของสมการชโรดิงเงอร์ ในกรณีอนุภาคถูกกักในบ่อศักย์ที่เป็นฟังก์ชันไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติจะใช้สมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาใน 1 มิติ (Time independent Schrodinger equation in 1 dimension) ซึ่งมีรูปแบบดังสมการที่ (2.11)

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + [E - V(x)]\psi(x) = 0 \quad (2.11)$$

เมื่อ  $\psi(x)$  คือ ฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคตามแกน  $x$  ที่สอดคล้องกับค่าพลังงานเจาะจง  $E$  และ  $V(x)$  เป็นพลังงานศักย์ของบ่อศักย์ที่ไม่ขึ้นกับเวลา (Griffiths, 2005) ซึ่งปรากฏการณ์ทางควอนตัมเป็นปรากฏการณ์ที่มีขนาดเล็กระดับอะตอมจึงนิยมใช้หน่วยในระบบอะตอม โดยกำหนดให้ ค่าคงที่ของพลังค์ และมวลของอนุภาคมีขนาด 1 หน่วย ( $m = \hbar = 1$ ) ดังนั้นสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติ จึงลดรูปในระบบหน่วยอะตอมได้ดังสมการที่ (2.12) (Hartree, 1928)

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + 2[E - V(x)]\psi(x) = 0 \quad (2.12)$$

ผลเฉลยของสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติจะมีเฉพาะบางค่าที่สอดคล้องกับจำนวนเต็ม  $n = 1, 2, 3, \dots$  เรียก  $n$  ว่า เลขควอนตัม (quantum number) สำหรับแต่ละระดับพลังงานรวม ( $E$ ) เรียกค่าพลังงานว่า ค่าเจาะจง (eigenvalue) สำหรับแต่ละค่าเจาะจง ( $E$ ) จะมีฟังก์ชันคลื่นซึ่งเป็นฟังก์ชันเจาะจง (eigenfunction) ที่สมนัยกับค่าเจาะจง

การแปลความหมายฟังก์ชันคลื่นสามารถใช้ค่าสัมบูรณ์ของฟังก์ชันคลื่นซึ่งบอกถึงความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (probability density) ในการตรวจพบอนุภาค  $P(x) = \psi^*(x)\psi(x)$  โดยกำหนดให้ฟังก์ชันคลื่นเป็นไปตามเงื่อนไขของฟังก์ชันคลื่นปกติ (normalization wave function condition) ดังสมการที่ (2.13) (Griffiths, 2005)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x)\psi(x)dx = 1 \quad (2.13)$$

### อนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์แบบฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่าย

ในการศึกษาการจำลองอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์นั้น กรณีฟังก์ชันของพลังงานศักย์แปรผันโดยตรงกับค่ากำลังสองของพิกัด ( $V(x) \propto x^2$ ) จะเรียกว่าเป็น ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่าย (simple harmonic oscillator) มีสมการเป็น  $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$  (Rohlf, 1994) ซึ่งผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นจะเป็นไปตามสมการที่ (2.14)

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left( \frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}} H_n \left( \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x \right) \quad (2.14)$$

เมื่อ ฟังก์ชัน  $H_n(z) = (-1)^n e^{z^2} \frac{d^n}{dz^n} (e^{-z^2})$  คือ พหุนามแอร์มีท (Hermite polynomials) ของฟังก์ชัน  $z$  และผลเฉลยระดับพลังงานจะเป็นไปตามสมการที่ (2.15)

$$E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right) = \frac{\hbar\omega}{2} (2n+1) \quad , \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.15)$$

ซึ่งในระบบหน่วยอะตอม อนุภาคที่มีมวลเป็น  $m$  และมีความเร็วเชิงมุมของการสั่นเป็น  $\omega$  จะมีค่าเป็น 1 ( $m = \omega = 1$ ) (Vasile, 2015) ดังนั้น ผลเฉลยระดับพลังงานของอนุภาคจะเป็นไปตามสมการที่ (2.16)

$$E_n = n + \frac{1}{2} = \frac{2n+1}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.16)$$

เมื่อ  $E_0$  เป็นพลังงานของอนุภาคที่สถานะพื้น (ground state),  $E_1$  และ  $E_2$  เป็นพลังงานของอนุภาคที่สถานะกระตุ้นที่ 1 (1<sup>st</sup> excited state) และสถานะกระตุ้นที่ 2 (2<sup>nd</sup> excited state) ตามลำดับ ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและระดับพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่าย ตั้งแต่สถานะพื้นจนถึงสถานะกระตุ้นที่ 4 (4<sup>th</sup> excited state) สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 2-1 (บรรจบ สดุดประเสริฐ, 2539)

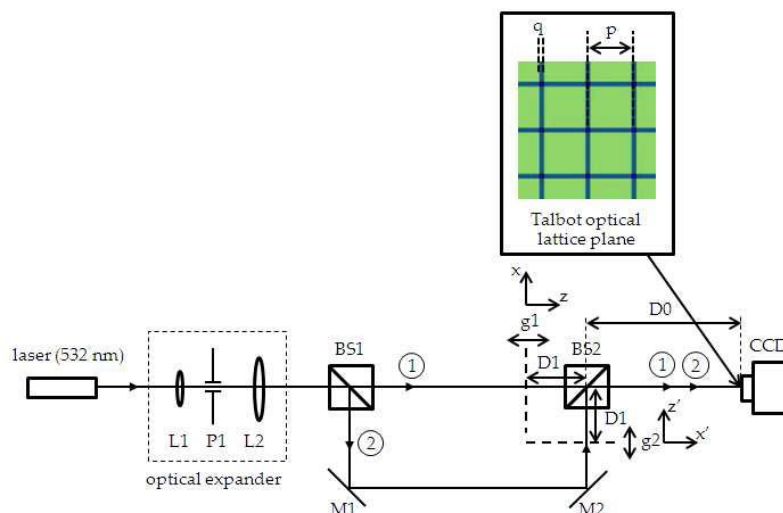
ตารางที่ 2-1 ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่น และระดับพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่าย (คัดแปลงจาก บรรจบ สดุดประเสริฐ, 2539)

$n$	$\psi_n(x)$	$E_n$
0	$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$	0.5
1	$\psi_1(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{2m\omega}{\hbar}} x e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$	1.5
2	$\psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{2m\omega x^2}{\hbar} - 1\right) e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$	2.5
3	$\psi_3(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{m\omega}{3\hbar}} \left(\frac{2m\omega x^3}{\hbar} - 3x\right) e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$	3.5
4	$\psi_4(x) = \frac{1}{\sqrt{24}} \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{2m\omega}{\hbar}} \left[4x^4 \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^2 - 12x^2 \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right) + 3\right] e^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$	4.5

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### งานวิจัยในประเทศไทย

สรายุทธ เดชะปัญญา และ สรไกร ศรีศุภผล (Deachapunya & Srisuphaphon, 2014) ได้ทำการทดลองและจำลองแอสติซของแสงจากปรากฏการณ์ทึบอด โดยอาศัยการแทรกสอดของแสงระยะใกล้ภายหลังจากแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงด้วยระบบแสงปกติที่ไม่ใช้เลนส์ ดังภาพที่ 2-4



ภาพที่ 2-4 แผนภาพการติดตั้งอุปกรณ์การทดลองการสร้างแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์  
ทัลบอต (Deachapunya & Srisuphaphon, 2014)

ลำแสงอาพันธ์จากต้นกำเนิดแสงเลเซอร์ไดโอดสีเขียวความยาวคลื่น 532 นาโนเมตร กำลัง 5 มิลลิวัตต์ ถูกขยายลำแสงด้วยกล้องโทรทรรศน์แสงเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร เพื่อกระจายแอมพลิจูดของแสงให้ครอบคลุมเกรตติง และให้ภาพจากปรากฏการณ์ทัลบอตคมชัดสูง ลำแสงจะแผ่ตามแนวแกน  $x'$  ผ่านเกรตติงที่ 1 ( $g_1$ ) เมื่อพิจารณาทางเดินของแสงตามแนวแกน  $x'$  พบว่า ระยะทางเดินของแสงจากเกรตติงตัวที่ 1 ( $g_1$ ) ถึง CCD มีค่าเท่ากับ  $D_0+D_1$  ซึ่งเป็นระยะหนึ่งเท่าของระยะทัลบอตของแสงด้วย ( $1.0L_T = 75.2$  มิลลิเมตร) เนื่องจากลำแสงผ่านเกรตติงมี  $d = 200$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.5$  (เกรตติงสามารถหมุนได้ด้วยตัวยึดเกรตติงที่หมุนได้เพื่อที่ให้ลำแสงเป็นเส้นตรงไปถึงแนวแกนของกล้อง) ดังนั้น จึงได้ระยะห่างระหว่างแลตทิซ ( $p$ ) จะเท่ากับคาบของเกรตติง ( $d$ )

การติดตั้งอุปกรณ์เพื่อสร้างแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอตใน 2 มิติ ทำได้โดยเพิ่มเกรตติงตัวที่สอง ( $g_2$ ) ตามภาพที่ 5 เกรตติงตัวที่ 2 (ซึ่งเหมือนกับเกรตติงตัวที่ 1) จะถูกวางให้อยู่ในแนวตั้งฉากกับเกรตติงตัวแรก (เกรตติงตัวที่ 1 วางในแนวขนานกับแนวแกน  $y$  และเกรตติงตัวที่ 2 วางในแนวขนานกับแกน  $x$ ) รูปแบบของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอตจะรวมกันผ่านตัวแยกแสงที่ 2 (BS2) และแลตทิซของแสงใน 2 มิติจากปรากฏการณ์ทัลบอตจะถูกสร้างบนระนาบ CCD ซึ่งเกรตติงแต่ละตัวจะวางเหนือแทนวางที่เลื่อนที่ได้ ทั้งนี้เพื่อที่จะปรับระยะทางเดินของแสงจากระหว่างเกรตติงถึง CCD ( $D_0+D_1$ )

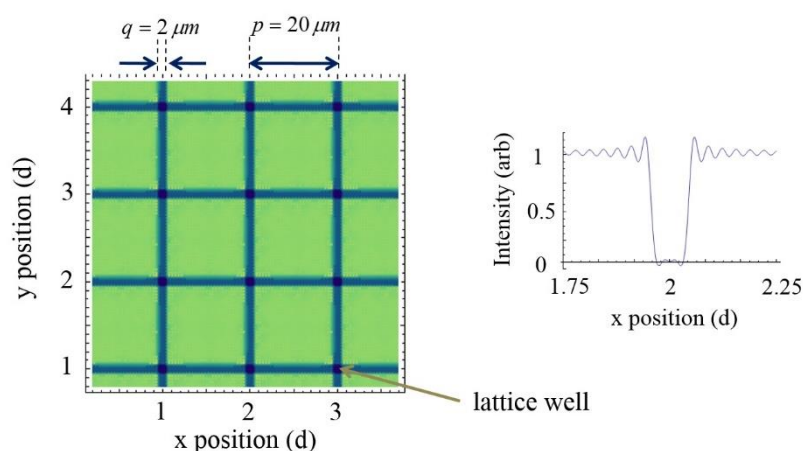
ทำนองเดียวกันกับการสร้างเลตทิซของแสงใน 1 มิติ เลตทิซของแสงใน 2 มิติ สร้างได้โดยใช้ลำแสงอาพันธ์จากต้นกำเนิดแสงเลเซอร์ไดโอดสีเขียวความยาวคลื่น 532 นาโนเมตร กำลัง 5 มิลลิวัตต์ ถูกขยายลำแสงด้วยกล้องโทรทรรศน์แสงเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 มิลลิเมตร เพื่อกระจายแอมพลิจูดของแสงให้ครอบคลุมเกรตติงและให้ภาพจากปรากฏการณ์ทัลบอตคมชัดสูง จากนั้นลำแสงจะผ่านตัวแยกแสงที่ 1 (BS1) ได้ลำแสงเลเซอร์ 2 ลำแสง ลำแสงที่ 1 จะเดินทางตามแนวแกน  $x'$  ผ่านเกรตติงที่ 1 ( $g_1$ ) ลำแสงที่ 2 จะตกกระทบบนที่ กระจก  $M_1$  แล้วสะท้อนออกจากกระจก  $M_1$  ไปตกกระทบบนกระจก  $M_2$  ซึ่งลำแสงที่สะท้อนจากกระจก  $M_2$  จะเดินทางตามแนวแกน  $z'$  ผ่านเกรตติงที่ 2 ( $g_2$ ) เมื่อพิจารณาทางเดินของแสงตามแนวแกน  $x'$  พบว่า ระยะทางเดินของแสงจากเกรตติงตัวที่ 1 ( $g_1$ ) ถึง ตัวแยกแสงที่ 1 (BS1) จะเท่ากับ  $D1$  และระยะทางเดินของแสงจากตัวแยกแสงที่ 1 (BS1) ถึง CCD มีค่าเท่ากับ  $D0$  ดังนั้นระยะ  $1.0L_T$  ของลำแสงที่ 1 จะมีค่าเท่ากับ  $D0+D1$  ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณาทางเดินของแสงตามแนวแกน  $z'$  ระยะทางเดินของแสงจากเกรตติงตัวที่ 2 ( $g_2$ ) ถึง ตัวแยกแสงที่ 1 (BS1) จะเท่ากับ  $D1$  และ ระยะจากตัวแยกแสงที่ 1 (BS1) ถึง CCD มีค่าเท่ากับ  $D0$  ดังนั้นระยะ  $1.0L_T$  ของลำแสงที่ 2 จะมีค่าเท่ากับ  $D0+D1$  ด้วยเช่นกัน ซึ่งลำแสงทั้งสองจะมีระยะ  $1.0L_T = 75.2$  มิลลิเมตร เท่ากัน เนื่องจากลำแสงผ่านเกรตติงที่มี  $d = 200$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.5$  (เกรตติงทั้งสองสามารถหมุนได้ด้วยตัวยึดเกรตติงที่หมุนได้เพื่อให้ลำแสงเป็นเส้นตรงไปถึงแนวแกนของกล้อง) ดังนั้น จึงได้ระยะห่างระหว่างเลตทิซ ( $p$ ) จะเท่ากับคาบของเกรตติง ( $d$ ) ตามที่กำหนด รูปแบบของปรากฏการณ์ทัลบอตจะรวมกันกันผ่านตัวแยกแสงที่ 2 (BS2) และเลตทิซของแสงใน 2 มิติจากปรากฏการณ์ทัลบอตจะถูกสร้างบนระนาบ CCD

สำหรับการจำลองเลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ด้วยเกรตติงที่มี  $d = 20$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.9$  จะได้เลตทิซของแสงใน 2 มิติ ดังภาพที่ 2-5 ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความกว้างด้านละ 2 ไมโครเมตร มีระยะห่างระหว่างเลตทิซ 20 ไมโครเมตร ซึ่งสมนัยกับ  $d = 20$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.9$  แสดงผลดังภาพที่ 2-5 ซึ่งสามารถแสดงเลตทิซของแสงใน 1 มิติด้วยเงื่อนไขเดียวกันแต่ใช้เกรตติง ( $g_1$ ) เพียงตัวเดียว สำหรับความลึกของหลุมเลตทิซสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามความเข้มของแสงเลเซอร์ หรือสามารถคำนวณหาความลึกในภายหลัง

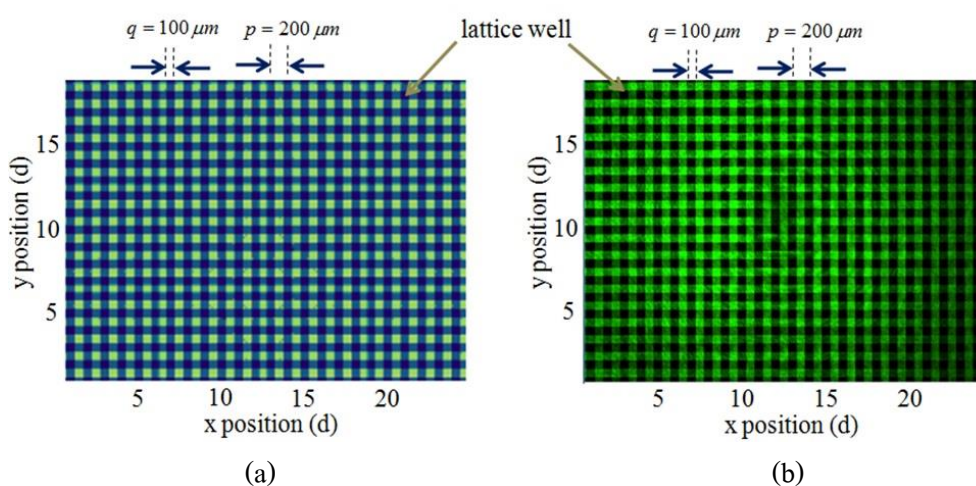
การจำลองเลตทิซของแสงใน 2 มิติจากปรากฏการณ์ทัลบอต ทำได้โดยใช้สมการที่ (2.5) ซึ่งได้ผลตามภาพที่ 2-6(a) ผลรวมที่คำนวณตามสมการจะนำมาพิจารณาเฉพาะในช่วง  $n = \pm 25$  สำหรับเกรตติงที่มี  $d = 200$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.5$  กับความยาวคลื่นแสงเลเซอร์ 532 นาโนเมตร และระยะทางเดินของแสงตามแนวแกนเท่ากับระยะทัลบอต ในภาพที่ 2-6(a) แสดงเลตทิซของแสงใน 2 มิติ ซึ่งมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความกว้างด้านละ 100 ไมโครเมตร และมีระยะห่างระหว่างเลตทิซ 200 ไมโครเมตร ซึ่งสมนัยกับ  $d = 200$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.5$  ผลการจำลอง



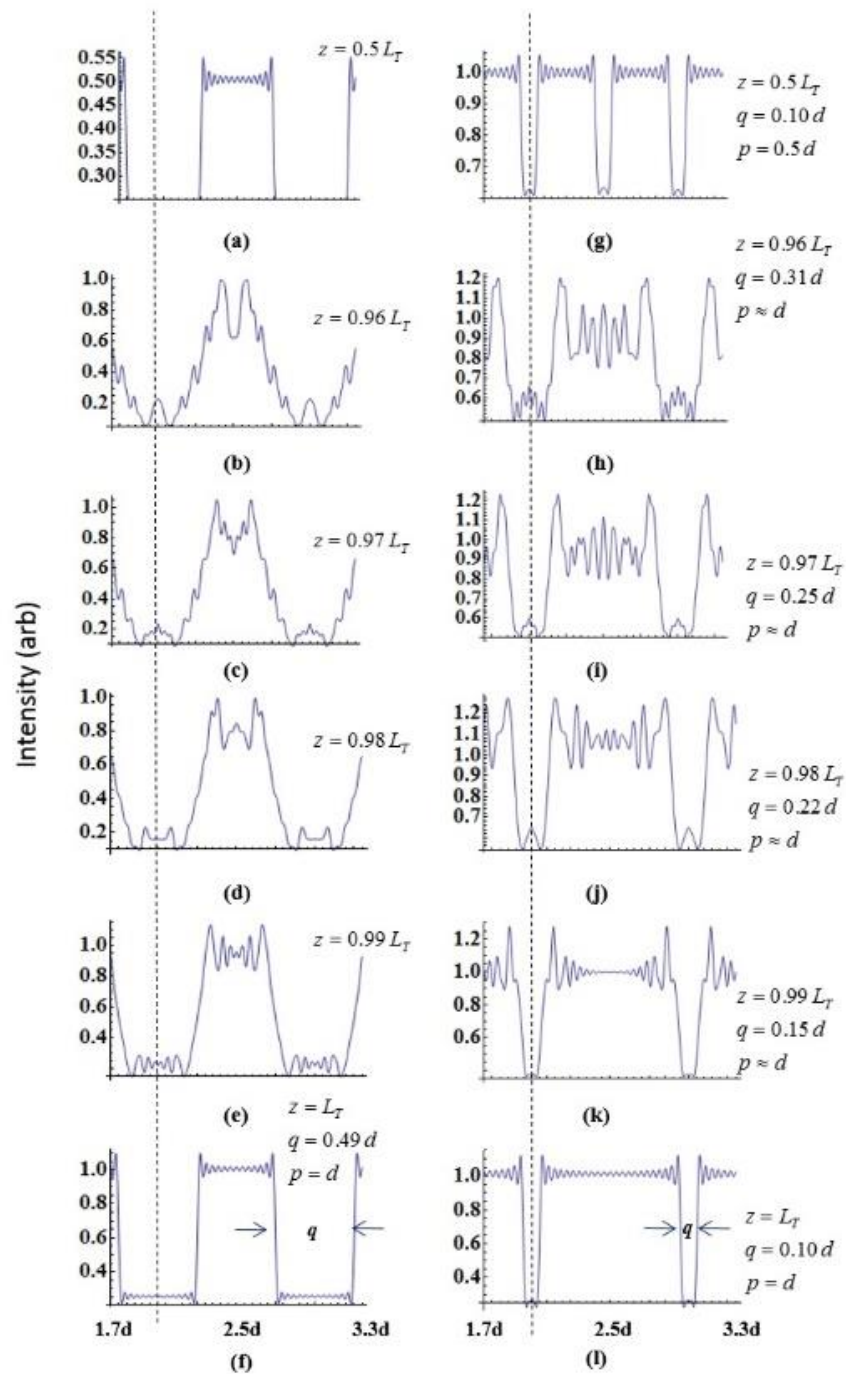
แลตทิซที่ได้สอดคล้องกับผลการทดลอง ดังภาพที่ 2-6(b) นอกจากนี้ยังสามารถขยายขนาดและจำนวนแลตทิซของแสงที่สร้างขึ้นได้ถึง  $18 \times 24$  แลตทิซ ดังภาพที่ 2-6 (a) และ ภาพที่ 2-6(b) ข้อจำกัดของขนาดและจำนวนแลตทิซจะขึ้นอยู่กับขนาดของเกรตติงเพียงอย่างเดียว ในการวิจัยที่อ้างอิงนี้สามารถสร้างขนาดแลตทิซหรือหลุมแลตทิซได้ถึง  $127 \times 127$  แลตทิซ และสามารถควบคุมความกว้างและระยะห่างของแลตทิซแบบตอบสนองทันทีทันใด (real time control) ได้ด้วยการเปลี่ยนระยะทางตามแนวขั้วบนแกน  $x$  และ  $z$  ในการจำลอง หรือบนแกน  $x'$  และ  $z'$  ในการทดลอง



ภาพที่ 2-5 ผลการทดลองและการจำลองแลตทิซของแสงใน 2 มิติ จากปรากฏการณ์ที่ลบบอด กับเกรตติงที่มี  $d = 20$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.9$  (Deachapunya & Srisuphaphon, 2014)



ภาพที่ 2-6 ผลการทดลองและการจำลองแลตทิซของแสงใน 2 มิติ จากปรากฏการณ์ที่ลบบอด กับเกรตติงที่มี  $d = 200$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.5$  (Deachapunya & Srisuphaphon, 2014)



ภาพที่ 2-7 ภาคตัดขวางแลตทิซของแสงใน 2 มิติ แสดงการเปลี่ยนแปลงระยะห่างระหว่างแลตทิซ และความกว้างของแลตทิซ ด้วยการเปลี่ยนระยะทางตามแนวยาว ( $z$  และ  $z'$ ) ตั้งแต่  $0.5L_T$  ถึง  $1.0L_T$  โดยใช้เกรตติง 2 ตัว ที่มี  $d = 200$  ไมโครเมตร และ  $f = 0.5$  เท่ากัน (Deachapunya & Srisuphaphon, 2014)

ผลการจำลองในภาพที่ 2-7(ซ้าย) แสดงให้เห็นว่า แม้ว่าเกรตติงที่สมมาตร ( $f=0.5$ ) จะไม่สามารถเปลี่ยนความกว้างและระยะห่างของแลตทิซได้ภายในระยะทลอบอตสั้น ๆ แต่สำหรับเกรตติงที่ไม่สมมาตร ( $f=0.9$ ) สามารถเปลี่ยนแปลงความกว้างและระยะห่างระหว่างแลตทิซได้ในช่วง 2.0–9.8 ไมโครเมตร กับระยะทลอบอตสั้น ๆ ประมาณ 75 ไมโครเมตร ดังภาพที่ 2-7(ขวา)

แลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลอบอตนี้เป็นแลตทิซที่ดีกว่าการสร้างแลตทิซจากคลื่นนิ่งของแสงอยู่สามประเด็น คือ ประเด็นแรก ความกว้างและระยะห่างของแลตทิซสามารถเปลี่ยนแปลงได้อย่างยืดหยุ่นมากกว่าครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นแสง ประเด็นที่สอง คือ สามารถติดตั้งได้ง่าย โดยเฉพาะอย่างยิ่งการติดตั้งชิ้นส่วนประกอบเพื่อสร้างแลตทิซของแสงใน 2 มิติ เพราะขอบเขตของการแทรกสอดของแสงหรือขนาดของแลตทิซสามารถแสดงได้ด้วยการแทรกสอดผ่านเกรตติงแทนการใช้ลำแสงเลเซอร์หลายลำแสง และประเด็นที่สาม คือ แลตทิซมีเสถียรภาพมาก เนื่องจากไม่จำเป็นต้องใช้กระจกหรือเลนส์มารวมลำแสงสะท้อนเพื่อให้เกิดคลื่นนิ่ง

### งานวิจัยในต่างประเทศ

Case et al. (2009). ทดลองเกี่ยวกับปรากฏการณ์การแทรกสอดแบบสนามใกล้เคียงภายหลังจากแสงเลี้ยวเบนผ่านเกรตติงตามปรากฏการณ์ทลอบอตเพื่อสร้างลวดลายพรหมของแสง หรือพรหมควอนตัม และยังได้แสดงให้เห็นถึงปรากฏการณ์ทลอบอตเลาซึ่งเป็นการแทรกสอดของแสงไม่อาพันธ์หลังจากเลี้ยวเบนผ่านเกรตติง 2 ตัว ที่แยกกัน

Williams et al. (2008). สร้างชุดการทดลองแลตทิซทางแสงสองมิติแบบใหม่ที่สามารถหมุนด้วยความถี่หลายกิโลเฮิร์ตซ์ ซึ่งอะตอมเย็นยวดยิ่งในแต่ละแลตทิซของแสงที่กำลังหมุนสามารถใช้จำลองเหตุการณ์ในควอนตัมของระบบที่อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กที่มีความเข้มสูงเพื่อศึกษาปรากฏการณ์ต่าง ๆ เช่น ปรากฏการณ์ควอนตัมฮอลล์ (quantum hall effect)

Jaksch, Bruder, Cirac, Gardiner, and Zoller (1998); Jaksch, Cirac, Zoller, Rolston, Cote, and Lukin (2000) ได้ศึกษาพลศาสตร์ของแก๊สเบาเย็นยวดยิ่งของโบซอนิกอะตอมในแลตทิซของแสงซึ่งอธิบายด้วยโบส-ฮับบาร์ด โมเดล (Bose–Hubbard model) ที่มิวิจัยได้ควบคุมพารามิเตอร์ของระบบด้วยแสงเลเซอร์และได้ศึกษาการเปลี่ยนสถานะทางควอนตัมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่สถานะของเหลวยวดยิ่งที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ไปจนถึงความเป็นฉนวนที่สถานะ Mott (Mott insulator phase) จากนั้นจึงเปลี่ยนแปลงความลึกของบ่อศักย์ของแสงให้เหมาะสมกับฉนวนในสถานะ Mott แล้วกักฉนวนในสถานะ Mott ไว้ในผลึกแลตทิซของแสง รายงานการวิจัยนี้เป็นตัวอย่างที่มิวิจัยได้วางโครงสร้างของฉนวนในสถานะ Mott ในซูปเปอร์แลตทิซของแสง (optical superlattices) ซึ่งหลุมแลตทิซที่ใช้กักนั้นได้ใช้การซ้อนทับกันของบ่อศักย์แบบฮาร์มอนิก (superimposed harmonic trap)

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

#### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องคอมพิวเตอร์สำหรับติดตั้งซอฟต์แวร์ Mathematica 10.0
2. ซอฟต์แวร์ Mathematica 10.0

#### วิธีการและขั้นตอนศึกษาวิจัย

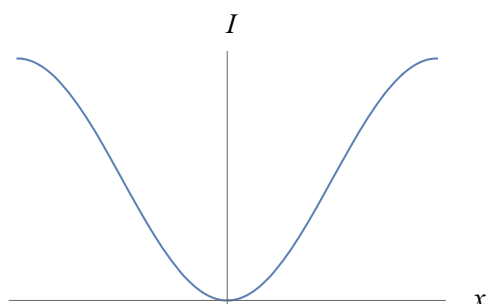
ในการศึกษาวิจัยนี้มีวิธีการศึกษา ดังนี้

1. ใช้แสงอาพันธ์ความยาวคลื่น 532 นาโนเมตร จำลองหลูมแสงจากคลื่นนิ่ง และหลูมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลอบอต กำหนดให้มีแกนสมมาตรที่  $x = 0$  พร้อมในสัดส่วน 100 เท่าของระบบหน่วยอะตอม และพิจารณาขอบเขตสำหรับการกักอนุภาค
2. ศึกษาขั้นตอนและหลักการหาผลเฉลยสมการ โซดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติที่ถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอมด้วยการจำลองการกักอนุภาคในบ่อศักย์ฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่าย ด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม Mathematica พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้จากวิธีการทั้งสองกับผลเฉลยทางทฤษฎี
3. นำขั้นตอนและหลักการศึกษากการกักอนุภาคในบ่อศักย์ที่ได้จากวิธีการศึกษาในข้อ 2. มาเป็นหลักการในการหาคำตอบเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลขเพื่อเปรียบเทียบผลเฉลยของสมการซึ่งได้จากวิธีการทั้งสองในกรณีที่ใช้หลูมแสงจากคลื่นนิ่งเป็นบ่อศักย์ สำหรับหลูมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทลอบอตจะใช้วิธีการหาคำตอบเชิงตัวเลขเพื่อหาผลเฉลยของสมการที่ (2.12) เท่านั้น
4. เปรียบเทียบการกักอนุภาคในหลูมแสงทั้งสอง จากผลเฉลยระดับพลังงานของอนุภาค พร้อมทั้งเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์จากหลูมแสงทั้งสอง

#### การจำลองหลูมแสงจากคลื่นนิ่ง และหลูมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลอบอต

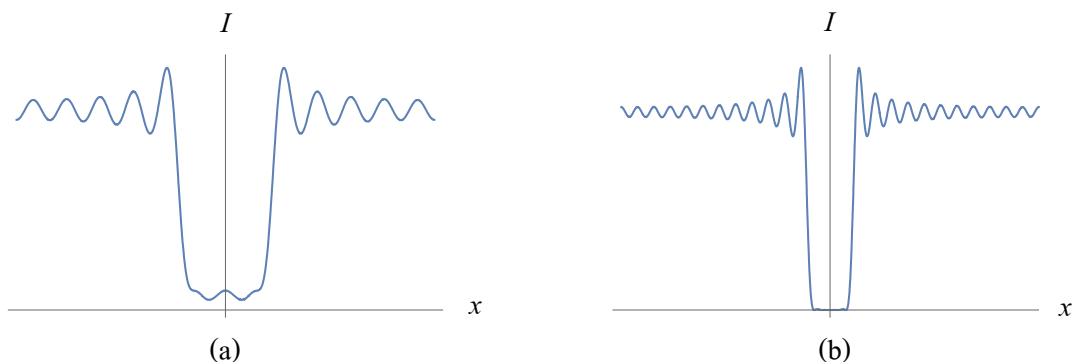
เมื่อใช้แสงอาพันธ์ความยาวคลื่น 532 นาโนเมตร จำลองหลูมแสงจากคลื่นนิ่งในหนึ่งมิติ โดยใช้สมการที่ (2.1) กำหนดขอบเขตของความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง  $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$  มีแกนสมมาตรที่  $x = 0$  พร้อมกำหนดให้มีมิติของความยาวอยู่ในระบบหน่วยอะตอม และจากหลักการ

ไม่แปรผันตามขนาด (invariance scale) ที่ว่า ในฟิสิกส์และคณิตศาสตร์ คุณลักษณะของวัตถุหรือกฎจะไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าความยาวหรือพลังงานจะถูกคูณด้วยตัวประกอบร่วมกัน (Bahman Zohuri, 2015) จึงใช้สัดส่วน 100 เท่า กับความยาวคลื่นแสงในระบบหน่วยอะตอมดังนั้น ความยาวคลื่นแสงพร้อมสัดส่วน 100 เท่าในระบบหน่วยอะตอมจะมีค่าเป็น  $\lambda_{a.u.} = \lambda / (a_0 \times 100)$  เมื่อ  $a_0$  เป็นรัศมีอะตอมของโบร์มีค่าเท่ากับ  $5.29 \times 10^{-11}$  เมตร ซึ่งค่า  $I_0$  จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 1 ผลการจำลองแสดงดังภาพที่ 3-1



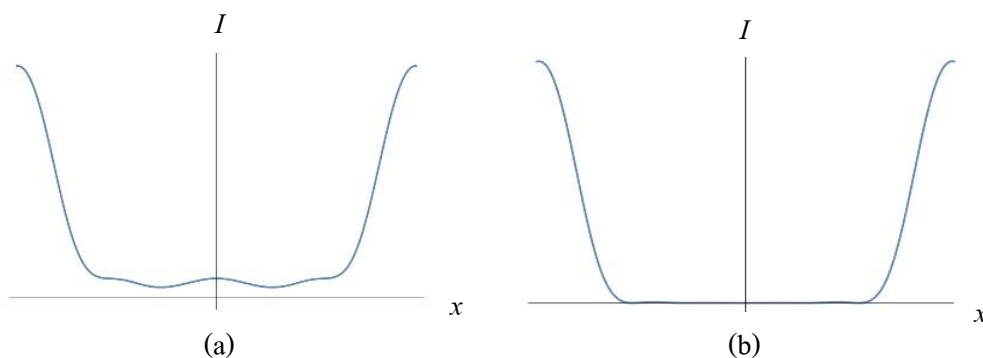
ภาพที่ 3-1 หลุมแสงจากคลื่นนิ่ง ขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง  $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$

Deachapunya and Srisuphaphon (2014) ทดลองและจำลองแลตทิซของแสงหนึ่งและสองมิติจากปรากฏการณ์ทัลบอด พบว่า ในกรณีที่ไม่สมมาตร ความกว้างและระยะห่างระหว่างแลตทิซสามารถปรับเปลี่ยนได้อย่างยืดหยุ่นด้วยการเปลี่ยนระยะทางตามแนวแกน  $z$  ในช่วงระยะทัลบอดสั้น ๆ แต่ในกรณีที่สมมาตร ( $f=0.5$ ) จะไม่สามารถเปลี่ยนความกว้างและระยะห่างระหว่างแลตทิซได้ ในการศึกษาวิจัยนี้จึงใช้แสงอาพันธ์ที่มีความยาวคลื่น 532 นาโนเมตร จำลองแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอดในหนึ่งมิติโดยใช้สมการที่ (2.3) ผลรวมที่คำนวณตามสมการจะนำมาพิจารณาเฉพาะในช่วง  $n = m = \pm 25$  กับกรณีที่มี  $d = 2$  ไมโครเมตร  $f = 0.9$  และกำหนดขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง  $-0.25 d \leq x \leq 0.25 d$  ที่ระยะห่างระหว่างแลตทิซเป็นครึ่งหนึ่งของคาบของเกรตติง ( $z = 0.5L_T$ ) และที่ระยะห่างระหว่างแลตทิซเท่ากับคาบของเกรตติง ( $z = 1.0L_T$ ) หลังเกรตติง โดยมีแกนสมมาตรที่  $x = 0$  พร้อมในสัดส่วน 100 เท่าของระบบหน่วยอะตอมเช่นเดียวกับการจำลองหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง ซึ่งในการจำลองนี้ค่าของ  $I_0$  จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 1 เท่ากันในทั้งสองกรณี แสดงผลดังภาพที่ 3-2(a) และ 3-2(b) ตามลำดับ



ภาพที่ 3-2 หลุมแฉกของแสงจากปรากฏการณ์ทลอบอด ขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง  $-0.25 d \leq x \leq 0.25 d$  (a) ระยะ  $z = 0.5L_T$  (b) ระยะ  $z = 1.0L_T$

เนื่องจากการศึกษานี้จะศึกษาการก่อกวนภายในบ่อศักย์โดยไม่คำนึงถึงอันตรกิริยาอื่น ๆ จึงกำหนดขอบเขตของความเข้มแสงในช่วงของการจำลองหลุมแฉกของแสงในหนึ่งมิติจากปรากฏการณ์ทลอบอดที่ระยะ  $z = 0.5L_T$  และ ที่ระยะ  $z = 1.0L_T$  ในช่วง  $-0.07d \leq x \leq 0.07d$  ซึ่งอยู่ในขอบเขตสำหรับพิจารณาการก่อกวนภาค ดังแสดงผลดังภาพที่ 3-3(a) และ 3-3(b) ตามลำดับ

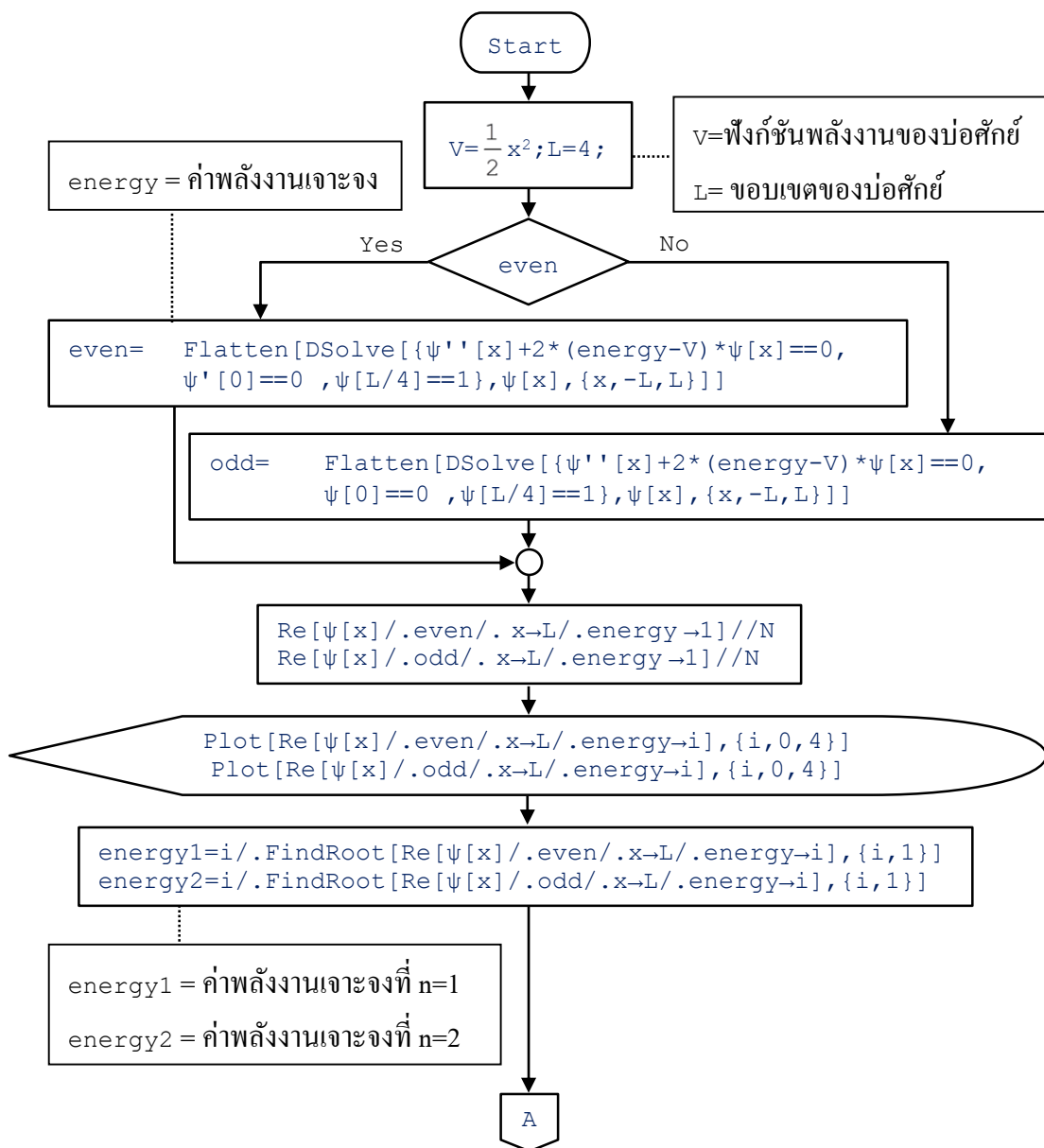


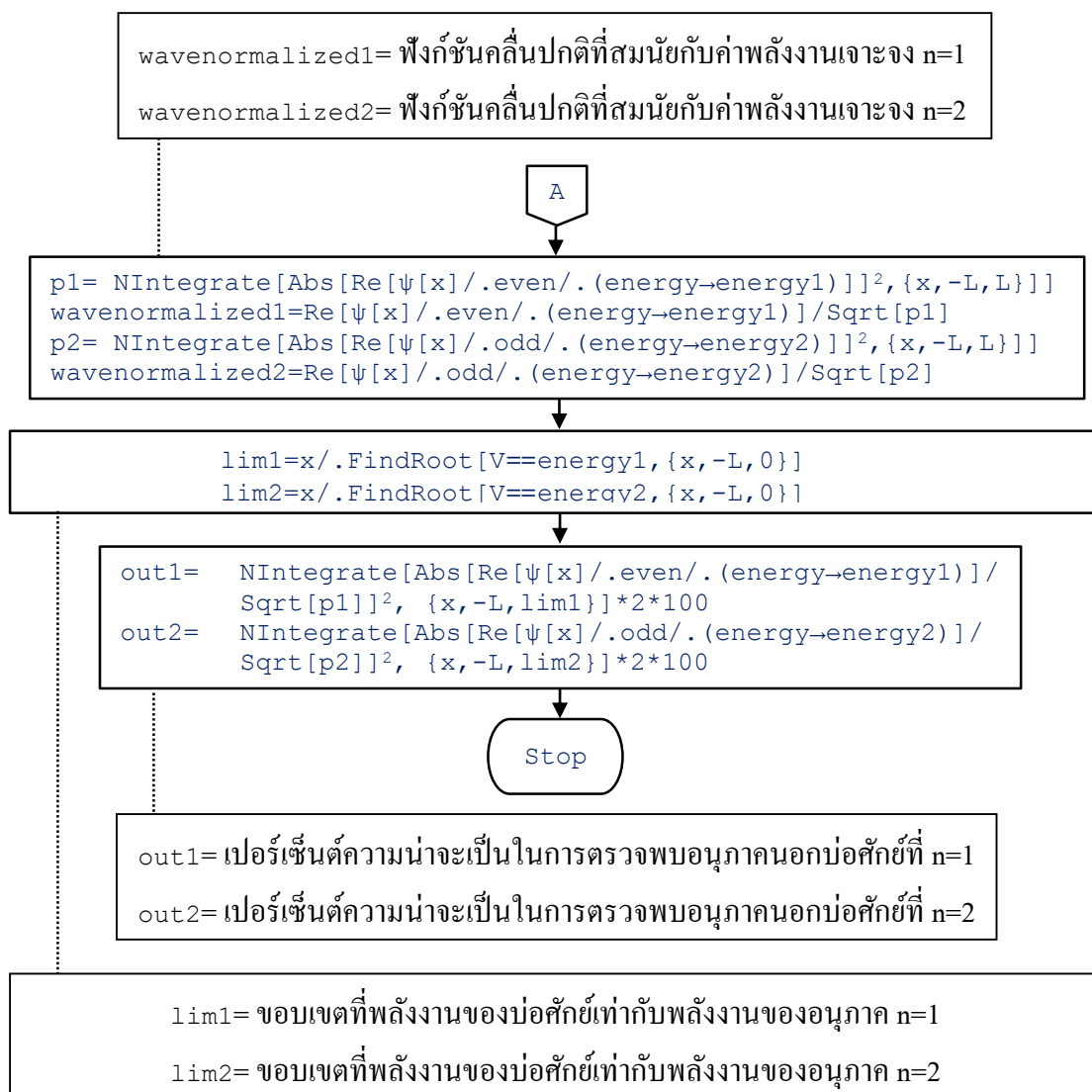
ภาพที่ 3-3 หลุมแฉกของแสงจากปรากฏการณ์ทลอบอด เมื่อขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง  $-0.07 d \leq x \leq 0.07 d$  (a) ระยะ  $z = 0.5L_T$  (b) ระยะ  $z = 1.0L_T$

### การจำลองอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์แบบฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์แบบง่ายใน 1 มิติ

ในการศึกษาการจำลองอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์นั้น กรณีฟังก์ชันของพลังงานศักย์แปรผันโดยตรงกับค่ากำลังสองของพิกัด  $[V(x) \propto x^2]$  จะเรียกว่าเป็น ฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์แบบง่าย (simple harmonic oscillator) มีสมการเป็น  $V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$  ซึ่งในระบบหน่วยอะตอม

อนุภาคที่มีมวลเป็น  $m$  และมีความเร็วเชิงมุมของการสั่นเป็น  $\omega$  จะมีค่าเป็น 1 ( $m = \omega = 1$ ) ดังนั้น การจำลองและหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติที่ถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์ (Analytical method) และวิธีการเชิงตัวเลข (Numerical method) โดยใช้โปรแกรม Mathematica มีลำดับขั้นตอนดังภาพที่ 3-4 ดังนี้

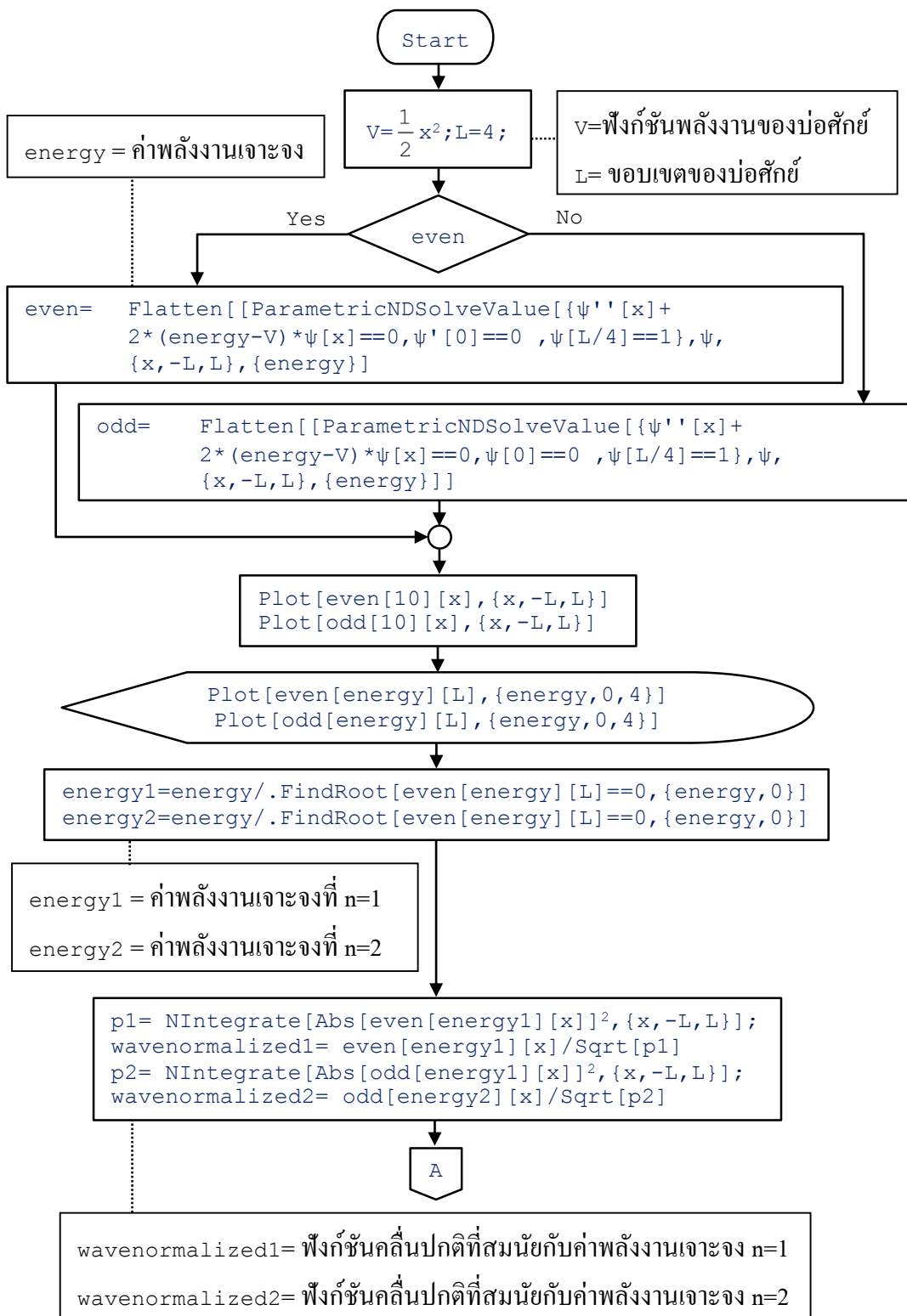


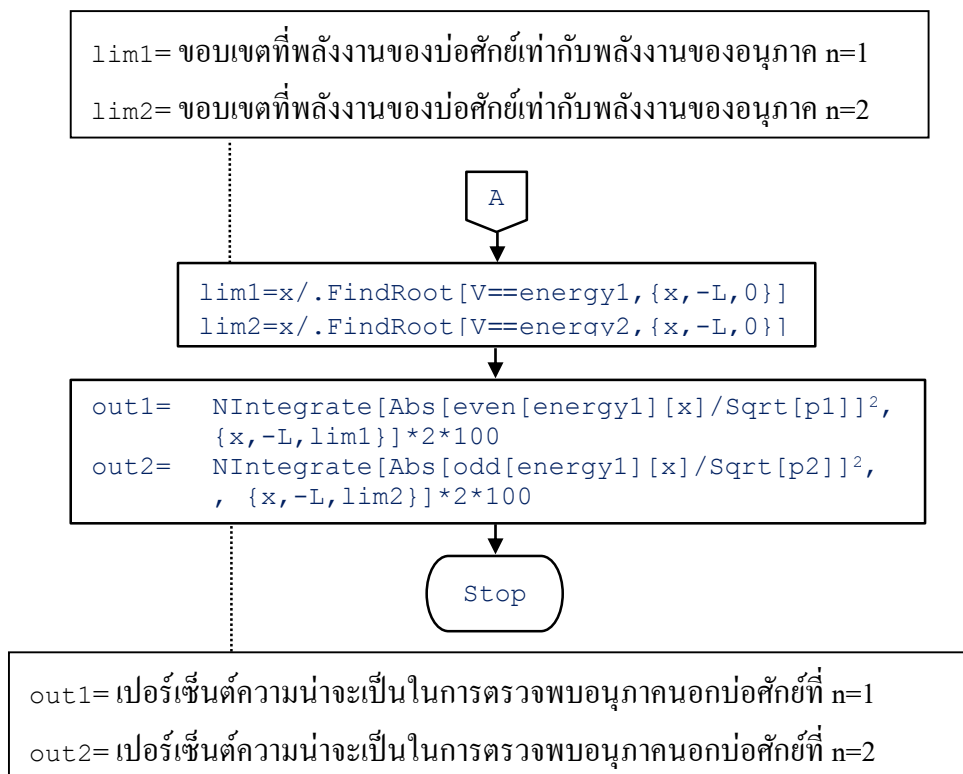


ภาพที่ 3-4 ฟังก์ชันการจำลองการกักอนุภาคในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติ และการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติถูกจัดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์ โดยใช้โปรแกรม Mathematica

ในการหาผลเฉลยด้วยวิธีการเชิงตัวเลขจะเรียกใช้คำสั่ง ParametricNDSolveValue ซึ่งเป็นคำสั่งที่ใช้ในการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขตามระเบียบวิธีหลายขั้นแบบอดัม (multi-step Adam method) (Hoffman, 2001) แทนคำสั่ง DSolve ซึ่งเป็นคำสั่งในการหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ และการหาค่าพลังงานที่ถูกต้องตามเงื่อนไขจะใช้แบบระเบียบวิธีของนิวตัน (Newton's method) (Hoffman, 2001) สำหรับการหาผลเฉลยค่าพลังงานเจาะจง และฟังก์ชันคลื่นปกติสมนัยกับค่าพลังงานเจาะจง มีลำดับขั้นตอนดังภาพที่ 3-5 ดังนี้







ภาพที่ 3-5 ผังการจำลองการกักอนุภาคในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติ และการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม Mathematica

จากผังการจำลองการกักอนุภาคในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติ และการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม โดยใช้โปรแกรม Mathematica ด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลขในภาพที่ 3-4 และ 3-5 สรุปขั้นตอนได้ดังนี้คือ

1. กำหนดฟังก์ชันพลังงานศักย์และขอบเขตของบ่อศักย์ พร้อมทั้งกำหนดมิติระยะทางให้อยู่ในระบบหน่วยอะตอม

2. ใช้หลักการกำหนดเงื่อนไขในสองตำแหน่งสำหรับการหาผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นจากวิธีการเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลขจากสมการที่ (2.12) กล่าวคือ ให้อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของฟังก์ชันคลื่นที่แกนสมมาตร ( $x = 0$ ) มีค่าเป็นศูนย์ ( $\psi'(0) = 0$ ) และฟังก์ชันคลื่นที่ตำแหน่งใด ๆ ในหลุมแสงมีค่าเป็น 1 สำหรับการหาผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นที่เป็นฟังก์ชันคู่ และกำหนดเงื่อนไขให้ฟังก์ชันคลื่นที่แกนสมมาตร ( $x = 0$ ) มีค่าเป็นศูนย์ ( $\psi(0) = 0$ ) และฟังก์ชันคลื่นที่ตำแหน่งใด ๆ ในหลุมแสงมีค่าเป็น 1 ที่เป็นฟังก์ชันคี่

3. แก่สมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติทุกโครงสร้างในระบบหน่วยอะตอม เพื่อตรวจสอบฟังก์ชันคลื่นที่ขอบบ่อศักย์ซึ่งสอดคล้องกับค่าพลังงานเจาะจง

4. ใช้ระเบียบวิธีของนิวตันในการหาค่าพลังงานเจาะจง

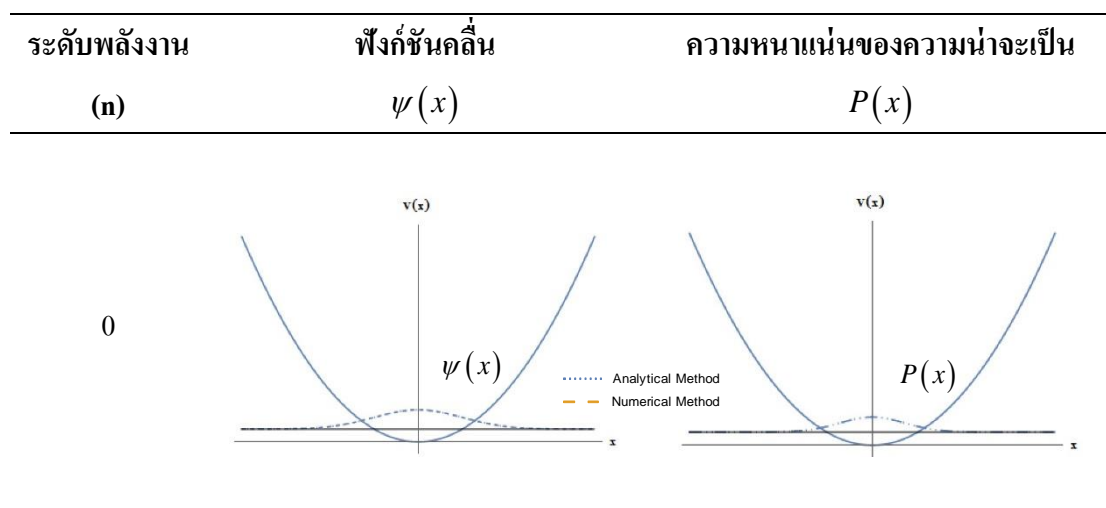
5. ทำฟังก์ชันคลื่นที่สมนัยกับค่าพลังงานเจาะจงให้เป็นฟังก์ชันคลื่นปกติ

6. กำหนดหาขอบเขตที่ระดับพลังงานของอนุภาคเท่ากับพลังงานของบ่อศักย์ หรือขอบเขตของคลื่น โอกาสที่จะตรวจพบอนุภาคภายนอกบ่อศักย์

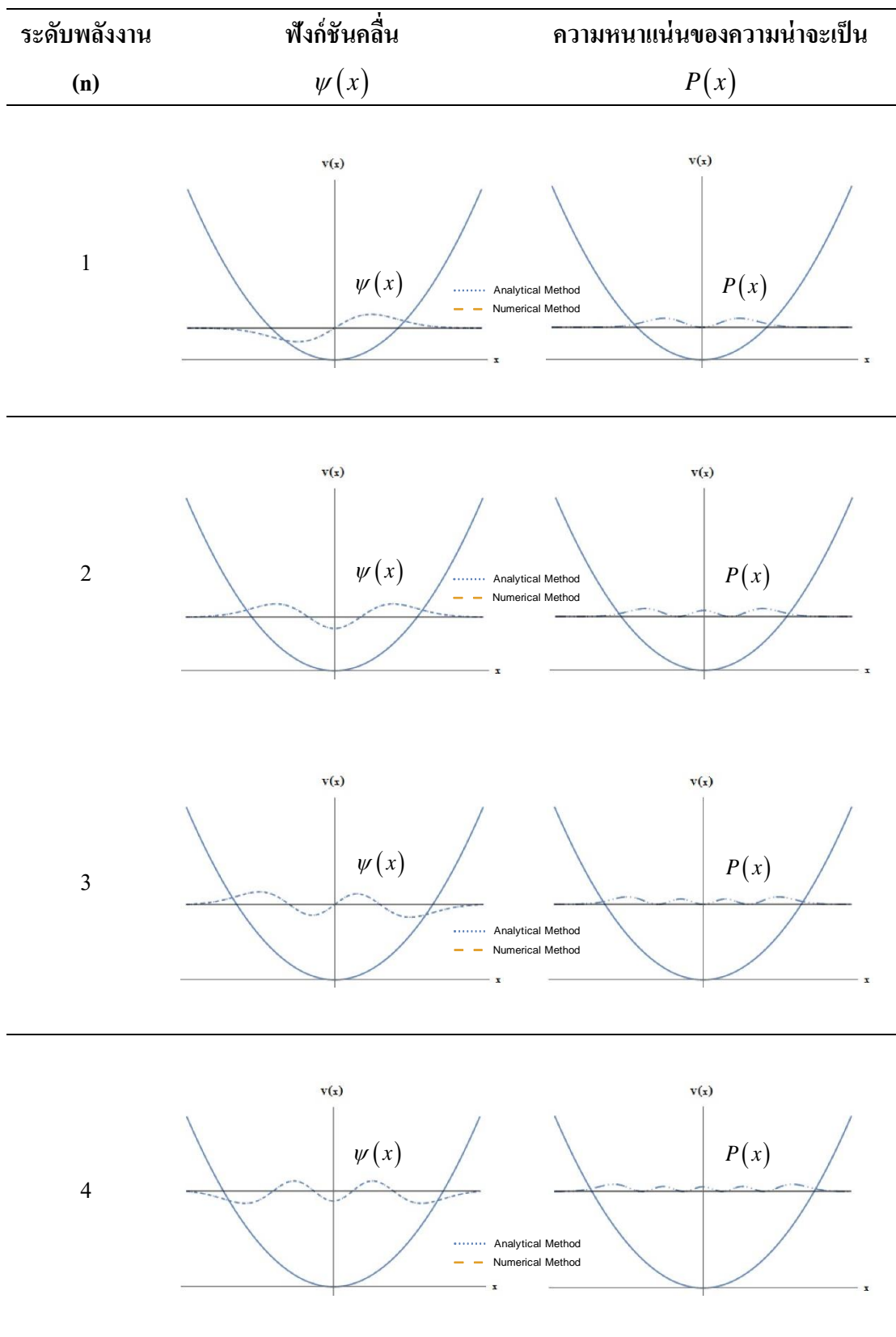
7. กำหนดหาเปอร์เซ็นต์ความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคภายนอกบ่อศักย์จากการหาพื้นที่ใต้กราฟของคลื่น โอกาสที่จะตรวจพบอนุภาคภายนอกบ่อศักย์

ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติ จากวิธีการเชิงวิเคราะห์ (แสดงผลด้วยจุด) และวิธีการเชิงตัวเลข (แสดงผลด้วยเส้นประ) ตั้งแต่สถานะพื้น ถึงสถานะกระตุ้นที่ 4 แสดงดังตารางที่ 1 ขณะที่ผลเฉลยค่าพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์และเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคภายนอกบ่อศักย์ แสดงดังตารางที่ 3-1 ตามลำดับ

ตารางที่ 3-1 ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่น และความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติจากวิธีการเชิงวิเคราะห์ และวิธีการเชิงตัวเลข



ตารางที่ 3-1 (ต่อ)



ตารางที่ 3-2 ผลเฉลยค่าพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ และเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของ  
ความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่าย  
ใน 1 มิติจากวิธีการเชิงวิเคราะห์ และวิธีการเชิงตัวเลข

ระดับพลังงาน (n)	ค่าพลังงาน (a.u.)	เปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์
0	0.50	15.73
1	1.50	11.16
2	2.50	9.47
3	3.50	8.33
4	4.50	6.93

จากผลการศึกษาการจำลองอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์แบบฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายใน 1 มิติ ดังตารางที่ 3-1 และตารางที่ 3-2 แสดงให้เห็นว่า ผลเฉลยจากขั้นตอนและหลักการกำหนดเงื่อนไขในสองตำแหน่งสำหรับการหาผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นปกติที่สมนัยกับค่าพลังงานเจาะจงที่ได้จากการใช้ระเบียบวิธีของนิวตัน รวมไปถึงการวิเคราะห์เปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์ทั้งจากวิธีการเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลข ให้ผลเฉลยตรงกันในทุกระดับพลังงานตั้งแต่ที่สถานะพื้นจนถึงสถานะกระตุ้นที่ 4 และนอกจากนี้วิธีการทั้งสองยังให้ผลเฉลยระดับพลังงานและฟังก์ชันคลื่นปกติที่สมนัยกับค่าพลังงานตรงตามการวิเคราะห์

เนื่องจากฟังก์ชันพลังงานศักย์แบบฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่ายเป็นบ่อศักย์ที่มีฟังก์ชันพลังงานศักย์คล้ายกับหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง  $[V(x) \propto \sin^2(kx)]$  โดยพิจารณาจากการกระจายพหุนามพจน์ที่หนึ่งและสองด้วยอนุกรมเทเลอร์ (Taylor series) กับฟังก์ชันพลังงานศักย์ของหลุมแสงจากคลื่นนิ่งซึ่งจะได้ฟังก์ชันพลังงานศักย์ที่แปรผันโดยตรงกับค่ากำลังสองของพิกัดเช่นเดียวกัน ดังนั้นในการศึกษาวิจัยนี้จึงนำขั้นตอนและหลักการศึกษาก่อนอนุภาคในบ่อศักย์ตามผังการจำลองและการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม โดยใช้โปรแกรม Mathematica ด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลข ดังแสดงในภาพที่ 3-4 และ 3-5 ไปศึกษาการกักอนุภาคในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง และหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ที่ลบบดต่อไป

### การหาผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นที่สมนัยกับผลเฉลยพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสง

การหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติสำหรับอนุภาคในหลุมแสง จะพิจารณาบ่อศักย์ที่มีฟังก์ชันอยู่ในรูปของความเข้มแสง ( $V(x) \propto I$ ) โดยใช้สมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติที่ถูกลดรูปให้อยู่ในในระบบอะตอม ดังสมการที่ (2.12) (Hartree, 1928)

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + 2[E - V(x)]\psi(x) = 0$$

ในการกำหนดฟังก์ชันพลังงานของบ่อศักย์จากความเข้มแสงนั้น จะกำหนดให้มีมิติของความยาวอยู่ในระบบหน่วยอะตอม พร้อมในสัดส่วน 100 เท่าของระบบหน่วยอะตอม เช่นเดียวกันกับการจำลองหลุมแสง

กรณีหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง เมื่อคลื่นนิ่งความยาวคลื่น  $\lambda$  อยู่ในแนวแกน  $x$  ความเข้มแสงจากค่าสัมบูรณ์ของฟังก์ชันคลื่นนิ่ง  $\varphi_S$  ที่ตำแหน่ง  $x$  ใด ๆ เป็นหลุมแสงจากสมการที่ (2.1)

$$I = \varphi_S^* \varphi_S = I_0 \sin^2 kx$$

และในกรณีหลุมแสงเลดทึบปรากฏการณ์ที่ลบบอด เมื่อให้แนวของเกรตติงอยู่ในแนวแกน  $x$  และรีวรอยการแทรกสอดหลังเกรตติงกระจายตัวไปในแนวแกน  $z$  ฟังก์ชันคลื่นของแสงที่ตำแหน่ง  $(x, z)$  ใด ๆ ดังสมการ ที่ (2.7)

$$\varphi_T(x, z) = \sum_n A_n \exp\left\{in \frac{2\pi}{d} x - \frac{in^2\pi}{L_T} z\right\}$$

(Case, et all., 2009) และค่าสัมบูรณ์ของความเข้มแสงที่ตำแหน่ง  $(x, z)$  ใด ๆ ดังสมการที่ (2.8)

$$I = \varphi_T^* \varphi_T = I_0 \sum_{n,m} A_n A_m \exp\left\{i(n-m) \frac{2\pi}{d} x - \frac{i(n^2 - m^2)\pi}{L_T} z\right\}$$

สำหรับการหาผลเฉลยจากสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติที่ลดรูปให้อยู่ในระบบอะตอม ซึ่งมี  $V(x)$  เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นทั้งหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมเลดทึบของแสงจากปรากฏการณ์ที่ลบบอด จึงใช้ทั้งวิธีการหาค่าตอบเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลขเพื่อเปรียบเทียบที่ได้ในกรณีหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง สำหรับเลดทึบของแสงจากปรากฏการณ์ที่ลบบอดจะใช้วิธีการเชิงตัวเลขเท่านั้น ซึ่งค่าของ  $I_0$  จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 1 เท่ากันในทั้งสองกรณี ( $I_0 = 1$ ) เพื่อเปรียบเทียบการกักอนุภาคในหลุมแสงทั้งสองรูปแบบดังกล่าว ตามขั้นตอนดังภาพที่ 3-4 และ 3-5 (ดูรายละเอียดขั้นตอนการจำลองและการหาผลเฉลย ในภาคผนวก)

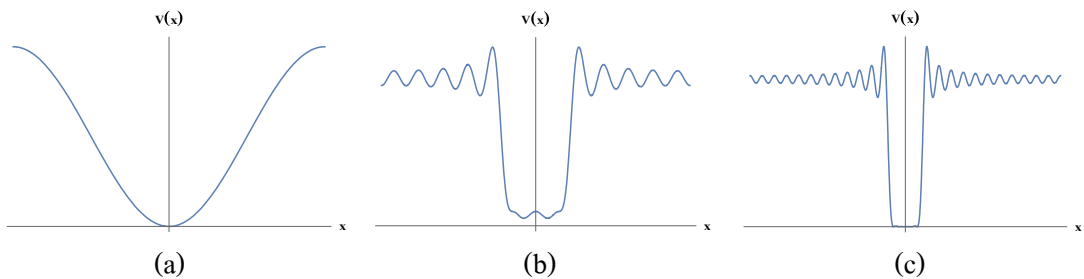
ในการศึกษานี้จะหาผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นปกติที่สมนัยกับค่าพลังงานเจาะจง รวมไปถึงความหนาแน่นของโอกาสที่จะตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์ ตั้งแต่สถานะพื้น (ระดับพลังงานที่ 1) ถึงสถานะกระตุ้นที่ 4 (ระดับพลังงานที่ 5) ของอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง และหลุมเลดทึบจากปรากฏการณ์ที่ลบบอดที่ระยะ  $0.5L_T$  และ ระยะ  $1.0L_T$

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

#### ผลการจำลองหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทัลบอด

เมื่อใช้แสงอาพันธ์ความยาวคลื่น 532 นาโนเมตร จำลองหลุมแสงจากคลื่นนิ่งในหนึ่งมิติ โดยกำหนดขอบเขตความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง  $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$  มีแกนสมมาตรที่  $x = 0$  พร้อมในสัดส่วน 100 เท่าของระบบหน่วยอะตอม แสดงผลดังภาพที่ 4-1(a) และใช้แสงอาพันธ์ที่มีความยาวคลื่น 532 นาโนเมตร จำลองแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอดในหนึ่งมิติกับเกรตติงที่มี  $d = 2$  ไมโครเมตร  $f = 0.9$  และกำหนดขอบเขตของความเข้มแสงในช่วงของการจำลอง  $-0.25d \leq x \leq 0.25d$  ที่ระยะห่างระหว่างแลตทิซเป็นครึ่งหนึ่งของคาบของเกรตติง ( $z = 0.5L_T$ ) และที่ระยะห่างระหว่างแลตทิซเท่ากับคาบของเกรตติง ( $z = 1.0L_T$ ) หลังเกรตติง โดยมีแกนสมมาตรที่  $x = 0$  พร้อมในสัดส่วน 100 เท่าของระบบหน่วยอะตอม แสดงผลดังภาพที่ 4-1(b) และ 4-1(c) ตามลำดับ

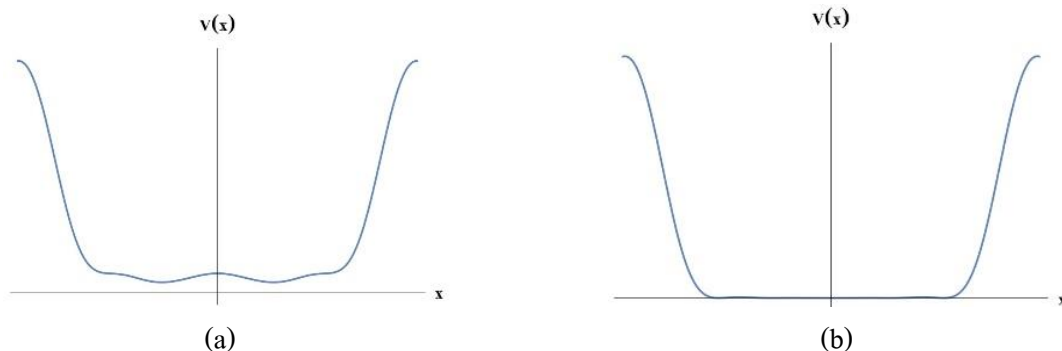


ภาพที่ 4-1 ผลการจำลอง (a) หลุมแสงจากคลื่นนิ่ง

(b) หลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอด ระยะ  $z = 0.5L_T$

(c) หลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอด ระยะ  $z = 1.0L_T$

ในการศึกษานี้ ศึกษาการกักอนุภาคในบ่อศักย์โดยไม่คำนึงถึงอันตรกิริยาอื่น ๆ จึงกำหนดขอบเขตความเข้มแสงในช่วงการจำลองหลุมแลตทิซของแสงในหนึ่งมิติจากปรากฏการณ์ทัลบอดที่ระยะ  $z = 0.5L_T$  และ ที่ระยะ  $z = 1.0L_T$  โดยจะพิจารณาในช่วง  $-0.07d \leq x \leq 0.07d$  ซึ่งอยู่ในขอบเขตสำหรับพิจารณาการกักอนุภาค แสดงผลดังภาพที่ 4-2



ภาพที่ 4-2 ผลการจำลองหลุมแผลตทึชของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอด ขอบเขตความเข้มแสง ในช่วงของการจำลอง  $-0.07 d \leq x \leq 0.07 d$  (a) ระยะ  $z = 0.5L_T$  (b) ระยะ  $z = 1.0L_T$

**ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง**

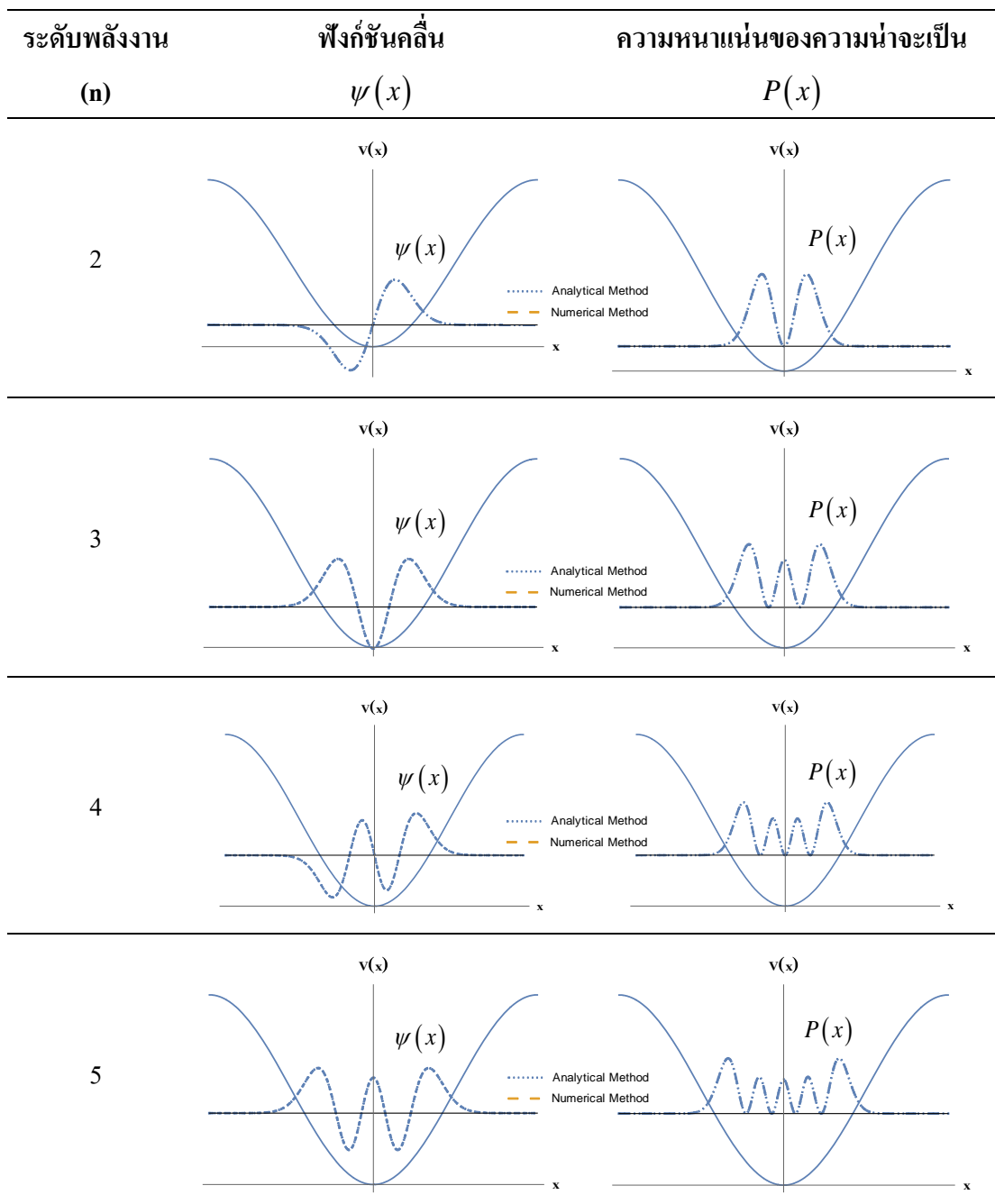
ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง 1 มิติ จากวิธีการเชิงวิเคราะห์ (แสดงผลด้วยจุด) และวิธีการเชิงตัวเลข (แสดงผลด้วยเส้นประ) ตั้งแต่ระดับพลังงานที่ 1 ( $n = 1$ ) ถึงระดับพลังงานที่ 5 ( $n = 5$ ) แสดงดังตารางที่ 4-1 ขณะที่ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแผลตทึชของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอด 1 มิติที่ระยะ  $z = 0.5L_T$  และ  $1.0L_T$  ที่ระดับพลังงานที่ 1 ( $n = 1$ ) ถึงระดับพลังงานที่ 5 ( $n = 5$ ) แสดงดังตารางที่ 4-2 และ 4-3 ตามลำดับ

ตารางที่ 4-1 ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่น และความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง 1 มิติ จากวิธีการเชิงวิเคราะห์ และวิธีการเชิงตัวเลข

ระดับพลังงาน	ฟังก์ชันคลื่น	ความหนาแน่นของความน่าจะเป็น
(n)	$\psi(x)$	$P(x)$
1		



ตารางที่ 4-1 (ต่อ)

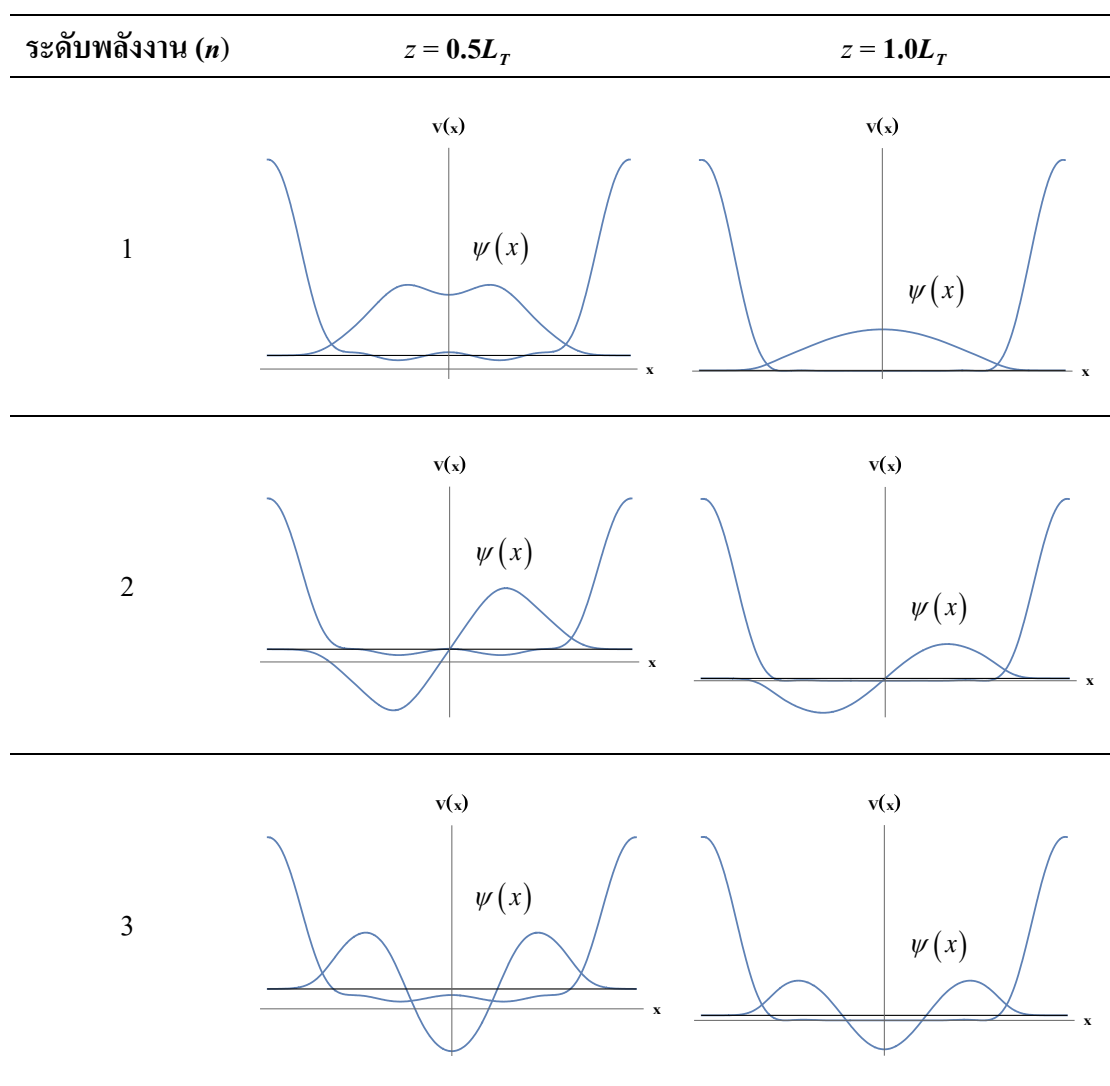


จากตารางที่ 4-1 จะเห็นว่า ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง 1 มิติ ที่ได้จากวิธีการเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลข ให้ผลเฉลยตรงกัน ในทุกระดับพลังงานตั้งแต่ระดับพลังงานที่ 1 ( $n = 1$ ) จนถึงระดับพลังงานที่ 5 ( $n = 5$ )

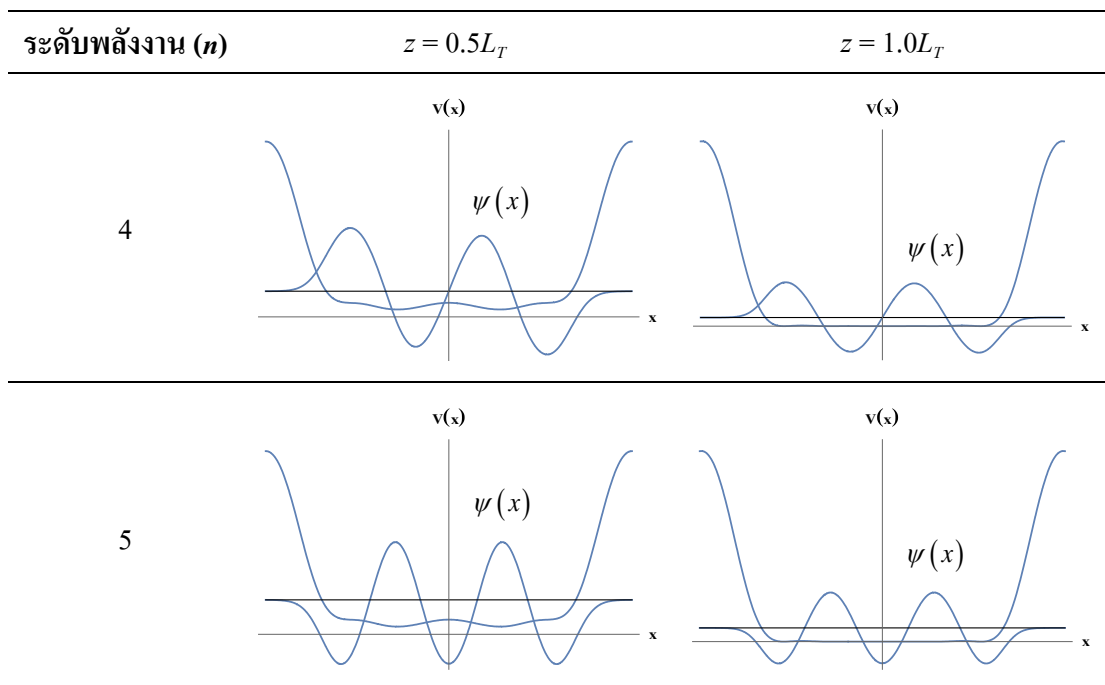
**ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแผลตติชของแสงจากปรากฏการณ์ทัลดอต**

ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นและความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแผลตติชของแสงจากปรากฏการณ์ทัลดอตที่ระยะครึ่งทัลดอต ( $0.5L_T$ ) และที่หนึ่งทัลดอต ( $1.0L_T$ ) แสดงผลดังตารางที่ 4-2 และ 4-3 ตามลำดับ

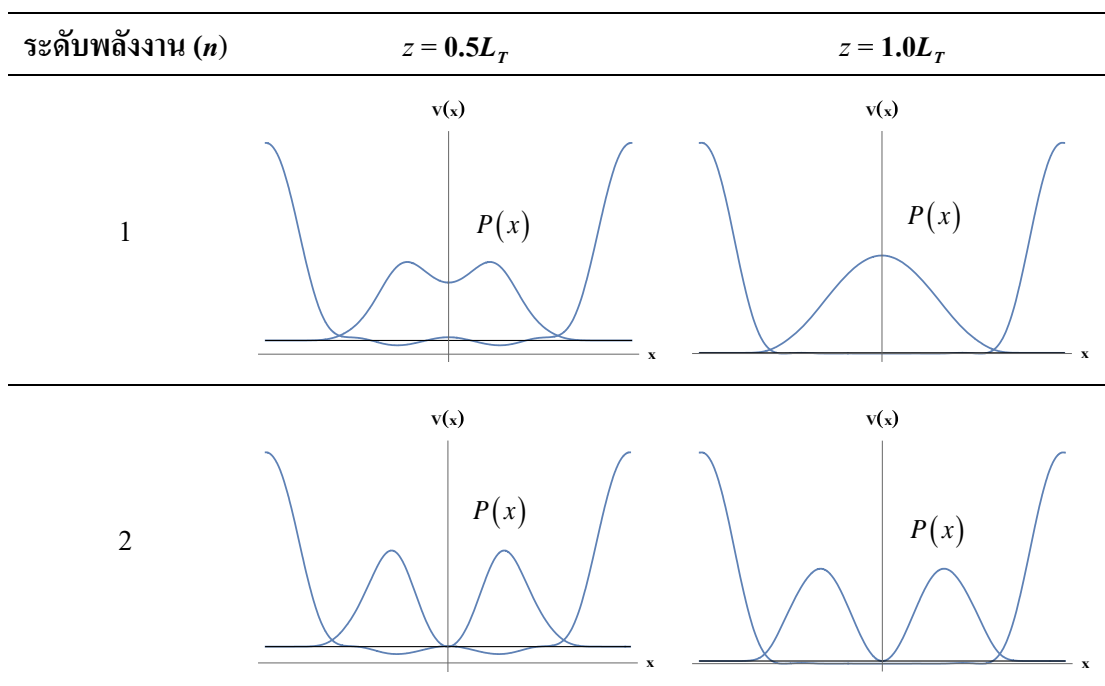
ตารางที่ 4-2 ผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นอนุภาคที่ถูกกักในหลุมแผลตติชของแสงจากปรากฏการณ์ทัลดอต 1 มิติ ในช่วง  $-0.07d \leq x \leq 0.07d$



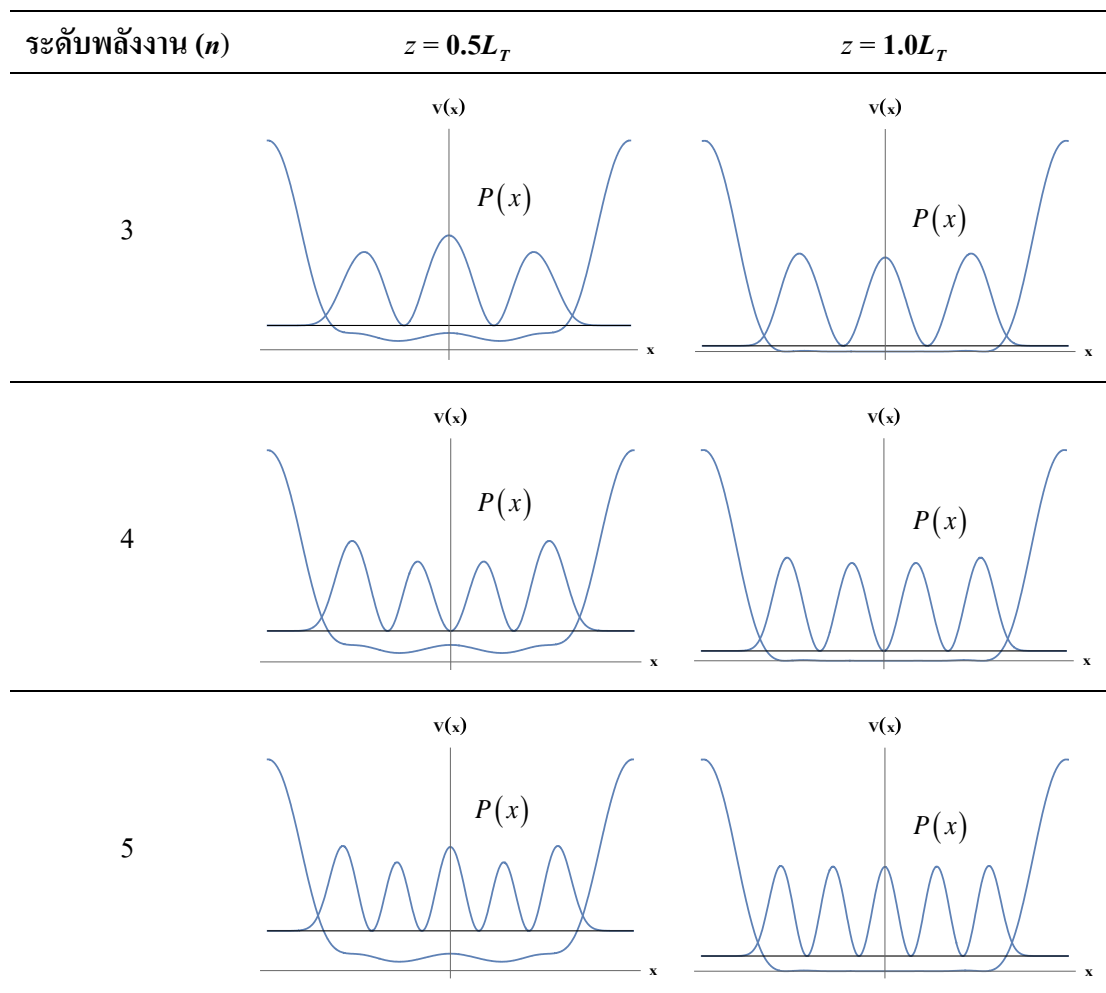
ตารางที่ 4 2 (ต่อ)



ตารางที่ 4-3 ผลเฉลยความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคที่ถูกกักในหลุม  
แผลตทึบของแสงจากปรากฏการณ์ที่ลบอด 1 มิติ ในช่วง  $-0.07d \leq x \leq 0.07d$



ตารางที่ 4-3 (ต่อ)



**ผลเฉลยค่าพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ และเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์**

ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาค  $P(x) = \psi^*(x)\psi(x)$  ซึ่งหาได้จากผลเฉลยฟังก์ชันคลื่นจากสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติที่ถูกลดรูปให้อยู่ในระบบหน่วยอะตอม ดังนั้นโอกาสในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์จึงหาได้จากพื้นที่ใต้กราฟของ  $P(x)$  ซึ่งสามารถพิจารณาหรือเปรียบเทียบในรูปของเปอร์เซ็นต์ และผลเฉลยระดับพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์จากหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทลอบอต แสดงผลดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 ผลเฉลยค่าพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์ และเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของ  
ความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์

ระดับ พลังงาน (n)	ค่าพลังงาน (a.u.)		เปอร์เซ็นต์ความหนาแน่น ของความน่าจะเป็น ในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์			
	คลื่นนิ่ง ของแสง	ปรากฏการณ์ที่ลบบอด		คลื่นนิ่ง ของแสง	ปรากฏการณ์ที่ลบบอด	
		$0.5L_T$	$1.0L_T$		$0.5L_T$	$1.0L_T$
1	4.35	50.25	0.42	16.09%	10.19%	0.88%
2	13.00	51.08	1.56	11.58%	9.93%	2.10%
3	21.43	53.59	3.34	10.02%	2.97%	2.94%
4	29.65	55.57	5.73	9.17%	3.96%	3.26%
5	37.64	58.31	8.78	8.63%	3.90%	3.23%

จากตารางที่ 4-4 จะเห็นว่าเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์จากหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ที่ลบบอดมีค่าน้อยกว่าหลุมแสงจากคลื่นนิ่งอย่างมีนัยสำคัญ

## บทที่ 5

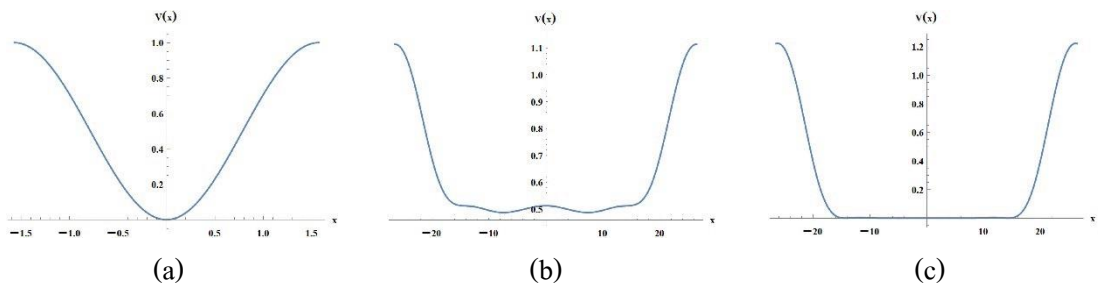
### สรุปและอภิปรายผล

#### สรุปผลการวิจัย

ผลเฉลยพลังงานของอนุภาคและฟังก์ชันคลื่นที่สมนัยกับค่าพลังงานของอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์จากสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติและถูกลดรูปให้อยู่ในระบบหน่วยอะตอม พบว่า อนุภาคที่ถูกกักในหลุมแผลตติชของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอดที่ระยะหนึ่งทลบอดมีพลังงานน้อยกว่าในหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง แต่อนุภาคที่ถูกกักในหลุมแผลตติชของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอดที่ระยะครึ่งทลบอดมีพลังงานมากกว่าที่ระยะหนึ่งทลบอดและมากกว่าในหลุมแสงจากคลื่นนิ่งในทุกระดับพลังงานตั้งแต่สถานะพื้น จนถึงสถานะกระตุ้นที่ 4 นอกจากนี้ เมื่อเปรียบเทียบค่าเปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์พบว่า ความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์จากปรากฏการณ์ทลบอดมีค่าน้อยกว่าหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง

#### อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการจำลอง พบว่า หลุมแผลตติชจากปรากฏการณ์ทลบอดที่ระยะครึ่งทลบอดมีค่าพลังงานเริ่มต้นมากกว่าที่ระยะหนึ่งทลบอดและมากกว่าหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง (ประมาณ 50 a.u.) แสดงดังภาพที่ 5-1 ดังนั้น อนุภาคที่ถูกกักบ่อศักย์จากหลุมแผลตติชจากปรากฏการณ์ทลบอดที่ระยะครึ่งทลบอดจึงมีพลังงานมากกว่าที่ระยะหนึ่งทลบอดและมากกว่าหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง

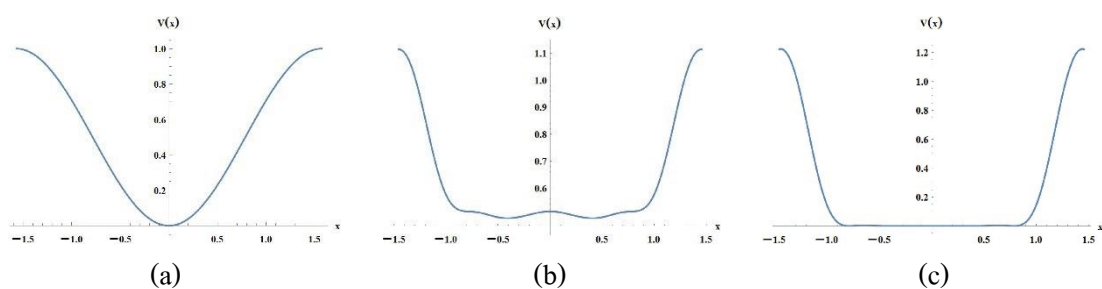


ภาพที่ 5-1 ผลการจำลองระดับพลังงานในบ่อศักย์ (a) หลุมแสงจากคลื่นนิ่ง

(b) หลุมแผลตติชของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอด ระยะ  $z = 0.5L_T$

(c) หลุมแผลตติชของแสงจากปรากฏการณ์ทลบอด ระยะ  $z = 1.0L_T$

นอกจากนี้ เมื่อกำหนดให้ความกว้างของหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทลอบอดมีขนาดเท่ากัน ดังภาพที่ 5-2 ผลการจำลองพบว่า เปอร์เซ็นต์ความหนาแน่นโอกาสที่จะตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์จากหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทลอบอดยังมีค่าน้อยกว่าหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง สอดคล้องกับผลจำลองที่พบว่า หลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทลอบอดมีลักษณะใกล้เคียงกับการเป็นบ่อศักย์มากกว่าหลุมแสงจากคลื่นนิ่ง ดังนั้นความน่าจะเป็นในการตรวจพบอนุภาคนอกบ่อศักย์จากหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทลอบอดจึงมีค่าน้อยกว่าหลุมแสงจากคลื่นนิ่งอย่างชัดเจน



ภาพที่ 5-2 ผลการจำลองบ่อศักย์ที่มีความกว้างเท่ากัน (a) หลุมแสงจากคลื่นนิ่ง  
 (b) หลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลอบอด ระยะ  $z = 0.5L_T$   
 (c) หลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทลอบอด ระยะ  $z = 1.0L_T$

หลักการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ในหนึ่งมิติที่ถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม Mathematica ในการศึกษาวิจัยนี้สามารถนำไปใช้ศึกษาการจำลองอนุภาคที่ถูกกักในบ่อศักย์พื้นฐานหนึ่งมิติรูปแบบต่าง ๆ เช่น บ่อศักย์แบบมุมฉากสูงอนันต์ บ่อศักย์แบบมุมฉากลึกจำกัด และบ่อศักย์ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์อย่างง่าย ซึ่งผลเฉลยที่ได้จากวิธีการทั้งสองตรงกับผลเฉลยจากการวิเคราะห์ นอกจากนี้หลักการหาผลเฉลยด้วยวิธีการเชิงตัวเลขสามารถนำไปใช้ศึกษากับปัญหาบ่อศักย์ที่เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นในรูปแบบที่ซับซ้อนได้ ดังนั้น หลักการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ในหนึ่งมิติที่ถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์และวิธีการเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม Mathematica นี้จะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาทศวรรษควอนตัมพื้นฐานไปจนถึงทศวรรษควอนตัมระดับสูงได้

การศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการกักอนุภาคในหลุมแสงจากคลื่นนิ่งและหลุมแลตทิซจากปรากฏการณ์ทลอบอดนี้เป็นจุดเริ่มต้นและจะเป็นประโยชน์สำหรับการศึกษาวิจัยระดับอุดมศึกษาต่อไป

## บรรณานุกรม

- บรรจบ สุดประเสริฐ. (2539). *ทฤษฎีกลศาสตร์ควอนตัม*. พิษณุโลก: ม.ป.ท.
- สราวุธ เฉชะปัญญา. (2552). ปรัชญาการค้นพบทัศนศาสตร์สนามใกล้: จากทัศนศาสตร์แบบดั้งเดิมถึงทัศนศาสตร์ควอนตัม (Optical Near-Field Effect: Classical to Quantum Optics). *วารสารวิทยาศาสตร์บูรพา*, (พิเศษ), 100 – 108.
- Bloch, I. (2005). Ultracold quantum gases in optical lattices. *Nature Physics*, *1*, 23-30.
- Bloch, I., Greiner, M., Mandel, O., Hänsch, T.W., & Esslinger, T. (2001). Sympathetic cooling of  $^{85}\text{Rb}$  and  $^{87}\text{Rb}$ . *Physical Review A*, *64*(2), 021402/1
- Case, W.B., Tomand, M., Deachapunya, S., & Arndt, M. (2009). Realization of optical carpets in the Talbot and Talbot–Lau configurations. *Classical to Quantum Optics. Opt.Express*, *17*, 20966–20974.
- Deachapunya, S., & Srisuphaphon, S. (2014). Accordion lattices based on the Talbot effect. *Chinese optics letters*, *1308*, 6542v3.
- Fournier, J.M., Rohner J., Merenda F., Jacquot P., & Salathé R. P. (2007) . Multiple trapping in various interferometric traps. In *COST ACTION MP0604 Optical Micro-Manipulation by Nonlinear Nanophotonics*. Ancona, Italy. Retrieved from [www.photomat.it/cost/risorse/ COST\\_Ancona\\_Fournier\\_2.pdf](http://www.photomat.it/cost/risorse/COST_Ancona_Fournier_2.pdf)
- Greiner, M., Mandel, O., Esslinger, T., Hänsch, T.W., & Bloch, I. (2002). Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in gas of ultracold atoms. *Nature*, *415*(6867), 39.
- Greiner, M., Sanpera, A., Ahufinger, V., Damski, B., San(De) A., & Sen, U. (2002). Ultracold atomic gases in optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond. *Advances in Physics*, *415*, 39-44.
- Griffiths, D. J. (2005). *Introduction to Quantum Mechanics* (2<sup>nd</sup> ed.). USA: Pearson Prentice Hall.
- Grünzweig, T., Hilliard, A., McGovern, M., & Andersen, M. F. (2010). Near-deterministic preparation of a single atom in an optical microtrap. *Nature Physics*, *6*, 951.
- Hartree, D. R. (1928). The Wave Mechanics of an Atom with a NonCoulomb Central Field. Part I. Theory and Methods. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, *24*, 89-110. doi:10.1017/S0305004100011919

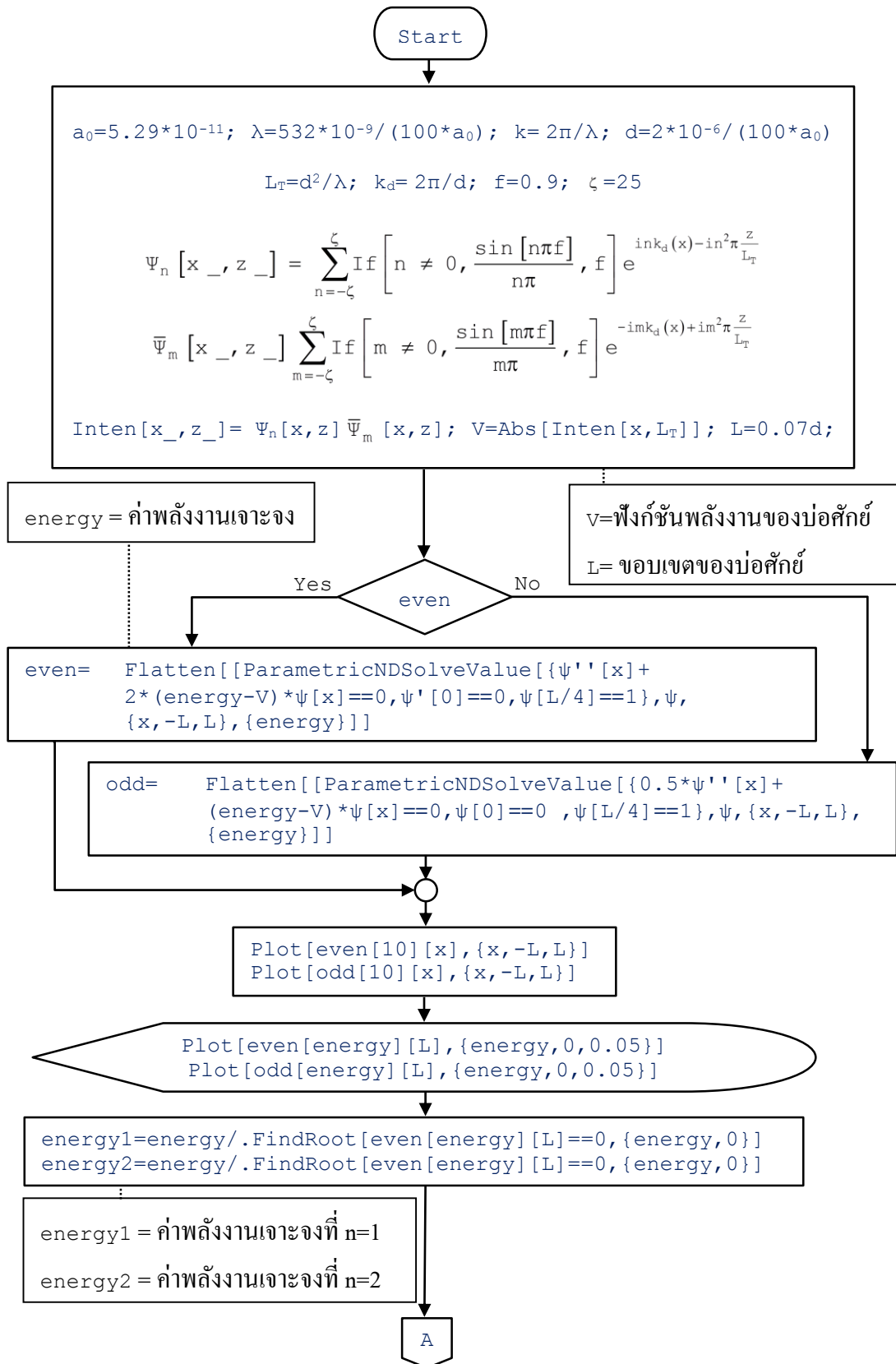


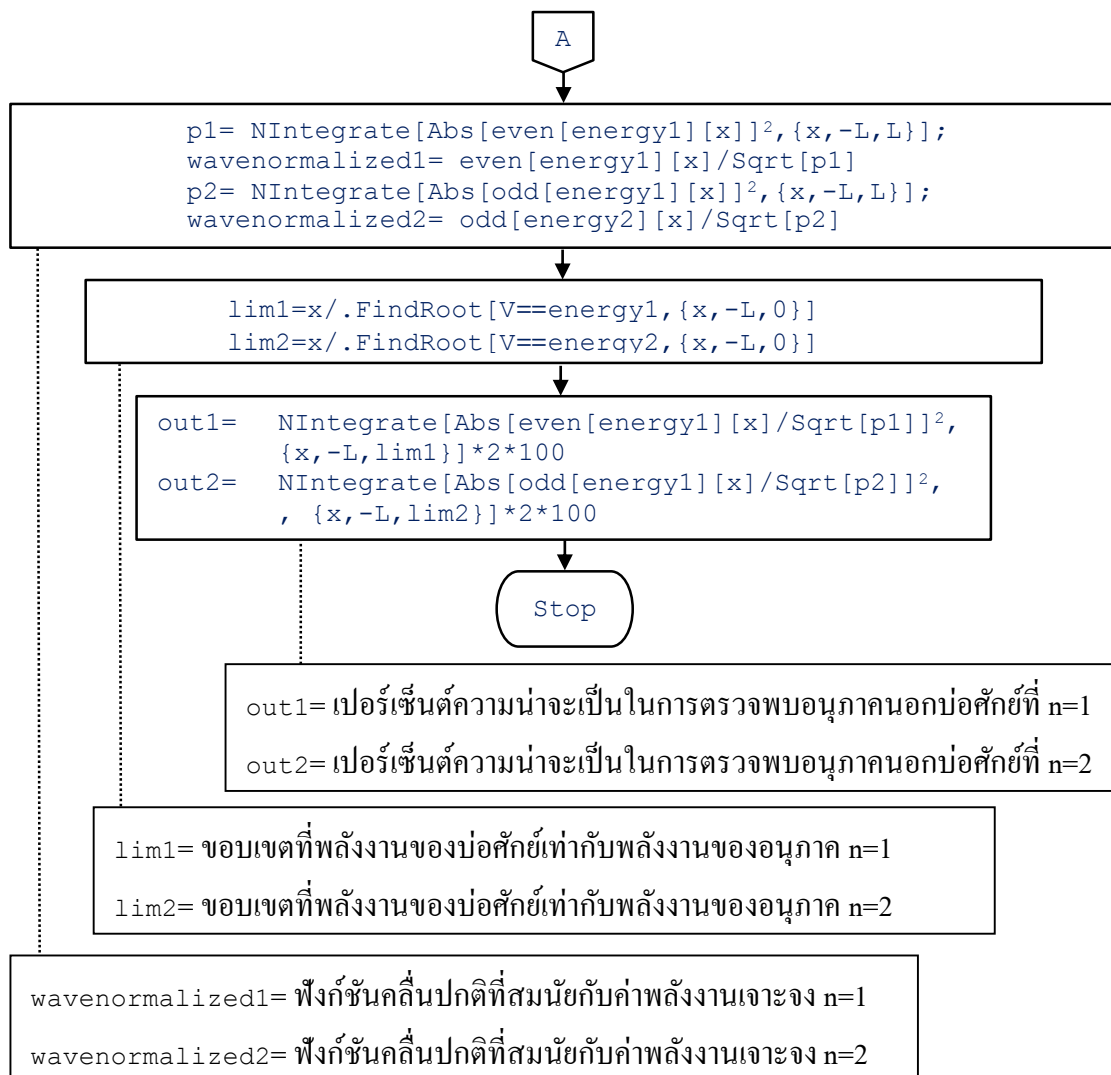
- Hecht, E. (2002). *Optics* (4<sup>th</sup> ed.). USA: Addison Wesley.
- Hoffman, J.D. (2001). *Numerical Methods for Engineers and Scientists* (2<sup>nd</sup> ed.). USA: Marcel.
- Jaksch, D., Bruder, C., Cirac, J. I., Gardiner, C. W., & Zoller P. (1998). Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.*, *81*, 3108.
- Jaksch, D., Cirac, J. I., Zoller, P., Rolston, S. L., Cote, R., & Lukin, M. D. (2000). Cold bosonic atoms in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.*, *85*, 2208.
- Jaksch, D. (2004). Optical lattices, ultracold atoms and quantum information processing. *Contemporary Physics*, *45*, 367-381.
- Kim, M., Kim, B. J., Lim, H. H., Pandiyan, K., & Cha, M. (2010). Demonstration of a Standing Light Wave with a Laser Pointer. *Journal of the Korean Physical Society*, *56*(5), 1542-1545.
- Pavel, Z., & Christopher, J. F. (1998). Atomic dipole trap formed by a Gaussian standing wave. *Optics Communications*, *146*, 119.
- Rohlf, J. W. (1994). *Modern Physics from  $\alpha$  to  $Z^0$* . Canada: John Wiley & Sons.
- Talbot, H. F. (1836). Facts relating to optical science. *Philosophical Magazine series*, *9*, 401-407.
- Vasile, C. (2015). *Molecular Structure and Properties Calculations*. Retrieved from <http://phys.ubbcluj.ro/~vchis/cursuri/cspm/course2.pdf>
- Wagon, S. (2010). *Mathematica® in Action* (3<sup>rd</sup> ed.). USA: Springer.
- Williams, R. A., Pillet J. D., Al-Assam, S., Fletcher, B., Shotton, M., & Foot, C.J. (2008). Dynamic optical lattices: two-dimensional rotating and accordion lattices for ultracold atoms. *Optics Express*, *16*, 16977-16983.
- Wolfram computation Meets Knowledge. (2015). *ParametricNDSolveValue*. Retrieved from <https://reference.wolfram.com/language/ref/ParametricNDSolve.html>
- Zohuri, B. (2015) . *Dimension Analysis and Self – Similarity Methods for Engineers and Scientists*. Switzerland: Springer International.

ภาคผนวก

## ภาคผนวก ก

การจำลองอนุภาคที่ถูกกักในหลุมหลุมแลตทิซของแสงจากปรากฏการณ์ทัลบอต ที่ระยะ  $1.0L_T$  และ  
การหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติที่ถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม  
ด้วยวิธีการเชิงตัวเลข (Numerical method) โดยใช้โปรแกรม Mathematica





ภาพภาคผนวก ก-1 ฟังก์ชันจำลองการกักอนุภาคในหลุมแผลดทึชของแสงจากปรากฏการณ์ที่ลบบอดที่  
 ระยะ  $1.0L_T$  และการหาผลเฉลยสมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลาในหนึ่งมิติ  
 ถูกลดรูปในระบบหน่วยอะตอม ด้วยวิธีการเชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม  
 Mathematica