

ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชลกานต์ ชมภู

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

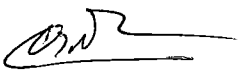
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

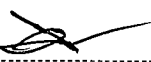
สิงหาคม 2559

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

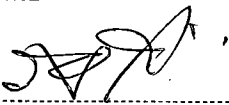
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ชลگانต์ ชมภู ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

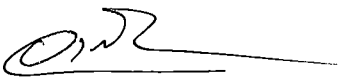
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)

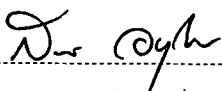

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)


..... กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)


..... กรรมการ
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่... 21เดือน... กรกฎาคม... พ.ศ. 2559

งานวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางด้าน
วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
(สสวท.)

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสามารถและความกรุณาอย่างสูงจาก ดร. อาพันธ์ชนิด เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และดร.พรพนทิพา พรหมรักษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวีพร อนุศาสนนันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์ทุกท่านที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ทำให้งานวิจัยมีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือ และคำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยจนถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการ คณะครูและนักเรียนโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ให้ความอนุเคราะห์ และให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

เนื่องจากงานวิจัยนี้ส่วนหนึ่งได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจาก โครงการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ซึ่งเป็นโครงการของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จึงขอขอบคุณ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อวินัย คุณแม่พิชามณูชัช ชมภู คุณปู่ คุณย่า คุณอาทุกท่าน ครอบครัว ที่สนับสนุนเป็นกำลังใจในการทำงานให้สำเร็จลุล่วงไปได้ และขอขอบคุณ พี่ เพื่อนทุกท่าน ที่ให้กำลังใจ และมีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูตเวทิตาแด่บุพการี บุรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

ชลกานต์ ชมภู

57910205: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2/ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ชลดกานต์ ชมภู: ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (THE EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 4E×2 INSTRUCTION MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF TWELFTH GRADE STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ : อภาพันธุ์ชานิต เจนจิต, กศ.ด., พรรณทิพา พรหมรักษ์, ป.ร.ด., 190 หน้า, ปี พ.ศ. 2559.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น 2) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70 และ 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 37 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น มีค่าความเชื่อมั่น .85 3) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล เรื่องความน่าจะเป็น มีค่าความเชื่อมั่น .81 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t -test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น 2) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

57910205: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.

KEYWORD: ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 4E × 2 INSTRUCTION MODEL/ MATHEMATICAL CONCEPT/ REASONING ABILITY

CHONLAKAN CHOMPOO: THE EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING 4E × 2 INSTRUCTION MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY OF TWELFTH GRADE STUDENTS ADVISORY COMMITTEE: APUNCHANIT JENJIT, Ed.D., PANTIPA PROMARAK, Ph.D., 190 P. 2016.

The purposes of this research were 1) to study mathematical concept and reasoning ability of students after using 4E × 2 instruction model 2) to compare mathematical concept in probability of the students after studying with mathematics learning activities using 4E × 2 instruction model and 3) to compare the mathematical reasoning ability in probability of the students after studying mathematics learning activities using 4E × 2 instruction model.

The participants, were 37 twelfth grade students of the academic year B.E. 2/ 2558. selected by the cluster random sampling technique. The research instruments used in this research consisted of ten probability lesson plans, mathematical concept test with the reliability of .85 and mathematical reasoning ability test with the reliability of .81. The statistical techniques for analyzing the data were mean, standard deviation, and one sample *t* -test.

Research results showed that students have developed their mathematical concept and mathematical reasoning ability. Mathematical concept in probability of the students after studying with the mathematics learning activities using 4E × 2 instruction model was higher than the set criterion of 70% at the .05 level. The Mathematical reasoning ability in probability of the students after studying with the mathematics learning activities using 4E × 2 instruction model was higher than the set criterion of 70% at the .05 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	๑
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	๓
สารบัญ.....	๗
สารบัญตาราง.....	๘
สารบัญภาพ.....	๙
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
สมมติฐานการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย.....	10
กรอบแนวคิดการวิจัย.....	11
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	13
การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2.....	21
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	45
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	55
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	68
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	70
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	70
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	70
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	85
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	88

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	92
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	120
สรุปผลการวิจัย.....	120
อภิปรายผลการวิจัย.....	121
ข้อเสนอแนะ.....	124
บรรณานุกรม.....	126
ภาคผนวก.....	131
ภาคผนวก ก.....	132
ภาคผนวก ข.....	139
ภาคผนวก ค.....	171
ภาคผนวก ง.....	181
ภาคผนวก จ.....	187
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	190

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1	ตัวชี้วัดในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์..... 17
2	ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33232 19
3	เปรียบเทียบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ SCIS และรูปแบบการจัดการเรียนรู้ BSCS 5E.. 22
4	บทบาทของครูและนักเรียนในการเรียนการสอน Inquiry..... 28
5	เป้าหมาย กิจกรรม และผล ของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E× 2 43
6	เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 55
7	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของ สสวท..... 66
8	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของศศิธร แม้นสงวน..... 67
9	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของเวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร..... 67
10	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของผู้วิจัย..... 68
11	การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง ของแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น..... 72
12	การวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ และจำนวนข้อสอบ..... 78
13	การวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์..... 83
14	แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design)..... 85
15	การเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E× 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 70..... 114
16	การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลัง ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E× 2 กับเกณฑ์ร้อยละ 70..... 116

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
17	ค่าประเมินระดับความเหมาะสมจากผู้เชี่ยวชาญของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น.....172
18	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และข้อคำถามแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....177
19	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ระหว่างจุดประสงค์ และข้อคำถาม แบบทดสอบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....178
20	ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (D) แบบทดสอบ วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....179
21	ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (D) แบบทดสอบ วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....180
22	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน.....182
23	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน.....184
24	จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....186
25	จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....186

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 กรอบแนวคิดของการวิจัย.....	11
2 การผสมกันขององค์ประกอบในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E×2.....	35
3 การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2.....	40
4 มโนทัศน์ของนักเรียนก่อนจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	93
5 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	93
6 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	94
7 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	95
8 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	95
9 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	96
10 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	97
11 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	97
12 ความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาในกิจกรรมโดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	99
13 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	100
14 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	100

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
15 ความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาในกิจกรรมโดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5.....	101
16 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5.....	102
17 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5.....	102
18 การอธิบายของนักเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6.....	104
19 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6.....	104
20 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6.....	105
21 การเชื่อมโยงสถานการณ์ไปสู่ความรู้เดิมของนักเรียนในการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7.....	106
22 การอธิบายของนักเรียนในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7.....	106
23 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7.....	107
24 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7.....	107
25 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8.....	109
26 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8.....	109
27 การสรุปมโนทัศน์ของนักเรียนในกิจกรรมโดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9.....	110

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
28 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9.....	110
29 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9.....	111
30 การสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรมโดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10.....	112
31 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10.....	112
32 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10.....	113
33 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน.....	115
34 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน.....	115
35 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน.....	116
36 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 4 คะแนน..	117
37 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 คะแนน..	118
38 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน..	118
39 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน..	119

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ โดยคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาการคิดของมนุษย์ กระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์ต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดวางแผนอย่างรอบคอบ การคิดเชิงระบบ (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 1) สอดคล้องกับคำกล่าวของเวทฤทธิ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 1) ซึ่งได้กล่าวไว้ว่าคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ โดยเป็นการแสดงในทิศทางเดียวกันกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555, หน้า 1) ซึ่งได้แสดงว่าคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์และความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิด เราจะเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการเห็นความสำคัญนี้ จึงบรรจุคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

แต่อย่างไรก็ตามการศึกษาของไทย ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ยังประสบปัญหาอยู่ โดยพิจารณาได้จากการประเมินคุณภาพการศึกษาที่ผ่านมา เช่น ผลการประเมินของโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) 2012 พบว่า ในการประเมินผลด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย Organisation for Economic Cooperation and Development หรือ OECD เกือบถึงหนึ่งระดับ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 7) และจากผลการสอบ O-net ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2555, 2556 และ 2557 พบว่า นักเรียนทั่วประเทศมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เพียง 22.73, 20.48 และ 21.74 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2557) รวมถึง คะแนนสอบ PAT1

ความถนัดทางคณิตศาสตร์ จากผลการประเมิน พบว่า มีคะแนนเฉลี่ย 51.56 คะแนน จากคะแนนเต็ม 300 คะแนน

จากข้อมูลข้างต้นจะเห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยยังอยู่ในระดับต่ำ และนอกจากนี้ จากสรุปรายงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกนระภัทรขจร (2546) เรื่อง การสังเคราะห์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า ในแต่ละช่วงชั้น นักเรียน มีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน ที่ทำการศึกษาได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบแก้ปัญหา โดยนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 มีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระการเรียนรู้ ดังนี้ ระบบจำนวนจริง อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ เรขาคณิตวิเคราะห์ ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เซต เมทริกซ์ และดิเทอร์มิแนนท์ จำนวนเชิงซ้อน เวกเตอร์ในสามมิติ ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียล และ ฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์ ลำดับและอนุกรม ความน่าจะเป็น สถิติเบื้องต้น กำหนดการเชิงเส้น การแจกแจงปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น แคลคูลัสเบื้องต้น และ จากคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 2) ที่ว่า ผู้เรียนไทยยังมีความรู้ความสามารถ ทางคณิตศาสตร์ไม่เต็มพียงในเรื่องของความรู้พื้นฐาน การคิด และความสามารถ ในการนำความรู้ไปใช้ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถ ทางคณิตศาสตร์มากกว่าที่เป็นอยู่ ซึ่งหมายถึงต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีพอ มีศักยภาพ ในการคิดที่หลากหลาย ทั้งคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ และสามารถ นำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาได้ ซึ่งการที่ผู้เรียนจะมีความรู้ความสามารถดังกล่าวได้ จะต้อง มีความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน นั่นคือ ต้องมีความเข้าใจ ในโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมืองจังหวัดชลบุรี พบว่า ความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อเนื้อหา คลาดเคลื่อนกว่าที่ควรจะเป็น ความเข้าใจในโมทัศน์ของนักเรียนยังมีความคลาดเคลื่อนอยู่ โดยมักจะพบในเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็น (พจนีย์ เถิงจ่าง, สัมภาษณ์, 2558, 8 ตุลาคม)

โมทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้ ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่า สิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่าง หรือไม่ใช่อตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 15) โดยที่การเรียนรู้โมทัศน์ จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้น

ถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น (นวลจิตต์ เชาวเกียรติพงษ์, 2537, หน้า 57) ซึ่ง อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 22) ได้ให้ความคิดเห็นไว้ว่า ในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมาย พัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้ผู้เรียน โดยอาจต้องมีการวิเคราะห์หามโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้น จึงออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละมโนทัศน์และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรม เลือกใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และ เทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา และผู้สอนจะต้องประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การประเมินพัฒนาการของผู้เรียนแต่ละคน นอกจากนี้ ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน เพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

นอกจากนี้ จากการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (TIMSS) พ.ศ. 2550 ซึ่งเป็นการประเมินวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งในด้านเนื้อหา (Content domain) ได้แก่ เรื่อง จำนวน พีชคณิต เรขาคณิตและข้อมูลและโอกาส และด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) ได้แก่ การรู้ (Knowing) การประยุกต์ใช้ความรู้ (Applying) และการบูรณาการความรู้ และการให้เหตุผล (Reasoning) พบว่า ประเทศไทย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 441 คะแนน ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยที่นักเรียนไทยมีคะแนนทุกเนื้อหาต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติ โดยพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้ความเข้าใจนักเรียนมีคะแนน 436 คะแนน การประยุกต์ใช้ความรู้ 446 คะแนน และการบูรณาการความรู้และการให้เหตุผล 456 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2552, หน้า ก-ข)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียน และสามารถใช้ชีวิตอย่างประสบความสำเร็จในศตวรรษที่ 21 นั้น ผู้สอนต้องมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง และสามารถสอนให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง การสอนความรู้ในเนื้อหาผนวกกับการใช้สถานการณ์ที่จะช่วยให้ผู้เรียนวินิจฉัยและแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม และสามารถดึงทรัพยากรมาใช้ได้อย่างเหมาะสม ตลอดจนเรียนรู้และเข้าใจกฎและหลักการของอาชีพที่ผู้เรียนจะประกอบในอนาคต ซึ่งพื้นฐานสำคัญอันจะทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จได้นั้น นอกจากการรู้หนังสือ (Literacy) การรู้ตัวเลข (Numeracy) แล้วความสามารถในการให้เหตุผล

(Reasoning ability) ยังเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งเสริมความสำเร็จให้แก่ผู้เรียนความสามารถในการให้เหตุผลเปรียบเหมือนความสามารถในการเดินทางจากจุด ก ที่เป็นปัญหา ไปยังจุด ข ที่เป็นคำตอบของปัญหาอย่างมีเหตุผล มีทิศทาง มากกว่าการเดาสุ่มไร้จุดหมาย (วิชัย เสวกงาม, 2557, หน้า 207-223) ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสิริพร ทิพย์คง (2542, หน้า 11) ที่ได้กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออันหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดของคน เพื่อให้บุคคลนั้นเป็นคนมีเหตุผล และมีความสามารถในการที่จะใช้ความคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ปัญหาที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การขาดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนอีกทั้งจากผลการสัมภาษณ์ของผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมืองจังหวัดชลบุรี พบว่า นักเรียนมักใช้ความรู้ความจำ นักเรียนไม่สามารถใช้ความเข้าใจมาให้เกิดผลได้ ควรมีการพัฒนานักเรียนในด้านการวิเคราะห์และสรุปเนื้อหา เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด จึงจะสามารถให้เหตุผลได้ โดยเนื้อหาที่มักพบปัญหาการให้เหตุผล คือ เนื้อหาในเรื่อง ความน่าจะเป็น (พีรพัฒน์ สามัญ, 2558, 9 ตุลาคม, สัมภาษณ์.)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการอธิบายความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริงเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง ซึ่ง ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 176-179) ได้กล่าวว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิด การคิด การวิเคราะห์ และ การสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิด และการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ และในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด การวิเคราะห์ และ การสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ (ศศิธร แม่นสงวน, 2556, หน้า 176-179)

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่าการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ผู้สอนประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่อง ในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน สะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน รวมถึงใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งตรงกับแนวทางการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$

ซึ่งเป็นกระบวนการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นผู้เรียน ให้ใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทาง ในการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดย Tyminski, Haltwanger, Zambak, Horton and Hedetniemi (2013, p. 335) ได้อธิบายว่า การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นการดัดแปลงรูปแบบหนึ่งของ รูปแบบการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ของ BSCS โดยมี E ทั้ง 4 ตัวคือ Engage (ขั้นสร้างความสนใจ) Explore (ขั้นสำรวจ) Explain (ขั้นอธิบาย) และ Extend (ขั้นขยายความรู้) โดยมีรายละเอียดของ 4E ดังนี้

ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเอง จากความสงสัย หรืออาจเริ่มความสนใจของตัวนักเรียนเองหรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจ อาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับ ความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถามกำหนดประเด็นที่จะศึกษา ขั้นสำรวจและค้นหา (Explore) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็น หรือคำถามที่สนใจจะศึกษา อย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือ ปรัชญาการค้น ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษาหาข้อมูลจาก เอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูล ข้อเสนอแนะที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล และ นำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่าง ๆ

ขั้นขยายความรู้ (Extend) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ ค้นคว้าเพิ่มเติม หรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์ หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้นโดยผสมผสานการสะท้อนอภิปัญญาซึ่งเป็น การรวมเอา การสะท้อนความเข้าใจในมโนทัศน์ที่นำมาค้นหาความจริง กับ การกำกับตัวเอง ซึ่งใช้อภิปัญญาเป็นส่วนสนับสนุน โดยผู้สอนจะต้องหมั่นใช้คำถามกับนักเรียนว่า อะไรเป็นสิ่งที่นักเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนได้เขียนความเข้าใจของตนเองลงในสมุด แนะนำ หรือ ช่วยให้นักเรียนได้วางแผนแก้ปัญหา ด้วยตนเอง รวมถึงประเมินการคิดของตนเองว่า มีความถูกต้อง และเหมาะสมเพียงใด และการประเมินระหว่างเรียนซึ่งเป็นกระบวนการที่ครู ใช้ในการรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียนในระหว่างเรียน เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้า หรือ พัฒนาการของผู้เรียนและใช้ผลการประเมินไปปรับปรุงกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

โดยจะเห็นว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเกิดในชั้นอธิบาย เนื่องจากผู้สอนจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้สะท้อนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการแก้สถานการณ์นั้น ๆ และความสามารถในการให้เหตุผลเกิดในชั้นสำรวจ ชั้นอธิบาย และชั้นขยายความรู้ เนื่องจากในชั้นสำรวจนักเรียนต้องให้เหตุผลประกอบแนวทางการแก้ปัญหา ในชั้นอธิบาย นักเรียนต้องให้เหตุผลหรือการสังเคราะห์วิธีการในการแก้ไขสถานการณ์ของนักเรียน และในชั้นขยายความรู้ นักเรียนต้อง แสดงเหตุผลในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ดังการศึกษาของ สิริวัศม์ ผลขวัญโชติกา (2554) เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 และผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์เรื่องแสงและการมองเห็น และทักษะการแปลความหมายข้อมูลและลงข้อสรุปของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ของ ัญญวรัตน์ แก้วศรีงาม (2554) พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนการสอน 4E×2 มีคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์เรื่องแสงและการมองเห็นสูงกว่านักเรียนกลุ่มเปรียบเทียบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผู้วิจัยจึงสนใจการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อันจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยผู้เรียนเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อให้บุคคลนั้นเป็นคนมีเหตุผล และมีความสามารถในการที่จะใช้ความคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ของนักเรียนต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น
2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน หลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ซึ่งเป็นห้องเรียนคละความสามารถ จำนวน 4 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 143 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 37 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$

ตัวแปรตาม คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น

เนื้อหาและระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เป็นเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33232 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน 12 ชั่วโมงและทดสอบ 2 ชั่วโมง รวมเป็น 14 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหา ดังนี้

- | | |
|---|-----------------|
| 1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น | จำนวน 3 ชั่วโมง |
| 2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันเป็นวงกลม | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 3. วิธีจัดหมู่ | จำนวน 3 ชั่วโมง |
| 4. ความน่าจะเป็น | จำนวน 4 ชั่วโมง |

สมมติฐานการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียน หลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ไขปัญหา ที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยผสมผสานการสะท้อนอภิปราย และประเมินระหว่างเรียนอยู่ตลอด ซึ่งประกอบไปด้วย 4 ขั้น คือ 1) ขั้นสร้างความสนใจ 2) ขั้นสำรวจ 3) ขั้นอธิบาย และ 4) ขั้นขยายความรู้ โดยในแต่ละขั้นจะมีการสะท้อนอภิปรายและประเมินระหว่างเรียน ดังนี้

1.1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) ในขั้นนี้ผู้สอนจัดกิจกรรมเพื่อ ตรวจสอบความรู้เดิม หรือ พิจารณามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ และ หาแรงกระตุ้น รวมถึงโน้มน้าวความสนใจของนักเรียน โดยอาจกำหนดสถานการณ์ปัญหา หรือ ปัญหาที่ไม่สามารถแก้ได้ในขณะนั้นเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะแก้ปัญหาดังกล่าว

การสะท้อนอภิปราย ในส่วนนี้ผู้สอนใช้คำถามกระตุ้น โดยนักเรียนจะเป็นผู้สะท้อนการระดมความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือการเชื่อมโยงจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ไปสู่ความรู้เดิม ซึ่ง พิจารณาจากการตอบคำถาม หรือการจดบันทึกของนักเรียน

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนใช้การทดสอบก่อนเรียน หรือ สังเกตจากการสะท้อนอภิปรายของนักเรียน เพื่อประเมินความเข้าใจความรู้เดิม หรือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้เดิม หรือ ความเข้าใจที่ผิดพลาดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้

1.2 ขั้นสำรวจ (Explore) ผู้สอนกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นหาอย่างละเอียดโดยผ่านกระบวนการอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนี้ คาดเดา ออกแบบ รวบรวมข้อมูล และหาเหตุผล

การสะท้อนอภิปราย ผู้สอนใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนสะท้อนวิธีการวางแผนเกี่ยวกับการแก้สถานการณ์ปัญหา หรือการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนใช้คำถาม หรือ ให้นักเรียนจดบันทึก โดยประเมินว่ากระบวนการในการแก้ไขสถานการณ์ปัญหาและเหตุผลประกอบแนวทางการแก้ปัญหา มีความเหมาะสมหรือไม่

1.3 **ชั้นอธิบาย (Explanation, Explain)** ในขั้นนี้ผู้สอนให้นักเรียนนำความรู้เดิมที่ได้ และวิธีการแก้ปัญหา มาวิเคราะห์หาข้อสรุป รวมถึงมีการแบ่งปันความคิดเห็นของนักเรียน แล้วให้นักเรียนอภิปราย และ ให้เหตุผล

การสะท้อนอภิปราย ผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้สะท้อนเกี่ยวกับ สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการแก้สถานการณ์นั้น ๆ

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผล หรือ การสังเคราะห์วิธีการในการแก้ไขสถานการณ์ของนักเรียน โดยพิจารณาจาก การอภิปราย การตอบคำถาม หรือ การจดบันทึก

1.4 **ชั้นขยายความรู้ (Extend)** ในขั้นนี้ผู้สอนสร้างปัญหาใหม่ ที่เชื่อมโยงกัน จากชั้นอธิบายมาเป็นเหตุผลในการแก้ปัญหา

การสะท้อนอภิปราย นักเรียนสะท้อนว่านำความรู้ที่ได้จากชั้นอธิบาย มาประยุกต์ใช้แก้สถานการณ์ใหม่อย่างไร โดยใช้การอภิปราย หรือพิจารณาจากการจดบันทึก

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนให้นักเรียนอภิปราย หรือ นำเสนอ หรือจดบันทึก เพื่อแสดงเหตุผลในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนจะพิจารณาว่านักเรียนยังมีจุดอ่อนในขั้นนี้ที่ได้ ในชั้นอธิบาย มากน้อยเพียงใด

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม ที่ผู้เรียนสามารถจำแนกความเข้าใจโดยใช้ คำพูด หรือสัญลักษณ์ หรือเชื่อมโยงมโนทัศน์นั้น ๆ ได้ วัดโดยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

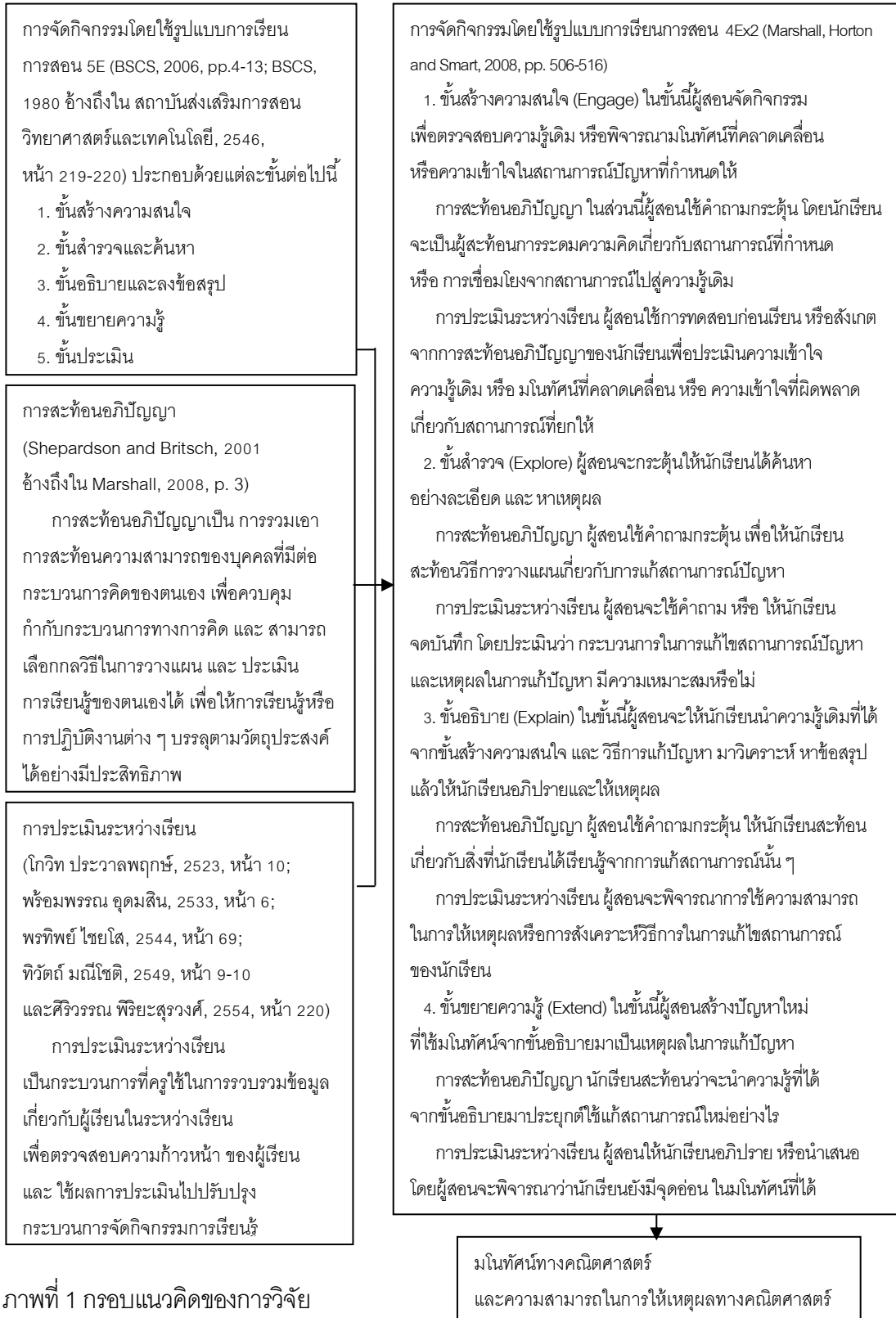
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเองเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง ซึ่งวัดโดยแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ของคะแนนรวม ซึ่งอยู่ในระดับดีของ กระทรวงศึกษาธิการ (2554, หน้า 22)

ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย

1. ผู้สอนได้แนวทางในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. ผู้สอนได้แนวทางในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน

กรอบแนวคิดของการวิจัย



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

- 1.1 ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์
- 1.2 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 1.3 คุณภาพผู้เรียน
- 1.4 สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้
- 1.5 หลักสูตรสถานศึกษา

2. การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

- 2.1 ที่มาของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
- 2.2 องค์ประกอบของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
- 2.3 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
- 2.4 เป้าหมาย กิจกรรม และผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน

4E × 2

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของมโนทัศน์
- 3.2 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 3.3 องค์ประกอบสำคัญของมโนทัศน์
- 3.4 ประเภทของมโนทัศน์
- 3.5 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 3.6 การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 3.7 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- 4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 4.2 ลักษณะการให้เหตุผล

4.3 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.4 การวัดความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

5.2 งานวิจัยภายในประเทศ

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 56-91) ได้กำหนดหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยมีรายละเอียดของหลักสูตรดังนี้

1. ความสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

2. สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับทุกคน ดังนี้

2.1 จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2.2 การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

2.3 เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติและสามมิติ การนีกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

2.4 พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

2.5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียน ข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

2.6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง ความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์

3. คุณภาพผู้เรียน

หลังจากจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนจะมีคุณภาพผู้เรียน ดังนี้

3.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง โดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

3.2 นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูงและแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

3.3 มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพ เวนน์-ฮอยเลอร์ แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

3.4 เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

3.5 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.6 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

3.7 รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

3.8 เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางที่เหมาะสมกับข้อมูล และวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

3.9 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.10 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยต้องการให้นักเรียนมีคุณภาพในข้อที่ 1.3.9 นั่นคือ หลังจากผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้และข้อที่ 3.10 นั่นคือ นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

4. สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้

กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 56-91) ได้แสดง สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ไว้ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

(Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น

ในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและ

แก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร

การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ซึ่งมีตัวชี้วัดดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ชั้น	ตัวชี้วัด
ม.4-6	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
	2. ใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
	3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
	4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
	5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ
	6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

5. หลักสูตรสถานศึกษา

โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา มีหลักสูตรสถานศึกษาของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 โดยเปิดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 32102 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33232 ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33232 ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.1 คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33232

คำอธิบายรายวิชาของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 รายวิชาเพิ่มเติม รหัสวิชา ค33232 ชื่อรายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1.5 หน่วยกิต จำนวน 60 ชั่วโมง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

เพื่อศึกษาและฝึกทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในสาระต่อไปนี้

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล แผนภาพการกระจาย การประมาณค่าของค่าคงตัวโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา

ความน่าจะเป็น กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ การจัดเรียงสับเปลี่ยน การจัดหมู่ ทฤษฎีบททวินาม และความน่าจะเป็น

โดยใช้ความรู้ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม โดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน เชื่อมโยง ความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับ ศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความใฝ่เรียนรู้ ความมุ่งมั่น ในการทำงาน รู้สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีความซื่อสัตย์สุจริต มีวิจรรณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเองและใช้ในชีวิตรประจำวัน อย่างสร้างสรรค์

5.2 ผลการเรียนรู้

- 5.2.1 เข้าใจความหมายของการสร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่ประกอบด้วยสองตัวแปร
- 5.2.2 สร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่ประกอบด้วยสองตัวแปรที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลาโดยใช้เครื่องคำนวณ
- 5.2.3 ใช้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลพยากรณ์ค่าตัวแปรตาม เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระให้
- 5.2.4 แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่
- 5.2.5 นำความรู้เรื่องทฤษฎีบททวินามไปใช้ได้
- 5.2.6 หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
- 5.2.7 ใช้วิธีการหลากหลายแก้ปัญหา
- 5.2.8 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
- 5.2.9 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
- 5.2.10 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
- 5.2.11 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

5.2.12 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

5.3 ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33232 ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2 หน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค 33232

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้
1	ความสัมพันธ์ เชิงฟังก์ชันระหว่าง ข้อมูล	1. เข้าใจความหมายของ การสร้างความสัมพันธ์ เชิงฟังก์ชันของข้อมูล ที่ประกอบด้วยสองตัวแปร 2. สร้างความสัมพันธ์ เชิงฟังก์ชันของข้อมูล ที่ประกอบด้วยสองตัวแปร ที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา โดยใช้เครื่องคำนวณ 3. ใช้ความสัมพันธ์ เชิงฟังก์ชันของข้อมูล พยากรณ์ค่าตัวแปรตาม เมื่อกำหนดตัวแปร อิสระให้	1. การวิเคราะห์ ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน ระหว่างข้อมูล 2. แผนภาพการกระจาย 3. การประมาณค่าของค่า คงตัวโดยใช้วิธีกำลังสอง น้อยสุด 4. ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน ของข้อมูลที่อยู่ในรูป อนุกรมเวลา

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ลำดับที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้
2	ความน่าจะเป็น	<ol style="list-style-type: none"> 1. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ 2. นำความรู้เรื่องทฤษฎีบททวินามไปใช้ได้ 3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. แฟกทอเรียล 2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น 3. วิธีเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันเป็นวงกลม 4. วิธีจัดหมู่ 5. ทฤษฎีบททวินาม 6. การหาพจน์ทั่วไปจากการกระจาย 7. การหาพจน์กลางจากการกระจาย 8. การหาผลบวกของสัมประสิทธิ์จากการกระจาย 9. ความน่าจะเป็น

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องความน่าจะเป็น
และความสามารถในการให้เหตุผลในการทำวิจัย

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

ที่มาของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

Biological Sciences Curriculum Study (BSCS)(2006, pp. 4-13) ได้แสดงให้เห็นถึงวิวัฒนาการของการจัดการเรียนรู้ในแนวทางของการสืบเสาะหาความรู้ ดังนี้

ในปี ค.ศ.1901 Herbart ได้สร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดของเขา โดยรูปแบบของ Herbart เป็นหนึ่งในการจัดการเรียนรู้ที่นักการศึกษาใช้มามากกว่า 100 ปี โดยมีขั้นต่าง ๆ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ ขั้นนี้ผู้สอนจะสร้างสถานการณ์ที่ให้นักเรียนตระหนักถึงความรู้เดิมของตนเอง
2. ขั้นสัมพันธ์ ผู้สอนจะแนะนำความรู้ใหม่ และสร้างความสัมพันธ์กับความรู้เดิม
3. ขั้นสรุป ผู้สอนจะแนะนำแนวคิดและการพัฒนามโนทัศน์แก่นักเรียน
4. ขั้นประยุกต์ใช้ ผู้สอนจะจัดสถานการณ์โดยให้นักเรียนใช้ความรู้ที่ได้กับบริบทใหม่

ในปี ค.ศ.1938 รายงานของ Science in General Education ได้สังเคราะห์การจัดการเรียนรู้ของ Dewey ไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ ผู้สอนสร้างสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย
2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ผู้สอนช่วยนักเรียนในการระบุปัญหา และคิดวิธีการแก้ปัญหา

แก้ปัญหา

3. ขั้นกำหนดสมมติฐาน ผู้สอนให้ข้อมูลนักเรียนในการสร้างสมมติฐาน และให้นักเรียนพยายามเชื่อมโยงความรู้เดิม กับข้อสงสัย

4. ขั้นทดสอบสมมติฐาน ผู้สอนให้นักเรียนพยายามทดสอบในหลาย ๆ วิธี เช่น คาดเดา เขียนบันทึก และใช้วิธีที่เป็นรูปธรรมในการทดสอบสมมติฐาน

5. ขั้นตรวจสอบการทดสอบ ผู้สอนแนะนำนักเรียนว่าควรยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน

6. ขั้นแสดงการแก้ปัญหา ผู้สอนถามนักเรียนให้อภิปรายผลสรุปและแสดงการแก้ปัญหา

ในปี ค.ศ.1950 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ของ John Dewey ได้ปรากฏในหนังสือวิธีการทางวิทยาศาสตร์ คณะผู้เขียนได้เขียน วัฏจักรการเรียนรู้ ในแนวทางการคิดของ Dewey ดังนี้

1. ขั้นหาข้อมูล ผู้เรียนสังเกตสิ่งที่ให้มาในคำถาม สร้างสมมติฐานในการตอบคำถาม และวางแผนวิธีการทดสอบ

2. ^{ขั้น}ขั้นได้รับความรู้ นักเรียนทดสอบสมมติฐาน รวบรวมและแปลผลข้อมูลและสร้าง
ข้อสรุป

3. ^{ขั้น}ขั้นจัดการความรู้ นักเรียนร่างข้อสรุปจากการทดสอบ

4. ^{ขั้น}ขั้นประยุกต์ใช้ความรู้ นักเรียนประยุกต์ใช้ข้อมูล มโนทัศน์ และทักษะใหม่ที่ได้

ในปี ค.ศ.1962 Atkin และ Karplus ได้มีแนวคิดในการสร้างรูปแบบการจัดการเรียน
การสอนทางวิทยาศาสตร์ โดยประกอบไปด้วย 3 ^{ขั้น}ขั้น นั่นคือ ^{ขั้น}ขั้นสำรวจ ^{ขั้น}ขั้นประดิษฐ์ ^{ขั้น}ขั้นค้นพบ
โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. ^{ขั้น}ขั้นสำรวจ นักเรียนมีความรู้เดิมอยู่

2. ^{ขั้น}ขั้นประดิษฐ์ ผู้สอนแนะนำนักเรียนในสถานการณ์ใหม่ เพื่อเชื่อมโยงไปยังมโนทัศน์
ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้

3. ^{ขั้น}ขั้นค้นพบ นักเรียนนำมโนทัศน์ใหม่ที่ได้ไปสัมพันธ์กับสถานการณ์ใหม่

ซึ่งในปี ค.ศ.1967 Karplus และ Their ได้นำวงจรของ Atkin และ Karplus ไปใช้
ในโครงการปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์ (SCIS)

หลังจากนั้น ในช่วงกลางทศวรรษที่ 1980 BSCS ได้สร้าง รูปแบบการจัดการเรียนรู้
BSCS 5E ขึ้นมา โดยมี 5 ^{ขั้น}ขั้น ได้แก่ ^{ขั้น}ขั้นสร้างความสนใจ ^{ขั้น}ขั้นสำรวจ ^{ขั้น}ขั้นอธิบาย ^{ขั้น}ขั้นขยายความรู้
และ^{ขั้น}ขั้นประเมิน โดย BSCS ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ SCIS มาเป็นรากฐานในการสร้างรูปแบบ
การจัดการเรียนรู้ BSCS 5E ซึ่งแสดงโดยตารางเปรียบเทียบ ดังนี้

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ SCIS และรูปแบบการจัดการเรียนรู้ BSCS 5E

SCIS Model	BSCS 5E Instructional Model
	Engagement (New Phase)
Exploration	Exploration (Adapted from SCIS)
Invention (Term of Introduction)	Explanation(Adapted from SCIS)
Discovery(Concept Application)	Elaboration (Adapted from SCIS)
	Evaluation (New Phase)

โดยมีรายละเอียดของแต่ละขั้น ดังนี้ (BSCS, 1980 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546, หน้า 219-220)

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัย หรืออาจเริ่มความสนใจของตัวนักเรียนเองหรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถาม กำหนดประเด็นที่จะศึกษา
2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจ จะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป
3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูล ข้อเสนอแนะที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผลและนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่าง ๆ
4. ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิม หรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์ หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น
5. ขั้นประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่านักเรียนมีความรู้อะไรบ้าง อย่างไร และมากน้อยเพียงใด จากขั้นนี้จะนำไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ

Marshall (2008, p. 2) ได้กล่าวว่า ในความคิดหนึ่งของ กลุ่มนักศึกษาศาสตร์ ที่ยึดแนวคิดปรัชญาของ Piaget ได้มีความคิดเห็นว่ารูปแบบข้างต้นที่กล่าวมา ยังไม่มีรูปแบบใด ที่ให้ความสำคัญกับการประเมินผล และการสะท้อนอภิปัญญา ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นในระหว่าง การเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้

จนกระทั่งในปี ค.ศ. 2007 Marshall, Horton and Smart (2008 cited in Tyminski, Haltwanger, Zambak, Horton & Hedetniemi, 2013, p. 335) จึงได้เสนอการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex 2 (อ่านว่า สี่-อี-คุณ-สอง) ซึ่งให้ความสำคัญกับ

การประเมินผล และการสะท้อนอภิปรายโดยการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2 เป็นการดัดแปลงรูปแบบหนึ่งของ รูปแบบการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ของ BSCS (Bybee et al., 2006) โดยมี E ทั้ง 4 ตัวคือ Engage (ขั้นสร้างความสนใจ), Explore (ขั้นสำรวจ), Explain (ขั้นอธิบาย) และ Extend (ขั้นขยายความรู้) ซึ่งการประเมินผลและการสะท้อนอภิปรายจะเกิดอย่างต่อเนื่องตลอดกระบวนการเรียนรู้ในแต่ละขั้นเป็นการแสดงถึงการคูณสอง

องค์ประกอบของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2

Marshall, Horton and Smart (2008) ได้เสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2 ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้, การสะท้อนอภิปราย และการประเมินระหว่างเรียน โดยมีรายละเอียดในแต่ละองค์ประกอบ ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry instruction model)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้มีการใช้คำภาษาไทยในความหมายของ Inquiry instruction model ที่หลากหลายเช่น การเรียนการสอนแบบสืบสวน สอบสวน การเรียนรู้แบบสืบสวน สอบสวน การจัดการเรียนการสอนแบบสืบค้น เป็นต้น

1.1 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry instruction model)

จากการศึกษาความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ พบว่า มีนักวิชาการได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ ในลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2541, หน้า 18) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนการสอนแบบสืบค้น ว่าเป็นการสอนโดยใช้คำถามที่มีความหมายเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสืบค้นในประเด็นที่กำหนด เน้นการให้ผู้เรียนรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง

สุวิทย์ มูลคำ (2546, หน้า 136) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวน สอบสวน คือ กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักศึกษาค้นคว้าหาความรู้โดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด หาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง สรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์

หรือวิธีการในการแก้ปัญหาและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์ในการควบคุม ปรับปรุง เปลี่ยนแปลงหรือสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมในสภาพการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง

วิชา เล่าเรียนดี (2553, หน้า101-104) ได้กล่าวว่าการเรียนรู้ด้วยวิธีสืบเสาะหาความรู้ นั้น เป็นกระบวนการหรือวิธีคิด หรือวิธีแก้ปัญหาที่ผู้เรียนจะต้องมีการสังเกต รวบรวม ข้อมูล วิเคราะห์ และสังเคราะห์ข้อมูล และลงข้อสรุป รวมทั้งการใช้ทักษะการถามคำถาม ตั้งคำถามเพื่อการสืบเสาะและทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งทักษะต่าง ๆ ดังกล่าว ถ้ามีการฝึกใช้ อย่างสม่ำเสมอ ผู้เรียนสามารถที่จะประยุกต์ใช้ในอนาคตได้ เนื่องจากการศึกษาไม่สามารถ ให้ความรู้ข้อมูลทุกอย่างที่จำเป็นที่ผู้เรียนต้องการรู้ได้ทั้งหมด การศึกษาจึงควรต้องให้เครื่องมือ สำหรับการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิตให้ผู้เรียน (Life long learning) โดยการเรียนรู้ด้วยวิธีการ สืบเสาะหาความรู้สามารถใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้หลายสาระการเรียนรู้โดยเฉพาะ สังคมศึกษาและวิทยาศาสตร์ ซึ่งวิธีการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนสืบเสาะหาความรู้เป็นกระบวนการถามและศึกษาคำตอบและตอบคำถามต่าง ๆ โดยเฉพาะผู้เรียน เป็นผู้กำหนดคำถามเพื่อการสืบเสาะหาความรู้และคำตอบ มีการเก็บข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับคำถาม และวิธีการเก็บข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลอ้างอิง และสรุปคำตอบของปัญหานั้นคุณลักษณะพิเศษ ของการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้คือ กิจกรรมของผู้เรียน โดยครูเป็นผู้ส่งเสริมการเรียนรู้ ของผู้เรียน

จากความหมายของการเรียนรู้ด้วยวิธีการสืบเสาะหาความรู้ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การเรียนรู้ด้วยวิธีการสืบเสาะหาความรู้ หมายถึง การสอนโดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้น ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทาง ในการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง

1.2 ขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้

ในการเรียนรู้ด้วยวิธีการสืบเสาะหาความรู้ นั้นมีผู้เสนอขั้นตอนการเรียนรู้ ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ดังนี้

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2541, หน้า 18) กล่าวว่า ขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยรูปแบบ การสืบเสาะหาความรู้มีดังนี้

1. กำหนดปัญหา

- จัดสถานการณ์หรือเรื่องราวที่น่าสนใจ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสังเกต สงสัย ในเหตุการณ์ หรือเรื่องราว

- กระตุ้นให้ผู้เรียนระบุปัญหาจากการสังเกตว่าอะไรคือปัญหา

2. กำหนดสมมติฐาน

- ตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันระดมความคิด
- ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่คาดว่าจะเป็นการคำตอบของปัญหานั้น

3. รวบรวมข้อมูล

- มอบหมายให้นักเรียนไปค้นคว้าหาข้อมูลจากเอกสารหรือแหล่งข้อมูลต่าง ๆ
- ให้นักเรียนวิเคราะห์และประเมินว่าข้อมูลเหล่านั้นมีความเกี่ยวข้องกับปัญหา

หรือไม่ มีความถูกต้องน่าเชื่อถือเพียงไร

4. ทดสอบสมมติฐาน

- ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้มาร่วมกันอภิปราย เพื่อสนับสนุนสมมติฐาน

5. สร้างข้อสรุป

- ให้นักเรียนสรุปว่า ปัญหานั้นมีคำตอบหรือข้อสรุปอย่างไร อาจสรุปในรูปแบบ

ของรายงานหรือเอกสาร

SSCED (2000 อ้างถึงใน วัชรา เล่าเรียนดี, 2553, หน้า101-104) ได้แสดงขั้นตอนการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสืบเสาะหาความรู้ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 นิยามคำถามและทำความเข้าใจให้ชัดเจนกับคำถาม ประเด็น หรือปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนสามารถดำเนินการได้ในเวลาที่กำหนดหรือครูเป็นผู้กำหนดปัญหาให้

ขั้นที่ 2 ตั้งสมมติฐาน แนะนำแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ หรืออธิบายเกี่ยวกับ ปัญหา หรือคำถาม การกำหนดสมมติฐานจะช่วยให้แนวทางในการสืบเสาะหาความรู้ หรือคำตอบ

ขั้นที่ 3 เก็บรวบรวมข้อมูลและจัดการดำเนินการเก็บข้อมูล การระบุแหล่งข้อมูลและเก็บข้อมูล เป็นเรื่องสำคัญในขั้นนี้ นักเรียนอาจจะเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับวิชาที่เรียน ประเมินคุณค่าของข้อมูลที่ได้จากแหล่งข้อมูลระดับต่าง ๆ จัดดำเนินการแปลความหมายข้อมูล จำแนกหรือจัดกลุ่มข้อมูล และนำเสนอ

ขั้นที่ 4 การประเมินผลข้อมูล การวิเคราะห์ และตีความหมายข้อมูลในขั้นนี้ จะใช้หลักฐานและข้อมูลที่ปรากฏเป็นพื้นฐานในการเลือกแนวทางการแก้ปัญหาหรือคำตอบ อาจมีการให้การอธิบายเพิ่มเติม

ขั้นที่ 5 การสรุปผล การอ้างอิงและการสรุปหลักการทั่ว ๆ ไป โดยพิจารณาว่า สมมติฐานที่ตั้งไว้ยอมรับ หรือไม่ยอมรับ คำตอบของคำถามคืออะไร ได้ข้อสรุปอะไรบ้าง จากการสืบเสาะหาความรู้หรือคำตอบของปัญหา มีคำถามอะไรเพิ่มเติมบ้างจากสาระความรู้ และการวิเคราะห์

1.3 ประเภทของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้

มีนักวิชาการได้แบ่งประเภทของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ดังนี้

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (2521 อ้างถึงใน สุวิทย์ มูลคำ, 2546, หน้า 137) ได้แบ่งการสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1.3.1 Passive inquiry การสอนแบบนี้ผู้สอนจะเป็นผู้ถามนำ โดยมีผู้เรียนเป็นฝ่ายตอบเป็นส่วนใหญ่ แต่ผู้สอนก็จะพยายามกระตุ้นเตือนให้ผู้เรียนได้ตั้งคำถามอยู่เสมอสรุปคือ ผู้สอนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม 90% ผู้เรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม 10% การสอนประเภทนี้เหมาะสำหรับการเริ่มสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นครั้งแรก หรือในช่วง 3 เดือนแรก เพราะผู้เรียนในระบบการศึกษาไทยยังไม่คุ้นเคยกับการเป็นผู้ซักถามผู้สอน

1.3.2 Combined inquiry การสอนแบบนี้ทั้งผู้สอนและผู้เรียนจะเป็นผู้ถามคำถาม ผู้สอนจะตั้งคำถาม 50% และผู้เรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม 50% การสอนชนิดนี้ใช้ในโอกาสที่ผู้เรียนเริ่มคุ้นเคยกับการซักถามผู้สอนมากขึ้น ซึ่งจะเป็นช่วงที่ผู้สอนได้ฝึกผู้เรียนให้ตั้งคำถามแบบสืบสวนสอบสวนมานานประมาณ 3 เดือน ข้อควรระวังในการส่งเสริมให้ผู้เรียนตั้งคำถามคือ ให้ผู้เรียนคิดก่อนการถามผู้สอนและหลักสำคัญคือผู้สอนพยายามไม่ให้คำตอบแต่จะส่งเสริมหรือถามต่อ เพื่อให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่

1.3.3 Active inquiry การสอนแบบนี้ผู้เรียนจะเป็นผู้ถามและตอบเป็นส่วนใหญ่ ผู้สอนมีหน้าที่แนะแนวหรือเน้นจุดสำคัญที่ผู้เรียนมองข้ามไปโดยไม่ได้อธิบายอย่างเพียงพอสรุปก็คือ ผู้สอนจะเป็นผู้ตั้งคำถามเพียง 10% และผู้เรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม 90% การสอนชนิดนี้ผู้เรียนมีความชำนาญในการใช้คำถามแบบสืบสวนสอบสวนแล้ว ผู้เรียนจึงสามารถตั้งคำถามและหาคำตอบด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่

กุศลีน มุสิกกุล (2550, หน้า 36-38) กล่าวว่า การสอนวิทยาศาสตร์ โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้แบ่งเป็น 3 ระดับ คือ 1) Guided inquiry 2) Challenged inquiry และ 3) Opened inquiry ซึ่งแต่ละระดับนั้นบทบาทของครูและนักเรียนในการเรียนการสอนต่างกัน ดังแสดงในตารางที่ 4

ตารางที่ 4 บทบาทของครูและนักเรียนในการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์โดยใช้กระบวนการ
สืบเสาะหาความรู้ จำแนกตามกระบวนการและระดับของการสอน

กระบวนการ สืบเสาะหาความรู้	ระดับ		
	ระดับที่ 1 Guided Inquiry	ระดับที่ 2 Challenged Inquiry	ระดับที่ 3 Opened Inquiry
การกำหนดปัญหา	กำหนดปัญหาโดยครู หรือตามหนังสือเรียน	กำหนดปัญหาโดยครู หรือนักเรียน	กำหนดปัญหา โดยนักเรียน
กระบวนการ แก้ปัญหา	ออกแบบ การแก้ปัญหา โดยครู หรือตามหนังสือเรียน	ออกแบบ การแก้ปัญหา โดยนักเรียน	ออกแบบ การแก้ปัญหา โดยนักเรียน
แนวทาง การแก้ปัญหา	แก้ปัญหา โดยนักเรียน	แก้ปัญหาโดยนักเรียน	แก้ปัญหา โดยนักเรียน

จากแนวทางในการแบ่งประเภทของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้จะได้ว่า
การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้แบ่งเป็น 3 ประเภท ดังนี้

ประเภทที่ 1 การสอนแบบผู้สอนเป็นผู้ถามนำ

ประเภทที่ 2 ผู้สอนและผู้เรียนจะเป็นผู้ถามคำถาม

ประเภทที่ 3 ผู้เรียนจะเป็นผู้ถาม

โดยผู้วิจัยใช้การสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประเภทที่ 1 นั่นคือ การสอน
แบบผู้สอนเป็นผู้ถามนำ เนื่องจากผู้เรียนยังไม่คุ้นเคยกับการเป็นผู้ถาม

Tyminski, Haltwanger, Zambak, Horton and Hedetniemi (2013, p. 335)

ได้อธิบายว่า การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นการดัดแปลงรูปแบบหนึ่ง
ของ รูปแบบการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ของ BSCS (Bybee et al., 2006)
โดยที่มี E ทั้ง 4 ตัวคือ Engage (ขั้นสร้างความสนใจ) Explore (ขั้นสำรวจ) Explain (ขั้นอธิบาย)
และ Extend (ขั้นขยายความรู้) โดยมีรายละเอียดของ 4E ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ
ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัย หรืออาจเริ่มความสนใจของตัวนักเรียนเองหรือเกิดจาก
การอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือ

เป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถามกำหนดประเด็นที่จะศึกษา

2. ขั้นสำรวจและค้นหา (Explore) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผนกำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ วิธีการตรวจสอบอาจทำได้หลายวิธี เช่น ทำการทดลอง ทำกิจกรรมภาคสนาม การใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อช่วยสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) การศึกษาหาข้อมูลจากเอกสารอ้างอิงหรือจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูล ข้อเสนอแนะที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผลและนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่าง ๆ

4. ขั้นขยายความรู้ (Extend) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้น

2. การสะท้อนอภิปัญญา (Metacognitive reflection)

การสะท้อนอภิปัญญาเป็นการรวมเอา การสะท้อนความเข้าใจในมนทัศน์ที่นำมาค้นหาความจริง กับ การกำกับตัวเองซึ่งใช้อภิปัญญาเป็นส่วนสนับสนุน (Shepardson and Britsch, 2001 cited in Marshall, 2008, pp. 501-516) ดังนั้น จึงต้องมีความเข้าใจในเรื่อง อภิปัญญา ก่อนจึงจะเห็นถึงการแสดงอภิปัญญา โดยผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับ อภิปัญญา ดังนี้

2.1 ความหมายของอภิปัญญา

จากที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับอภิปัญญา พบว่ามีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายของอภิปัญญาไว้ ดังนี้

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544, หน้า 155-156) ได้อธิบายว่า อภิปัญญา คือ การควบคุมและประเมินการคิดของตนเอง ความสามารถของบุคคลที่ได้รับการพัฒนา เพื่อควบคุม กำกับกระบวนการคิด มีความตระหนักในงานและสามารถใช้ยุทธวิธีทำงานจนสำเร็จอย่างสมบูรณ์

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 363) ได้กล่าวว่า อภิปัญญา เป็นความรู้หรือ การตระหนักรู้ของบุคคลเกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเอง โดยบุคคลสามารถควบคุมกระบวนการคิด การวางแผน การจัดระบบความคิด การตรวจสอบความคิดของตนเองและ ประเมินตนเองหลังทำกิจกรรมนั้น ๆ ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 213)

ได้ให้ความหมายของอภิปัญญา (metacognition) ไว้ว่าเป็นความสามารถของบุคคลที่มีต่อกระบวนการคิดของตนเอง รู้ว่าอะไรที่เหมาะสมกับตนเองในการเรียนรู้ ตลอดจนสามารถเลือกกลวิธีในการวางแผน กำกับควบคุม และประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้ เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากนี้ Galofalo and lester (1985 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552, หน้า 364) อธิบายว่า ผู้เรียนที่มีอภิปัญญาจะมีการวางแผนและกำกับควบคุมการเรียนรู้ของตนเอง จึงช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ดีขึ้นดังนั้นการที่บุคคลรู้ถึงความคิดของตนเองและสามารถควบคุมความคิดของตนให้เป็นไปในทางที่ต้องการจะช่วยให้การเรียนรู้และงานที่ทำประสบความสำเร็จตามที่ต้องการได้

จากการให้ความหมายของอภิปัญญาสรุปได้ว่าอภิปัญญา หมายถึง ความสามารถของบุคคลที่มีต่อกระบวนการคิดของตนเอง เพื่อควบคุมกำกับกระบวนการทางความคิดและสามารถเลือกกลวิธีในการวางแผนและประเมินการเรียนรู้ของตนเองได้เพื่อให้การเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานต่าง ๆ บรรลุตามวัตถุประสงค์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.2 องค์ประกอบของอภิปัญญา

จากการศึกษาองค์ประกอบของอภิปัญญาของผู้วิจัย ได้มีนักวิชาการแสดงองค์ประกอบของอภิปัญญา ไว้ดังนี้

Baker and Brown (1984 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552, หน้า 363-364) ได้แสดงถึงองค์ประกอบของอภิปัญญาว่า อภิปัญญาแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วน คือ การตระหนักรู้และความสามารถในการกำกับควบคุมตนเอง ซึ่งแต่ละองค์ประกอบมีความสำคัญ ดังนี้

1. การตระหนักรู้ (Awareness) เป็นความรู้ถึงทักษะ กลวิธีและแหล่งข้อมูล ที่จำเป็น เพื่อช่วยให้การทำงานมีประสิทธิภาพ รู้ว่าจะต้องทำอะไร และทำอย่างไร รวมถึงความสามารถในการจัดกระทำใหม่ให้ง่ายต่อการจดจำและระลึกถึงกลวิธีต่าง ๆ ที่ทราบ

2. ความสามารถในการกำกับควบคุมตนเอง (Self-regulation) เป็นความรู้ว่าจะทำงานนั้นเมื่อไร ซึ่งรวมไปถึงการวางแผนการประเมินและตรวจสอบวิธีการที่ใช้คาดคะเนคำตอบไว้ล่วงหน้า การปรับเปลี่ยนใช้กลวิธีเพื่อแก้ปัญหาให้ได้ รวมถึงความสามารถในการกำกับตนเองในการใช้เวลาและความสามารถที่ตนมีอยู่ในขณะที่กำลังแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งประสบการณ์ในอภิปัญญาออกเป็น 3 ลักษณะ ได้แก่ ก) การวางแผน หมายถึงการรู้ว่าตนเองคิดว่าจะทำงานนั้นอย่างไร ตั้งแต่การกำหนดเป้าหมายจนถึงการปฏิบัติงานตนบรรลุเป้าหมาย ข) การควบคุม

ตรวจสอบ หมายถึง การทบทวนตนเองเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอนและวิธีที่เลือกใช้ และ ค) การประเมินผล หมายถึง การประเมินแผนการที่ใช้และผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นสิ่งที่ทำมาทั้งหมดดีหรือไม่ ยังมีวิธีอื่นแตกต่างและดีกว่าหรือไม่

Cross and Paris (1988 อ้างถึงใน พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2544, หน้า 160) ได้แบ่งองค์ประกอบของอภิปัญญาออกเป็นด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านการประเมินตนเองเกี่ยวกับความรู้ในด้านความรู้ความคิด (Self-appraisals of one's knowledge about cognition) ซึ่งประกอบด้วย การรู้ลักษณะและสภาพของงาน มีความรู้ในการใช้ทักษะใดหรือการประยุกต์ใช้ทักษะนั้นอย่างไร จึงจะนำไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการ และมีความรู้ความเข้าใจถึงเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของยุทธวิธีแต่ละยุทธวิธี รู้ว่าจะใช้ยุทธวิธีนั้นเมื่อไร

2. องค์ประกอบด้านการจัดการเกี่ยวกับการคิดของตนเอง (Self-management of one's thinking) ประกอบด้วย

2.1) การวางแผน (Planning) เป็นการคัดเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม ในขณะที่ดำเนินการทำกิจกรรม

2.2) การกำกับ (Regulation) เพื่อควบคุมและกำหนดทิศทางในการดำเนินกิจกรรม

2.3) การประเมิน (Evaluation) เป็นการวิเคราะห์และประเมินความสามารถของตนเองเพื่อที่จะดำเนินกิจกรรมนั้น ๆ ในขั้นต่อไป

จากการศึกษาการแบ่งองค์ประกอบของอภิปัญญาของนักวิชาการ สรุปได้ว่า องค์ประกอบของอภิปัญญา แบ่งเป็นสององค์ประกอบ นั่นคือ องค์ประกอบด้านการประเมินตนเอง และองค์ประกอบด้านการจัดการเกี่ยวกับการคิดของตนเอง โดยที่องค์ประกอบด้านการประเมินตนเอง นั่นคือ การที่ผู้เรียน รู้ถึงทักษะ กลวิธีและแหล่งข้อมูลที่เป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพและองค์ประกอบด้านการจัดการเกี่ยวกับการคิดของตนเองคือ การที่ผู้เรียนรู้ว่าตนเองคิดว่าจะทำงานนั้นอย่างไรทบทวนตนเองเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นสิ่งที่ทำมาทั้งหมดดีหรือไม่ ยังมีวิธีอื่นแตกต่างและดีกว่าหรือไม่

2.3 การพัฒนาอภิปัญญา

ในการพัฒนาอภินิยานั้น พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544, หน้า 160-162) ได้กล่าวว่า ยุทธวิธีพื้นฐานของอภินิยา คือ 1) การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมหรือความรู้เท่าที่มีอยู่ 2) เลือกยุทธวิธีการคิดอย่างพิถีพิถันและรอบคอบ และ 3) วางแผนกำกับหรือตรวจสอบและประเมินกระบวนการคิด โดยอภินิยาเป็นเรื่องที่สถานศึกษาหรือโรงเรียนหรือครูควรนำไป

ใช้ฝึกผู้เรียนเพื่อใช้ในการควบคุมความคิดของตน แม้แต่การแก้ปัญหาการคิดในสถานการณ์ใดที่ไม่สามารถประสบความสำเร็จได้ อภิปัญญาก็สามารถช่วยได้ ควบคุมเหตุการณ์นี้ได้ ดังนั้นยุทธวิธีควบคุมการคิดสามารถช่วยให้การใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาประสบความสำเร็จได้

ยุทธวิธีที่ใช้พัฒนาพฤติกรรมการควบคุมและประเมินการคิดหรืออภิปัญญา

1. ระบุว่าเรารู้อะไร เราไม่รู้อะไร โดยฝึกเขียนให้ชัดเจนว่า “อะไรที่เราารู้แล้วบ้าง” “อะไรที่ต้องการรู้” เมื่อผู้เรียนได้หัวข้อแล้ว ผู้เรียนจะต้องเข้าใจหรือขยายความด้วยข้อมูลที่ถูกต้อง

2. สนทนาหรืออภิปรายเกี่ยวกับการคิด การพูดเรื่องวิธีคิดมีความสำคัญมากในการสอนครูควรอธิบายกระบวนการคิดในการวางแผนแก้ปัญหา เป็นการสาธิตการคิดให้ผู้เรียนรู้ จากนั้นก็ฝึกให้ผู้เรียนคิด อภิปรายเกี่ยวกับวิธีคิดของแต่ละคน อธิบายกระบวนการคิดเพื่อจะนำไปใช้ โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือซึ่งมีหลายรูปแบบ อาทิ แบบพูดเป็นคู่ (Rally robin) พุดรอบวง (Round robin) เป็นต้น การพูดเป็นคู่ โดยคนที่หนึ่งบอกวิธีคิดอธิบายให้อีกคนฟัง จากนั้นคนที่ฟังแสดงความคิดเห็นบ้างในเรื่องเดียวกัน โดยคนที่หนึ่งเป็นผู้ฟังต่อจากนั้นก็ผลัดกันพูดไปมา

3. การเขียนอนุทินเกี่ยวกับการใช้ความคิดหรือการคิด การเขียนอนุทินหรือบันทึกการเรียนรู้ โดยผู้เขียนจะบันทึกวิธีคิด บันทึกข้อควรระวัง ความยากลำบาก การได้ประสบปัญหาความยุ่งยากนับเป็นการสะท้อนความคิดของตนเอง

4. การวางแผนและการกำกับตนเอง ผู้เรียนจะต้องพัฒนาความรับผิดชอบในการวางแผนและการเรียนด้วยตนเอง เพราะถ้ามีผู้อื่นวางแผนจัดการให้ เขาจะไม่สามารถพัฒนาการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง

5. สรุปกระบวนการคิดที่ใช้เมื่อทำกิจกรรมเสร็จแล้ว ผู้เรียนควรได้อภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการคิด ทั้งนี้เพื่อ (1) เป็นการพัฒนาความตระหนักในการควบคุมการคิด (2) สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ โดยทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

5.1 ครูแนะนำให้ผู้เรียนทบทวนกิจกรรม รวบรวมข้อมูล กระบวนการคิดที่ใช้ และความรู้สึกที่เกิดขึ้น

5.2 ครูให้ผู้เรียนจำแนกทักษะการคิดที่ใช้พร้อมทั้งระบุยุทธวิธีการคิดที่ใช้

5.3 ครูให้ผู้เรียนประเมินความสำเร็จ นำยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมออกไป และสรุปยุทธวิธีที่จะเป็นประโยชน์ต่อไปในอนาคต

6. การประเมินตนเอง (Self-evaluation) การประเมินตนเองเป็นการประเมินเกี่ยวกับการคิดของตนเองโดยค่อย ๆ ฝึกทำไปที่ละเล็กทีละน้อย จะทำให้ผู้นั้นสามารถทำได้อย่างเป็นอิสระ

จากนั้นจะสามารถเชื่อมโยงประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใดก็ได้

ดังนั้นในการพัฒนาอภิปัญญานั้นผู้สอนจะต้องหมั่นใช้คำถามกับนักเรียนว่า อะไรเป็นสิ่งที่นักเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนได้เขียนความเข้าใจของตนเองลงในสมุด แนะนำหรือช่วยให้นักเรียนได้วางแผนแก้ปัญหา ด้วยตนเอง รวมถึงประเมินการคิดของตนเองว่ามีความถูกต้องและเหมาะสมเพียงใด

3. การประเมินระหว่างเรียน (Formative assessment)

3.1 ความหมายของการประเมินระหว่างเรียน

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการประเมินระหว่างเรียน ผู้วิจัยได้ พบว่ามีนักวิชาการหลาย ๆ ท่าน ทั้งในอดีตและปัจจุบันได้ให้ความหมายของการประเมินระหว่างเรียนไว้ดังนี้

โกวิท ประวาลพุกษ์ (2523, หน้า 10) กล่าวว่า การประเมินผลระหว่างเรียน การประเมินผลแบบนี้จะเป็นการประเมินที่อาจไม่ต้องมีพิธีรีตองอะไร ไม่จำเป็นต้องมีเวลาเป็นช่วงพิเศษเพื่อทำการประเมิน เพียงแต่ใช้เครื่องมือวัดให้ตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมว่าผู้เรียนเกิดพฤติกรรมว่าผู้เรียนเกิดพฤติกรรมตามจุดประสงค์แล้วหรือยัง การประเมินในแบบนี้มักถือกันว่าเป็นส่วนหนึ่งที่ควรรวมเข้าไปในกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผสมกลมกลืนกันไปได้

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533, หน้า 6) ได้กล่าวว่า การประเมินระหว่างเรียน ใช้ระหว่างที่กำลังเรียนกำลังสอน เช่น การใช้ผลการประเมินเพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในระหว่างการเรียนการสอนหรือไม่ หากว่าผู้เรียนไม่ผ่านจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้สอนก็จะหาวิธีการที่จะช่วยให้ผู้เรียนนั้นมีความรู้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ นอกจากนี้ยังใช้ผลการประเมินเพื่อตรวจสอบตัวผู้สอนเอง เป็นผลจากการสอนเนื้อหาเรื่องหนึ่ง ปรากฏว่าผู้เรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ไม่ผ่านจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้สอนก็อาจจะตรวจสอบว่าการสอนของตนเองเป็นอย่างไร เตรียมการสอนมาดีหรือไม่ การอธิบายเป็นอย่างไร ชัดเจนดีหรือไม่ เมื่อผู้สอนตรวจสอบดูแล้วหากพบข้อบกพร่องจุดใดก็แก้ไขตรงตามจุดนั้น

พรทิพย์ ไชยใส (2544, หน้า 69) ได้กล่าวว่า การประเมินผลระหว่างเรียน หมายถึง กระบวนการที่ครูใช้ในการรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียนในระหว่างเรียน เพื่อที่จะหาความเข้าใจพื้นฐานการเรียนรู้ของผู้เรียน พฤติกรรมการเรียนตลอดจนความรู้สึกที่มีต่อกระบวนการจัดการเรียนการสอน

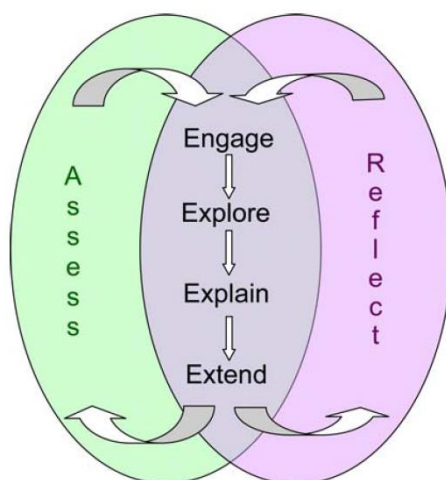
ทิวต์ มณีโชติ (2549, หน้า 9-10) ให้ความหมายการประเมินระหว่างเรียนว่าเป็นการประเมินเพื่อให้ผลการประเมินไปปรับปรุงกระบวนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ การประเมินประเภทนี้ใช้ระหว่างการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ การประเมินประเภทนี้ใช้ระหว่างการจัดการเรียนการสอน เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในระหว่างการจัดการเรียนการสอนหรือไม่ หากผู้เรียนไม่ผ่านจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้สอนก็จะหาวิธีการที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผลการประเมินก็ยังเป็นการตรวจสอบครูผู้สอนเองว่าเป็นอย่างไร แผนการเรียนรู้ครั้งที่เตรียมมาดีหรือไม่ การปรับปรุงอย่างไร กระบวนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เป็นอย่างไร มีจุดใดมีความบกพร่องที่ต้องปรับปรุงแก้ไขต่อไป

ศิริวรรณ พิริยะสุวงศ์ (2554, หน้า 220) ได้กล่าวว่า การประเมินระหว่างเรียนเป็นการประเมิน เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าหรือพัฒนาการของผู้เรียนด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ จากการเรียนรู้และการร่วมกิจกรรมของผู้เรียน ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าการประเมินระหว่างเรียน หมายถึง กระบวนการที่ครูใช้ในการรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียนในระหว่างเรียน เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าหรือพัฒนาการของผู้เรียนและใช้ผลการประเมินไปปรับปรุงกระบวนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนสืบเสาะหาความรู้ ซึ่งจำเป็นสำหรับการพัฒนาการเรียนรู้ที่มีการสืบเสาะหาความรู้เป็นฐาน โดยการผสมผสานการสะท้อนอภิปรายอยู่ตลอดการเรียนรู้และกระบวนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ จะทำให้นักเรียนเข้าใจมนต์สนอย่างลึกซึ้ง รวมถึงการมีการประเมินระหว่างเรียนอยู่ตลอดจะทำให้กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนและผู้สอนเกิดการพัฒนา (Marshall, 2008)

Marshall, Horton and Smart (2009, pp. 506-516) อธิบายว่า เมื่อนำองค์ประกอบทั้ง 3 นั้นคือ การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิคการสืบเสาะหาความรู้ การสะท้อนอภิปราย และการประเมินระหว่างเรียน มารวมกันจะได้รูปแบบการจัดการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ซึ่งประกอบไปด้วย 4 ขั้น คือ 1) ขั้นสร้างความสนใจ 2) ขั้นสำรวจ 3) ขั้นอธิบาย และ 4) ขั้นขยายความรู้ โดยในแต่ละขั้นจะมีการประเมินระหว่างเรียน และสะท้อนอภิปรายดังนี้



ภาพที่ 2 การผสมผสานกันขององค์ประกอบในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2 (Marshall, 2007 อ้างถึงใน Marshall Horton & Smart, 2009, p. 506)

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engage)

ในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ที่มีความซับซ้อนมากกว่าการพิจารณาแรงจูงใจของนักเรียนเท่านั้นในขั้นสร้างความสนใจของรูปแบบการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2 นั้น จะรวมเอากิจกรรมต่าง ๆ ไว้ดังนี้

การตรวจสอบความรู้เดิม

การระบุโมโนทัศน์ทางเลือก หรือ โมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

การหาแรงกระตุ้น และการโน้มน้าวความสนใจ

การพัฒนาการถามอย่างเป็นระบบ

ผู้สอนจะต้องตัดสินใจว่าบทเรียนที่ให้นั้นควรให้ความสำคัญในการกระตุ้นมากน้อยเพียงใด ยกตัวอย่างเช่น ถ้าบทเรียนนั้น ๆ มีการกระตุ้นอยู่โดยธรรมชาติ ครูควรที่จะให้เวลากับการพิจารณาการแสดงความรู้เดิมหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

คำถามที่มีประสิทธิภาพนั้นจำเป็นในทุก ๆ ขั้นตอนของการเรียนรู้ที่มีการสืบเสาะหาความรู้เป็นฐาน โดยในขั้นสร้างความสนใจจะมีตัวอย่างคำถาม ดังนี้

นักเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับเรื่องนี้บ้าง?

อะไรที่นักเรียนเห็นว่าคล้ายกับเรื่องนี้บ้าง?

อะไรที่นักเรียนได้เข้าใจเกี่ยวกับเรื่องนี้แต่ไม่แน่ใจว่าถูกต้องบ้าง?

ครูจำเป็นต้องใช้คำถามที่มีประสิทธิภาพเพื่อให้เกิดการสะท้อนอภิปราย เมื่ออภิปรายได้รวมกับการประเมินความก้าวหน้าอย่างมีประสิทธิภาพ จะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สัมฤทธิ์ผล โดยเฉพาะในนักเรียนที่มีศักยภาพต่ำ (Black & William, 1998; NRC, 2000 b) เมื่อเป้าหมายและวัตถุประสงค์มีความชัดเจน องค์ประกอบของการสร้างความสนใจจะถูกสะท้อนออกมาอย่างเหมาะสม และถูกใช้ในการทำให้บรรลุจุดมุ่งหมาย เช่น การระดมสมองในกลุ่มเล็ก ๆ หรือการจดบันทึกคำตอบของตัวเองลงในสมุดบันทึก ก่อนที่จะร่วมแบ่งปันความคิดกับผู้อื่น

การประเมินระหว่างเรียนในชั้นนี้อาจจะพิจารณาความเข้าใจที่ไม่ตรงกัน หรือการทดสอบก่อนเรียน เพื่อที่จะวัดโมเมนตัมที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนหรือการใช้แผนภูมิ KWHL ซึ่งเป็นรูปการจัดระบบ ที่จะช่วยให้การเรียนรู้สะดวกสบายขึ้น โดยการถามเป็นขั้นตอน ดังนี้ (1) อะไรที่ฉันรู้ (k) (2) อะไรที่ฉันต้องการที่จะรู้ (w) (3) มีวิธีการหาอย่างไร (H) (4) อะไรที่ได้เรียนรู้ (L) ซึ่งการประเมินต้องการให้นักเรียนคิดในแนวทางของอภิปราย (Metacognitively) โดยเป็นการทำให้นักเรียนเข้าใจความคิดของตนเอง ซึ่งเป็นการช่วยผู้สอนในการฝึกฝนนักเรียนให้สืบเสาะหาความรู้ด้วยตนเอง

2. ขั้นสำรวจ

ทันทีที่ครูสร้างความสนใจกับนักเรียนได้สำเร็จ ครูจะนำนักเรียนไปสู่ขั้นสำรวจ นักวิจัยแนะนำว่า ลักษณะของการคิดของขั้นสำรวจ จะมีการให้นักเรียนได้ค้นหาอย่างละเอียดโดยผ่านกระบวนการอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนี้ คาดเดา ออกแบบ รวบรวมข้อมูล และหาเหตุผล ตัวอย่างคำถามที่จะช่วยนำทางให้ง่ายต่อการคาดเดา เช่น

- 2.1 อะไร ถ้า...?
- 2.2 ปัญหาคืออะไร...?
- 2.3 อะไรจะเกิดขึ้น เมื่อ...?
- 2.4 ข้อมูลใดบ้างที่ต้องเก็บรวบรวม...?
- 2.5 ทำไมถึงใช้วิธีการนี้แก้ปัญหา

เช่นเดียวกับขั้นสร้างความสนใจ การสะท้อนอภิปราย และการประเมินระหว่างเรียน จำเป็นสำหรับการควบคุมการนำทางนักเรียน ท่ามกลางการเรียนรู้ การประเมินเป็นส่วนประกอบในกระบวนการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล กลุ่มย่อย หรือ ทั้งห้อง การสะท้อนอภิปราย การประเมินระหว่างเรียน และ การสะท้อนการฝึกฝน รวมเข้าด้วยกัน เมื่อการตอบสนองของแต่ละบุคคลรวมเป็นหนึ่งเดียวกับกลุ่มย่อย และกลุ่มใหญ่โดยการสนทนา ตัวอย่าง ทั่ว ๆ ไป ก็คือ กลยุทธ์การเรียนรู้แบบ Think-pair-share

การสะท้อนอภิปรายระหว่างชั้นสำรวจอาจจะทำให้นักเรียนจดบันทึกส่วนตัวหรือบันทึกในห้อง H ของแผนภูมิ KWHL (เราจะทำอย่างไรของปัญหานี้) ครูควรจะมีการระบุและอธิบายเพิ่มเติม เมื่อเกิดความสับสนหรือข้อบกพร่องในการวางแผน

การผสมผสานการสะท้อนอภิปรายรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ และการประเมินระหว่างเรียน ระหว่างชั้นสำรวจ จะกระตุ้นความเข้าใจให้ลึกซึ้งขึ้น การเรียนผ่านกระบวนการสืบเสาะ

3. ชั้นอธิบาย

ในชั้นอธิบายนี้ นักเรียนจะเริ่มเข้าใจว่าจะทำอย่างไรกับความรู้อื่นๆ และมุมมองทางเลือกจากชั้นสร้างความสนใจ และนำความรู้เดิมและมุมมองทางเลือกมาจัดเรียงกับข้อมูลที่ได้ในชั้นสำรวจ เมื่อนักเรียนเริ่มที่จะนำผลลัพธ์และหลักฐานที่ได้มาพูดคุยกัน นักเรียนจะเกิดความเข้าใจ

ระหว่างการสำรวจ ทักษะกระบวนการของนักเรียนจะได้รับความสำคัญควบคู่กับแนวความคิด และเนื้อหาจะกลายมาเป็นส่วนสำคัญในระหว่างชั้นอธิบาย เทียบเท่ากับทักษะกระบวนการที่ถูกใช้เพื่อส่งเสริมลำดับการคิดที่สูงขึ้น เช่น การตีความ การให้เหตุผล การวิเคราะห์ ในการสำรวจก่อนการให้เหตุผลนั้น นักเรียนที่มีพื้นฐานที่ต่างกัน และความสามารถที่ต่างกัน จะมีการแบ่งปันประสบการณ์ซึ่งเป็นส่วนประกอบหลักของการอ้างอิงและความคิดของนักเรียน นอกจากนั้นประสบการณ์เดิมที่นักเรียนนำมาใช้ในห้องเรียนจะทำให้การเรียนรู้ดีขึ้น โดยที่การเรียนรู้จะสามารถเข้าได้กับนักเรียนทุก ๆ คน เพราะข้อมูลที่นักเรียนเก็บสะสมและการสังเกตของนักเรียนจะทำให้เกิดความรู้ ซึ่งความรู้ที่สร้างขึ้นสร้างโดยทุก ๆ คนในห้องเรียน ส่วนสำคัญในชั้นอธิบายและการเรียนแบบสืบเสาะหาความรู้โดยทั่วไป คือ ความคิดนักเรียนจะถูกเชื่อมโยงระหว่าง หลักฐานและคำชี้แจง เป็นวงจร ทักษะกระบวนการและข้อมูลจะถูกผนวกในการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

การประเมินสำหรับชั้นอธิบายนั้นสามารถทำได้หลายวิธี เช่น การเขียนบันทึกการนำเสนอ และการอภิปราย การประเมินระหว่างเรียนเป็นการให้ความสำคัญกับกระบวนการเรียนรู้มากกว่าผลผลิต กฎต่าง ๆ มีความจำเป็นและควรจะมีชัดเจนแต่ควรจะมียืดหยุ่นและยอมรับการแสดงความคิดเห็น เป้าหมายคือให้นักเรียนเข้าใจมุมมองที่ถูกต้องซึ่งถูกฝังอยู่ภายในการสืบเสาะหาความรู้ ในวิชาวิทยาศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ ไม่ใช่เพียงการกรอกข้อความในใบงานให้ถูกต้องสมบูรณ์เท่านั้น ถ้าการแปลข้อมูลและการหาหลักฐานเป็นสิ่งสำคัญในการสืบเสาะหาความรู้ นั้น ๆ แล้ว นักเรียนจำเป็นที่จะแสดงให้เห็นถึงการให้เหตุผลยืนยันเอกสารข้อมูลและผลลัพธ์

แนวทางอภิปัญญาจะต้องใช้เวลาในการสร้างความเข้าใจ เมื่อนักเรียนยอมรับความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ในขณะเดียวกัน ครูจะจับกลุ่มข้อมูลในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และนักเรียนจะมีความตั้งใจในการเรียนรู้ของตนเอง นักเรียนจะเริ่มใช้กลยุทธ์ของตนเองในการช่วยให้เกิดความก้าวหน้าซึ่งแผนภูมิ KWHL และวงจร POE (Predict, observe, explain) ซึ่งได้เริ่มใช้ในขั้นก่อนหน้านี้จะสมบูรณ์ (เช่น คำถาม “คุณเรียนอะไรไปบ้าง” คำตอบจะอยู่ในขั้นอธิบาย) แผนผังมโนทัศน์จะถูกใช้เป็นแนวทางใหม่อีกแนวทางหนึ่งระหว่างขั้นอธิบาย โดยระหว่างขั้นสร้างความสนใจนักเรียนจะมีช่องโหว่ของความรู้ ซึ่งในระหว่างขั้นอธิบายนั้น นักเรียนจะเติมเต็มช่องโหว่ดังกล่าว โดยนักเรียนจะเขียนแผนภาพเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิม ความรู้ใหม่ และทักษะการเรียนรู้

การสะท้อนอภิปัญญาระหว่างขั้นอธิบายจะขึ้นอยู่กับพิจารณาของครูว่านักเรียนมีเหตุผลเพียงพอหรือไม่ นักเรียนถ่ายทอดส่วนสำคัญของความรู้ในทัศนออกมาดีเพียงใด เหตุผลของนักเรียนถูกต้องหรือไม่

ผู้สอนจำเป็นที่จะต้องหาวิธีที่เข้าใจง่าย อธิบาย และแสดงบางส่วนของแนวคิดพร้อม ๆ นักเรียน ซึ่งการสนทนาที่เหมาะสมจะนำไปสู่บทสรุปของการอธิบาย

4. ขั้นขยายความรู้

ขั้นขยายความรู้เป็นขั้นที่จำเป็นในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน สืบเสาะหาความรู้อย่างมีประสิทธิภาพเป็นการให้โอกาสนักเรียนในการประยุกต์ความรู้ของตนเองอย่างมีความหมาย ขั้นขยายความรู้จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในทัศนที่ลึกซึ้งขึ้นและพัฒนาข้อเท็จจริงให้เกิดความเข้าใจอย่างถาวร

ในขั้นขยายความรู้ นั้น การแสดงออกทางความรู้ระหว่างขั้นอธิบายจะถูกประยุกต์ใช้ในเงื่อนไขใหม่และมโนทัศน์เดิม ผู้สอนสามารถกำหนดจำนวนของกิจกรรม หรือปริมาณของเวลาสำหรับขั้นนี้ โดยพิจารณาจากความยากของมโนทัศน์ ความสำคัญของมโนทัศน์ ในหลักสูตร และความลึกซึ้งของความเข้าใจของโดยนักเรียน

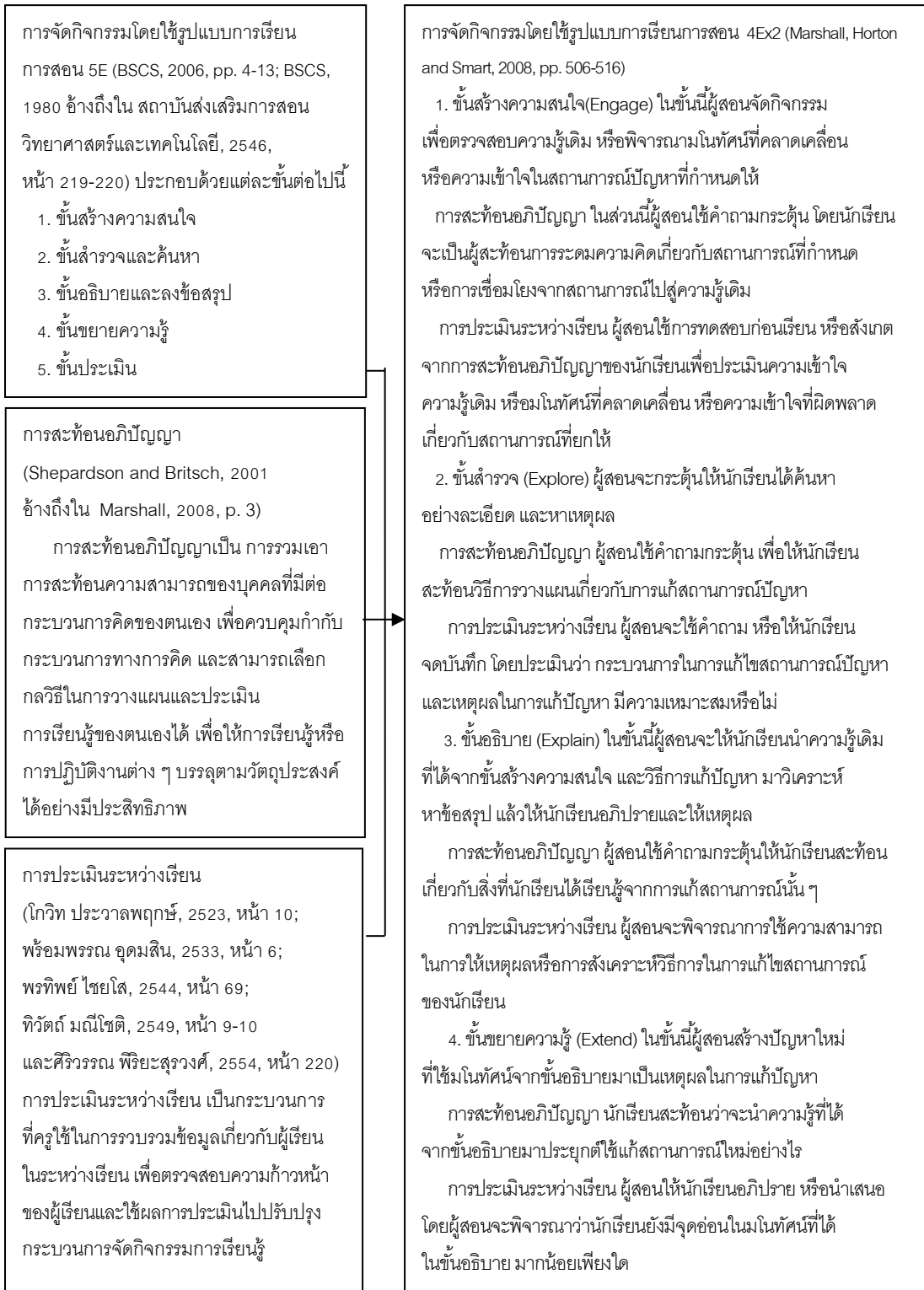
ในการประเมินระหว่างเรียนขั้นขยายความรู้ นั้น ผู้สอนสามารถที่จะกระตุ้นนักเรียนให้คิดเกี่ยวกับงานให้ลึกซึ้งมากขึ้น เช่น แบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแสดงการสืบเสาะหาความรู้ หรือแก้ปัญหาที่ยังเหลืออยู่โดยมุ่งไปที่มโนทัศน์ที่กำลังเรียน หรือถามนักเรียนให้สะท้อนจุดอ่อนที่บันทึกซึ่งผู้สอนจะสังเกตเห็นในขณะการนำเสนอ

การสะท้อนจะถูกออกแบบโดยการตั้งคำถามที่ชัดเจน ซึ่งผู้สอนสามารถให้ข้อมูลที่มีความสำคัญได้บางส่วน หลังจากนั้นครูสามารถกำหนดว่าจะทำอย่างไรต่อไป และจะพัฒนาการ

จัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ได้อย่างไร ระหว่างชั้นขยายความรู้นักเรียนจะมีโอกาสในการคิดที่ลึกซึ้งมากขึ้นและความรู้จากมโนทัศน์ที่ให้จะมีความคงทน

ในชั้นต่าง ๆ ของการสืบเสาะหาความรู้ ผู้สอนต้องเข้าใจว่าอะไรคือระดับของนักเรียนในการประสบความสำเร็จในการเปลี่ยนแปลงความรู้ไปในความคิดใหม่ และคุณภาพของความเข้าใจที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ การฝึกฝนการสะท้อนในชั้นนี้ควรจะเน้นระดับของความเข้าใจมโนทัศน์ ความสำคัญของมโนทัศน์ในวิชาจะช่วยผู้สอนในการกำหนดระดับความสามารถและความเข้าใจอย่างลึกซึ้งเพื่อคาดคะเนนักเรียนทั้งหมดได้

โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสรุปแต่ละขั้นของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ของ Marshall และ Horton ดังนี้



ภาพที่ 3 การผสมผสานกันขององค์ประกอบในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2

ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้น ดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) ในขั้นนี้ผู้สอนจะจัดกิจกรรมเพื่อ ตรวจสอบความรู้เดิม หรือพิจารณาโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้และ หาแรงกระตุ้น รวมถึงโน้มน้าวความสนใจ ของนักเรียน โดยอาจกำหนดสถานการณ์ปัญหา หรือปัญหาที่ไม่สามารถแก้ได้ในขณะนั้นเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะแก้ปัญหาดังกล่าว

การสะท้อนอภิปราย ในส่วนนี้ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้น โดยนักเรียนจะเป็น ผู้สะท้อนการระดมความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือการเชื่อมโยงจากสถานการณ์ ที่กำหนดให้ไปสู่ความรู้เดิม ซึ่งพิจารณาจากการตอบคำถาม หรือการจดบันทึกของนักเรียน

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนอาจใช้การทดสอบก่อนเรียน หรือสังเกตจาก การสะท้อนอภิปรายของนักเรียนเพื่อประเมินความเข้าใจความรู้เดิม หรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เกี่ยวกับความรู้เดิม หรือ ความเข้าใจที่ผิดพลาดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้

2. ขั้นสำรวจ (Explore) ผู้สอนจะกระตุ้นให้นักเรียนได้หาข้อมูลและวิธีค้นหาคำตอบ อย่างละเอียดโดยผ่านกระบวนการอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนี้ คาดเดา ออกแบบ รวบรวมข้อมูล หาเหตุผล

การสะท้อนอภิปราย ผู้สอนจะใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนสะท้อนวิธีการวางแผน เกี่ยวกับการแก้สถานการณ์ปัญหา หรือการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนจะใช้คำถาม หรือ ให้นักเรียนจดบันทึก โดยประเมินว่า กระบวนการในการแก้ไขสถานการณ์ปัญหาและเหตุผลประกอบแนวทางการแก้ปัญหา มีความเหมาะสมหรือไม่

3. ขั้นอธิบาย (Explain) ในขั้นนี้ผู้สอนจะให้นักเรียนนำความรู้เดิมที่ได้และวิธีการแก้ปัญหา มาวิเคราะห์หาข้อสรุปหรือมโนทัศน์ รวมถึงจะมีการแบ่งปันความคิดเห็นของนักเรียน แล้วให้นักเรียน อภิปรายและให้เหตุผล

การสะท้อนอภิปราย ผู้สอนจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้สะท้อนเกี่ยวกับ สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการแก้สถานการณ์นั้น ๆ

การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลหรือ การสังเคราะห์วิธีการในการแก้ไขสถานการณ์ของนักเรียน โดยพิจารณาจากการอภิปราย การตอบคำถาม หรือการจดบันทึก

4. ขั้นขยายความรู้ (Extend) ในขั้นนี้ผู้สอนจะกำหนดสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ใช้มโนทัศน์ จากขั้นอธิบายมาเป็นเหตุผลในการแก้ปัญหา

การสะท้อนอภิปราย นักเรียนจะสะท้อนว่าจะนำความรู้ที่ได้จากชั้นอธิบาย มาประยุกต์ใช้แก้สถานการณ์ใหม่อย่างไร โดยใช้การอภิปราย หรือพิจารณาจากการจัดบันทึก การประเมินระหว่างเรียน ผู้สอนให้นักเรียนอภิปราย หรือ นำเสนอ หรือจัดบันทึก เพื่อแสดงเหตุผลในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนจะพิจารณาว่านักเรียนยังมีจุดอ่อนในมิติไหนที่ได้ ในชั้นอธิบาย มากน้อยเพียงใด

เป้าหมายกิจกรรม และผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน

4E×2

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียน การสอน 4E × 2 ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ เป้าหมาย กิจกรรม และผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E × 2 ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เป้าหมาย กิจกรรม และผล ของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

4E×2	เป้าหมายของการจัดกิจกรรม	กิจกรรม	ผลของการจัดกิจกรรม
ขั้นสร้างความสนใจ (Engage)	ตรวจสอบความรู้เดิม หรือ พิจารณามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือความเข้าใจในสถานการณ์ที่กำหนดให้และหาแรงกระตุ้น รวมถึงโน้มน้าวความสนใจ ของนักเรียน	กำหนดสถานการณ์ปัญหา หรือ ปัญหาที่ไม่สามารถแก้ได้ในขณะนั้น	ความรู้เดิม หรือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หรือความเข้าใจในสถานการณ์ที่กำหนดให้ และความสนใจ ของนักเรียน
×2	สะท้อน	สะท้อนการระดมความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือการเชื่อมโยงจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ไปสู่ความรู้เดิม	ใช้คำถามกระตุ้น การระดมความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือการเชื่อมโยงจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ไปสู่ความรู้เดิม
	ประเมิน	ประเมินความเข้าใจความรู้เดิม หรือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เกี่ยวกับความรู้เดิม หรือ ความเข้าใจที่ผิดพลาดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่กำหนดให้	การทดสอบก่อนเรียน หรือสังเกต จากการสะท้อนอภิปรายของ นักเรียน ความเข้าใจความรู้เดิม หรือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้เดิม หรือ ความเข้าใจที่ผิดพลาดเกี่ยวกับสถานการณ์ที่ยกให้
ขั้นสำรวจ (Explore)	ให้นักเรียนได้หาข้อมูลและวิธีค้นหาคำตอบอย่างละเอียด โดยผ่านกระบวนการอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนี้ คาดเดา ออกแบบ รวบรวมข้อมูล และหาเหตุผล	ให้นักเรียน คาดเดา หรือ ออกแบบ หรือ รวบรวมข้อมูล หรือหาเหตุผล	วิธีการค้นหาคำตอบ
×2	สะท้อน	สะท้อนวิธีการวางแผนเกี่ยวกับการแก้สถานการณ์ปัญหา หรือการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา	ใช้คำถามกระตุ้น แนวทางในการแก้ปัญหา
	ประเมิน	ประเมินว่า กระบวนการในการแก้ไขสถานการณ์ปัญหาและเหตุผลประกอบแนวทางการแก้ปัญหา มีความเหมาะสมหรือไม่	ผู้สอนจะใช้คำถาม หรือ ให้นักเรียน จดบันทึก ความเหมาะสมของกระบวนการในการแก้ไขสถานการณ์ปัญหาและเหตุผลประกอบแนวทางการแก้ปัญหา

ตารางที่ 5(ต่อ)

4E x 2		เป้าหมายของการจัดกิจกรรม	กิจกรรม	ผลของการจัดกิจกรรม
ชั้นอธิบาย (Explain)		ให้นักเรียนนำความรู้เดิมที่ได้และวิธีการ แก้ปัญหา มาวิเคราะห์หาข้อสรุปหรือมโนทัศน์	ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และให้เหตุผล	ข้อสรุปหรือมโนทัศน์
x 2	สะท้อน	สะท้อนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ จากการแก้สถานการณ์นั้น ๆ	ใช้คำถามกระตุ้น	สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้จากการแก้สถานการณ์ นั้น ๆ
	ประเมิน	ประเมินทักษะในการให้เหตุผลหรือ การสังเคราะห์วิธีการในการแก้ไขสถานการณ์ ของนักเรียน	อภิปราย หรือ นำเสนอ หรือจัดบันทึก	ระดับความสามารถในการให้เหตุผลหรือ การสังเคราะห์วิธีการในการแก้ไขสถานการณ์ ของนักเรียน
ชั้นขยายความรู้ (Extend)		นักเรียนนำใช้มโนทัศน์จากชั้นอธิบาย มาเป็นเหตุผลในการแก้ปัญหา	ผู้สอนยกสถานการณ์ปัญหาใหม่ ให้นักเรียน แก้ปัญหาและแสดงการให้เหตุผล	เหตุผลในการแก้ปัญหา
x 2	สะท้อน	นักเรียนจะสะท้อนว่าจะนำความรู้ที่ได้จาก ชั้นอธิบายมาประยุกต์ใช้แก้สถานการณ์ใหม่ อย่างไร	ให้นักเรียนการอภิปรายร่วมกัน หรือจัดบันทึก	การนำความรู้ที่ได้จากชั้นอธิบายมา ประยุกต์ใช้แก้สถานการณ์ใหม่
	ประเมิน	ประเมินจุดอ่อนในมโนทัศน์ที่ได้ในชั้นอธิบาย	ผู้สอนให้นักเรียนอภิปราย หรือ นำเสนอ หรือจัดบันทึก	จุดอ่อนในมโนทัศน์ที่ได้ในชั้นอธิบาย

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของมโนทัศน์

ได้มีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้หลายท่าน ดังนี้

สมศักดิ์ สินธุระเวช (2540) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ไว้ว่าเป็นผลสรุปจากการรับรู้ที่มีต่อสิ่งเร้า ที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกัน เข้ามารวมกัน เป็นรูปแบบอันเดียวกัน

นวลจิตต์ เขวกีรติพงศ์ (2537, หน้า 55-60) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจทั้งหมดที่มีต่อสิ่งของหรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542, หน้า 8) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่าเป็นความรู้ ความเข้าใจ ในภาพรวมขององค์ความรู้ ข้อเท็จจริง

สมนึก ภัททิยธนี (2543, หน้า 37) ได้อธิบายว่า มโนทัศน์ หมายถึงลักษณะร่วมของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือของเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เคยเกิดขึ้นหลาย ๆ ครั้ง หรือมีสิ่งเหล่านั้นหลาย ๆ อย่าง ถ้าสิ่งใดเหตุการณ์ใดเกิดขึ้นเพียงครั้งเดียวหรือคงสภาพเช่นนั้นตลอดไปไม่เป็นมโนทัศน์ เช่น ระบบสุริยจักรวาลมีดวงอาทิตย์เพียงดวงเดียว ก็เป็นความจริงตามเนื้อหาสาระเชิงวิทยาศาสตร์ไม่เป็นมโนทัศน์ แต่ถ้ากล่าวถึงดาวเคราะห์ ซึ่งมี 9 ดวง และพบว่า มีลักษณะเพียงบางสิ่งบางอย่างเหมือนกัน เช่นนี้จึงเป็นมโนทัศน์ หรือเมื่อพูดถึง ชื่อ-สกุลของคนใดคนหนึ่งก็คงเป็นลักษณะของคน ๆ นั้น ไม่สามารถสร้างเป็นมโนทัศน์ได้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2545, หน้า 3) กล่าวว่า มโนทัศน์ในที่นี้มีความหมายเดียวกับคำว่า คอนเซปต์ (Concept) ในภาษาอังกฤษ หมายถึง การคิดถึงหรือจินตนาการถึงบางสิ่ง หรือ การเกิดแนวคิดหรือเกิดความเข้าใจต่อเรื่องใดเรื่องหนึ่งในความคิดของเรา

วนิช สุภรัตน์ (2547, หน้า 79) ให้ความหมายมโนทัศน์ว่าเป็นรูปแบบของความคิดแบบหนึ่งเกิดขึ้นจากการที่มนุษย์พยายามเรียนรู้ ทำความเข้าใจสิ่งแวดล้อม ซึ่งประกอบด้วย วัตถุ บุคคล ความคิด พฤติกรรม เหตุการณ์ คุณภาพ หรือความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ โดยวิธีการจัดระบบ การจัดหมวดหมู่ โดยอาศัยคุณลักษณะเฉพาะ ที่สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ มีร่วมกัน หรือมีความสัมพันธ์กันอยู่

สุวิทย์ มูลคำ (2552, หน้า 10) กล่าวว่า มโนทัศน์หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะก่อให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น ดังนั้นมโนทัศน์จะทำให้เราสามารถ

จำแนกสิ่งใหม่ ๆ และเข้าใจได้รวดเร็วตามประสบการณ์ของเราที่ผ่านมา

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ว่าเป็นรูปแบบของความคิดแบบหนึ่ง เกิดขึ้นจากการที่มนุษย์พยายามเรียนรู้และสรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น โดยรวมเป็นรูปแบบอันเดียวกัน

2. ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาของผู้วิจัย พบว่า ได้มีนักวิชาการหลายท่านให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Good (1973, p. 125) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นรูปแบบหรือความคิด ที่ใช้ในการจำแนกความเข้าใจ โดยใช้ คำพูด หรือสัญลักษณ์ หรือชื่อมโนทัศน์ โดยกระบวนการคิด ในการแสดงความสัมพันธ์

Cooney Davis and Henderson (1975, p. 85) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการนิยามเรื่องที่ได้เรียนรู้ ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เช่นการบอกนิยามในเรื่อง ฟังก์ชัน รูปหลายเหลี่ยม หรือสไลด์รูล ได้ ซึ่งจะแสดงถึงการมีมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ

อัมพร ม้าคอง (2557, หน้า 15) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่าง หรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2546, หน้า 33) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่มนุษย์บัญญัติขึ้น ไม่ได้เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ มีกรอบชัดเจน เป็นรูปธรรมและมีความชัดเจน

ดังนั้นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือความคิดรวบยอดเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม ที่ผู้เรียนสามารถจำแนกความเข้าใจโดยใช้ คำพูด สัญลักษณ์หรือชื่อมโนทัศน์นั้น ๆ ได้

3. องค์ประกอบสำคัญของมโนทัศน์

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ พบว่า มีนักวิชาการได้แสดงองค์ประกอบของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

De cecco (1968, pp. 288-289) ได้อธิบายว่า มโนทัศน์จะประกอบไปด้วย

1. คุณลักษณะของมโนทัศน์ (Concept attributes) เป็นลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่มีความแตกต่างและใช้แบ่งแยกมโนทัศน์ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ

2. คุณค่าของคุณลักษณะ (Attribute values) เป็นค่าที่มีการเปลี่ยนแปลง เช่น เมื่อสีเป็นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ค่าของมโนทัศน์คือ แดง ขาว น้ำเงิน เป็นต้น

3. จำนวนคุณลักษณะ (Number attributes) เป็นจำนวนของคุณลักษณะของมโนทัศน์ที่แตกต่างจากมโนทัศน์อื่นเช่น สีเหลี่ยมสีน้ำเงิน มี 2 คุณลักษณะ คือ สี และรูปแบบ

4. คุณลักษณะเด่นเฉพาะ (Dominance of the attributes) เป็นลักษณะที่ทำให้สามารถแบ่งแยกได้ลึกซึ้งมากขึ้น เช่น สีเหลี่ยมสีแดง อาจมีคุณลักษณะเฉพาะคือ สีแดงชนิดที่ 1

Joyce and Weil (1992, pp. 146-160) ได้แบ่งองค์ประกอบของมโนทัศน์ออกเป็น 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ชื่อมโนทัศน์ (Concept name) เป็นชื่อเฉพาะที่ใช้เรียกสิ่งของที่มีลักษณะและจัดอยู่ในประเภทเดียวกัน

2. ลักษณะ (Attribute) เป็นลักษณะที่ใช้แยกมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ จำแนกเป็นสองประเภท ดังนี้

2.1 ลักษณะที่จำเป็น (Essential attributes) เป็นลักษณะที่ต้องมีในมโนทัศน์และจำเป็นต้องใช้ในการจำแนกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น

2.2 ลักษณะที่ไม่จำเป็น (Nonessential Attributes) เป็นลักษณะที่สังเกตได้ในมโนทัศน์ แต่ไม่จำเป็นสำหรับใช้ในการแยกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น

3. คุณค่าของลักษณะ (Attribute value) คือระดับคุณค่าของลักษณะที่จะใช้ในการจำแนกประเภทของมโนทัศน์

สุวิทย์ มูลคำ (2552, หน้า 10-11) กล่าวว่า การที่จะทำให้เกิดมโนทัศน์ที่กว้างขวางและครอบคลุมลักษณะเฉพาะของสิ่งหนึ่งสิ่งใด คนเราควรจะเรียนรู้องค์ประกอบสำคัญของมโนทัศน์ ดังนี้

1. ชื่อมโนทัศน์ เป็นคำที่ใช้เรียกชื่อมโนทัศน์หนึ่ง ๆ ซึ่งก็ไม่จำเป็นจะต้องมีความหมายตรงกับมโนทัศน์นั้น ๆ ก็ได้ เช่นชื่อคน อาจไม่ระบุบอกลักษณะใด ๆ ของเจ้าของชื่อก็ได้ มโนทัศน์เป็นนามธรรม แต่ชื่อของมโนทัศน์เป็นสิ่งที่คนกำหนดขึ้นมา สำหรับใช้เรียกให้ตรงกัน เพื่อความสะดวกในการสื่อความหมาย ชื่อของมโนทัศน์จะเกิดก่อนหรือหลังจากมีมโนทัศน์ก็ได้

2. คำจำกัดความ เป็นการสรุปรวมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น ๆ

3. ตัวอย่าง ตัวอย่างของมโนทัศน์จะช่วยให้เราสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นมโนทัศน์ ออกจากสิ่งที่ไม่เป็นมโนทัศน์ได้ ตัวอย่างที่ชัดเจน ปริมาณตัวอย่างที่นำมาใช้ ความหลากหลาย

ของตัวอย่าง จะช่วยทำให้เรามองเห็นภาพรวมของลักษณะเฉพาะสิ่งนั้นได้อย่างแจ่มชัด
รูปลักษณะของตัวอย่าง จะส่งผลถึงอัตราความเร็วในการเกิดมโนทัศน์

4. ลักษณะเฉพาะ เป็นลักษณะที่มีอยู่เฉพาะภายในมโนทัศน์นั้น ๆ และลักษณะที่ว่านี้
จะไม่มีอยู่ในมโนทัศน์อื่น ๆ เราจะใช้ลักษณะเฉพาะเป็นตัวจำแนกมโนทัศน์หนึ่งออกจากอีก
มโนทัศน์หนึ่ง

5. ลำดับชั้นของมโนทัศน์ การสร้างมโนทัศน์ขึ้นมาก็เพื่อช่วยให้เราสร้างความสัมพันธ์
ของสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่รอบ ๆ ตัวเรา ในจำนวนมโนทัศน์ทั้งหลายที่เราสร้างขึ้นมานี้จะมีระดับ
ความเป็นนามธรรมที่แตกต่างกันไป บางมโนทัศน์จะมีลักษณะกว้างและครอบคลุมเอามโนทัศน์
อื่น ๆ เข้าไว้ด้วย

จากองค์ประกอบของมโนทัศน์ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์แบ่งออกเป็น 3 องค์ประกอบ
คือ

1. ชื่อมโนทัศน์ เป็นชื่อเฉพาะที่ใช้เรียกสิ่งของที่มีลักษณะและจัดอยู่ในประเภทเดียวกัน
สำหรับใช้เรียกให้ตรงกันเพื่อความสะดวกในการสื่อความหมาย
2. ลักษณะเฉพาะเป็นลักษณะที่ใช้แยกมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ
3. คุณค่าของลักษณะค่าที่มีการเปลี่ยนแปลง เช่น เมื่อสีเป็นคุณลักษณะของมโนทัศน์
ค่าของมโนทัศน์คือ แดง ขาว น้ำเงิน เป็นต้น

4. ประเภทของมโนทัศน์

มีผู้ได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ในรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้

De cecco (1968, pp. 291-293) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เชื่อมต่อกัน (Conjunctive concept) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบไปด้วย
3 สิ่งที่สำคัญ (เช่น จำนวน สี และรูปแบบ) และมีค่าเฉพาะเจาะจง
2. มโนทัศน์ที่แยกออกจากกัน (Disjunctive concept) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบไปด้วย
2 สิ่งที่สำคัญ (จำนวน และรูปแบบ) และมีค่าเฉพาะเจาะจง
3. มโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์กัน (Relational concept) เป็นมโนทัศน์ที่มีสิ่ง
ที่เฉพาะเจาะจงเพียงสิ่งเดียว ซึ่งสามารถนำมาเปรียบเทียบกับมโนทัศน์อื่น ๆ ได้

Henderson (1970 cite in Cooney Davis & Henderson, 1975, pp. 86-87)

ได้แบ่งมโนทัศน์ออกมาเป็น 2 ประเภท คือ มโนทัศน์ที่ใช้คำพูด (Verbal concept) กับมโนทัศน์
ที่ไม่เป็นคำพูด (Nonverbal concept) โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ใช้คำพูด (Verbal concept) เป็นมโนทัศน์ที่มีชื่อสามัญหรือรูปแบบสามัญ ซึ่งสามารถเข้าใจได้ร่วมกัน

2. มโนทัศน์ที่ไม่เป็นคำพูด (Nonverbal concept) เป็นมโนทัศน์ซึ่งต้องมีการสื่อสารกับบุคคลอื่น ๆ เพื่อให้มีความเข้าใจร่วมกัน

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 123-124) ได้กล่าวว่า การแบ่งประเภทของมโนทัศน์ทำได้ อย่างน้อย 3 ประเภท คือ

ประเภทที่ 1 แบ่งเป็น 2 พวกได้แก่

1. สิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สามารถรับรู้ได้โดยตรงทางประสาทสัมผัสทั้ง 5 ได้แก่ การดู การเห็น การได้กลิ่น การลิ้มรส และการสัมผัส เช่น โต๊ะ ต้นไม้ แก้วน้ำ เป็นต้น

2. สิ่งที่เป็นนามธรรม (Abstract) รับรู้ด้วยความรู้สึก ไม่สามารถสังเกตเห็นได้ ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง ได้แก่ สิ่งแวดล้อม ประเพณี ค่านิยม ความเชื่อ ตลอดจนการเลี้ยงดู มโนทัศน์เดียวกันบุคคลอาจมีต่างกัน เช่น ความงาม ความยุติธรรม อิศรภาพ เป็นต้น

ประเภทที่ 2 แบ่งเป็น 3 พวก ตามลักษณะที่ใช้เป็นเกณฑ์ ได้แก่

1. ลักษณะเชื่อมโยงเป็นเรื่องเดียวกัน (Conjunctive concept) เป็นมโนทัศน์ที่เรียนรู้ได้ง่าย เพราะมีลักษณะสำคัญชุดเดียวกัน

2. ลักษณะแยกออกจากกัน (Disjunctive concept) เป็นมโนทัศน์ที่มีความซับซ้อนเพียงเล็กน้อย ต้องเรียนรู้ลักษณะของมโนทัศน์อย่างน้อย 2 ชุด

3. ลักษณะเกี่ยวข้องกัน (Rational concept) เป็นมโนทัศน์ที่มีความซับซ้อนที่สุด ต้องเรียนรู้จากการเปรียบเทียบ หรือหาความสัมพันธ์ของ 2 สิ่ง หรือ 2 เหตุการณ์

ประเภทที่ 3 แบ่งเป็น 3 พวกตามวิธีเรียนรู้มโนทัศน์ของ Bruner ได้แก่

1. เรียนรู้โดยการทำ (Enactive concept)

2. เรียนรู้โดยการดูภาพ หรือสร้างภาพในใจ (Iconic concept)

3. เรียนรู้จากสัญลักษณ์ (Symbolic concept)

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่า นักวิชาการแต่ละท่านมีการแบ่งแยกมโนทัศน์เป็นประเภทต่าง ๆ โดยใช้หลักเกณฑ์ที่หลากหลาย โดยผู้วิจัยได้ใช้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่แยกออกจากกันเป็นมโนทัศน์ที่มีความซับซ้อนเพียงเล็กน้อยสามารถแยกออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ ได้อย่างชัดเจน

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกันเป็นมโนทัศน์ที่มีความซับซ้อนซึ่งต้องเกิดจากการนำเหตุการณ์ต่าง ๆ มาเชื่อมโยงกัน

5. ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องพบว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีคุณค่าและความสำคัญอย่างยิ่ง เมื่อพิจารณาจากคำกล่าวของนักวิชาการหลายท่าน ดังนี้

สมนึกภักทิษณี (2543, หน้า 41) ได้สรุปคุณค่าของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เมื่อไปพบปัญหาใหม่ทำนองนั้นซ้ำอีก ก็ไม่ต้องเสียเวลาไปศึกษาค้นกันมาใหม่ เช่น ถ้าเข้าใจสูตรการหาความยาวเส้นรอบวงและพื้นที่วงกลมแล้วเมื่อไปพบโจทย์แบบนั้นซ้ำอีกก็จะคิดตอบได้โดยง่าย นับว่าช่วยทุ่นแรงงานลงได้มาก

2. ช่วยให้เห็นใจสิ่งอื่น ๆ ที่เกี่ยวเนื่องกับเรื่องนั้นได้ง่ายและชัดแจ้งขึ้น เช่น ถ้านักเรียนจับหลักการของเรื่องวงกลมได้ ก็จะสามารถเรียนเรื่องพื้นที่ผิวหรือปริมาตรของทรงกระบอกได้ง่าย และเข้าใจลึกซึ้งขึ้นหรืออาจจะขยายหลักการไปสู่เรื่องของกรวยได้ด้วย

3. ถ้าใครจับหลักการของเรื่องใดได้แล้ว ก็จะสามารถวางแผนหรือกะโครงการของเรื่องนั้นได้ง่ายและถูกต้องมากขึ้น เช่น ถ้ามีมโนทัศน์ในเรื่องการออกข้อสอบว่าต้องกินเวลานานเท่าใด ก็อาจกำหนดเวลาที่ต้องใช้ในการเตรียมการพิมพ์และวางแผนการสอบได้โดยไม่พลาดเป็นต้น

4. เสริมสร้างความคิดให้เป็นคนมีเหตุผล หากมีมโนทัศน์ในวิทยาการใด ๆ ก็ตาม จะสามารถช่วยให้ผู้นั้นแก้ปัญหา คาดการณ์ จัดอันดับความสำคัญและความสัมพันธ์ของเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผลมากขึ้น ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้ จะเป็นต้นความนำไปสู่ความสามารถด้านการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ต่อไปข้างหน้าอีกด้วย

5. มโนทัศน์ทำให้เกิดการรู้จัก การรู้จักเห็นจริงทำให้เกิดความเชื่อและความมั่นใจ และจากความเชื่อนี้จะส่งผลให้ผู้นั้นประพฤติปฏิบัติตามหลักวิชา เป็นคนมีจรรยาบรรณแห่งวิชาชีพ เป็นคนมีแก่นสาร มีเจตคติที่พึงปรารถนาของสังคมหรือของประเทศชาติ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555, หน้า 61-87) ได้แสดงให้เห็นความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนของครู และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน การวิเคราะห์ว่าครูและนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้างและคลาดเคลื่อนอย่างไร เมื่อเปรียบเทียบกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการระมัดระวังไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

อัมพร ม้าคอง (2557, หน้า 17) อธิบายว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์

เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่าผู้สอนจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าผู้สอนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอน ในขณะที่เดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับผู้เรียนในการคิด การเรียนรู้ และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ซึ่งการหามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อน ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

6. การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ในการพัฒนามโนทัศน์ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น มีผู้อธิบายเกี่ยวกับการพัฒนาไว้ดังนี้

นวลจิตต์ เขาวีรติพงศ์ (2537, หน้า 59) ได้สรุปหลักการสอนให้เกิดการพัฒนามโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. ผู้เรียนจะเกิดมโนทัศน์ได้ดีเมื่อมีโอกาสได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
2. การนำเสนอสิ่งเร้าที่ชัดเจน การชี้แนะให้เห็นความแตกต่างของสิ่งเร้าอย่างชัดเจน และการชี้แนะให้เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ได้เร็วขึ้น
3. การส่งเสริมความสามารถทางการใช้ภาษาอย่างถูกต้องจะช่วยให้ผู้เรียนแสดงออกถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ
4. ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีความคงทนต่อการเรียนรู้สูง เมื่อได้มีโอกาสนำการเรียนรู้มโนทัศน์นั้นไปใช้ประโยชน์

นาตยา ปิลาธนนานนท์ (2542, หน้า 10-12) ได้กล่าวว่า คนต่างวัยกันก็มีการรับรู้มโนทัศน์แตกต่างกันด้วย ทั้งวัย วุฒิภาวะ ความรู้และประสบการณ์ ล้วนมีผลต่อการรับรู้มโนทัศน์ของคนเราให้แตกต่างกันไปความรู้บางอย่างคนเราสามารถเกิดมโนทัศน์ได้ง่าย ๆ ถ้าเขาได้เห็นตัวอย่าง เห็นของจริง นอกจากนั้นการทำความเข้าใจในความคิดรวบยอดบางอย่างจึงอาจต้องใช้บริบทอื่น ๆ มาประกอบด้วย ดังนั้นคนเราจะเกิดมโนทัศน์เมื่อ มีความรู้ มีประสบการณ์ ได้เห็นของจริง ได้เห็นตัวอย่าง

อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 22) ได้กล่าวว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีแนวคิดและแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

1. จัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมาย จำเป็นสำหรับการคิดและการใช้งาน และเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับสูงขึ้น นอกจากนี้ควรให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีหรือเนื้อหาเกี่ยวกับวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่ตนเลือกใช้ ความรู้คณิตศาสตร์จึงควรเกิดจากความเข้าใจมิใช่เกิดจากการจดจำ ซึ่งอาจลืมได้ง่าย การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้นได้

2. พัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ การคิดไตร่ตรอง การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐานสำคัญของการทำความเข้าใจและพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

3. ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้ผู้เรียน โดยอาจต้องมีการวิเคราะห์มโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้น จึงออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละมโนทัศน์และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรม จะต้องมีการประเมินพฤติกรรมการทำงานของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง โดยอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองและขยายไปสู่ความหมายใหม่ หรือความรู้เชิงนามธรรมได้

4. เลือกใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา เช่น Geometer's Sketch Pad, TI 82, TI 93 และ Graphing Calculator รวมทั้งจัดสภาพแวดล้อมหรือบริบทของการเรียนรู้ให้เอื้อต่อการใช้สื่อและนวัตกรรมเหล่านั้น

5. ประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การประเมินพัฒนาการของผู้เรียนแต่ละคน นอกจากนี้ ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนเพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

6. พยายามให้ผู้เรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของผู้เรียน และไม่ยากเกินกว่าที่ผู้เรียนจะคิดได้

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่าการพัฒนามโนทัศน์นั้น นักเรียนจะต้องเป็นผู้เกิดมโนทัศน์ โดยผู้สอนจะต้องคอยชี้แนะ ออกแบบและจัดกิจกรรมให้มีความเหมาะสม รวมถึงมีการประเมิน และสะท้อนอย่างสม่ำเสมอ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนามโนทัศน์อย่างดี และถูกต้อง

7. การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

7.1 ลักษณะของผู้ที่เกิดมโนทัศน์

ในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยจำเป็นต้องทราบลักษณะของผู้ที่เกิดมโนทัศน์ ซึ่งมีผู้ได้ระบุเกี่ยวกับลักษณะของผู้ที่เกิดมโนทัศน์ไว้ดังต่อไปนี้

นาตยา ปิรันธนานนท์ (2542, หน้า 14) ได้กล่าวว่า เราจะทราบว่าบุคคลนั้น ๆ มีมโนทัศน์แล้ว เมื่อ

1. สามารถบอก ระบุ เรียกชื่อ มโนทัศน์นั้นได้
2. สามารถคัดเลือก จำแนก แยกแยะ ยกตัวอย่าง และที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น
3. สามารถบอกลักษณะของมโนทัศน์นั้น จากความรู้ความเข้าใจของตนด้วยภาษา

และคำพูดของตนเอง

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 27) อธิบายว่า ในการเรียนมโนทัศน์ใด ๆ ผู้เรียนควรมีพฤติกรรมการเรียน ดังนี้

1. ยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่คล้ายคลึงมโนทัศน์แต่ไม่ใช่มโนทัศน์ พร้อมทั้งอธิบายตัวอย่างเหล่านั้น
2. รวบรวมและพิสูจน์ข้อมูลเพื่อบอกลักษณะตามมโนทัศน์ของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ซึ่งไม่มีในตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์
3. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์อาจแปรเปลี่ยนได้ แต่ยังคงเป็นตัวอย่างของมโนทัศน์
4. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่หลากหลายของมโนทัศน์มีสิ่งใดที่เหมือนกัน
5. อ้างอิงได้ว่าลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ทั้งหมดที่ตรวจสอบแล้วจะเป็นจริงและมีอยู่ในตัวอย่างอื่นของมโนทัศน์นี้
6. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ คล้ายคลึงและแตกต่างจากตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์อย่างไร
7. อ้างอิงเกี่ยวกับลักษณะสำคัญที่จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์แต่มีความคล้ายคลึงที่จะเป็นมโนทัศน์

สุวิทย์ มูลคำ(2552, หน้า 81) กล่าวว่า ผู้เรียนที่เกิดมโนทัศน์แล้วจะมีความสามารถ
ดังนี้

1. บอก ระบุ เรียกชื่อ มโนทัศน์นั้นได้
2. คัดเลือก จำแนก แยกแยะ ยกตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ได้
3. บอกลักษณะเฉพาะที่จำเป็นและไม่จำเป็นของมโนทัศน์นั้นได้
4. บอกลำดับชั้นของมโนทัศน์ (ลำดับชั้นที่สูงกว่า ลำดับชั้นที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันและลำดับชั้นที่ต่ำกว่าได้)

5. อธิบาย สรุปความหมาย คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้นจากความรู้ ความเข้าใจ
ของตน ด้วยภาษาคำพูดของตนเองได้

จึงสรุปได้ว่า ผู้เรียนที่เกิดมโนทัศน์จะมีลักษณะ ดังนี้

1. สามารถบอก ระบุ เรียกชื่อ มโนทัศน์นั้นได้
2. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่หลากหลายของมโนทัศน์มีสิ่งใดที่เหมือนกัน
3. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ คล้ายคลึงและแตกต่างจากตัวอย่างที่เป็น
มโนทัศน์อย่างไร

7.2 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ศึกษารายงานการวิจัยของอัมพร ม้าคอง (2552, หน้า 66)
ซึ่งได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct) ให้ 3 คะแนน

ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ (Mostly correct) ให้ 2 คะแนน

ระดับถูกต้องบ้างบางส่วน (Partly correct) ให้ 1 คะแนน

ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect) ให้ 0 คะแนน

โดยที่อัมพร ม้าคอง ได้วิเคราะห์ลักษณะการอธิบายมโนทัศน์ออกเป็น 2 ลักษณะ

ดังนี้

1. การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิง
โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล
ซึ่งจำแนกได้เป็น 2 ระดับ ดังนี้

1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือพยายามสื่อความหมาย

แต่ไม่ชัดเจน

2. การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างและระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งจากการศึกษาความหมายของมโนทัศน์ ลักษณะของผู้ที่มีมโนทัศน์ และเกณฑ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์มโนทัศน์ ผู้วิจัยสร้างเกณฑ์การวัดมโนทัศน์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระดับ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
2/ ถูกต้องสมบูรณ์	ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน และถูกต้อง
1/ ถูกต้องบ้างบางส่วน	ตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ครบถ้วน
0/ ไม่ถูกต้อง	ไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท กฎ หรือสูตรในการตอบคำถาม

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 97) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรก

NCTM (1989 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคะนอง, 2554) ได้ให้ความหมายการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

Raimi (2002 อ้างถึงใน อุซาวดี จันทรสนธิ, 2554) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการอธิบายความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์

สสวท. (2555, หน้า 39-40) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการวิเคราะห์ และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากข้างต้นจึงสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริงเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง

นอกจากนี้ มีนักวิชาการได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

วิชัย เสวงงาม (2557, หน้า 9) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล เป็นความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่เป็นอิสระ จากความรู้เดิมที่ได้มา

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 49) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลาย ที่สำคัญมีดังต่อไปนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใดๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อความคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการใช้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ได้

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิดและสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือความเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

ดังนั้นความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลโดยใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเองเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง

ลักษณะการให้เหตุผล

ลักษณะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังต่อไปนี้

เวชฎุทธิ อังกนะภักทรรุขจรร (2555, หน้า114-118) ได้กล่าวว่ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงสถิติ เป็นการให้เหตุผลของนักเรียนที่เกิดจากการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดทางสถิติและความสมเหตุสมผลของข้อมูลทางสถิติ

1.1 กรอบแนวคิดการให้เหตุผลทางสถิติ (Statistical reasoning framework) สร้างและพัฒนาโดยโจนส์และคณะซึ่งเป็นกรอบที่อธิบายลักษณะการให้เหตุผลของนักเรียน ประกอบด้วย โครงสร้างของกรอบแนวคิดและกลุ่ม/ระดับของการให้เหตุผล โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1.1.1 โครงสร้างของกรอบแนวคิด ในกรอบแนวคิดนี้ประกอบด้วยโครงสร้าง 4 โครงสร้าง ได้แก่ การบรรยายข้อมูล การรวบรวมและการเปลี่ยนแปลงข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์และการตีความหมายข้อมูล มีรายละเอียด ดังนี้

1.1.1.1 การบรรยายข้อมูล (Describing data) เป็นความสามารถในการอ่านข้อมูลที่น่าสนใจในตาราง กราฟ หรือแผนภาพ การตระหนักของกราฟ และการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลดิบและข้อมูล

1.1.1.2 การรวบรวมและการเปลี่ยนแปลงข้อมูล(Organizing and reducing Data) เกี่ยวข้องกับการจัดกลุ่ม การจัดลำดับ การรวบรวมเพื่อให้เกิดผลสรุปของข้อมูล

1.1.1.3 การนำเสนอข้อมูล (Representation data) เกี่ยวข้องกับ การแสดงข้อมูลที่สามารรถเห็นด้วยตา หรือการแสดงข้อมูลในลักษณะของกราฟ

1.1.1.4 การวิเคราะห์และตีความหมายข้อมูล (analyzing and interpreting data) ประกอบด้วยการตระหนักถึงรูปแบบและแนวโน้มของข้อมูล การอ้างอิง และการทำนายจากข้อมูล

1.2 กลุ่ม/ ระดับการให้เหตุผล (Reasoning modes) จำแนกเป็น 4 กลุ่มมีรายละเอียด ดังนี้

กลุ่มที่ 1 เป็นกลุ่มที่มีการให้เหตุผลที่ถูกจำกัดในวงแคบและไม่มีกรเปลี่ยนแปลงเป็นการให้เหตุผลที่มีลักษณะเฉพาะ ที่ซึ่งไม่มีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้และบ่อยครั้ง เป็นความคิดความเชื่อ และประสบการณ์ของตัวนักเรียนเอง

กลุ่มที่ 2 เป็นกลุ่มที่เข้าใจประเด็นปัญหาทำให้ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ใช้ข้อมูลหรือลักษณะที่ตรงประเด็นเพียงลักษณะเดียวในการหาข้อสรุป ทำให้อาจได้ข้อสรุปที่ไม่สมเหตุสมผลหรือไม่ถูกต้อง

กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มที่นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลหรือลักษณะที่ตรงประเด็นในการแก้ปัญหาทำให้ตอบคำถามได้ถูกต้อง และสามารถแก้ปัญหาตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป ทำให้ได้ข้อสรุปที่เกือบสมเหตุสมผล

กลุ่มที่ 4 เป็นกลุ่มที่นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลหรือลักษณะที่ตรงประเด็นทั้งหมดมาใช้แก้ปัญหา และสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลทั้งหมดได้อย่างสมเหตุสมผลและสอดคล้องกันทั้งหมดจนทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ด้วยเหตุและผล

2. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกะ ประกอบการให้เหตุผล แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการใช้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญ เพื่อนำไปสู่การสร้างหลักการใหม่ทางคณิตศาสตร์ หรือเป็นการพิจารณาตัวอย่าง หลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วให้เหตุผลสรุปทั่วไปหรือกฎเกณฑ์ทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น ตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned} (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) &= 2^7 = 2^{3+4} \\ ((-3) \times (-3)) \times ((-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)) &= (-3)^6 = (-3)^{2+4} \\ \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) &= \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3+5} = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \end{aligned}$$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า $a^m \times a^n = a^{m+n}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ $a \neq 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวก

2.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้หลักการ นิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปทั่วไปที่สมเหตุสมผล เพื่อนำไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์นั้น ตัวอย่างเช่น

ให้ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆที่ $a \neq 0$ และ m, n เป็นจำนวนเต็มบวกจาก 2 เป็นจำนวนจริงที่ 2 ไม่เท่ากับ 0, 3 และ 4 เป็นจำนวนเต็มบวก

$$\text{ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า } 2^{3+4} = 2^7 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$$

3 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

3.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปร จากปัญหาสัดส่วน เช่น เก่งกับแก้วว่ายน้ำด้วยอัตราเร็วเท่ากัน ถ้าเก่งใช้เวลา 18 วินาที ในการว่ายน้ำ 100 เมตร แก้วจะใช้เวลาที่วินาที ในการว่ายน้ำ 150 เมตร ถ้าให้ x เป็นตัวแปร

แทนเวลาที่แก้วใช้ จะได้สัดส่วน $\frac{18}{100} = \frac{x}{150}$ และจากการแก้ปัญหาสัดส่วน จะได้คำตอบ

ของตัวแปร x เท่ากับ 27 วินาที

3.2) การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วน หรือเศษส่วน เช่น นิดซื้อไข่ไก่ 3 ฟอง 10 บาท น้อยซื้อไข่ไก่ขนาดเดียวกัน 5 ฟอง 16 บาท

แสดงว่าน้อยซื้อไข่ไก่ราคาฟองละ $\frac{16}{5}$ บาท ซึ่งถูกกว่าราคาฟองละ $\frac{10}{3}$ ที่นิดซื้อซึ่งรู้ได้จาก

สามารถเปรียบเทียบได้ 2 วิธี คือ 1) แปลงเป็นทศนิยม จะได้ค่า $\frac{16}{5} = 3.2$ และ $\frac{10}{3} = 3.3$ นั่นคือไข่

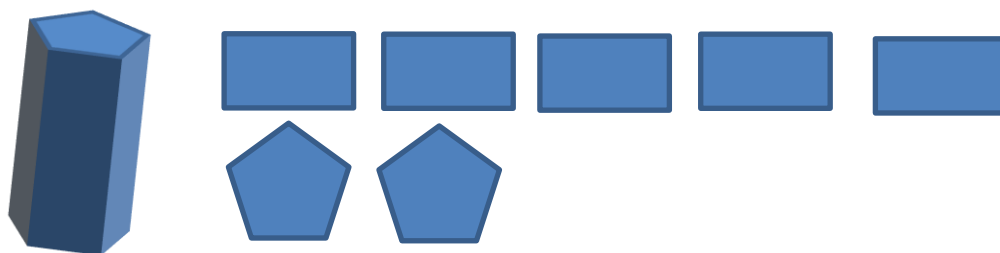
ไก่ราคาฟองละ $\frac{16}{5}$ บาท ซึ่งถูกกว่าราคาฟองละ $\frac{10}{3}$ และวิธีที่ 2) ทำตัวส่วนให้เท่ากัน จะได้ว่า

ตัวคูณร่วมน้อยของ 5 และ 3 คือ 15 นั่นคือ $\frac{16}{5} = \frac{48}{15}$ และ $\frac{10}{3} = \frac{50}{15}$ แสดงว่า $\frac{48}{15}$ น้อยกว่า $\frac{50}{15}$

ดังนั้น ไข่ไก่ราคาฟองละ $\frac{16}{5}$ บาท ซึ่งถูกกว่าราคาฟองละ $\frac{10}{3}$

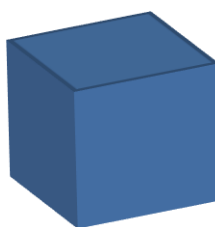
4) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือความสัมพันธ์ ของสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ รูปทรงเรขาคณิต 3 มิติ ตัวอย่างเช่น

ตัวอย่างที่ 1 จงวาดรูปเรขาคณิตที่เกิดจากทุกหน้าของปริซึมห้าเหลี่ยม



ตัวอย่างที่ 2 จะต้องตัดตามขวางของรูปทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ดังภาพอย่างไร จึงจะได้รูปสี่เหลี่ยม ดังต่อไปนี้

- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
- รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
- รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
- รูปสี่เหลี่ยมคางหมู
- รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



5. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ 2 ปริมาณ การเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ตัวอย่างเช่น

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเพิ่มพื้นที่ขึ้น 25% ตามด้วยการลดพื้นที่ลง 25% จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้น ลดลงหรือไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อเทียบกับการลดพื้นที่ลง 25% ตามด้วยการเพิ่มพื้นที่ขึ้น 25% พร้อมทั้งอธิบายด้วยว่าเมื่อใดทั้งสองแบบจะได้รับผลเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 2 เมื่อกำหนดเศษส่วนมาจำนวนหนึ่งแล้วเปลี่ยนแปลงค่าของตัวเศษหรือตัวส่วน แล้วค่าของเศษส่วนจำนวนใหม่จะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรเมื่อเทียบกับเศษส่วนจำนวนเดิม (เพิ่มขึ้น ลดลง เท่าเดิม หรือไม่สามารรถระบุได้)

6. การให้เหตุผลทางเรขาคณิต หรือระดับการคิดทางเรขาคณิต เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสามารถในเนื้อหาเรขาคณิตของผู้เรียน ซึ่งพัฒนาโดยสองสามี ภรรยา ตระกูลแวน ฮีลี (van hiele) แบ่งเป็น 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นด้วยตาเปล่า (Visualization) เป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นลักษณะทางกายภาพโดยรวมของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น เมื่อผู้เรียนเห็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

แล้วสามารถบอกได้ว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ไม่สามารถบอกคุณสมบัติใด ๆ ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นระดับที่ผู้เรียนเริ่มตระหนักถึงลักษณะและคุณสมบัติของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปที่มีด้านทั้ง 4 ยาวเท่ากัน ด้านตรงข้ามขนานกัน และมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก แต่อย่างไรก็ตามผู้เรียนยังไม่สามารถตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น ผู้เรียนไม่สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานประเภทหนึ่ง

ระดับ 2 ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal deductive) เป็นระดับที่ผู้เรียนเริ่มเปรียบเทียบและสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่นผู้เรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานประเภทหนึ่ง หรือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน แต่อย่างไรก็ตามผู้เรียนยังไม่สามารถพิสูจน์สูงต่าง ๆ ทางเรขาคณิต

ระดับ 3 ระดับนิรนัย (Deductive) เป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นแนวทางที่หลากหลายในการพิสูจน์ และสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบท กฎ สูตร ต่าง ๆ ทางเรขาคณิตได้ รวมทั้งเข้าใจถึงเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอต่อการพิสูจน์

ระดับ 4 ระดับการสร้างความรู้เชิงลึก (Rigor) เป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจและเปรียบเทียบเรขาคณิตในระบบต่าง ๆ เช่น เรขาคณิตในระบบยูคลิด (Euclidean) และเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด (Non-Euclidean) รวมทั้งเข้าใจในความเป็นนามธรรมของเรขาคณิต

เนื่องจากผู้วิจัยได้ทำการวิจัยในเนื้อหาความน่าจะเป็น จึงได้ศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเพิ่มเติม นั่นคือ การให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

7. การให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็น โดยแบ่งเป็น 4 ระดับ ดังนี้ (Jones, Thornton, Langrall & Tarr, 1999 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2554, หน้า 55)

ระดับ 1 ระดับการให้เหตุผลตามความคิดของบุคคล (Subjective or non-quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่บุคคลใช้ความคิดของตนเองเป็นหลักในการตัดสินใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็น โดยขาดการพิจารณาอย่างรอบคอบถึงความน่าจะเป็นไปได้ ความถูกต้องและผลที่เกิดขึ้นภายหลัง

ระดับ 2 ระดับการให้เหตุผลที่มีการเชื่อมโยงระหว่างความคิดของบุคคลกับข้อมูลเชิงปริมาณ (Transitional between subjective and naive quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่บุคคลใช้ข้อมูลเชิงปริมาณเกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการคิดของตนเอง

ระดับ 3 ระดับการให้เหตุผลที่สามารถแสดงได้ด้วยข้อมูลเชิงปริมาณแบบไม่เป็นทางการ (Informal quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ข้อมูลเชิงปริมาณในการเปรียบเทียบหรืออธิบายโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ

ระดับ 4 ระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็นและข้อมูลเชิงปริมาณ (Incorporates quantitative reasoning) เป็นระดับการให้เหตุผลที่มีการใช้ทฤษฎีหรือหลักการเกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการคิดหรือคำนวณ จนได้ค่าความน่าจะเป็นที่เป็นตัวเลข

ตัวอย่าง กล่องใบหนึ่งมี ทيوبฟี่รสส้มและรสสตรอว์เบอร์รี่อย่างละ 4 เม็ด ทيوبฟี่แต่ละเม็ดมีขนาดเท่ากัน ถ้าเขย่ากล่อง แล้วหยิบทيوبฟี่ออกมา 1 เม็ด น่าจะได้ทيوبฟี่รสใด

การให้เหตุผลระดับที่ 1 น่าจะได้รสส้ม เพราะเคยเห็นทيوبฟี่รสส้มมากกว่า

การให้เหตุผลระดับที่ 2 อาจหยิบได้รสส้มหรือรสสตรอว์เบอร์รี่ก็ได้ เพราะการเขย่ากล่องทำให้ทيوبฟี่ทั้งสองรสคละกัน

การให้เหตุผลระดับที่ 3 โอกาสที่จะหยิบได้รสส้มหรือรสสตรอว์เบอร์รี่มีเท่ากัน เพราะทيوبฟี่ทั้งสองรสจำนวนเท่ากัน

การให้เหตุผลระดับที่ 4 ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้รสส้มหรือรสสตรอว์เบอร์รี่

มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}$ เท่ากัน เพราะมีทيوبฟี่แต่ละรสจำนวน 4 เม็ด จาก ทيوبฟี่จำนวน 8 เม็ดเท่ากัน

โดยในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นในการวิจัย ซึ่งตรงกับลักษณะการให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ของ Jones, Thornton, Langrall & Tarr

แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลนั้นมีวิธีในการจัดกิจกรรม ดังนี้

Brandt (1984, p. 3 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะระภัทรขจร, 2555, หน้า 118-119)

ได้กล่าวถึงแนวการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลไว้ 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for thinking) เป็นการสอนที่เนื้อหาวิชาเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด (Teaching of thinking) เป็นการสอนที่เน้นทักษะการคิดหรือเป็นการสอนทักษะการคิด ซึ่งแนวทางในการสอนจะมีลักษณะที่แตกต่างกัน ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้สอน

3. การสอนเกี่ยวกับกับความคิด (Teaching about thinking) เป็นการสอนที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเองโดยรู้ว่า

ตนกำลังคิดอะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเอง

เวททิ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 119-120) ได้กล่าวว่าปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล คือผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจเนื่องจากผู้เรียนมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้ผู้เรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และสกัดกั้นการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความสุข

2. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำได้ด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่นใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า...แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า “ไม่ถูกต้อง” แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมา มีบางส่วนที่ถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้งโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือเหตุผลที่แตกต่างกันได้

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นาคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

5. ผู้สอนควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้เกิดการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนต้องสามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของผู้เรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งผู้สอนต้องมีความอดทนให้เวลา ให้โอกาสแก่ผู้เรียน

6. ผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนรู้ว่าผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยผู้สอนจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อผู้เรียนสามารถให้เหตุผลที่ดี ผู้สอนควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176-179) ได้กล่าวว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด การวิเคราะห์และการสรุปแนวความคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล นักเรียนจะต้องมีการสังเคราะห์ความคิดของตนเองโดยผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งผู้สอนควรใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง และส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ รวมถึงให้ผู้เรียนได้เกิดการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น ควรสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสมและมีการประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

การวัดความสามารถด้านการให้เหตุผล

1. แบบทดสอบวัดความสามารถด้านเหตุผล

ผู้วิจัยได้ศึกษาการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลของนักวิชาการ

ดังนี้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2541, หน้า 106-136) ได้สร้างแบบทดสอบ วัดความสามารถด้านเหตุผล โดยเน้นความสามารถ 6 ด้าน คือ

1. ด้านการจำแนกประเภท เป็นความสามารถในการพิจารณาเปรียบเทียบกับ สิ่งต่าง ๆ ว่าอะไรเหมือนกัน มีอะไรต่างกัน เพื่อนำมาสร้างกลุ่มหรือพวกขึ้น จะได้สามารถ เปรียบเทียบว่าอะไรแตกต่างไปจากกลุ่ม หรืออะไรมีคุณสมบัติเหมือนกัน กลุ่มที่กำหนดให้ ความสามารถด้านนี้เป็นความสามารถในการแยกแยะหรือวิเคราะห์คุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ นั้นเอง

2. ด้านการอุปมาอุปมัย เป็นความสามารถด้านวิเคราะห์ความสัมพันธ์อันหมายถึง ความสามารถในการพิจารณาความเกี่ยวข้องกันของคำ 2 คำ อ้างอิงไปยังความหมายของ คำอีก 2 คำ โดยผู้ที่มีความสามารถด้านอุปมาอุปมัยจะต้องไปเป็นผู้ที่มีความสามารถ ในการมองความหมายเหมือนหรือความหมายต่างของคำได้อย่างคล่องแคล่ว และยังสามารถ จัดกลุ่มพวกของคำหรือมโนภาพนั้น ๆ ได้อย่างดีด้วย จึงจะสามารถเอามาเปรียบเทียบอุปมา อุปไมยได้เก่ง

3. ด้านอนุกรมภาพหรืออนุกรมมิติ เป็นความสามารถในการค้นหาระบบความสัมพันธ์ กฎเกณฑ์ของรูปภาพ ซึ่งมีทั้งอนุกรมภาพธรรมดาจะเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ส่วนอนุกรมที่มีทั้งแนวตั้งและแนวนอนจะมีความสัมพันธ์กันในหลายทิศทางเนื่องจาก ต้องคิดหลายทิศทางจึงเรียกอนุกรมนี้ว่า อนุกรมมิติ

4. ด้านสรุปความ เป็นแบบทดสอบที่อาศัยภาษาค่อนข้างมากแต่ก็เป็นการใช้ภาษา เพื่อได้เสียดหาเหตุผลโดยโครงสร้างของของตัวคำถามเป็นคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งคือ ตรรกวิทยา นั่นคือการเขียนข้อสอบแบบนี้จะประกอบด้วยเหตุใหญ่และเหตุย่อย เมื่อมีเหตุมาเป็น เครื่องพิจารณาแล้วก็สามารถประเมินลงข้อสรุปได้ว่าเป็นอย่างไร

5. ด้านตัวร่วมหรือตัวต่าง เป็นแบบทดสอบที่จะยกสิ่งต่าง ๆ มาให้พิจารณา ส่วนใหญ่เป็นคำ หรือจะใช้ภาพแทนก็ได้ เมื่อยกมาแล้วให้ผู้สอบพิจารณาดูตัวร่วมของมันว่า น่าจะเป็นอย่างไร ก่อนจะสามารถหาตัวร่วมหรือมโนภาพซึ่งจะต้องวิเคราะห์ทุก ๆ คำให้ดี อาจจะต้องใช้จินตนาการโยงความสัมพันธ์แต่ละสิ่งอย่างดีแล้วมาผสมกลมกลืนเป็นสิ่งใหม่ ที่สามารถรับรู้และเข้าใจได้ตรงกันในทันที

6. ด้านการวิเคราะห์ จุดประสงค์ของแบบทดสอบนี้จะให้ผู้สอบคิดหาความสัมพันธ์ เกี่ยวข้องของตัวแปรจากสถานการณ์ที่สมมติขึ้นมา ซึ่งการสร้างสถานการณ์ จะต้องเขียนให้มีความเกี่ยวพันกันอย่างซับซ้อน มิฉะนั้นผู้อ่านก็ไม่ได้ใช้ความสามารถด้านการวิเคราะห์

เกณฑ์การให้คะแนน

ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ด้านสรุปความเนืองจากนักเรียนจะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ เกี่ยวกับความน่าจะเป็น

2. การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการ ไว้ ดังนี้

สสวท. (2555, หน้า177) ได้แสดงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของสสวท.

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	- มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบ การตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	- มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจแต่ไม่สมเหตุสมผลบางกรณี
1 (ต้องปรับปรุง)	- มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง

ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 270) ได้แสดงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตารางที่ 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของศิษกร แม่นสงวน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดหลักของการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดให้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 116) ได้แสดงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม ดังนี้

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ ได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน
3 ดี	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ เกือบสมบูรณ์
2 พอใช้	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผลประกอบ คำตอบแต่ไม่ถูกต้อง
1 ต้องปรับปรุง	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน มีการให้เหตุผลตามความคิดของบุคคล
0 ไม่ผ่านเกณฑ์	ไม่มีการตอบคำถาม และไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

จากข้างต้น ผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากระดับของลักษณะการให้เหตุผลและเกณฑ์การพิจารณาของนักวิชาการ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของผู้วิจัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 ดี	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ
	หรือ
	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง มีการอ้างอิงที่ถูกต้องทั้งหมด และมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 พอใช้	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องบางส่วน มีการเชื่อมโยงระหว่างความคิดของบุคคลกับข้อมูลเชิงปริมาณและไม่ระบุการอ้างอิง
1 ต้องปรับปรุง	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง หรือตอบคำถามถูกต้องบางส่วน การเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง
0 ไม่ผ่านเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจและไม่ระบุการอ้างอิง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

Marshall and Switzer (2009 cited in Marshall, 2009, p. 505) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ซึ่งเวลาที่ใช้ในการสืบเสาะหาความรู้จะขึ้นอยู่กับ การแนะนำ หรือการจัดการเรียนรู้ของผู้สอน โดยมีค่าสหสัมพันธ์อยู่ที่ 0.355

Moga (2012) ได้ทำการศึกษาผลของการฝึกฝนอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อห้องเรียนโดยทั่วไป พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

หลังการฝึกฝนอภิปัญญามากกว่า ก่อนฝึกฝนอภิปัญญา ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01 และมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

งานวิจัยภายในประเทศ

สิริรัศมี ผลขวัญโชติกา (2554) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ธัญญรัตน์ แก้วศรีงาม (2554) ได้ศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์เรื่องแสงและการมองเห็น และทักษะการแปลความหมายข้อมูลและลงข้อสรุปของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนการสอน $4E \times 2$ มีคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์เรื่องแสงและการมองเห็นสูงกว่านักเรียนกลุ่มเปรียบเทียบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พีชาณิกา เพชรสังข์ (2557) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และรวมถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการดีขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศพบว่าผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ นักเรียนมีพัฒนาในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในทิศทางที่สูงขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นงานวิจัยเพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น และ เพื่อเปรียบเทียบผลการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการให้เหตุผลเรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยในการวิจัยผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล
5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 4 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 143 คน ที่คละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 37 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยจับสลากห้องเรียนมา 1 ห้องเรียน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

- 1) แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2

- 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ
- 3) แบบทดสอบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยผลการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ เรื่อง ความน่าจะเป็น 10 แผน จำนวน 12 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น มีรายละเอียด ดังนี้

1.1.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

1.1.2 ศึกษาผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1.1.3 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$

1.1.4 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$

1.1.5 สร้างแผนการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แสดงการวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 การวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมงของแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง ความน่าจะเป็น

สาระที่	ผลการเรียนรู้	แผนที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
1. วิธีเรียงสับเปลี่ยน แบบเชิงเส้น	แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับ การนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่	1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด	- หาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับ ควรวละ n สิ่งได้ - ให้เหตุผลเกี่ยวกับการนำวิธีเรียงสับเปลี่ยน ของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียง อันดับควรวละ n สิ่งมาใช้ได้	1
		2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียง อันดับควรวละ r ($r < n$) สิ่ง	- หาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับ ควรวละ r ($r < n$) สิ่งได้ - ให้เหตุผลเกี่ยวกับการนำวิธีเรียงสับเปลี่ยน ของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียง อันดับควรวละ r ($r < n$) สิ่งมาใช้ได้	1
		3. วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งไม่แตกต่างกันทั้งหมด	- หาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งไม่แตกต่างกันทั้งหมดได้ - ให้เหตุผลเกี่ยวกับการนำวิธีเรียงสับเปลี่ยน ของ n สิ่ง ซึ่งไม่แตกต่างกันทั้งหมดมาใช้ได้	1

ตารางที่ 11 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	แผนที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันเป็นวงกลม	แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่	4. วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลม (พลิกไม่ได้)	- หากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลมได้ - หากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลมแบบพลิกได้ได้ - ให้เหตุผลในการเลือกใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลมได้	1
		5. วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลม (พลิกได้)	- หากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลมได้ - หากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลมแบบพลิกไม่ได้ ได้ - ให้เหตุผลในการเลือกใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลมได้	1

ตารางที่ 11 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	แผนที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
3. วิธีจัดหมู่	แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่	6. วิธีจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกัน และนำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง ($r < n$)	<ul style="list-style-type: none"> - การหาจำนวนวิธีจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกัน และนำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง ($r < n$) ได้ - ให้เหตุผลในการเลือกใช้วิธีจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันและนำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง ($r < n$) ได้ 	2
		7. วิธีการแบ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกัน ออกเป็นกลุ่ม	<ul style="list-style-type: none"> - หาจำนวนวิธีการแบ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกัน ออกเป็นกลุ่มได้ - ให้เหตุผลในการเลือกใช้วิธีการแบ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่มได้ 	1

ตารางที่ 11 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้ที่	ผลการเรียนรู้	แผนที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
4. ความน่าจะเป็น	หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้	8. ความน่าจะเป็น	<ul style="list-style-type: none"> - อธิบายความหมายของความน่าจะเป็นได้ - หาค่าความน่าจะเป็นได้ - นำสมบัติของความน่าจะเป็นไปใช้ได้ - นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปให้เหตุผลเกี่ยวกับโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้ 	2
		9. ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข	<ul style="list-style-type: none"> - อธิบายความหมายของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขได้ - หาค่าความน่าจะเป็นความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขได้ - นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขไปให้เหตุผลเกี่ยวกับโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้ 	1
		10. เหตุการณ์สองเหตุการณ์ใด ๆ ที่เป็นอิสระต่อกัน	<ul style="list-style-type: none"> - อธิบายความหมายของเหตุการณ์สองเหตุการณ์ใด ๆ ที่เป็นอิสระต่อกันได้ - หาค่าความน่าจะเป็นได้ - นำความรู้เรื่องเหตุการณ์สองเหตุการณ์ใด ๆ ที่เป็นอิสระต่อกัน ไปให้เหตุผลเกี่ยวกับโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้ 	1
			รวม	12

1.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธาน และ คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อประเมินความเหมาะสมของแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และ นำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

1.1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน เพื่อประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scales) ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

5 หมายถึง	มีความเหมาะสมมากที่สุด
4 หมายถึง	มีความเหมาะสมมาก
3 หมายถึง	มีความเหมาะสมปานกลาง
2 หมายถึง	มีความเหมาะสมน้อย
1 หมายถึง	มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ย และนำค่าเฉลี่ยมาแปลความหมาย โดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์ในการแปลความหมาย (บุญชม ศรีสะอาด, 2553, หน้า 162) ดังนี้

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 4.51-5.00 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.51-4.50 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 2.51-3.50 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.51-2.50 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 0.00-1.50 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

โดยยึดเกณฑ์การตัดสิน จากคะแนนเฉลี่ย 3.51 ขึ้นไป และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานน้อยกว่า 1 ถือว่าเป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ได้ ซึ่งได้ค่าความเหมาะสมเฉลี่ยเท่ากับ 4.73 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเฉลี่ยเท่ากับ 0.46 (ภาคผนวก ค, หน้า 176)

1.1.8 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญโดยมีการปรับปรุงดังนี้

1.1.8.1 ความถูกต้องของภาษาในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

เปลี่ยนจาก วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคร่าวละ r ($r < n$)

เป็น วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับ
คราวละ r ($r \leq n$)

1.1.8.2 ปรับปรุงความถูกต้องของสาระการเรียนรู้ ดังเช่นในแผน
การจัดการเรียนรู้ที่ 9 ให้มีการเพิ่มวิธีการอ่านสัญลักษณ์ดังนี้ $P(A|B)$ อ่านว่า A given B

1.1.8.3 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง วิธีเรียง
สับเปลี่ยนของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลม (พลิกไม่ได้) ได้มีการเสนอแนะให้ใช้
สื่อ อุปกรณ์ ของใกล้ตัว ก็จะทำให้เข้าใจง่าย

1.1.9 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดลองนำร่องกับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/5 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ไม่ใช่
กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 35 คน ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง
จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558

1.1.10 ปรับปรุงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1.1.11 นำแผนในสาระที่ 1 ไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.1.12 สังเกตพฤติกรรมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.1.13 นำผลที่สังเกตมาสะท้อนเพื่อพิจารณาเรื่องที่ดีและเรื่องที่จะต้องปรับปรุง

1.1.14 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาปรับปรุง

1.1.15 ทำซ้ำในวงจรดังกล่าวจนครบทุกสาระการเรียนรู้

1.2 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
เพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ
มีขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

1.2.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือครู
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม หนังสือสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น การวัดผลประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2.2 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ มโนทัศน์และ
จำนวนข้อสอบ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างและ
กำหนดจำนวนข้อสอบดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 การวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ มโนทัศน์ และจำนวนข้อสอบ

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ ต้องการจริง
แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและ วิธีจัดหมู่	วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น	วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน = $n(n-1)(n-2)\dots 3 \times 2 \times 1 = n!$	2	1
		วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งควรวละ r สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน = $\frac{n!}{(n-r)!} = {}^n P_r$	2	1
		วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน = $\frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!}$	2	1

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ ต้องการจริง
แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและ วิธีจัดหมู่	วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ ที่แตกต่างกันเป็นวงกลม	จำนวนในการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกัน ในแนววงกลมทำได้เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี	2	1
		จำนวนในการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกัน ในแนววงกลม(พลิกได้) ทำได้เท่ากับ $\frac{(n-1)!}{2}$ วิธี	2	1
	วิธีจัดหมู่	จำนวนวิธีจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันและนำมาจัดหมู่ คราวละ r สิ่ง ($r < n$) $= \frac{n!}{(n-r)!r!}$ วิธี ใช้สัญลักษณ์ $\binom{n}{r}$, $C_{n,r}$	2	1
		การแบ่งสิ่งของที่แตกต่างกันออกออกเป็น k กลุ่ม กลุ่มละ n_1, n_2, \dots, n_k สิ่งโดยแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน จะแบ่งได้ $\frac{n!}{(n_1!n_2!n_3!\dots n_k!)}$ วิธี	2	1

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ ต้องการจริง
หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้	ความน่าจะเป็น	ความน่าจะเป็นคือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(E)$ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$ โดยที่ $n(E)$ แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E $n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกของ S	2	1
		ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข คือ ความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ B จะเกิดขึ้นเมื่อ เหตุการณ์ A เกิดขึ้นแล้ว และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(B A)$ โดยที่ $P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$	2	1
		เหตุการณ์สองเหตุการณ์ใดๆที่เป็นอิสระต่อกัน หมายถึง ถ้าเกิดเหตุการณ์หนึ่งขึ้นจะไม่มีผลกระทบต่ออีกเหตุการณ์หนึ่งเกิดขึ้น เปลี่ยนแปลงไปโดยเหตุการณ์ A และ B เป็นอิสระต่อกัน เมื่อ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$	2	1
		รวม	20	10

1.2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบแบบอัตนัยวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบและ เกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณา ความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และชี้แนะข้อบกพร่องพร้อมทั้ง ให้ข้อเสนอแนะในการแก้ไขปัญหา

1.2.4 ทำการตรวจหาความตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกันกับการตรวจหาความตรง ตามเนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบ รายข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องIOC (Index of objective congruence) โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าใช้ข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นได้
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าใช้ข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นได้
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าใช้ข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นไม่ได้

โดยพิจารณาค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป จากข้างต้นได้ค่า IOC ระหว่าง 0.8-1

(ภาคผนวก ค, หน้า177)

1.2.5 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ตรวจพิจารณา อีกครั้ง

1.2.6 นำแบบทดสอบมโนทัศน์ไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 35 คน ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558

1.2.7 นำแบบทดสอบมาตรวจเพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจ จำแนก โดยยึดเกณฑ์การตัดสิน ค่าความยากง่ายอยู่ตั้งแต่ 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนก อยู่ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป ซึ่งผู้วิจัยได้ค่าความยากง่ายอยู่ตั้งแต่ 0.56-0.75 และค่าอำนาจจำแนก อยู่ตั้งแต่ 0.25-0.69 (ภาคผนวก ค, หน้า 179)

2.8) นำแบบทดสอบมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยใช้สูตร หาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) ตามวิธีของ ครอนบัค (Cronbach) โดยยึดเกณฑ์ การตัดสินค่าความเชื่อมั่นตั้งแต่ .65 ขึ้นไป โดยผู้วิจัยได้ค่าความเชื่อมั่น .85 (ภาคผนวก ค, หน้า 179)

1.2.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไข แล้วไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

1.3.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม หนังสือสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น การวัดผลประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.3.2 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างและกำหนดจำนวนข้อสอบดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 การวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผลการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ตรงการจริง
- แก้ไขทฤษฎีปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่	วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น	ให้เหตุผลเกี่ยวกับการนำวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นมาใช้ได้	2	1
- ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม	ให้เหตุผลในการเลือกใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลมได้	2	1
- ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	วิธีจัดหมู่	ให้เหตุผลในการเลือกใช้การจัดหมู่ได้	2	1
- หาคำทำนายจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้	ความน่าจะเป็น	นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปให้เหตุผลเกี่ยวกับโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้	4	2
- ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม				
	รวม		10	5

1.3.3 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบ และเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และ ชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้ง ให้ข้อเสนอแนะในการแก้ไขปัญหา

1.3.4 ทำการตรวจหาความตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกันกับการตรวจหาความตรงตามเนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบรายข้อกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of objective congruence) โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 หมายถึง แนใจว่าใช้ข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นได้
- 0 หมายถึง ไม่แนใจว่าใช้ข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นได้
- 1 หมายถึง แนใจว่าใช้ข้อสอบวัดจุดประสงค์ข้อนั้นไม่ได้

โดยพิจารณาค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ซึ่งได้ค่าดัชนีความสอดคล้องเป็น 1 ทุกข้อ (ภาคผนวก ค, หน้า 178)

1.3.5 นำแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง

1.3.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 35 คน ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558

1.3.7 นำแบบทดสอบมาตรวจเพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกโดยยึดเกณฑ์การตัดสิน ค่าความยากง่ายอยู่ตั้งแต่ 0.2-0.8 และ ค่าอำนาจจำแนกอยู่ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป ซึ่งผู้วิจัยได้ค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.38-0.72 และได้ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.36-0.61 (ภาคผนวก ค, หน้า 180)

1.3.8 นำแบบทดสอบมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยใช้สูตรหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) ตามวิธีของ ครอนบาค (Cronbach) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเป็น .81 (ภาคผนวก ค, หน้า 180)

1.3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไข แล้วไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One-shot case study) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยเลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 215-216)

ตารางที่ 14 แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design)

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
E	X	O
เมื่อ E แทน	กลุ่มทดลอง (Experimental group)	
X แทน	การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 (Treatment)	
O แทน	การทดสอบหลังจากที่จัดกระทำทดลอง (Posttest)	

การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลอง ทั้งหมด 14 ชั่วโมง โดยแบ่งเวลาเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 12 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการทดลอง ดังนี้

- ชี้แจงให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตัวอย่างถูกต้อง

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 8 แผน รวม 12 ชั่วโมง

3. เมื่อดำเนินการสอนตามการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ เรื่อง ความน่าจะเป็น เสร็จเรียบร้อยแล้ว หลังจากนั้นทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลา 2 ชั่วโมง แล้วบันทึกผลการสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post-test)

4. ตรวจให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5. นำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ตามวิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานโดยใช้ เกณฑ์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ร้อยละ 70

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียน หลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ เทียบกับเกณฑ์ ร้อยละ 70 โดยใช้ การทดสอบ t -test for one sample

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน หลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ กับเกณฑ์ ร้อยละ 70 โดยใช้ การทดสอบ t -test for one sample

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ ดำเนินการเป็น 4 ขั้นตอน (PAOR) ของ Kemmis and McTaggart (2005, p. 595 อ้างถึงใน Koshy, 2010, pp. 4-5) ต่อเนื่องทั้งหมด 4 วงจร

2.1 ในวงจรที่ 1 วางแผน (Plan) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 เพื่อแก้ไข ปัญหาจากปัญหาที่พบในการทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/5 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ปฏิบัติตามแผน (Action) ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ จากการวางแผนมาปฏิบัติการสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง

การสังเกตผลที่เกิดจากการ ปฏิบัติตามแผน (Observe) ผู้วิจัยวิเคราะห์และนำเสนอผลที่ได้จากการใช้วิธีการในการแก้ไขปัญหา และสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 มาสะท้อนผลการดำเนินงานพร้อมทั้งสรุปผล ผลสรุปที่ได้จากขั้นตอนนี้จะทำให้ได้ข้อมูลพื้นฐานที่นำไปสู่การปรับปรุง และ วางแผนในวงจรที่ 2 ต่อไป

2.2 ในวงจรที่ 2 วางแผน (Plan) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-5 เพื่อแก้ไขปัญหาจากปัญหาที่พบในการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/ 4 โรงเรียนสาธิต

“พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง ปฏิบัติตามแผน (Action) ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากการวางแผนมาปฏิบัติการสอนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง การสังเกตผลที่เกิดจากการ ปฏิบัติตามแผน (Observe) ผู้วิจัยวิเคราะห์และนำเสนอผลที่ได้จากการใช้วิธีการในการแก้ไขปัญหา และสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-5 มาสะท้อนผลการดำเนินงานพร้อมทั้งสรุปผล ผลสรุปที่ได้จากขั้นตอนนี้จะทำให้ได้ข้อมูลพื้นฐานที่นำไปสู่การปรับปรุงและวางแผนในวงจรที่ 3 ต่อไป

2.3 ในวงจรที่ 3 วางแผน (Plan) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6-7 เพื่อแก้ไขปัญหาจากปัญหาที่พบในการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 โรงเรียนสาธิต

“พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง ปฏิบัติตามแผน (Action) ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากการวางแผนมาปฏิบัติการสอนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง การสังเกตผลที่เกิดจากการ ปฏิบัติตามแผน (Observe) ผู้วิจัยวิเคราะห์และนำเสนอผลที่ได้จากการใช้วิธีการในการแก้ไขปัญหา และสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6-7 มาสะท้อนผลการดำเนินงานพร้อมทั้งสรุปผล ผลสรุปที่ได้จากขั้นตอนนี้จะทำให้ได้ข้อมูลพื้นฐานที่นำไปสู่การปรับปรุงและวางแผนในวงจรที่ 4 ต่อไป

2.4 ในวงจรที่ 4 วางแผน (Plan) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8-10 เพื่อแก้ไขปัญหาจากปัญหาที่พบในการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 โรงเรียนสาธิต

“พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง ปฏิบัติตามแผน (Action) ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากการวางแผนมาปฏิบัติการสอนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง การสังเกตผลที่เกิดจากการ ปฏิบัติตามแผน (Observe) ผู้วิจัยวิเคราะห์และนำเสนอผลที่ได้จากการใช้วิธีการในการแก้ไขปัญหา และสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8-10 มาสะท้อนผลการดำเนินงานพร้อมทั้งสรุปผล ผลสรุปที่ได้จากขั้นตอนนี้จะทำให้ได้ข้อมูลพื้นฐานที่นำไปสู่การปรับปรุงและวางแผนต่อไป

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง (Sample mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 34)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ \bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
$\sum X$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล
n	แทน	จำนวนทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานจากกลุ่มตัวอย่าง โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 60)

$$s = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ s	แทน	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง
$(\sum X)^2$	แทน	ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดยกกำลังสอง
n	แทน	จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง หรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

2. สถิติที่ใช้ในการหาคคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าความเที่ยงตรงตามเนื้อหาและตามโครงสร้าง (IOC: Index of item objective congruence) ของแผนการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 โดยคำนวณจากสูตร (สมโภชน์ อเนกสุข, 2553, หน้า 111)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

$\sum R$ คือ ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดซึ่งให้คะแนนข้อคำถามแต่ละข้ออย่างหนึ่งอย่างใด ดังนี้ เห็นด้วยให้ 1 คะแนน ไม่เห็นด้วยให้ -1 คะแนน ไม่มีความเห็นหรือไม่แน่ใจให้ 0 คะแนน

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (Cronbach's Alpha coefficient) ซึ่งมีสูตรการหา ดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right]$$

โดยที่ α	แทน	ค่าความเชื่อมั่น
n	แทน	จำนวนข้อคำถาม
S_i^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ
S^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของคะแนนรวมในเครื่องมือฉบับนั้น

2.3 หาดัชนีความง่าย (Index of difficulty: p) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ เรื่องความน่าจะเป็น และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นที่แบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25 เปอร์เซนต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตรของ Whitney & Sabers (1970 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_1)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p	แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
n_t	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

2.4 หาดัชนีอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ที่แบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตรของ Whitney & Sabers (1970 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
	S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 การทดสอบโดยใช้ t-test for one sample เพื่อศึกษาว่าในการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีมโนทัศน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์
	s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

โดยที่ $df = n - 1$

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในหัวข้อการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยในการวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์และนำเสนอผลการวิจัย เป็น 3 ประเด็น ดังนี้

1. ผลการศึกษากิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วงจรที่ 1-4
2. ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ ร้อยละ 70
3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ ร้อยละ 70

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์
- \bar{x} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
- S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- t แทน ค่าทดสอบที่
- p แทน ค่าจริงของความน่าจะเป็นที่ได้จากการคำนวณ
- $*$ แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วงจรที่ 1-4

จากการศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วงจรที่ 1-4 พบว่าคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบฝึกหัดของนักเรียนในมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยในการวิจัย ผู้วิจัยได้ดำเนินการเป็น 4 ขั้นตอน คือ การวางแผน (Plan) การปฏิบัติ ตามแผน (Action) การสังเกตผลที่เกิดจากการปฏิบัติตามแผน (Observe) และ การสะท้อนผล (Reflect) ในหนึ่งวงจร และต่อเนื่องทั้งหมด 4 วงจร โดยมีรายละเอียดแต่ละวงจรมีดังนี้

วงจรที่ 1 ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น ซึ่งประกอบไปด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 กับกลุ่มทดลอง โดยมีการดำเนินการดังนี้

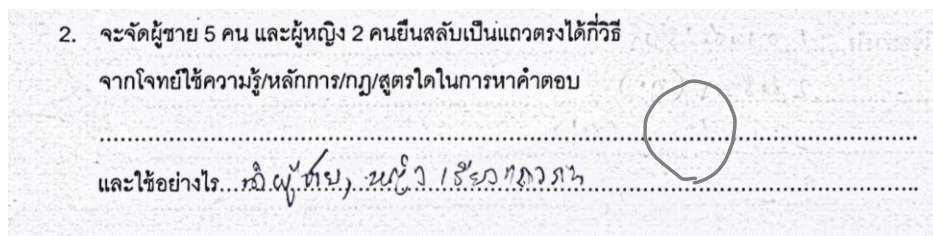
1. วางแผน (Plan) ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 6/5 จำนวน 35 คน พบว่า เวลาในการที่ให้นักเรียนสรุปความรู้ หรือมโนทัศน์ค่อนข้างน้อย (5 นาที) และนักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้สอนจึงมีการปรับเพิ่มเวลาในการที่ให้นักเรียนสรุปความรู้ หรือมโนทัศน์มากขึ้น และมีการเพิ่มจำนวนข้อของสถานการณ์ที่ให้นักเรียนได้แก้ไขในชั้นขยายความรู้ เพื่อฝึกฝนการเขียนเพื่อแสดงความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ผู้วิจัยจึงมีการปรับเวลาในชั้นอภิปราย เป็น 10 นาที ในแผนที่ 1-3 เพื่อให้นักเรียนมีเวลาในการสรุปความรู้ หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น เพิ่มขึ้น รวมถึงมีการเพิ่มโจทย์ปัญหาในใบกิจกรรม จาก 2 ข้อเป็น 4 ข้อ เพื่อเพิ่มความเข้าใจในชั้นขยายความรู้

2. ปฏิบัติตามแผน (Action) ผู้วิจัยนำแผนที่ 1-3 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน ที่ปรับปรุงแก้ไข ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/ 4 ซึ่งเป็นห้องทดลอง โดยสามารถจัดการเรียนรู้ได้ตามแผน

3. สังเกตผลที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติตามแผน (Observe) โดยสังเกตจากแบบฝึกหัด หลังการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผน พบว่า

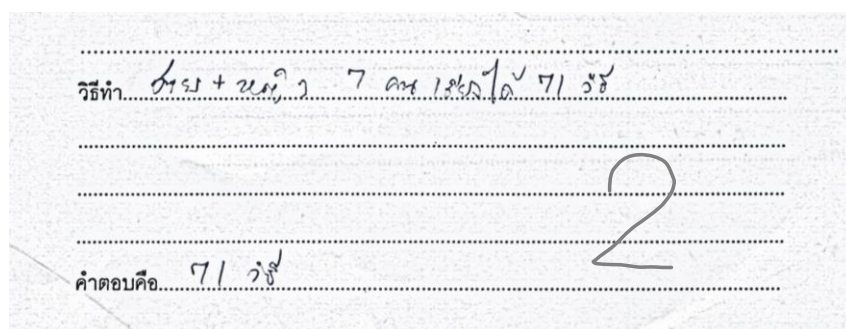
ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด ขึ้นสร้างความสำเร็จ (Engage) นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องกฎการคูณเป็นอย่างดีและ

สามารถนำกฎการคูณมาใช้กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้เป็นอย่างดี เนื่องจากได้เรียนมาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ชั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถเสนอวิธีการแก้สถานการณ์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์ และสามารถให้เหตุผลได้ว่าจะนำความรู้ไปแก้สถานการณ์ได้อย่างไร ชั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนสามารถบอกความคล้ายคลึงกันของสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้ และสามารถสรุปได้ ชั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ว่าจะนำวิธีใดมาใช้แก้สถานการณ์ แต่ไม่สามารถเขียนให้เหตุผลและเขียนมโนทัศน์ได้ โดยนักเรียนมีลักษณะการเขียนให้เหตุผลและแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ก่อนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

จากภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่า การแสดงให้เห็นถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อเทียบกับเกณฑ์จะได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน นั่นคือ ไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตรใดในการตอบคำถาม



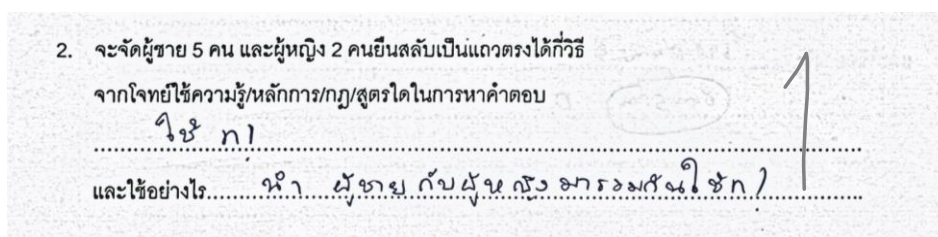
ภาพที่ 5 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ก่อนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เมื่อพิจารณา ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียน
มีคำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่สามารถเขียนให้เหตุผลได้ โดยเมื่อเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนน
ความสามารถในการให้เหตุผล นักเรียนจะมีคะแนนเพียง 2 คะแนน ซึ่งหมายความว่า นักเรียน
ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน มีการเชื่อมโยงระหว่างความคิดของบุคคลกับข้อมูลเชิงปริมาณและ
ไม่ระบุการอ้างอิง

โดยจากข้างต้นผู้สอนต้องช่วยโดยการเน้นย้ำคำถาม ดังนี้

- นักเรียนใช้ความรู้ในเรื่องใดในการแก้สถานการณ์นี้
- นักเรียนจะอย่างไรกับโจทย์

หลังจากผู้สอนเน้นย้ำคำถาม และนักเรียนตอบออกมาเป็นคำพูด ผู้สอนให้นักเรียน
เขียนสิ่งที่พูดลงไป พบว่า การเขียนแสดงมโนทัศน์ และการให้เหตุผลดีขึ้น ดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน
4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

จากภาพที่ 6 พบว่า เมื่อเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียน นักเรียนจะมีคะแนน 1 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร
ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ครบถ้วน หรือไม่ถูกต้อง

วิธีทำ $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
 $= 7!$
 $= 5,040$ ข้อ

คำตอบคือ $5,040$ ข้อ

ภาพที่ 7 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

จากภาพที่ 7 เมื่อเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน จะมีคะแนน 3 คะแนน นั่นคือตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ

ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคราวละ r ($r < n$) สิ่ง ขึ้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนมีความเข้าใจสถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถนำกฎการคูณมาใช้กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้เป็นอย่างดี ขั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถเสนอวิธีการให้เหตุผลได้เหมาะสม นักเรียนนำความรู้ไปแก้สถานการณ์ได้อย่างดี ขั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนสามารถบอกความคล้ายคลึงกันของสถานการณ์ต่างๆที่กำหนดให้ได้ สามารถสรุปได้ค่อนข้างสมบูรณ์ แต่ไม่ครบเนื่องจากนักเรียนยังมีความละเอียดในการพิจารณาไม่เพียงพอ ขั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนสามารถในการให้เหตุผลได้ว่า จะนำวิธีใดมาใช้แก้สถานการณ์ สามารถเขียนให้เหตุผล และ แสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ แต่ยังไม่สมบูรณ์โดยพิจารณาจากภาพที่ ดังภาพที่ 8

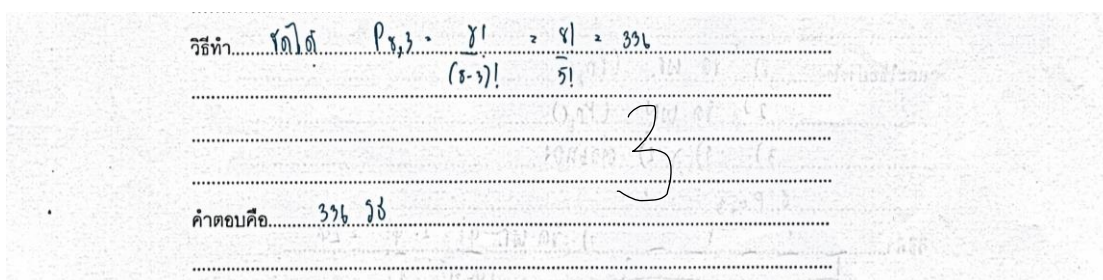
2. มีหนังสือการ์ตูน 8 เล่มที่ต่างกัน นวนิยาย 3 เล่ม มาเรียงบนชั้นวางของได้ทั้งหมดกี่วิธี จากโจทย์ใช้ความรู้/หลักการ/กฎ/สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

วิธีทำ P_n, r

และใช้อย่างไร... ผ่านหนังสือคู่มือทาง...

ภาพที่ 8 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

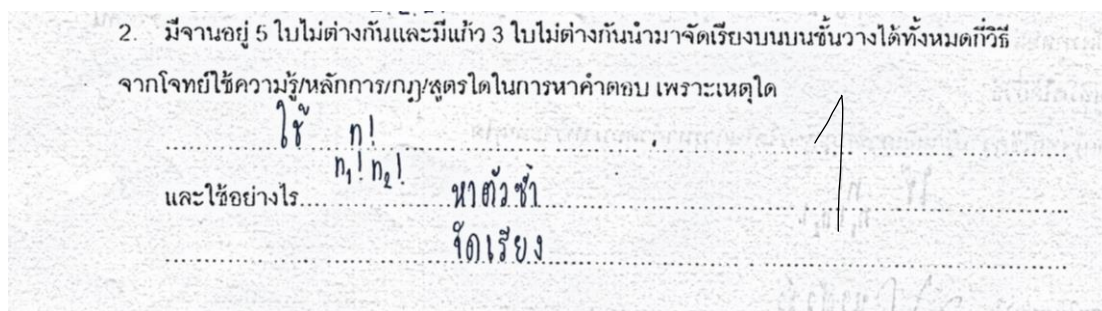
จากภาพที่ 8 พบว่า เมื่อเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนจะมีคะแนน 1 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตรที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ครบถ้วน หรือไม่ถูกต้อง



ภาพที่ 9 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

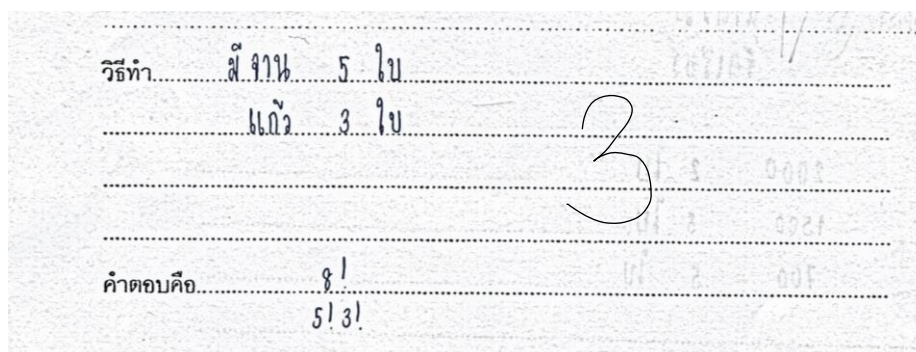
จากภาพที่ 9 ดังกล่าวเมื่อเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะมีคะแนน 3 คะแนน นั่นคือตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบ การตัดสินใจ เนื่องจากมีเวลาในการให้นักเรียนแก้สถานการณ์ค่อนข้างน้อยเนื่องจากเพิ่มเวลาในการสรุปความรู้ และการเพิ่มจำนวนสถานการณ์ในชั้นขยายความรู้

ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งไม่แตกต่างกันทั้งหมด ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนมีความเข้าใจสถานการณ์ได้ถูกต้อง และสามารถนำกฎการบวกมาใช้กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้เป็นอย่างดี ขั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถเสนอให้เหตุผลได้ชัดเจนเกี่ยวกับวิธีการแก้สถานการณ์ นักเรียนนำความรู้ไปแก้สถานการณ์ได้อย่างดี ขั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนสามารถบอกความคล้ายคลึงกันของสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้ สามารถสรุปได้สมบูรณ์ ขั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ว่า จะนำวิธีใดมาใช้แก้สถานการณ์ สามารถเขียนให้เหตุผลและแสดงมโนทัศน์ได้ แต่ยังไม่สมบูรณ์ เนื่องจากมีเวลาในการให้นักเรียนแก้สถานการณ์ค่อนข้างน้อยเนื่องจากเพิ่มเวลาในการสรุปความรู้และ การเพิ่มจำนวนสถานการณ์ในชั้นขยายความรู้



ภาพที่ 10 มโนทัศน์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

จากภาพที่ 10 พบว่า เมื่อเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนจะมีคะแนน 1 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตรที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ครบถ้วน หรือไม่ถูกต้อง



ภาพที่ 11 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

จากภาพที่ 11 เมื่อเทียบกับเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จะมีคะแนน 3 คะแนน นั่นคือตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ

4. สะท้อนผล (Reflect) จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 1 พบว่า เวลาในการจดบันทึกตัวอย่างของนักเรียนทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างล่าช้าและส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้สถานการณ์ในชั้นขยายความรู้ได้ทัน ส่งผลทำให้ความสามารถในการเขียนให้เหตุผลของนักเรียนไม่สมบูรณ์ ครูจำเป็นต้องแนะแนวทางอยู่ตลอด เพื่อให้ทันเวลา

วงจรที่ 2 ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม ซึ่งประกอบไปด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-5 กับกลุ่มทดลอง โดยมีการดำเนินการดังนี้

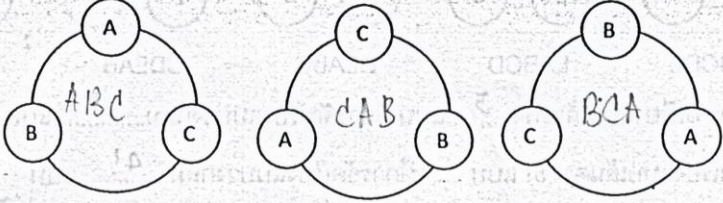
1. วางแผน (Plan) ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 และ 5 โดย มีใบกิจกรรม เพื่อลดเวลาในการจดบันทึก และเพิ่มเวลาในการสรุปองค์ความรู้ของนักเรียน และ แบบฝึกหัด เพื่อเพิ่มเวลาในการฝึกความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน โดยในการจัดการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 และ 5 นั้น ชั้นสร้างความสนใจ ผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างรูปวงกลม และมีตัวอักษร 3 ตัว รอบวงกลม และถามความสัมพันธ์ของตัวอักษรกับวงกลม ซึ่งนำไปสู่การทดสอบความรู้เดิมเรื่องการจัดเรียงแบบเส้นตรง เพื่อพิจารณาความคลาดเคลื่อนใหม่ในทัศนของนักเรียน รวมถึงให้นักเรียนได้ใช้เวลาในชั้นอภิปรายร่วมกัน อภิปรายให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสิ่งที่พบอันนำไปสู่ทัศนทางคณิตศาสตร์ เรื่องการจัดเรียงแบบวงกลม

2. ปฏิบัติตามแผน (Action) ผู้วิจัยได้นำแผนที่ปรับปรุงไปใช้กับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/ 4 ซึ่งเป็นห้องทดลอง โดยผู้วิจัยสามารถจัดการเรียนรู้ได้ตามแผนทั้งหมด

3. สังเกตผลที่เกิดจากการปฏิบัติตามแผน (Observe) ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 2 พบว่า

ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่งเป็นวงกลม (พลิกไม่ได้) ชั้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของรูปวงกลม และการจัดเรียงตัวอักษร แต่ยังไม่สามารถอธิบายออกมาได้ เนื่องจากผู้สอนให้เวลาในส่วนนี้น้อยไป (5 นาที) โดยพิจารณาจากใบกิจกรรมที่ 1 ดังภาพที่ 14

1.



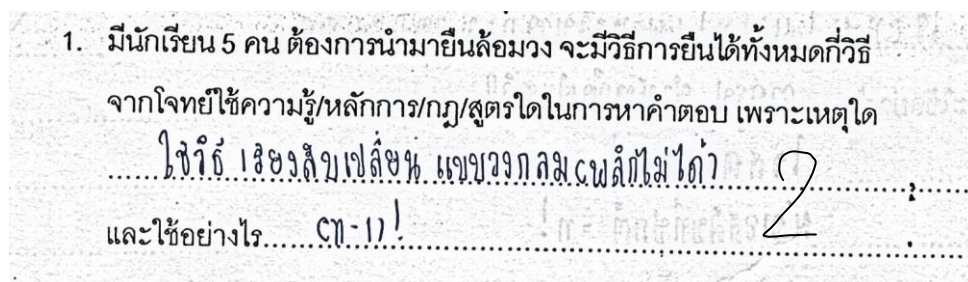
นักเรียนคิดว่ารูปและการจัดเรียงตัวอักษร มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
 ...ตัวอักษร/สลับ ทวน อวกาศ

การจัดเรียงแบบวงกลมเป็นอย่างไร
 ...หมุน ทวน/เวียน

การจัดเรียงตัวอักษร เป็นอย่างไร
 ...สลับ/ทวน อวกาศ

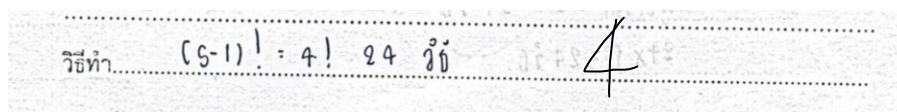
ภาพที่ 12 ความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาในกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

แต่ในขั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถเสนอวิธีการแก้สถานการณ์
 ได้เหมาะสมกับสถานการณ์ และสามารถให้เหตุผลได้ว่า จะนำความรู้ไปแก้สถานการณ์ได้อย่างไร
 ขั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนสามารถบอกความคล้ายคลึงกันของสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้
 ได้ และสามารถสรุปได้ ขั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถอธิบายมโนทัศน์และ
 แสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นจากช่วงที่ 1 โดยพิจารณาจากภาพที่ 13



ภาพที่ 13 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน
 $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

จากภาพที่ 13 พบว่า เมื่อนำมาเทียบกับคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียน
จะมีคะแนน 2 คะแนน ซึ่งหมายความว่า นักเรียนสามารถ ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ/
สูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

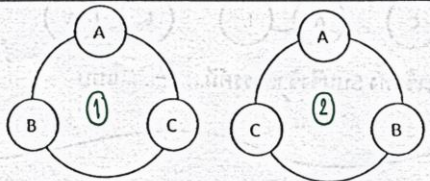


ภาพที่ 14 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้
รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

จากภาพที่ 14 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
อยู่ที่ 4 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิง ใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น
และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง
เป็นวงกลม (พลิกได้) ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของรูปวงกลม
และการจัดเรียงตัวอักษร แต่ยังไม่สามารถอธิบายออกมาได้ โดยพิจารณาจากภาพที่ 15

1.



ถ้าพิจารณารูปข้างต้นเป็นสองฝั่งของชิงช้าสวรรค์ นักเรียนคิดว่ารูปทั้ง 2 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ทั้งต้น รูป ① เป็นด้านหน้า

② เป็นด้านหลัง

นักเรียนจะหาวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ กระเช้าทั้ง 3 บนชิงช้าสวรรค์ได้อย่างไร

มีเพียง 1 วิธี เพราะเป็นวันเดียว

ใช้ความรู้ใดในการแก้สถานการณ์

ใช้การจัดของเป็นวงกลม (n-1)!

วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ กระเช้าทั้ง 3 บนชิงช้าสวรรค์มี! แบบ

ภาพที่ 15 ความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาในกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

ขั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถเสนอวิธีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม นักเรียนนำความรู้ไปแก้สถานการณ์ได้อย่างดี ขั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนสามารถบอกความคล้ายคลึงกันของสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้ สามารถสรุปได้ค่อนข้างสมบูรณ์แต่ไม่ครบเนื่องจากนักเรียนยังมีความละเอียดในการพิจารณาไม่เพียงพอ ขั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถอธิบายมโนทัศน์และแสดงการให้เหตุผลได้ดีขึ้นจากช่วงที่ 1 โดยพิจารณาจากภาพที่ 16

1. มีลูกปัด 9 สีที่ต่างกัน ต้องการนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือ จะมีวิธีการร้อยลูกปัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

จากโจทย์ใช้ความรู้หลักการ/กฎ/สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

$\frac{(n-1)!}{2}$ เพราะขั้นแรกจัดเรียงบนวงกลมสมมุติจุดจับได้

และใช้อย่างไร $n = 9$ น. ลูกปัด

หว่า 9 น. ลูกปัดมาจัดเข้ากันได้ $(n-1)!$

2

ภาพที่ 16 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

จากภาพที่ 16 พบว่า เมื่อนำมาเทียบกับคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียน จะมีคะแนน 2 คะแนน ซึ่งหมายความว่า นักเรียนสามารถ ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

วิธีทำ มีลูกปัด 9 สีต่างกัน

$$\frac{n(n-1)!}{2}$$

$$= \frac{9(9-1)!}{2}$$

$$= \frac{9 \cdot 8!}{2}$$

$$= 4! \cdot 8!$$

$$= 24 \cdot 8!$$

4

คำตอบคือ $4! \cdot 8! = 24 \cdot 8!$

ภาพที่ 17 ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียน การสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

จากภาพที่ 17 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ที 4 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

4. สะท้อนผล (Reflect) จากการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในวงจรที่ 1 ที่ว่าเวลา ในการจดบันทึกตัวอย่างของนักเรียนทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างล่าช้าและส่งผล ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้สถานการณ์ในชั้นขยายความรู้ได้ทัน ส่งผลทำให้ความสามารถ ในการเขียนให้เหตุผลของนักเรียนไม่สมบูรณ์นั้น เมื่อมีการปรับแก้ไขและนำมาใช้ในวงจรที่ 2 พบว่านักเรียนสามารถเข้าใจในกิจกรรมได้รวดเร็วขึ้น และนักเรียนมีเวลาในชั้นขยายความรู้เพิ่มขึ้น แต่เวลาที่ผู้สอนให้ในชั้นสร้างความสนใจน้อยเกินไป (5 นาที) ทำให้นักเรียนไม่สามารถเข้าใจ สถานการณ์ได้อย่างละเอียด

วงจรที่ 3 ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่องการจัดหมู่ ซึ่งประกอบไปด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ 6-7 กับกลุ่มทดลอง โดยมีการดำเนินการดังนี้

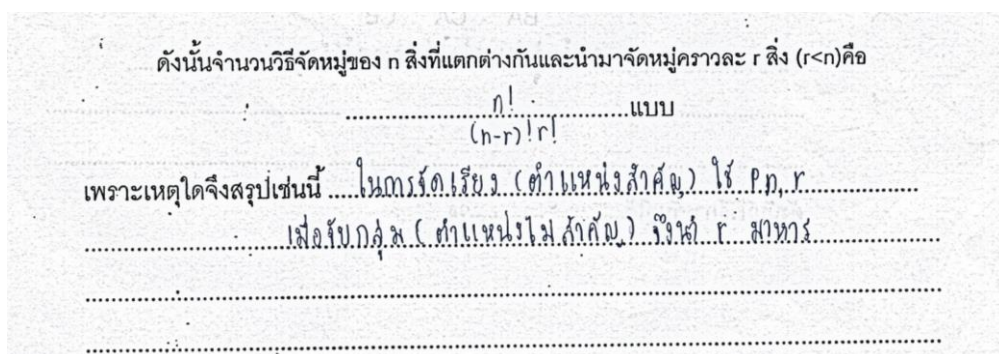
1. วางแผน (Plan) ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้เพิ่ม ระยะเวลาในชั้นสร้างความสนใจเป็น 10 นาที ให้นักเรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ได้ อย่างละเอียดหรือ ให้นักเรียนสามารถแสดงมโนทัศน์เดิม โดยได้นำไปปรับทั้ง 2 แผน โดยกิจกรรม ในวงจรที่ 3 ชั้นสร้างความสนใจผู้วิจัยมีสถานการณ์ตัวอย่าง 2 ตัวอย่าง พร้อมทั้งให้นักเรียน ได้นำมโนทัศน์เดิมมาแก้ไขสถานการณ์ นอกจากนี้ผู้วิจัยยังถามคำถามกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณา ความแตกต่าง ของสถานการณ์ที่กำหนดให้ เพื่อสร้างความอยากรู้และประเมินความคลาดเคลื่อน ของมโนทัศน์เดิม และนำไปสู่สถานการณ์ต่อไปเพื่อให้นักเรียนได้พิจารณาในชั้นสำรวจและร่วมกัน อภิปรายโดยใช้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จนได้มาซึ่งมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ร่วมกัน

2. ปฏิบัติตามแผน (Action) ผู้วิจัยได้นำแผนที่ปรับปรุงไปใช้กับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/ 4 ซึ่งเป็นห้องทดลอง โดยผู้วิจัยสามารถจัดการเรียนรู้ได้ตามแผนทั้งหมด

3. สังเกตผลที่เกิดจากการปฏิบัติตามแผน (Observe) ผลของการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ในวงจรที่ 3 พบว่า

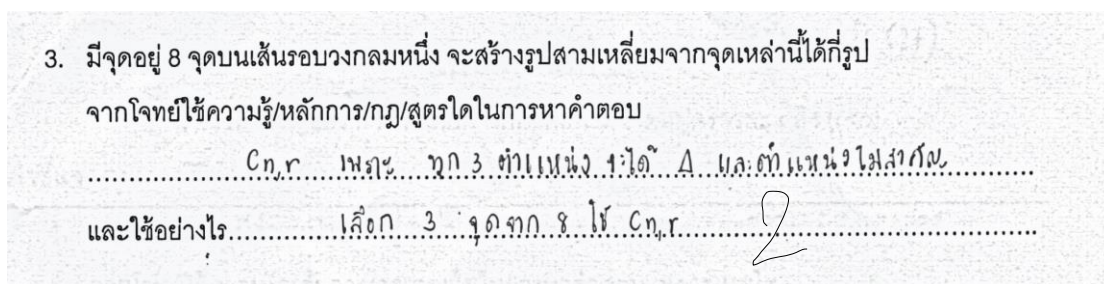
ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง วิธีจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันและนำมาจัดหมู่ คราวละ r สิ่ง ($r < n$) ชั้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนมีความเข้าใจในความรู้เดิมเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดมาจัดเรียงอันดับคราวละ r ($r \leq n$) สิ่งได้ เป็นอย่างดี ชั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนแสดงวิธีการแก้สถานการณ์ได้ และมีความเหมาะสม

กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ ชั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนนำความรู้เดิมมาใช้แก้สถานการณ์ได้ และสามารถอธิบายถึงมโนทัศน์ใหม่เรื่อง การจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันและนำมาจัดหมู่คราวละ r ($r \leq n$) สิ่งได้เป็นอย่างดี โดยพิจารณาจาก ภาพที่ 18



ภาพที่ 18 การอธิบายของนักเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

ชั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนสามารถนำความรู้ใหม่มาใช้แก้สถานการณ์ได้อย่างดี โดยจากการจัดการเรียนรู้ในแผนที่ 6 นักเรียนสามารถอธิบายมโนทัศน์ได้เป็นอย่างดี และสามารถให้เหตุผลได้อย่างดี ดังภาพที่ 19



ภาพที่ 19 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

จากภาพที่ 19 พบว่า เมื่อนำมาเทียบกับคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะมีคะแนน 2 คะแนน ซึ่งหมายความว่า นักเรียนสามารถ ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

วิธีทำ..... $C_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)! \cdot 3!}$

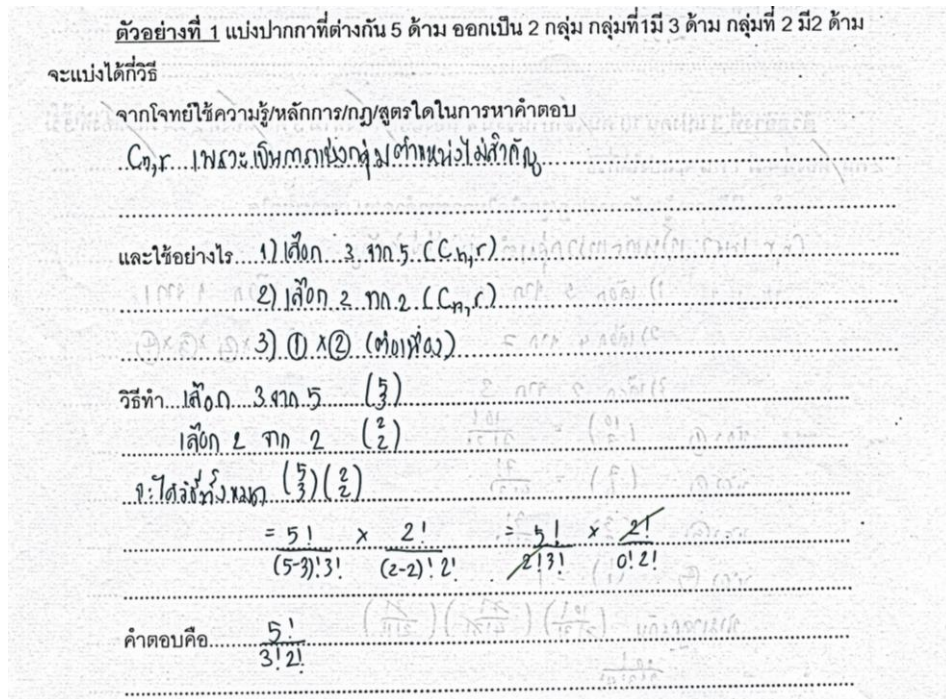
$= \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2}$

$= 56$

ภาพที่ 20 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

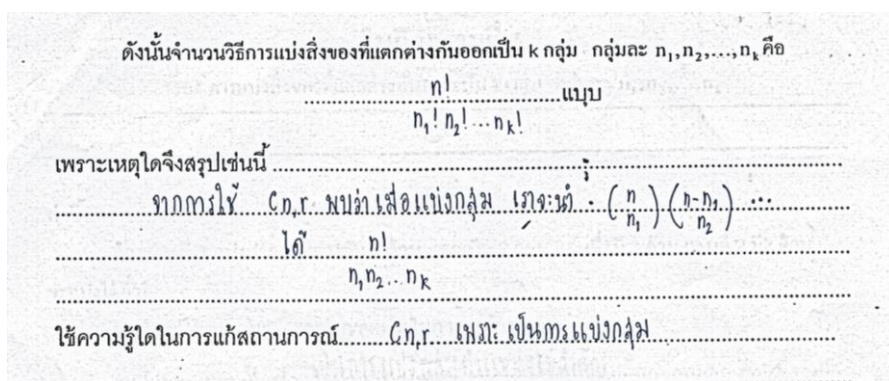
จากภาพที่ 20 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ที่ 4 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง วิธีการแบ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่มขึ้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนมีความเข้าใจในความรู้เดิม เรื่องการจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันและนำมาจัดหมู่คราวละ r ($r < n$) สิ่งได้เป็นอย่างดี และสามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ที่ให้กับความรู้เดิมได้ โดยพิจารณาจาก ภาพที่ 21



ภาพที่ 21 การเชื่อมโยงสถานการณ์ไปสู่ความรู้เดิมของนักเรียนในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

ขั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
 ขั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนสามารถแสดงการแก้ปัญหา และสามารถอธิบายมโนทัศน์ใหม่ได้
 โดยพิจารณาจาก ภาพที่ 22



ภาพที่ 22 การอธิบายของนักเรียนในการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

ขั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนสามารถอธิบายการนำมโนทัศน์ใหม่ เรื่องการแบ่งสิ่งของที่ต่างกันออกเป็น k กลุ่ม กลุ่มละ n_1, n_2, \dots, n_k มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

จากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่องวิธีการแบ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม แสดงให้เห็นถึง ความเข้าใจในมโนทัศน์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนได้ ดังภาพที่ 23

1. ต้องการแบ่งคน 15 คนขึ้นรถโดยสาร 3 คันที่ต่างกัน คันที่ 1 นั่งได้ 5 คน คันที่ 2 นั่งได้ 4 คน คันที่ 3 นั่งได้ 6 คน จงหาจำนวนวิธีในการแบ่งคนขึ้นรถโดยสาร = $\frac{n!}{n_1! n_2! n_3!}$

จากโจทย์ใช้ความรู้หลักการกฎ/สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

และใช้อย่างไร

$n_1 = 5$ คนในคันที่ 1
 $n_2 = 4$ คนในคันที่ 2
 $n_3 = 6$ คนในคันที่ 3

ภาพที่ 23 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

จากภาพที่ 23 พบว่า เมื่อนำมาเทียบกับคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียน จะมีคะแนน 2 คะแนน ซึ่งหมายความว่า นักเรียนสามารถ ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ/ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

วิธีทำ $\frac{15!}{5! 4! 6!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{5! 4! 6!}$

$= \frac{1,816,214,400}{2880}$

$= 630,630$

ภาพที่ 24 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

จากภาพที่ 24 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ที 4 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

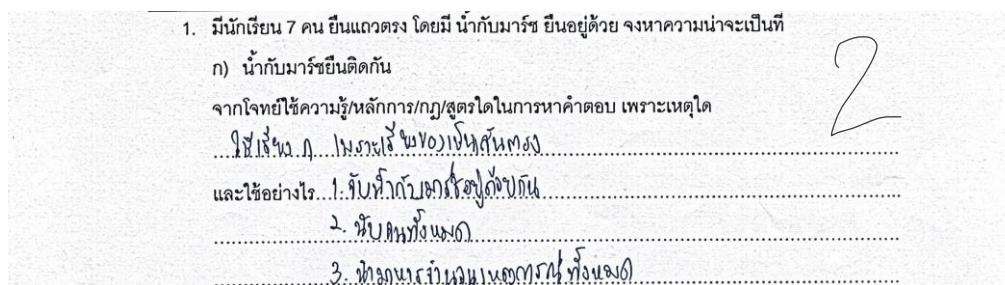
4. สะท้อน (Reflect) จากปัญหาที่พบในวงจรที่ 2 ที่ว่า เวลาที่ผู้สอนให้ในชั้นสร้างความสนใจน้อยเกินไป (5 นาที) ทำให้นักเรียนไม่สามารถเข้าใจสถานการณ์ได้อย่างละเอียดนั้น เมื่อนำมาปรับแก้และนำไปใช้ในวงจรที่ 3 พบว่า เมื่อเพิ่มเวลาในชั้นสร้างความสนใจ นักเรียนสามารถเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาได้ดีขึ้น และสามารถเลือกมโนทัศน์มาเชื่อมโยงกับ สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างดี นอกจากนั้นไม่พบปัญหาใดในการจัดกิจกรรมในช่วงนี้ วงจรที่ 4 ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งประกอบไปด้วยแผนการจัดการ เรียนรู้ที่ 8-10 กับกลุ่มทดลอง โดยมีการดำเนินการดังนี้

1. วางแผน (Plan) ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรที่ 3 โดยให้ความสำคัญ ในชั้นสร้างความสนใจไม่ต่ำกว่า 10 นาที ตามแนวทางในการจัดกิจกรรมในวงจรที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยมี การให้นักเรียนได้วิเคราะห์ตารางที่เกี่ยวกับการโยนเหรียญ ซึ่งผู้วิจัยสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียน ได้ระลึกถึงความรู้เดิมเรื่องความน่าจะเป็น เพื่อพิจารณามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียน นอกจากนั้นในชั้นสำรวจผู้วิจัยได้มีการเพิ่มใบกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหา ความเหมือนของสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกัน อันนำไปสู่ข้อสรุป ต่อไป

2. ปฏิบัติตามแผน (Action) ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้กับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/ 4 ซึ่งเป็นห้องทดลอง โดยผู้วิจัยสามารถจัดการเรียนรู้ได้ตามแผนทั้งหมด

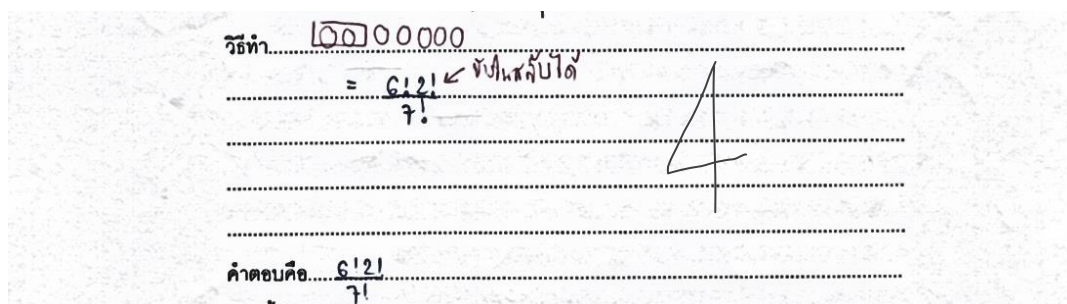
3. สังเกตผลที่เกิดจากการปฏิบัติตามแผน (Observe) ผลของการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ในวงจรที่ 4 พบว่า

ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนมีความเข้าใจในสถานการณ์ที่กำหนดให้อย่างเหมาะสม นักเรียนสามารถเชื่อมโยง สถานการณ์กับความรู้เดิมเรื่องความน่าจะเป็นได้ ชั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถอธิบาย แนวทางในการแก้สถานการณ์ โดยเชื่อมโยงกับความรู้เดิมได้ ชั้นอธิบาย (Explain) นักเรียน แก้สถานการณ์ที่กำหนดให้ พร้อมสามารถบอกความคล้ายคลึงกันของสถานการณ์ต่าง ๆ ที่กำหนดให้ได้ และสามารถสรุปสมบัติของความน่าจะเป็นได้ ชั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียน สามารถให้เหตุผลและแสดงมโนทัศน์ได้ โดยพิจารณาจากภาพที่ 25



ภาพที่ 25 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

จากภาพที่ 25 พบว่า เมื่อนำมาเทียบกับคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะมีคะแนน 2 คะแนน ซึ่งหมายความว่า นักเรียนสามารถ ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ/ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

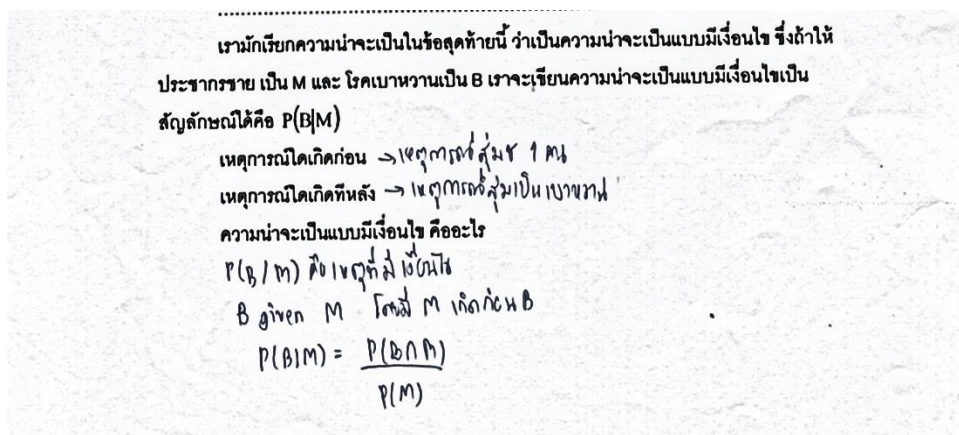


ภาพที่ 26 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้ รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

จากภาพที่ 26 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ที่ 4 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิง ใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

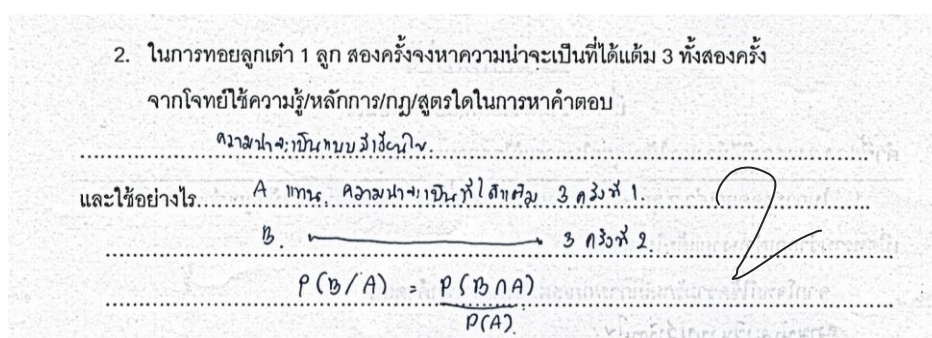
ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ขั้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องความน่าจะเป็น และเข้าใจสถานการณ์เป็นอย่างดี ขั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถเสนอวิธีการให้เหตุผลเกี่ยวกับแนวทางการแก้สถานการณ์

ได้เหมาะสม ชั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนสามารถแก้สถานการณ์ที่กำหนดให้ และสามารถสรุป
มโนทัศน์ใหม่ได้ โดยพิจารณาจากภาพที่ 27



ภาพที่ 27 การสรุปมโนทัศน์ของนักเรียนในกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

ชั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ใหม่ไปแก้สถานการณ์
ที่กำหนดให้ได้ และสามารถให้เหตุผลได้ดี โดยพิจารณาจากภาพ



ภาพที่ 28 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน
4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

จากภาพที่ 28 พบว่า เมื่อนำมาเทียบกับคะแนนมโนทัศน์ นักเรียนจะมีคะแนน 2 คะแนน ซึ่งหมายความว่า นักเรียนสามารถ ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

$$P(B/A) \cdot P(A) > P(B \cap A)$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{36} = \frac{1}{36}$$

$$(A \cap B) \cap (A \cap B) = (A \cap B) \cap (A \cap B)$$

วิธีทำ.....

$$(A \cap B) \cap (A \cap B) = (A \cap B) \cap (A \cap B)$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{36} = \frac{1}{36}$$

4

ภาพที่ 29 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

และนักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผล อยู่ที่ 4 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 ชั้นสร้างความสนใจ (Engage) นักเรียนมีความเข้าใจสถานการณ์เป็นอย่างดี ขั้นสำรวจ (Explore) นักเรียนสามารถเสนอวิธีการให้เหตุผลเกี่ยวกับแนวทางการแก้สถานการณ์ได้เหมาะสม ขั้นอธิบาย (Explain) นักเรียนสามารถแก้สถานการณ์ที่กำหนดให้ และสามารถสรุปมโนทัศน์ใหม่ได้ โดยพิจารณาจากภาพที่ 30

ในกรณีที่ เหตุการณ์มีความเป็นอิสระต่อกัน

$P(A|B) = \dots$ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A เมื่อเหตุการณ์ B เกิดขึ้น

จากสูตร $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

นั่นคือ $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$

ดังนั้น $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ในแนวทางเดียวกัน

$P(B|A) = \dots$ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ B เมื่อ A เกิดขึ้น

จากสูตร $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

นั่นคือ $\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B)$

ดังนั้น $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

จึงสรุปได้ว่า เมื่อเหตุการณ์เป็นอิสระต่อกัน $P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B)$

ภาพที่ 30 การสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2
ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

ขั้นขยายความรู้ (Extend) นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ใหม่ไปแก้สถานการณ์
ที่กำหนดให้ได้ และสามารถให้เหตุผลได้ดี โดยพิจารณาจากภาพที่ 31

1. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่การโยนลูกแรกออกจำนวนคู่ และ B เป็นเหตุการณ์
ที่การโยนครั้งที่ 2 ออกจำนวนคู่ จงแสดงว่าเหตุการณ์ทั้ง 2 เป็นอิสระต่อกัน

จากโจทย์ใช้ความรู้/หลักการ/กฎ/สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

เหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ ที่ขึ้นอิสระต่อกัน

2

ภาพที่ 31 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน
4E×2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

จากภาพที่ 31 พบว่า เมื่อนำมาเทียบกับคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียน
จะมีคะแนน 2 คะแนน ซึ่งหมายความว่า นักเรียนสามารถ ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ/
สูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

และใช้อย่างไร.....

$$P(A \cap B) = P(A) - P(B)$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$n(A) = 8 \times 6 = 48$$

$$n(B) = 6 \times 8 = 48$$

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A) - P(B) = \frac{1}{4}$$

วิธีทำ.....

(1, 2)	$n(A \cap B) = 9$
(1, 4)	$n(S) = 36$
(1, 6)	$P(A \cap B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
(3, 2)	
(3, 4)	
(3, 6)	
(6, 2)	
(6, 4)	
(6, 6)	

∴ เหตุการณ์เป็นอิสระต่อกัน

คำตอบคือ..... $\frac{1}{4}$

ภาพที่ 32 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

จากภาพที่ 32 นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ 4 คะแนน นั่นคือ ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็นและข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

4. สะท้อน (Reflect) จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ไม่พบปัญหาใดในการจัดกิจกรรมในช่วงนี้

2. ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น หลังได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็นโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น โดยมีผลการประเมินเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ค่าทดสอบสถิติที่ (One sample t -test) ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 15 การเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

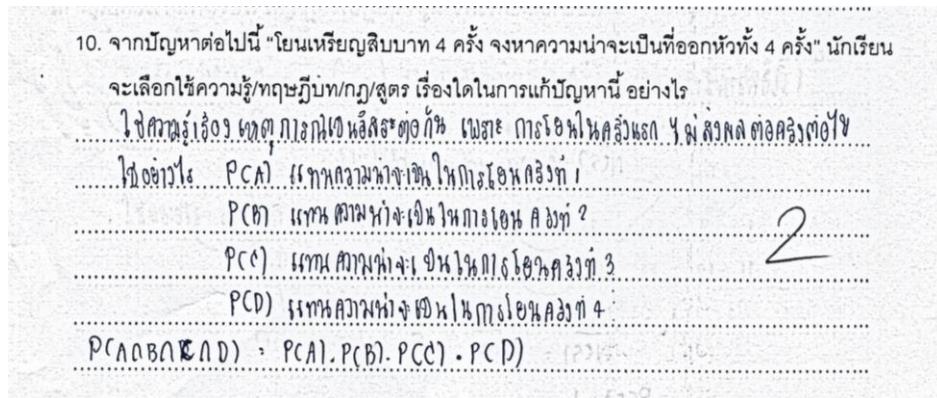
การทดสอบ	n	μ (ร้อยละ 70)	\bar{x} (คะแนนเต็ม 20)	s	t	p
คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	37	14	14.97	3.26	1.815*	.039

* $p < .05$

จากตารางที่ 15 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็นมีค่าเท่ากับ 14.97 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.26 โดยหลังจากการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนสูงเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

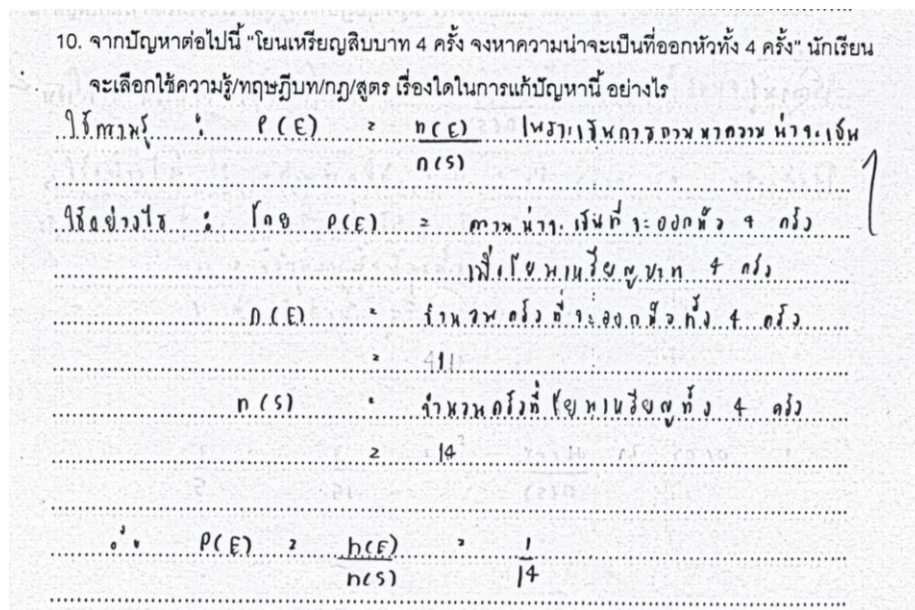
นอกจากนี้เมื่อพิจารณามโนทัศน์ของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ดังนี้

2.1 นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 51.89 โดยนักเรียนกลุ่มนี้สามารถตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน และถูกต้อง ดังภาพที่ 35



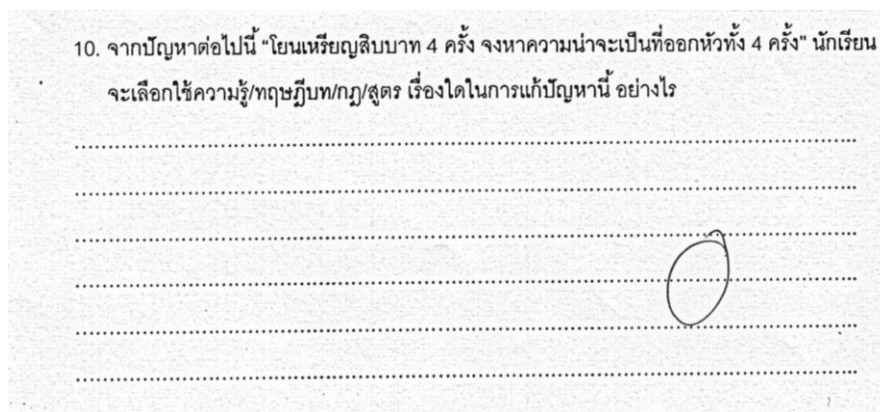
ภาพที่ 33 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน

2.2 นักเรียนที่ได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 48.38 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ตอบคำถาม โดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ครบถ้วน หรือไม่ถูกต้อง ดังภาพที่ 36



ภาพที่ 34 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน

2.3 นักเรียนที่ได้ 0 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 0.54 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ตอบคำถาม โดยไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร ในการตอบคำถาม ดังภาพที่ 37



ภาพที่ 35 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 0 คะแนน

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ ร้อยละ 70

ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็นโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น โดยมีผลการประเมิน เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ ค่าทดสอบสถิติที่ (One sample t -test) ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 16 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับ

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

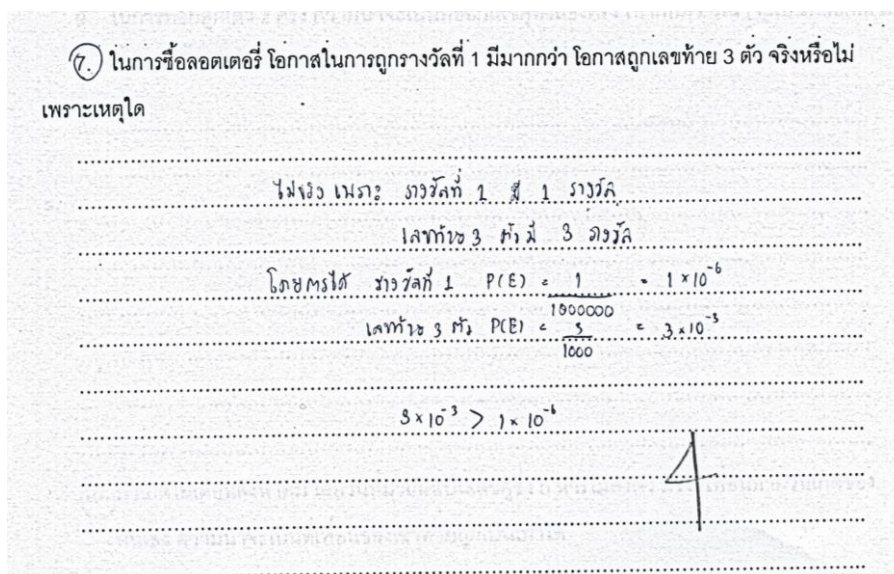
การทดสอบ	n	μ (ร้อยละ 70)	\bar{x} (คะแนนเต็ม 20)	s	t	p
คะแนนความสามารถใน การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์	37	14	14.76	2.42	1.902 *	.033

* $p < .05$

จากตารางพบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็นมีค่าเท่ากับ 14.76 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.42 โดยหลังจากการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนสูงเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ดังนี้

3.1 นักเรียนที่ได้ 4 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 32.82 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ ดังภาพที่ 38



ภาพที่ 36 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 4 คะแนน

3.2 นักเรียนที่ได้ 3 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 36.41 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ ดังภาพที่ 39

7. ในการซื้อลอตเตอรี่ โอกาสในการถูกรางวัลที่ 1 มีมากกว่า โอกาสถูกเลขท้าย 3 ตัว จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ใช้สูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$ เพราะ ตราวิธีทบทวนโอกาส

รางวัลที่ 1 = $\frac{1}{1,000,000}$

เลขท้าย 3 ตัว = $\frac{3}{1000}$

3

ภาพที่ 37 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 คะแนน

3.3 นักเรียนที่ได้ 2 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 22.56 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ ดังภาพที่ 40

7. ในการซื้อลอตเตอรี่ โอกาสในการถูกรางวัลที่ 1 มีมากกว่า โอกาสถูกเลขท้าย 3 ตัว จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

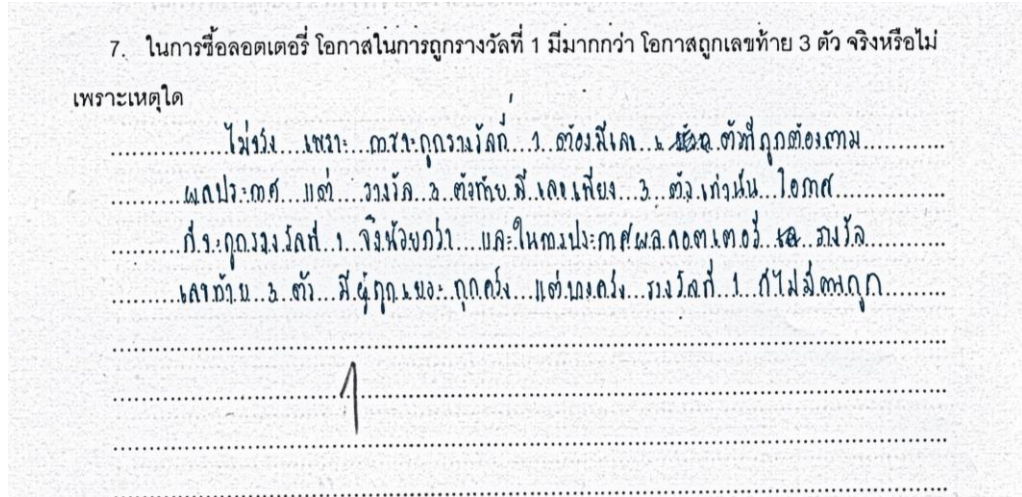
จากสูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

ไม่จริง เพราะ 1. เลขท้าย 3 ตัว มีโอกาสมากกว่ารางวัลที่ 1
2. เลขรางวัลที่ 1 มีเลข 0 และ 1000000

2

ภาพที่ 38 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 คะแนน

3.4 นักเรียนที่ได้ 1 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 8.21 โดยนักเรียนกลุ่มนี้ ดังภาพที่ 41



ภาพที่ 39 ตัวอย่างข้อสอบที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 1 คะแนน

3.5 ไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น 2) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70 และ 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 กับเกณฑ์ ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 37 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น มีค่าความเชื่อมั่น .85 3) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความน่าจะเป็น มีค่าความเชื่อมั่น .81 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t-test for One Sample)

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สามารถสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัยที่ได้จากการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีผลการวิจัย เป็น 3 ประเด็น ดังนี้

1. นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น โดยจากผลการศึกษากิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 วงจรที่ 1-4 พบว่า

ในวงจรที่ 1 ผู้วิจัยได้นำแผนการเรียนรู้ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/5 และพบปัญหา คือ เวลาในการที่ให้นักเรียนสรุปความรู้ หรือมโนทัศน์ ค่อนข้างน้อย (5 นาที) และนักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้สอนจึงมีการปรับเพิ่มเวลาในการที่ให้นักเรียนสรุปความรู้ หรือมโนทัศน์มากขึ้น และมีการเพิ่มจำนวนข้อของสถานการณ์ที่ให้นักเรียนได้แก้ไขในชั้นขยายความรู้ เพื่อฝึกฝนการเขียนเพื่อแสดงความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่า จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 1 พบว่า เวลาในการจดบันทึกตัวอย่างของนักเรียนทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างล่าช้า และส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้สถานการณ์ในชั้นขยายความรู้ได้ทัน ส่งผลทำให้ความสามารถในการเขียนให้เหตุผลของนักเรียนไม่สมบูรณ์ ครูจำเป็นต้องแนะแนวทางอยู่ตลอด เพื่อให้ทันเวลา จากข้อมูลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีแนวทางปรับแก้ไขโดยการ มีใบกิจกรรม เพื่อลดเวลาในการจดบันทึก และเพิ่มเวลาในการสรุปองค์ความรู้ของนักเรียน และแบบฝึกหัด เพื่อเวลาในการฝึกความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน

ในวงจรที่ 2 ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบวงกลม ซึ่งประกอบไปด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-5 กับกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยได้นำแผนที่ปรับปรุงไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 ซึ่งเป็นห้องทดลอง โดยผู้วิจัยสามารถจัดการเรียนรู้ได้ตามแผนที่ทั้งหมด จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 2 พบว่า เวลาที่ผู้สอนให้ในชั้นอภิปรายน้อยเกินไป (5 นาที) ทำให้นักเรียนไม่สามารถเข้าใจสถานการณ์ได้อย่างละเอียดผู้วิจัยจึงมีแนวทางในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้โดยเพิ่มช่วงเวลาในชั้นอภิปราย (10 นาที)

วงจรที่ 3 ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่องการจัดหมู่ ซึ่งประกอบไปด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6-7 กับกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนจากแนวทางปรับแก้ไขในวงจรที่ 2 และ

นำแผนที่ปรับปรุงไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 ซึ่งเป็นห้องทดลอง โดยผู้วิจัยสามารถจัดการเรียนรู้ได้ตามแผนที่แนบทั้งหมด จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรที่ 3 ไม่พบปัญหาใดในการจัดกิจกรรมในช่วงนี้

วงจรที่ 4 ผู้วิจัยดำเนินการสอน เรื่องการจัดหมู่ ซึ่งประกอบไปด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8-10 กับกลุ่มทดลอง โดยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรที่ 3 และผู้วิจัยสามารถจัดการเรียนรู้ได้ตามแผนที่แนบทั้งหมด จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ 3 ไม่พบปัญหาใดในการจัดกิจกรรมในช่วงนี้

จากวงจรที่ 1-4 นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการฝึกฝนอภิปัญญา ดังนั้นจึงมีความสอดคล้องกับ Moga (2012) ที่ได้ทำการศึกษาผลของการฝึกฝนอภิปัญญาที่มีต่อสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อห้องเรียนโดยทั่วไป พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์หลังการฝึกฝนอภิปัญญามากกว่า ก่อนฝึกฝนอภิปัญญา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้เนื่องจาก ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้ โดยผสมผสานการสะท้อนอภิปัญญาอยู่ตลอดการเรียนรู้ นั่นคือ ผู้สอนจะต้องหมั่นใช้คำถามกับนักเรียนว่า อะไรเป็นสิ่งที่นักเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนได้เขียนความเข้าใจของตนเองลงในสมุด แนะนำหรือช่วยให้นักเรียนได้วางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง (Marshall, 2008)

การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 เป็นการดัดแปลงรูปแบบหนึ่งของ รูปแบบการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ของ BSCS โดยที่มี E ทั้ง 4 ตัว คือ Engage (ขั้นสร้างความสนใจ), Explore (ขั้นสำรวจ), Explain (ขั้นอธิบาย), Extend (ขั้นขยายความรู้) (Tyminski, Haltwanger, Zambak, Horton & Hedetniemi 2013, p. 335) โดยมีรายละเอียดของ 4E ดังนี้ ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือเรื่องที่สนใจ ซึ่งอาจเกิดขึ้นเองจากความสงสัย หรืออาจเริ่มความสนใจของตัวนักเรียนเองหรือเกิดจากการอภิปรายในกลุ่ม เรื่องที่น่าสนใจอาจมาจากเหตุการณ์ที่กำลัง

เกิดขึ้นอยู่ในช่วงเวลานั้น หรือเป็นเรื่องที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่เพิ่งเรียนรู้มาแล้ว เป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนสร้างคำถามกำหนดประเด็นที่จะศึกษา ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เมื่อทำความเข้าใจในประเด็นหรือคำถามที่สนใจจะศึกษาอย่างถ่องแท้แล้ว ก็มีการวางแผน กำหนดแนวทางการสำรวจตรวจสอบ ตั้งสมมติฐาน กำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ ลงมือปฏิบัติ เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล ข้อเสนอแนะ หรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในขั้นต่อไป ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain) เมื่อได้ข้อมูลอย่างเพียงพอจากการสำรวจตรวจสอบแล้ว จึงนำข้อมูล ข้อเสนอแนะที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผลและนำเสนอผลที่ได้ในรูปแบบต่างๆ และขั้นขยายความรู้ (Extend) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมหรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติมหรือนำแบบจำลองหรือข้อสรุปที่ได้ไปใช้อธิบายสถานการณ์หรือเหตุการณ์อื่น ๆ ทำให้เกิดความรู้กว้างขวางขึ้นซึ่งตรงกับแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียนนั่นคือ ผู้เรียนจะเกิดมโนทัศน์ได้ดีเมื่อมีโอกาสได้ศึกษาด้วยตนเอง มีการชี้แนะให้เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ และจะมีความคงทนเมื่อมีโอกาสนำการเรียนรู้มโนทัศน์นั้นไปใช้ประโยชน์ (นวลจิตต์ เขากีร์ติพงษ์, 2537, หน้า 59) โดยในแต่ละขั้นจะมีการประเมินระหว่างเรียน และสะท้อนอภิปรายอยู่ตลอดการจัดการเรียนรู้ โดยสอดคล้องกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งควรดำเนินการประเมินการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่อง ในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน นอกจากนี้ ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนเพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 22) และ สอดคล้องกับงานวิจัยของ สิริวิศม์ ผลขวัญโชติกา (2554) ที่พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนโดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้ โดยผสมผสานการสะท้อนอภิปรายอยู่ตลอด การเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง (Marshall, 2008) โดยสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 119-120) ซึ่งได้กล่าวว่าเป็นปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล คือผู้สอน

โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน โดยสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำได้ด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์ แสดงให้เห็นจริง ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงเหตุผล จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด ให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้เกิดการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนรู้ว่าผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยผู้สอนจะต้องประเมินวิงเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ และในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาพร้อมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิด และการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้ (ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 176-179)

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ผู้สอนควรตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด เน้นการให้ผู้เรียนหาเหตุผลจนค้นพบความรู้ โดยผสมผสานการสะท้อน อภิปรายอยู่ตลอดเวลา การเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจในมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้สอนควรจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ผู้สอนจะต้องตัดสินใจว่าบทเรียนที่ให้นั้นควรให้ความสำคัญในการกระตุ้นมากน้อยเพียงใด ยกตัวอย่างเช่น ถ้าบทเรียนนั้น ๆ มีการกระตุ้นอยู่โดยธรรมชาติ ครูควรที่จะให้เวลากับการพิจารณาการแสดงความรู้เดิมหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัย

2.1 ควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ มาประยุกต์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งผลให้นักเรียนมีการพัฒนาทักษะด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา

2.2 ควรมีการศึกษากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กุศลสิน มุสิกกุล. (2550). การเรียนการสอนโดยใช้ scientific inquiry. *นิตยสาร สสวท.* 35(149), 36.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2545). *การคิดเชิงมโนทัศน์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ชัดเชดสมิเดี่ย.
- โกวิท ปรวาลพฤกษ์ และสมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์. (2523). *การประเมินในชั้นเรียน* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2552). *80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์ อินเทอร์เน็ตคอร์ปอเรชั่น.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2553). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย* (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์ อินเทอร์เน็ตคอร์ปอเรชั่น.
- ทิวดี มณีโชติ. (2549). การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน (พิมพ์ครั้งที่ 1). นนทบุรี: สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- ธัญญรัตน์ แก้วศรีงาม. (2554). *ผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2 ที่มีต่อมโนทัศน์เรื่อง แสงและการมองเห็น และทักษะการแปลความหมายข้อมูลและลงข้อสรุปของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาการศึกษาวิทยาศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นวลจิตต์ เขาวงกตพิงศ์. (2537). ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการเรียนการสอน. *สารพัฒนาหลักสูตร.* 14(119), 55-60.
- นันทจักร วงษ์ปัญญา. (2555). เราจะวัด Metacognition ได้อย่างไร. *นิตยสาร สสวท.* 40(178), 14-16
- นาดยา ปิลันธนานนท์. (2542). *การเรียนรู้ความคิดรวบยอด* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: แม็ค.
- พจนีย์ เถิงจ่าง. (2558, 8 ตุลาคม). สัมภาษณ์.
- พรทิพย์ ไชยใส. (2544). การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมการรู้จักควบคุมตนเองในการเรียนของนิสิตระดับปริญญาตรี โดยใช้กระบวนการประเมินผลระหว่างเรียน. *วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์* (พิมพ์ครั้งที่ 1), 16(3), 65-79.

- พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง. (2548). *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2533). *การประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2544). *การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- พีชาณิกา เพชรสังข์. (2557). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พีรพัฒน์ สามีญ. (2558, 9 ตุลาคม). สัมภาษณ์
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วนิช สุธาร์ตนี. (2547). *ความคิดและความคิดสร้างสรรค์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น
- วัชรวิภา เล่าเรียนดี. (2553). *รูปแบบและกลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 5). นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2541). *การจัดการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : ดันอ้อ.
- วิชัย เสวกงาม. (2557). *ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในศตวรรษที่ 21*. *วารสารครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย*, 42(2), 207-223.
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2546). *สรุปรายงานวิจัย การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก <http://research.ipst.ac.th/?p=238>
- เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครุคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์สนิทวงศ์การพิมพ์.

- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศิริวรรณ พิริยะสุรวงศ์. (2554). เอกสารประกอบการสอนวิชาการฝึกทักษะการจัดการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 1). มปท.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผล วิทยาศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *การวัดผลประเมินผล คณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3- คิว มีเดีย.
- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). *รายงานประจำปี 2557*. เข้าถึงได้จาก http://www.niets.or.th/uploads/content_pdf/pdf_1438068312.pdf
- สมนึก ภัททิยธนี. (2543). การสอนให้เกิด Concept และการเขียนข้อสอบวัด Concept. *วารสาร การวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*, 6, 37-46.
- สมบัติ การจนารักษ์, บุญเจือ ดิษฐไชยวงศ์ และมานิก สว่างเพ็ชร. (2549). *เทคนิคการจัด กิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5E ที่เน้นพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง: กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ธารอักษร.
- สมศักดิ์ ลินธุระเวชญ์. (2540). *เอกสารทางวิชาการ การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- สิริพร ทิพย์คง. (2542). *งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). มปท.
- สิริรัศมี ผลขวัญโชติกา. (2554) *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ การเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.*
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. (2545). *วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิด*. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2546). *ครบเครื่องเรื่องการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

- อัมพร ม้าคอง. (2552). รายงานการวิจัยเรื่องการพัฒนาโมเดลนวัตกรรมโน้ตบุ๊กทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุษาวดี จันทรสณี. (2556). สารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 6 -10 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- BSCS. (2006) *The BSCS 5E instructional model: origins, effectiveness, and applications*. เข้าถึงได้จาก http://www.bsos.org/sites/default/files/_legacy/BSCS_5E_Instructional_Model-Executive_Summary_0.pdf
- Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of teaching secondary school mathematics*, Boston: Houghton Mifflin.
- De Cecco, J. P. (1986). *The psychology of learning and instruction: educational psychology*. Englewood: Prentice-Hall.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of education* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill.
- Joyce, W. & Calhoun. (1992). *Model of Teaching* (8th ed.) New York: Pearson.
- Marshall, J. C. (2008). *Succeeding with Inquiry in Science and Math Classrooms* (1st ed.) Alexandria, Egypt: Ascd.
- Marshall, J., Horton, C., & Smart. (2008). *4E×2 Instructional Model: Uniting Three Learning Constructs to Improve Praxis in Science and Mathematics Classrooms*. Research paper presented at Association of Science Teacher Education (ASTE) international conference. St. Louis, MO.
- Moga, A. (2012), *Metacognitive Training Effects on Students Mathematical Performance from Inclusive Classrooms*. Doctoral dissertation, Psychology and Educational Science, Babeş-Bolyai University.

Tyminski, H., Zambak, H. & Hedetniemi. (2013). Developing inquiry practices in middle grades mathematics teachers: Examining the introduction of technology. *Contemporary Issues in technology and teacher Education*, 13(4), 325-359.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.พงศธร มหาวิจิตร
สอน
ภาควิชาการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
อาจารย์ประจำสาขาวิชาหลักสูตรและการ
2. ดร.รัชนีกร ชลไชยะ
อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นายเกียรติศักดิ์ มั่นจิตร
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์
จังหวัดฉะเชิงเทรา
4. นางสาวพจณี เกิงจ่าง
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”
มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี
5. นายศุภงค์ ศรีศาลา
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 2310
มหาวิทยาลัยบูรพา

ต. แสนสุข

คณะศึกษาศาสตร์

169 ถ. ลงหาดบางแสน

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

1 ธันวาคม 2558

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร. พงศธร มหาวิจิตร

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำาโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวชลกานต์ ชมภู นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในกรณีนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้ว เห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ)

เชษฐัฐ ศิริสวัสดิ์

(ดร.เชษฐัฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 088-6361073

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 3944

มหาวิทยาลัยบูรพา

ต. แส่นสุข

คณะศึกษาศาสตร์

169 ถ. ลงหาดบางแสน

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

1 ธันวาคม 2558

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร. รัชนิกร ชลไชยะ

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำร้องขอวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวชลกานต์ ชมภู นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมกร ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้ว เห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ)

เชษฐัฐ ศิริสวัสดิ์

(ดร.เชษฐัฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 088-6361073

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 2310
มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะศึกษาศาสตร์

169 ถ. ลาดยาวบางแสน

ต. แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

1 ธันวาคม 2558

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายเกียรติศักดิ์ มั่นจิตร

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำร้องขอวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวชลกานต์ ชมภู นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมกร ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้ว เห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ)

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 088-6361073

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 3944
มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะศึกษาศาสตร์

169 ถ. ลงหาดบางแสน

ต. แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

1 ธันวาคม 2558

เรื่อง ขอลงความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวพจนีย์ เถิงจ่าง

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวชลกานต์ ชมภู นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้ว เห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ลงชื่อ) เชษฐัฐ ศิริสวัสดิ์
(ดร.เชษฐัฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 088-6361073

(สำเนา)

ที่ ศธ 6621/ว. 2310
มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะศึกษาศาสตร์

169 ถ. ลาดยาวบางแสน

ต. แสนสุข

อ. เมือง จ. ชลบุรี 20131

1 ธันวาคม 2558

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายศุภงค์ ศรีศาลา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน 1 ชุด

ด้วยนางสาวชลกานต์ ชมภู นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรม โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4×2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมกร ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้ว เห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ
(ลงชื่อ) **เชษฐ ศิริสวัสดิ์**
(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ 0-3839-3486, 0-3810-2069

โทรสาร 0-3839-3485

ผู้วิจัย 088-6361073

ภาคผนวก ข

- แผนการจัดการเรียนรู้
- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 33232)

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558

หน่วยการเรียนรู้ความน่าจะเป็น เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้น

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

1. แก้ไขปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. ด้านความรู้ (K)

1.1 อธิบายเกี่ยวกับจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นได้

1.2 หาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับ

คราวละ n สิ่งได้

2. ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

2.1 ให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้หลักการคูณในการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n

สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคราวละ n สิ่งได้

3. คุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

3.1 มุ่งมั่นในการทำงาน

สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอดหลัก

กฎข้อ 1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างชนิดกันทั้งหมด n สิ่ง จำนวน

วิธีเรียงสับเปลี่ยน = $n(n-1)(n-2)\dots 3 \times 2 \times 1 = n!$

สาระการเรียนรู้

กฎการบวก การทำงานอย่างหนึ่งมีวิธีการทำงาน k วิธี วิธีที่ 1 มี n_1 วิธี วิธีที่ 2 มี n_2 วิธี

วิธีที่ k มี n_k วิธี วิธีการทำงานทั้งหมดเท่ากับ $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ วิธี

กฎการคูณ การทำงานอย่างหนึ่งมีขั้นตอนย่อย k ขั้นตอน ขั้นตอนย่อยที่ 1 มี n_1 วิธี

ขั้นตอนย่อยที่ 2 มี n_2 วิธี ขั้นตอนย่อยที่ k มี n_k วิธี วิธีการทำงานทั้งหมดเท่ากับ $n_1 n_2 \dots n_k$ วิธี

กฎข้อ 1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างชนิดกันทั้งหมด n สิ่ง จำนวนวิธี

เรียงสับเปลี่ยน = $n(n-1)(n-2)\dots 3 \times 2 \times 1 = n!$

ตัวอย่างที่ 1 มีคน 4 คน ต้องการให้ยืนเป็นแถวตรง มีวิธีทั้งหมดที่ใช้ในการจัดคนทั้งหมด ยืนเรียงเป็นแถวตรงได้ทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ	ตำแหน่งที่ 1 นำคนไปยืนได้	4 วิธี
	ตำแหน่งที่ 2 นำคนไปยืนได้	3 วิธี
	ตำแหน่งที่ 3 นำคนไปยืนได้	2 วิธี
	ตำแหน่งที่ 4 นำคนไปยืนได้	1 วิธี

ซึ่งในการเรียงมีความต่อเนื่องกัน จึงใช้กฎการคูณ

นั่นคือสามารถเรียงคน 4 คน ต้องการให้ยืนเป็นแถวตรง ได้ $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$ วิธี

ตัวอย่างที่ 2 มีตัวเลข 2, 5, 8 เมื่อนำมาเรียงกันเป็นจำนวนที่มี 3 หลัก โดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกันจะได้จำนวนต่างๆ ทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ	เราสามารถใช้กฎการนับเบื้องต้นได้ดังนี้
	นำเลขโดดไปแทนในหลักร้อยได้ 3 วิธี
	นำเลขโดดไปแทนในหลักสิบได้ 2 วิธี
	นำเลขโดดไปแทนในหลักหน่วยได้ 1 วิธี

ซึ่งในการเรียงเลขโดดทั้งสามนี้มีความต่อเนื่องกัน จึงใช้กฎการคูณ

นั่นคือสามารถเรียงเลขโดด 2, 5, 8 เป็นจำนวนที่มี 3 หลัก ได้ $3 \times 2 \times 1 = 3! = 6$ จำนวน

ตัวอย่างที่ 3 มีก้อนหินที่ต่างกัน 5 ก้อน ต้องการวางเป็นเส้นตรง มีวิธีทั้งหมดที่ใช้ในการจัดวางหินที่ต่างกันเป็นเส้นตรงได้ทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ	ตำแหน่งที่ 1 นำหินไปวางได้	5 วิธี
	ตำแหน่งที่ 2 นำหินไปวางได้	4 วิธี
	ตำแหน่งที่ 3 นำหินไปวางได้	3 วิธี
	ตำแหน่งที่ 4 นำหินไปวางได้	2 วิธี
	ตำแหน่งที่ 5 นำหินไปวางได้	1 วิธี

ซึ่งในการเรียงมีความต่อเนื่องกัน จึงใช้กฎการคูณ

นั่นคือสามารถวางหินที่ต่างกันเป็นเส้นตรงได้ $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$ วิธี

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นสร้างความสนใจ (Engage)

1. ผู้สอนทดสอบความรู้เดิมของผู้เรียน และ สร้างความสนใจโดยยกตัวอย่างที่ 1
2. การประเมินระหว่างเรียน: ผู้สอนให้นักเรียนทดสอบความรู้เดิมเกี่ยวกับกฎการบวก และกฎการคูณ เพื่อดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
3. ผู้สอนยกตัวอย่างที่ 1 บนกระดาน
ตัวอย่างที่ 1 มีคน 4 คน ต้องการให้ยืนเป็นแถวตรง มีวิธีทั้งหมดที่ใช้ในการจัดคนทั้งหมดยืนเรียงเป็นแถวตรงได้ทั้งหมดกี่จำนวน
พร้อมใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้
จากตัวอย่างที่กำหนดให้ นักเรียนจะใช้ความรู้ใดในการแก้สถานการณ์
4. การสะท้อนอภิปราย: นักเรียนจะเป็นผู้ระดมความคิด และเชื่อมโยงสถานการณ์ไปสู่ความรู้เดิม โดยนักเรียนจะเป็นผู้จัดบันทึก พร้อมตอบคำถามที่ผู้สอนถาม

ขั้นสำรวจ (Explore)

5. ผู้สอนให้นักเรียนพิจารณาโจทย์บนกระดาน พร้อมใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้
จากโจทย์ นักเรียนจะแก้ปัญหาดังกล่าวได้อย่างไร และขั้นตอนที่นักเรียนใช้ นักเรียนคิดว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด
6. การสะท้อนอภิปราย: นักเรียนร่วมกันระดมความคิดและอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนและความเหมาะสมของวิธีการ ที่จะใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว รวมถึงจัดบันทึกลงในสมุด
7. การประเมินระหว่างเรียน: ผู้สอนพิจารณาจากสมุดจัดบันทึกของนักเรียนว่าวิธีการที่นักเรียนใช้ และการให้เหตุผลของนักเรียน มีความเหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

ขั้นอธิบาย (Explain)

8. นักเรียนนำความรู้เดิม และวิธีการที่ได้อภิปรายร่วมกันมาเขียนแก้ปัญหาดังกล่าว พร้อมทั้งให้เขียนเหตุผลประกอบ
9. นักเรียนทำตัวอย่างที่ 2 และ 3 ลงในสมุด พร้อมให้เหตุผลประกอบ
10. ผู้สอนใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้
จากการทำตัวอย่างที่ 1, 2 และ 3 นักเรียนเห็นว่าลักษณะโจทย์มีความคล้ายกันหรือไม่ อย่างไรบ้าง รวมถึงวิธีการที่ใช้มีความคล้ายคลึงกันอย่างไร
11. การสะท้อนอภิปราย: นักเรียนร่วมกันอภิปราย และจัดบันทึกความคล้ายกันของตัวอย่างแต่ละข้อ และวิธีการที่ใช้ในแต่ละข้อ

12. ผู้สอนใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้

นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าถ้านำสิ่งของที่แตกต่างชนิดกันทั้งหมด n สิ่ง จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนจะหาอย่างไร เพราะเหตุใด

13. ผู้สอนและนักเรียนร่วมกันสรุปการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างชนิดกันทั้งหมด n สิ่ง

14. การประเมินระหว่างเรียน: ผู้สอนพิจารณาจากสมุดจดบันทึกของนักเรียน เพื่อดูความสามารถในการให้เหตุผลประกอบการสรุปความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างชนิดกันทั้งหมด n สิ่ง

ขั้นขยายความรู้ (Extend)

15. นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างชนิดกันทั้งหมด n สิ่ง

16. การสะท้อนอภิปราย: นักเรียนให้เหตุผลว่าจะนำความรู้ที่ได้ในขั้นอธิบายมาใช้ในการแก้โจทย์อย่างไร

17. การประเมินระหว่างเรียน: ผู้สอนประเมินจุดอ่อนในมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นอธิบายโดยพิจารณาจากการจดบันทึกของนักเรียนลงในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างชนิดกันทั้งหมด n สิ่ง

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
1. ด้านความรู้			
1.1. อธิบายเกี่ยวกับจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นได้	ตรวจสอบสมุดจดบันทึก	สมุดจดบันทึก	ทำถูกต้อง
1.2. หาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดเรียงอันดับครวละ n สิ่งได้	ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นของสิ่งของ ที่แตกต่างกันชนิดทั้งหมด n สิ่ง	ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นของสิ่งของที่ แตกต่างกัน ทั้งหมด n สิ่ง	ทำถูกต้อง
2. ด้านทักษะ/ กระบวนการ			
2.1. ให้เหตุผลเกี่ยวกับการใช้หลักการคูณในการหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับครวละ n สิ่งได้	ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ของสิ่งของที่แตกต่างกัน ทั้งหมด n สิ่ง	ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวิธี เรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ของสิ่งของที่แตกต่างกัน ชนิดทั้งหมด n สิ่ง	ระดับดี
3. ด้านพฤติกรรมอันพึงประสงค์			
มุ่งมั่นในการทำงาน	ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นของสิ่งของที่ แตกต่างกัน ทั้งหมด n สิ่ง	ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องวิธี เรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ของสิ่งของที่แตกต่างกัน ชนิดกันทั้งหมด n สิ่ง	ระดับพอใช้

บันทึกหลังการสอน (ผลการเรียนรู้, ปัญหาและอุปสรรค, ข้อเสนอแนะ/ แนวทางแก้ไข)

.....

(.....)

ผู้สอน

เกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 ดี	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือ ตอบคำถามไม่ถูกต้อง มีการอ้างอิงที่ถูกต้องทั้งหมด และมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 พอใช้	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องบางส่วน มีการเชื่อมโยงระหว่างความคิดของบุคคลกับข้อมูลเชิงปริมาณและไม่ระบุการอ้างอิง
1 ต้องปรับปรุง	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง หรือตอบคำถามถูกต้องบางส่วน การเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง
0 ไม่ผ่านเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจและไม่ระบุการอ้างอิง

เกณฑ์ในการพิจารณาคูณลักษณะอันพึงประสงค์

(ความมุ่งมั่น)

คะแนน/ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
2/ ระดับดี	จดบันทึกครบถ้วน อ่านง่าย เป็นระเบียบ
1/ ระดับพอใช้	จดบันทึกครบถ้วน
0/ ควรปรับปรุง	จดบันทึกไม่ครบถ้วน

ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคราวละ n สิ่ง

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ และให้เหตุผลในการแก้ไขสถานการณ์อย่างละเอียด

1. จะจัดหนังสือเรียน 5 เล่มที่ต่างกันและนิตยสาร 4 ฉบับที่ต่างกัน บนชั้นวางหนังสือได้ทั้งหมดกี่วิธี จากโจทย์ใช้ความรู้/ หลักการ/ กฎ/ สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

.....
และใช้อย่างไร.....
.....
.....
.....

วิธีทำ.....
.....
.....
.....

คำตอบคือ.....
.....

2. จะจัดผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 2 คนยืนสลับเป็นแถวตรงได้กี่วิธี

จากโจทย์ใช้ความรู้/ หลักการ/ กฎ/ สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

.....
และใช้อย่างไร.....
.....
.....
.....

วิธีทำ.....
.....
.....
.....

คำตอบคือ.....

3. จะจัดผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 2 คนยืนสลับเป็นแถวตรงได้กี่วิธี เมื่อกำหนดให้ผู้หญิงยืนติดกันเสมอ จากโจทย์ใช้ความรู้/ หลักการ/ กฎ/ สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

.....
และใช้อย่างไร.....

.....
.....
.....

วิธีทำ.....

.....
.....
.....

คำตอบคือ.....

1. จะจัดผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 2 คนยืนสลับเป็นแถวตรงได้กี่วิธี เมื่อกำหนดให้ผู้ชายยืนติดกันเสมอ จากโจทย์ใช้ความรู้/ หลักการ/ กฎ/ สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

.....
และใช้อย่างไร.....

.....
.....
.....

วิธีทำ.....

.....
.....
.....

คำตอบคือ.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคราวละ n สิ่ง

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ และให้เหตุผลในการแก้ไขสถานการณ์อย่างละเอียด

1. จะจัดหนังสือเรียน 5 เล่มที่ต่างกันและนิตยสาร 4 ฉบับที่ต่างกัน บนชั้นวางหนังสือได้ทั้งหมดกี่วิธี จากโจทย์ใช้ความรู้/หลักการ/กฎ/สูตรใดในการหาคำตอบ เพราะเหตุใด

วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคราวละ n สิ่ง

และใช้อย่างไร..... ให้ n แทนจำนวนหนังสือและนิตยสารทั้งหมด.....

$$\dots\dots\dots n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 \dots\dots\dots$$

วิธีทำ.....จำนวนหนังสือและนิตยสาร = $5+4=9$

$$\dots\dots\dots n! = 9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \dots\dots\dots$$

คำตอบคือ.....จะจัดได้ทั้งหมด 362,880 วิธี.....

2. จะจัดผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 2 คนยืนเป็นแถวตรงได้กี่วิธี

จากโจทย์ใช้ความรู้/หลักการ/กฎ/สูตรใดในการหาคำตอบ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคราวละ n สิ่ง

และใช้อย่างไร..... ให้ n แทนจำนวนผู้ชายและผู้หญิงทั้งหมด.....

$$\dots\dots\dots n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 \dots\dots\dots$$

วิธีทำ.....จำนวนผู้ชายและผู้หญิง = $5+2=7$

$$\dots\dots\dots n! = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \dots\dots\dots$$

คำตอบคือ.....จะยืนเป็นแถวตรงได้ 5,040 วิธี.....

3. จะจัดผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 2 คนยืนเป็นแถวตรงได้กี่วิธี เมื่อกำหนดให้ผู้หญิงยืนติดกันเสมอ จากโจทย์ใช้ความรู้/ หลักการ/ กฎ/ สูตรใดในการหาคำตอบ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคราวละ n สิ่ง

และใช้อย่างไร.....1. ให้ผู้หญิงยืนติดกันจะมองเป็น 1 กลุ่ม

.....2. นำจำนวนผู้ชายและผู้หญิง 1 กลุ่มมาสลับกัน (.ใช้ $n!$).....

.....3. นำผู้หญิง ในกลุ่มมาสลับกัน (.ใช้ $2!$).....

.....4. นำผลที่ได้จากข้อ 2 และ 3 มาคูณกัน (กฎการคูณ).....

..... $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

วิธีทำ..... สลับผู้ชายและผู้หญิง 1 กลุ่มได้ 6! วิธี.....

..... สลับผู้หญิงในกลุ่มได้ 2! วิธี.....

.....จำนวนวิธีทั้งหมด = $6! \times 2! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 288$ วิธี.....

คำตอบคือ.....จำนวนวิธีทั้งหมด = 288 วิธี.....

4. จะจัดผู้ชาย 5 คน และผู้หญิง 2 คนยืนสลับเป็นแถวตรงได้กี่วิธี เมื่อกำหนดให้ผู้ชายยืนติดกันเสมอ จากโจทย์ใช้ความรู้/ หลักการ/ กฎ/ สูตรใดในการหาคำตอบ

วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดนำมาจัดเรียงอันดับคราวละ n สิ่ง

และใช้อย่างไร.....1. ให้ผู้ชายยืนติดกันจะมองเป็น 1 กลุ่ม

.....2. นำจำนวนผู้หญิงและผู้ชาย 1 กลุ่มมาสลับกัน (.ใช้ $n!$).....

.....3. นำผู้ชาย ในกลุ่มมาสลับกัน (.ใช้ $5!$).....

.....4. นำผลที่ได้จากข้อ 2 และ 3 มาคูณกัน (กฎการคูณ).....

..... $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

วิธีทำ..... สลับผู้หญิงและผู้ชาย 1 กลุ่มได้ 3! วิธี.....

..... สลับผู้ชายในกลุ่มได้ 5! วิธี.....

.....จำนวนวิธีทั้งหมด = $3! \times 5! = 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ วิธี.....

คำตอบคือ.....จำนวนวิธีทั้งหมด = 720 วิธี.....

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เวลา 60 นาที
3. ให้นักเรียนตอบคำถามอย่างละเอียด เพราะมีผลต่อการให้คะแนน

เกณฑ์การพิจารณามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
2/ ถูกต้องสมบูรณ์	ตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบ คำถามนั้น อย่างครบถ้วน
1/ ถูกต้องบ้างบางส่วน	ตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบ คำถามนั้นไม่ครบถ้วน
0 / ไม่ถูกต้อง	ไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความน่าจะเป็น

1. จากปัญหาต่อไปนี้ “ถ้านำตัวอักษรคำว่า mother มาเรียงเป็นคำใหม่ที่ไม่ซ้ำกัน โดยไม่สนใจความหมาย จะได้จำนวนวิธีทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จากปัญหาต่อไปนี้ “บริษัทแห่งหนึ่ง มีการประกาศรับสมัครบุคลากรจำนวน 3 ตำแหน่ง คือ ผู้จัดการ รองผู้จัดการ และพนักงาน ตำแหน่งละหนึ่งคน โดยมีจำนวนผู้สมัครทั้งหมด 10 คน จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ผู้สมัครจะได้รับเลือก” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ทฤษฎีบท/กฎ/สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จากปัญหาต่อไปนี้ “ต้องการแบ่งคนงานจำนวน 11 คนไปทำงาน 3 งาน งานที่ 1 ต้องการคนงาน 2 คน งานที่ 2 ต้องการคนงาน 5 คน งานที่ 3 ต้องการคนงาน 4 คน จะมีวิธีในการจัดคนงานทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จากปัญหาต่อไปนี้ “มีคนทั้งหมด 8 คน นำมาขึ้นเป็นวงกลมจะมีจำนวนวิธีการจัดเรียงทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จากปัญหาต่อไปนี้ “นำดอกไม้ 4 ดอกที่ต่างกัน มาร้อยพวงมาลัยจะมีจำนวนวิธีการร้อยพวงมาลัยทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. จากปัญหาต่อไปนี้ “บริษัทแห่งหนึ่ง ต้องการเลือกคณะกรรมการบริษัทจำนวน 4 คน จากผู้สมัคร 7 คน จะมีวิธีการเลือกกรรมการทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. จากปัญหาต่อไปนี้อย่างไร “แบ่งขนม 6 ชิ้นออกเป็น 3 ชุด ชุดที่หนึ่งมี 3 ชิ้น ชุดที่สองมี 2 ชิ้น ชุดที่ 3 มี 1 ชิ้น จะมีวิธีแบ่งทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. จากปัญหาต่อไปนี้อย่างไร “กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลหมายเลข 1-15 อยู่ จงหาความน่าจะเป็นที่จับได้ลูกบอลที่มีเลข 5 หารลงตัว” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. จากปัญหาต่อไปนี้อย่างไร “ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม 1, 2, 4 ในครั้งแรก และ 2, 3, 5, 6 ในครั้งที่ 2” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. จากปัญหาต่อไปนี้ “โยนเหรียญสิบบาท 4 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ออกหัว
ทั้ง 4 ครั้ง” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้
เพราะเหตุใด อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความน่าจะเป็น

1. จากปัญหาต่อไปนี้นำตัวอักษรคำว่า mother มาเรียงเป็นคำใหม่ที่ไม่ซ้ำกัน โดยไม่สนใจความหมาย จะได้จำนวนวิธีทั้งหมดกี่วิธี นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ เพราะเหตุใด อย่างไร

ตอบ 2 คะแนน ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

แบบที่ 1 ใช้กฎการคูณ ในการเรียงดังกล่าวนั้นมีทั้งหมด 5 ตำแหน่ง โดยแต่ละตำแหน่งจะไม่ซ้ำกัน ซึ่งต้องพิจารณาให้ครบทุกตำแหน่งจึงจะจบงาน แสดงว่างานมีความต่อเนื่อง จึงใช้กฎการคูณ

แบบที่ 2 ใช้ความรู้(กฎ) เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันเนื่องจากตัวอักษรในคำว่า mother เป็นตัวอักษรที่มีความแตกต่างกันทั้งหมด ดังนั้นจึงใช้จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน คือ $n!$ วิธี

$$\text{โดยที่ } n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

n = จำนวนตัวอักษรทั้งหมด

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ครบถ้วน

ใช้ความรู้(กฎ) เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน คือ $n!$ วิธี เนื่องจากตัวอักษรในคำว่า mother เป็นตัวอักษรที่มีความแตกต่างกันทั้งหมด ดังนั้นจึงใช้จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน คือ $n!$ วิธี (ในกรณีนี้นักเรียนไม่มีการอธิบายว่า n คืออะไร และ $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

120วิธี (ในกรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

2. จากปัญหาต่อไปนี “บริษัทแห่งหนึ่ง มีการประกาศรับสมัครบุคลากรจำนวน 3 ตำแหน่ง คือ ผู้จัดการ รองผู้จัดการ และพนักงาน ตำแหน่งละหนึ่งคน โดยมีจำนวนผู้สมัครทั้งหมด 10 คน จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ผู้สมัครจะได้รับเลือก” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ทฤษฎีบท/กฎ/สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหา นี้ อย่างไร

ตอบ 2 คะแนน ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

แบบที่ 1 ใช้กฎการคูณ ในการเรียงดังกล่าวมีทั้งหมด 3 ตำแหน่ง โดยแต่ละตำแหน่งจะไม่ซ้ำกัน ซึ่งต้องพิจารณาให้ครบทุกตำแหน่งจึงจะจบงาน แสดงว่างานมีความต่อเนื่อง จึงใช้กฎการคูณ

แบบที่ 2 จากข้างต้นตำแหน่งแต่ละตำแหน่งมีความแตกต่างกัน และใช้คนไม่ครบ ดังนั้นใช้ความรู้(กฎ) เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ r สิ่งที่แตกต่างกัน ($r < n$)

โดยจำนวนการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ r สิ่งที่แตกต่างกัน ($r < n$) คือ

$$P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ วิธี}$$

เมื่อ $P_{n,r}$ = จำนวนการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ r สิ่งที่แตกต่างกัน ($r < n$)

ซึ่ง (P มาจากคำว่า Permutation)

n = จำนวนผู้สมัครทั้งหมด, r = จำนวนที่รับ

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ครบถ้วน

ใช้ความรู้(กฎ) เรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของ r สิ่งที่แตกต่างกัน ($r < n$) ($P_{n,r}$)

เนื่องจาก ตำแหน่งแต่ละตำแหน่งมีความแตกต่างกัน และใช้คนไม่ครบ $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

(กรณีนี้ นักเรียนไม่อธิบายตัวแปรที่ใช้แต่ละตัว)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

720 วิธี (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

3. จากปัญหาต่อไปนี้ “ต้องการแบ่งคนงานจำนวน 11 คนไปทำงาน 3 งาน งานที่ 1 ต้องการคนงาน 2 คน งานที่ 2 ต้องการคนงาน 5 คน งานที่ 3 ต้องการคนงาน 4 คน จะมีวิธีในการจัดคนงานทั้งหมดกี่วิธี “นักเรียนจะใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้
อย่างไร

ตอบ 2 คะแนน ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบ
คำถามนั้น อย่างครบถ้วน

ใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน เนื่องจาก เป็นการจัดคนงาน
ซึ่ง 1 คนทำงานได้ 1 อย่าง โดยในงานที่ 1 คนงานทำงานในลักษณะที่ไม่ต่างกัน งานที่ 2 คนงาน
ทำงานในลักษณะที่ไม่ต่างกัน และงานที่ 3 คนงานทำงานในลักษณะที่ไม่ต่างกัน

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน} = \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}$$

ให้ n แทนจำนวนคนงานทั้งหมด

n_1 แทน จำนวนคนงานที่ต้องการในงานที่ 1

n_2 แทน จำนวนคนงานที่ต้องการในงานที่ 2

n_3 แทน จำนวนคนงานที่ต้องการในงานที่ 3

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น
ไม่ครบถ้วน

ใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของที่มีบางสิ่งซ้ำกัน เนื่องจาก เป็นการจัดคนงาน
ซึ่ง 1 คนทำงานได้ 1 อย่าง โดยในงานที่ 1 คนงานทำงานในลักษณะที่ไม่ต่างกัน งานที่ 2 คนงาน
ทำงานในลักษณะที่ไม่ต่างกัน และงานที่ 3 คนงานทำงานในลักษณะที่ไม่ต่างกัน

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน} = \frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!}$$

(ในกรณีนี้ไม่มีการอธิบายตัวแปรแต่ละตัว)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

6,930 วิธี (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

4. จากปัญหาต่อไปนี้อย่างน้อย 8 คน นำมาเขียนเป็นวงกลมจะมีจำนวนวิธีการจัดเรียงทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ อย่างไร

ตอบ 2 คะแนน ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

ใช้การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันในแนววงกลม(พลิกไม่ได้) เนื่องจากคนแต่ละคนมีความแตกต่างกัน และเป็นการนำคนมาเขียนเป็นวงกลม ซึ่งจำนวนในการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันในแนววงกลมทำได้เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

ให้ n แทนจำนวนคนทั้งหมด

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ครบถ้วน

ใช้ $(n-1)!$ วิธี เนื่องจาก คนแต่ละคนมีความแตกต่างกัน และเป็นการนำคนมาเขียนเป็นวงกลม (ในกรณีนี้ ไม่มีการอธิบายตัวแปรแต่ละตัว)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

5040 วิธี (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

5. จากปัญหาต่อไปนี้อย่างน้อย 4 ดอกที่แตกต่างกัน มาร้อยพวงมาลัยจะมีจำนวนวิธีการร้อยพวงมาลัยทั้งหมดกี่วิธี”นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ทฤษฎีบท/กฎ/สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ อย่างไร

ตอบ 2 คะแนน ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

จากโจทย์การร้อยพวงมาลัยเป็นการนำดอกไม้มาร้อยเป็นวงกลมซึ่งสามารถพลิกได้ ดังนั้นจึงใช้การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันในแนววงกลม(พลิกได้)

จำนวนในการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันในแนววงกลม(พลิกได้) ทำได้เท่ากับ $\frac{(n-1)!}{2}$ วิธี ให้ n แทนจำนวนดอกไม้ทั้งหมด

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ครบถ้วน

ใช้ $\frac{(n-1)!}{2}$ เพราะ การร้อยพวงมาลัยเป็นการนำดอกไม้มาร้อยเป็นวงกลมซึ่งสามารถพลิกได้ (ในกรณีนี้ไม่มีการอธิบายความหมายของตัวแปรแต่ละตัว)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

2 วิธี (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

5. จากปัญหาต่อไปนี “บริษัทแห่งหนึ่ง ต้องการเลือกคณะกรรมการบริษัทจำนวน 4 คน จากผู้สมัคร 7 คน จะมีวิธีการเลือกกรรมการทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหา นี้ อย่างไร

ตอบ **2 คะแนน** ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

จากข้างต้น กรรมการทุกคนมีความเสมอภาคกัน ดังนั้นการเลือกของบริษัทเป็นการจัดหมู่ โดยจำนวนวิธีจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันและนำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง ($r < n$) ใช้สัญลักษณ์

$$\binom{n}{r}, C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \text{ วิธี}$$

ให้ n แทน จำนวนผู้สมัครทั้งหมด, r แทนจำนวนตำแหน่งที่ต้องการ

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ครบถ้วน

ใช้ $\binom{n}{r}, C_{n,r}$ เพราะกรรมการทุกคนมีความเสมอภาคกันจึงถือว่าเป็นการจัดหมู่

(ในกรณีนี้ ไม่มีการแสดงว่า $\binom{n}{r}, C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ และ ไม่มีการอธิบายตัวแปร)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

35วิธี (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

6. จากปัญหาต่อไปนี “แบ่งขนม 6 ชิ้นออกเป็น 3 ชุด ชุดที่หนึ่งมี 3 ชิ้น ชุดที่สองมี 2 ชิ้น ชุดที่ 3 มี 1 ชิ้น จะมีวิธีแบ่งทั้งหมดกี่วิธี” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหา นี้ อย่างไร

ตอบ **2 คะแนน** ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

จากโจทย์พบว่าจะต้องแบ่งขนมออกเป็นชุด โดยแต่ละชุดไม่เท่ากัน ดังนั้นใช้การแบ่งสิ่งของที่แตกต่างกันออกเป็น k กลุ่ม กลุ่มละ n_1, n_2, \dots, n_k สิ่งโดยแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน ซึ่งจะแบ่งได้ $\frac{n!}{(n_1!n_2!n_3! \dots n_k!)}$ วิธี

ให้ n แทนจำนวนขนมทั้งหมด

n_1 แทน จำนวนขนมชนิดที่ 1

n_2 แทน จำนวนขนมชนิดที่ 2

n_3 แทน จำนวนขนมชนิดที่ 3

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ครบถ้วน

ใช้ $\frac{n!}{(n_1!n_2!n_3!\dots n_k!)}$ เพราะว่า จะต้องแบ่งขนมออกเป็นชุด โดยแต่ละชุดไม่เท่ากัน

(ในกรณีนี้ ไม่มีการอธิบายตัวแปรแต่ละตัว)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

60 วิธี (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

6. จากปัญหาต่อไปนี “กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลหมายเลข 1-15 อยู่ จงหาความน่าจะเป็นที่จับได้ลูกบอลที่มีเลข 5 หารลงตัว” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ อย่างไร

ตอบ **2 คะแนน** ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

ในขั้นตอนแรกต้องหาเหตุการณ์ที่ลูกบอลหารด้วยเลข 5 ลงตัว ในขั้นตอนต่อมาต้องหาเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการจับลูกบอล 1 ลูกจากลูกบอลทั้งหมด โดยในการหาความน่าจะเป็น เรายำจำนวนของเหตุการณ์ที่สนใจมาหารด้วยจำนวนของเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นดังนี้

ความน่าจะเป็นคือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(E)$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

โดยที่ $n(E)$ แทนจำนวนเหตุการณ์ที่ลูกบอลหารด้วยเลข 5 ลงตัว

$n(S)$ แทนเหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการจับลูกบอล 1 ลูกจากลูกบอลทั้งหมด

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ครบถ้วน

เนื่องจากโจทย์หาความน่าจะเป็น โดยความน่าจะเป็นคือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(E)$

$$\text{ซึ่ง } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} \text{ (โดยในกรณีนี้ไม่มีการอธิบายความหมายและการได้มาของตัวแปรแต่ละตัว)}$$

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

$$\frac{1}{5} \text{ (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)}$$

7. จากปัญหาต่อไปนี “ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม 1, 2, 4 ในครั้งแรก และ 2, 3, 5, 6 ในครั้งที่ 2” นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ อย่างไร

ตอบ **2 คะแนน** ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น อย่างครบถ้วน

จากข้างต้น เหตุการณ์เชื่อมด้วยคำว่าและ เราจะได้ว่าเราต้องหา $P(A \cap B)$ จากความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข คือ ความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ B จะเกิดขึ้นเมื่อ เหตุการณ์ A เกิดขึ้นแล้ว และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(B|A)$ โดยที่ $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$P(B|A)$ แทนความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม 2, 3, 5, 6 ในครั้งที่ 2 เมื่อขึ้น 1, 2, 4 ในครั้งแรก

$P(B \cap A)$ แทน ความน่าจะเป็นที่จะขึ้นแต้ม 1, 2, 4 ในครั้งแรก และ 2, 3, 5, 6 ในครั้งที่ 2

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ครบถ้วน

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ เพราะมีเหตุการณ์ก่อนหลัง}$$

(ในกรณีนี้ไม่มีการอธิบายว่าหาตัวแปรใด และไม่มีการอธิบายตัวแปรแต่ละตัว)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

ให้ A เกิดก่อน B (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

8. จากปัญหาต่อไปนี้ “โยนเหรียญสิบบาท 4 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ออกหัวทั้ง 4 ครั้ง”
นักเรียนจะเลือกใช้ความรู้/ ทฤษฎีบท/ กฎ/ สูตร เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ อย่างไร

ตอบ 2 คะแนน ถ้าตอบคำถาม โดยอ้างอิง ทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบ
คำถามนั้น อย่างครบถ้วน

ในการโยนเหรียญสิบบาท เราจะพบว่า การโยนครั้งหนึ่งไม่ส่งผลต่อการโยนครั้งต่อไป
เหตุการณ์จึงมีความเป็นอิสระต่อกัน ซึ่ง

เหตุการณ์ A และ B เป็นอิสระต่อกันเมื่อ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ให้ P(A) แทนความน่าจะเป็นในการโยนเหรียญครั้งที่ 1

P(B) แทนความน่าจะเป็นในการโยนเหรียญครั้งที่ 2

P(C) แทนความน่าจะเป็นในการโยนเหรียญครั้งที่ 3

P(D) แทนความน่าจะเป็นในการโยนเหรียญครั้งที่ 4

$P(A \cap B \cap C \cap D) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot P(D)$

1 คะแนน ถ้าตอบคำถามโดยอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น
ไม่ครบถ้วน

ใช้ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ เพราะในการโยนเหรียญสิบบาท เราจะพบว่า การโยน
ครั้งหนึ่งไม่ส่งผลต่อการโยนครั้งต่อไป เหตุการณ์จึงมีความเป็นอิสระต่อกัน

(ในกรณีนี้ ไม่มีการอธิบายตัวแปรแต่ละตัว)

0 คะแนน ถ้าไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม

$\frac{1}{16}$ (กรณีนี้ นักเรียนไม่มีการอ้างอิงทฤษฎีบท/ กฎ หรือสูตร ในการตอบคำถาม)

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เวลา 60 นาที
3. ให้นักเรียนแสดงการให้เหตุผลอย่างละเอียด เพื่อให้เห็นแนวความคิดและขั้นตอนการคำนวณ เพราะมีผลต่อการให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงใช้ทฤษฎีหรือหลักความน่าจะเป็น และข้อมูลเชิงปริมาณ ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 ดี	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือ ตอบคำถามไม่ถูกต้อง มีการอ้างอิงที่ถูกต้องทั้งหมด และมีการแสดงข้อมูลเชิงปริมาณ แนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 พอใช้	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง หรือถูกต้องบางส่วน มีการเชื่อมโยงระหว่างความคิดของบุคคลกับข้อมูลเชิงปริมาณและไม่ระบุการอ้างอิง
1 ต้องปรับปรุง	ตอบคำถามไม่ถูกต้อง หรือตอบคำถามถูกต้องบางส่วน การเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจ และไม่ระบุการอ้างอิง
0 ไม่ผ่านเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจและไม่ระบุการอ้างอิง

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความน่าจะเป็น

1. มีคนอยู่จำนวนหนึ่ง ยืนเรียงกันเป็นเส้นตรงได้ 120 วิธี อยากทราบว่าเมื่อคนอยู่ทั้งหมด 5 คน จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. มีลูกบัตที่แตกต่างกันอยู่จำนวนหนึ่ง นำมาร้อยเป็นกำไรได้ 60 วิธี ถ้าแกะลูกบัตออกมาวางเป็นวงกลมบนโต๊ะจะมีจำนวนวิธีเปลี่ยนไปหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. มีจุดอยู่บนเส้นรอบวง 8 จุด ถ้าต้องการสร้างเส้นตรงเชื่อมแต่ละจุด จะมีเส้นตรงมากกว่า 40 เส้นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ในการซื้อลอตเตอรี่ โอกาสในการถูกรางวัลที่ 1 มีมากกว่า โอกาสถูกเลขท้าย 3 ตัวจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. มิวเกิดในเดือนสิงหาคม โดยวันที่มิวเกิดเป็นเลขคู่ซึ่ง 5 หารไม่ลงตัว มิวให้เพื่อนทายวันเกิดของตนเอง ความน่าจะเป็นที่เพื่อนของเขาทายถูกเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความน่าจะเป็น

1. มีคนอยู่จำนวนหนึ่ง ยืนเรียงกันเป็นแถวตรงได้ 120 วิธี อยากทราบว่ามีคนอยู่ทั้งหมด 5 คน จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ 4 คะแนน

มีคนอยู่ทั้งหมด 5 คน จริง เนื่องจาก

คน 5 คนยืนเรียงกันเป็นแถวตรงได้ $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ วิธี

(การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ต่างกัน n สิ่ง)

ดังนั้นมีคนอยู่ทั้งหมด 5 คน จริง

3 คะแนน

มีคนอยู่ n คน โดยที่ $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ต่างกัน n สิ่ง)

2 คะแนน

มีคนอยู่ n คน เมื่อ $n! = 120$

1 คะแนน

มีคนอยู่น้อยกว่า 150 คน เพราะมากกว่า 120

0 คะแนน

ไม่มีการตอบคำถาม

2. มีลูกบัตที่ต่างกันอยู่จำนวนหนึ่ง นำมาร้อยเป็นกำไลได้ 60 วิธี ถ้าแกะลูกบัตออกมาวางเป็นวงกลมบนโต๊ะจะมีจำนวนวิธีเปลี่ยนไปหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ 4 คะแนน

จะมีจำนวนวิธีเปลี่ยนไป เพราะ การที่ลูกบัตร้อยเป็นกำไลนั้น เป็นรูปแบบของการจัดเรียงแบบวงกลม (พลิกได้) ดังนั้น

$$\text{จำนวนวิธี คือ } \frac{(n-1)!}{2} = 60 \text{ นั่นคือ } n=5$$

การที่นำลูกบัตมาวางบนโต๊ะกลมเป็นรูปแบบของการจัดเรียงแบบวงกลม (พลิกไม่ได้) ดังนั้น จำนวนวิธี คือ $(n-1)! = 120$ นั่นคือ จำนวนวิธีมีการเปลี่ยนจาก 60 วิธี เป็น 120 วิธี

3 คะแนน

จะมีจำนวนวิธีเปลี่ยนไป เพราะการจัดเรียงแบบวงกลม (พลิกได้) มีจำนวนวิธี คือ 60 วิธี แต่ การจัดเรียงแบบวงกลม (พลิกไม่ได้) จำนวนวิธี คือ 120 มากกว่า 2 เท่า

2 คะแนน

จะมีจำนวนวิธีไม่เปลี่ยนไป เพราะจำนวนของลูกบัตยังคงเดิม จำนวนวิธีจึงเป็น 60 เท่าเดิม

1 คะแนน

จะมีจำนวนวิธีไม่เปลี่ยนไป เพราะทำได้ข้อมือกับวางบนโต๊ะไม่ต่างกัน

0 คะแนน

จะมีจำนวนวิธีไม่เปลี่ยนไป หรือไม่มีการตอบคำถาม

3. มีจุดอยู่บนเส้นรอบวง 8 จุด ถ้าต้องการสร้างเส้นตรงเชื่อมแต่ละจุด จะมีเส้นตรงมากกว่า 40 เส้นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ 4 คะแนน

ไม่จริง เพราะ ในการเชื่อมเส้นตรงแต่ละจุดบนเส้นรอบวง จะต้องเลือก ทุกๆ 2 จุด เพื่อสร้างเส้นตรง 1 เส้น

$$\text{จากข้างต้นมี 8 จุด จะมี เส้นตรงทั้งหมด } \binom{8}{2} = \frac{8!}{6!2!} = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \text{ เส้น}$$

(การจัดหมู่ของ n สิ่งที่แตกต่างกันและนำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง ($r < n$))

ดังนั้นมีเส้นตรง 28 เส้น ซึ่งไม่มากกว่า 40 เส้น

3 คะแนน

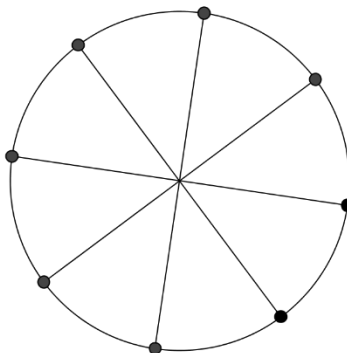
จริง เพราะ ในการเชื่อมเส้นตรงแต่ละจุดบนเส้นรอบวง จะต้องเลือก ทุกๆ 2 จุด เพื่อสร้างเส้นตรง 1 เส้น จากข้างต้นมี 8 จุด จะมี เส้นตรงทั้งหมด

$$\binom{8}{2} = \frac{8!}{6!2!} = \frac{8 \times 7 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 3,360 \text{ เส้น}$$

ดังนั้นจะมีเส้นตรงมากกว่า 40 เส้น

2 คะแนน

ไม่จริง เพราะ เมื่อวาดจุดบนวงกลม 8 จุด ดังรูปต่อไปนี้



ดังนั้นจะมีเส้นตรงที่เกิดขึ้นทั้งหมด 12 เส้น ดังรูป ซึ่งไม่มากกว่า 40 เส้น

1 คะแนน

ไม่จริง เพราะมีเส้นตรงเพียง 8 เส้น น้อยกว่า 40 เส้น เนื่องจากมี 8 จุด

0 คะแนน

จริง เพราะ จุด 8 จุดสามารถสร้างเส้นตรงได้มากมาย หรือ ไม่มีการตอบคำถาม

4. ในการซื้อลอตเตอรี่ โอกาสในการถูกรางวัลที่ 1 มีมากกว่า โอกาสถูกเลขท้าย 3 ตัว
จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ 4 คะแนน

ไม่จริง เพราะ

จำนวนวิธีในการเลือกซื้อลอตเตอรี่ มีทั้งหมด $10^6 = 1,000,000$ วิธี (กฎการคูณ)

โอกาสที่จะถูกรางวัลที่ 1 เป็น 1 ใน 1,000,000 หรือ 0.000001 (ความน่าจะเป็น)

จำนวนวิธีในการเลือกซื้อเลขท้าย 3 ตัว มี $10^3 = 1,000$ วิธี

โอกาสที่จะถูกเลขท้าย 3 ตัว คือ 1 ใน 1,000 หรือ 0.001 (ความน่าจะเป็น)

ดังนั้นโอกาสถูกรางวัลที่ 1 มีน้อยกว่าถูกเลขท้าย 3 ตัว

3 คะแนน

ไม่จริง เพราะ

โอกาสที่จะถูกรางวัลที่ 1 เป็น 1 ใน 1,000,000

โอกาสที่จะถูกเลขท้าย 3 ตัว คือ 1 ใน 1,000

ดังนั้นโอกาสในการถูกรางวัลที่ 1 มีน้อยกว่าถูกเลขท้าย 3 ตัว

2 คะแนน

รางวัลที่ 1 มี 1 รางวัลและต้องถูกทั้ง 6 ตัว ส่วนรางวัลเลขท้าย 3 ตัว มี 2 รางวัล โอกาสและพิจารณาเพียง 3 ตัว ดังนั้นโอกาสในการถูกรางวัลที่ 1 มีน้อยกว่าโอกาสในการถูกละท้าย 3 ตัว

1 คะแนน

ไม่จริง เพราะในการประกาศผลรางวัล รางวัลเลขท้าย 3 ตัวล่างมีผู้ถูกละทุกครั้ง แต่บางครั้งรางวัลที่ 1 ก็ไม่มีคนถูก

0 คะแนน

บอกไม่ได้ว่าจริงหรือไม่ หรือ ไม่มีการตอบคำถาม

5. มิวเกิดในเดือนสิงหาคม โดยวันที่มิวเกิดเป็นเลขคู่ซึ่ง 5 หารไม่ลงตัว มิวให้เพื่อนทายวันเกิดของตนเอง ความน่าจะเป็นที่เพื่อนของเขาทายถูกเป็นเท่าใด

ตอบ 4 คะแนน

ความน่าจะเป็นที่เพื่อนทายถูกคือ 0.08

เพราะ ในเดือนสิงหาคม มี 31 วัน วันที่เลข 5 หารลงตัว มี วันที่ 5, 10, 15, 20, 25, 30 ดังนั้นวันที่เลข 5 หารไม่ลงตัวและเป็นเลขคู่มี 12 วัน

โอกาสที่จะทายวันเกิดของมิวถูกคือ $\frac{1}{12} = 0.08$ (ความน่าจะเป็น)

3 คะแนน

ความน่าจะเป็นที่เพื่อนทายถูกคือ 0.04

เพราะ ในเดือนสิงหาคม มี 31 วัน วันที่เลข 5 หารลงตัว มี วันที่ 5, 10, 15, 20, 25, 30 ดังนั้นวันที่เลข 5 หารไม่ลงตัวมี $31 - 6 = 25$ วัน

โอกาสที่จะทายวันเกิดของมิวถูกคือ $\frac{1}{25} = 0.04$ (ความน่าจะเป็น)

2 คะแนน

วันที่เลข 5 หารไม่ลงตัวและเป็นเลขคู่มี 12 วัน ดังนั้น วันเกิดของมิวต้องอยู่ใน 12 วันนี้

1 คะแนน

มีโอกาสทายถูก คือ ถูก กับ ไม่ถูก นั่นคือ 1 ใน 2

0 คะแนน

ไม่มีการตอบคำถาม

ภาคผนวก ค

- ตารางแสดงการวิเคราะห์ความเหมาะสมและความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้
- ตารางแสดงการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบ
- ตารางแสดงการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r)

การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น
 ตารางที่ 17 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมจากผู้เชี่ยวชาญของแผนการจัดการเรียนรู้
 เรื่องความน่าจะเป็น

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					ค่า เฉลี่ย	S	ระดับความ เหมาะสม
	1	2	3	4	5			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	4	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	4	4	4	5	4.20	0.45	เหมาะสมมาก
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	4	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย						4.66	0.44	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	4	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.7	0.50	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 17 (ต่อ)

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					ค่า เฉลี่ย	S	ระดับความ เหมาะสม
	1	2	3	4	5			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งไม่แตกต่างกันทั้งหมด								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	5	4	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	4	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.76	0.39	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่ง เป็นวงกลม (พลิกไม่ได้)								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.82	0.37	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 17 (ต่อ)

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					ค่า เฉลี่ย	S	ระดับ ความเหมาะสม
	1	2	3	4	5			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 วิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งเป็นวงกลม (พลิกได้)								
ผลการเรียนรู้	2	5	5	5	4	4.20	1.30	เหมาะสมมาก
จุดประสงค์การเรียนรู้	2	5	5	5	5	4.40	1.34	เหมาะสมมาก
สาระสำคัญ	2	5	5	5	4	4.20	1.30	เหมาะสมมาก
สาระการเรียนรู้	2	5	5	5	5	4.40	1.34	เหมาะสมมาก
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	2	5	5	5	4	4.20	1.30	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	2	5	5	5	5	4.40	1.34	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	2	5	5	5	5	4.40	1.34	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	2	5	5	5	5	4.40	1.34	เหมาะสมมาก
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	2	4	5	5	5	4.20	1.30	เหมาะสมมาก
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	2	5	5	5	4	4.20	1.30	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย						4.3	1.32	เหมาะสมมาก
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 วิธีนำของสิ่งซึ่งแตกต่างกันและนำมาจัดหมู่คราวละ r สิ่ง ($r \leq n$)								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	4	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.62	0.53	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 17 (ต่อ)

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					ค่า เฉลี่ย	S	ระดับ ความเหมาะสม
	1	2	3	4	5			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 วิธีแบ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันออกเป็นกลุ่ม								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.0	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	4	4.80	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.0	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	5	5	5	5	4	4.80	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	5	5	5	5	5	5.0	0.0	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	5	5	5	5	5	5.0	0.0	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.0	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.0	เหมาะสมมากที่สุด
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.4	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.92	0.18	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 ความน่าจะเป็น								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.80	0.38	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 17 (ต่อ)

รายการประเมินแนวการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	ประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ					ค่า เฉลี่ย	S	ระดับ ความเหมาะสม
	1	2	3	4	5			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.84	0.32	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เหตุการณ์สองเหตุการณ์ใด ๆ ที่เป็นอิสระต่อกัน								
ผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
สาระสำคัญ	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจ	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบาย	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้	5	5	5	5	5	5.0	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.90	0.22	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางจะได้แผนการจัดการเรียนรู้ ที่มีค่าความเหมาะสมเฉลี่ยเท่ากับ 4.73 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเฉลี่ยเท่ากับ 0.46

**การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เพื่อหาดัชนีความสอดคล้องระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และข้อคำถาม**

ตารางที่ 18 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ระหว่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และข้อคำถาม

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					R	IOC ($\Sigma R/N$)
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	1	1	1	1	1	5	1.00
2	1	1	1	1	1	5	1.00
3	1	1	1	1	1	5	1.00
4	1	1	1	1	1	5	1.00
5	1	1	1	1	1	5	1.00
6	0	1	1	1	1	4	0.80
7	1	1	1	1	1	5	1.00
8	1	1	1	1	1	5	1.00
9	1	1	1	1	1	5	1.00
10	1	1	1	1	1	5	1.00
11	1	1	1	1	1	5	1.00
12	1	1	1	1	1	5	1.00
13	1	1	1	1	1	5	1.00
14	1	1	1	1	1	5	1.00
15	1	1	1	1	1	5	1.00
16	1	1	1	1	1	5	1.00
17	1	1	1	1	1	5	1.00
18	1	1	1	1	1	5	1.00
19	1	1	1	1	1	5	1.00
20	1	1	1	1	1	5	1.00

จากตารางได้ข้อสอบที่มีค่าความสอดคล้อง (IOC) ระหว่างแบบทดสอบกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ อยู่ระหว่าง 0.80-1.00

การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เพื่อหาดัชนีความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์ และข้อคำถาม

ตารางที่ 19 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ระหว่างจุดประสงค์ และข้อคำถาม

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					R	IOC ($\Sigma R/N$)
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	1	1	1	1	1	5	1.00
2	1	1	1	1	1	5	1.00
3	1	1	1	1	1	5	1.00
4	1	1	1	1	1	5	1.00
5	1	1	1	1	1	5	1.00
6	1	1	1	1	1	5	1.00
7	1	1	1	1	1	5	1.00
8	1	1	1	1	1	5	1.00
9	1	1	1	1	1	5	1.00
10	1	1	1	1	1	5	1.00

จากตารางได้ข้อสอบที่มีค่าความสอดคล้อง (IOC) ระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ 1.00 ทุกข้อ

การวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (D)
แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 20 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (D) แบบทดสอบ
วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่า p	ค่า D	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.19	0.72	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
2	0.25	0.69	ใช้ได้	คัดเลือก
3	0.50	0.56	ใช้ได้	คัดเลือก
4	0.38	0.44	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
5	0.69	0.66	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.75	0.63	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
7	0.50	0.75	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.19	0.41	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
9	0.50	0.63	ใช้ได้	คัดเลือก
10	0.50	0.63	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
11	0.25	0.31	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
12	0.69	0.59	ใช้ได้	คัดเลือก
13	0.69	0.66	ใช้ได้	คัดเลือก
14	0.75	0.63	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
15	0.50	0.56	ใช้ได้	คัดเลือก
16	0.44	0.41	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
17	0.75	0.50	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
18	0.50	0.63	ใช้ได้	คัดเลือก
19	0.13	0.31	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
20	0.31	0.59	ใช้ได้	คัดเลือก

จากตารางวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ .85

การวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (D)
แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 21 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (D) แบบทดสอบ
วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่า p	ค่า D	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.72	0.56	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.67	0.33	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.60	0.58	ใช้ได้	คัดเลือก
4	0.51	0.47	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
5	0.56	0.61	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.29	0.19	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
7	0.51	0.58	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.50	0.33	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
9	0.44	0.50	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
10	0.38	0.36	ใช้ได้	คัดเลือก

จากตารางวิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่น
ของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ .81

ภาคผนวก ง

- คะแนนความมั่นใจทัศนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนมั่นใจทัศนคติทางคณิตศาสตร์
- จำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละตามเกณฑ์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนนความมั่นใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ตารางที่ 22 คะแนนความมั่นใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x) (คะแนนเต็ม 20)
1	15
2	12
3	10
4	20
5	10
6	13
7	15
8	13
9	15
10	10
11	13
12	16
13	13
14	19
15	15
16	18
17	19
18	15
19	16
20	17
21	13
22	10
23	19

ตารางที่ 22 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x) (คะแนนเต็ม 20)
24	19
25	12
26	16
27	10
28	14
29	19
30	16
31	11
32	19
33	10
34	19
35	17
36	19
37	17
คะแนนเฉลี่ย	14.97

คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ตารางที่ 23 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x) (คะแนนเต็ม 20)
1	13
2	16
3	15
4	17
5	14
6	11
7	10
8	17
9	18
10	11
11	12
12	14
13	12
14	18
15	13
16	15
17	13
18	13
19	18
20	13
21	17
22	18
23	17

ตารางที่ 23 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน (x) (คะแนนเต็ม 20)
24	14
25	18
26	15
27	11
28	12
29	18
30	15
31	13
32	16
33	11
34	17
35	16
36	18
37	15
คะแนนเฉลี่ย	14.70

ภาคผนวก จ

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ห้มนักศึนทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบวัดมนักศึนทางคณิตศาสตร์
วิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ t แทน ค่าทดสอบที่

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์

S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

โดยที่ $df = n - 1$

ค่าสถิติทดสอบที่ (มนักศึนทางคณิตศาสตร์)

$$t = \frac{14.97 - 14}{\frac{3.26}{\sqrt{37}}} = 1.81$$

จากข้างต้น ค่าสถิติทดสอบที่ (One-tail) จากตารางที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05
 $df = 36$ มีค่าเท่ากับ 1.6883 จะได้ว่า คะแนนนักศึนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลัง
การจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญ
ที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ t แทน ค่าทดสอบที่

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์

S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

โดยที่ $df = n - 1$

ค่าสถิติทดสอบที่ (ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์)

$$t = \frac{14.70 - 14}{\frac{2.50}{\sqrt{37}}} = 1.70$$

จากข้างต้น ค่าสถิติทดสอบที่ (one-tail) จากตารางที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 $df = 36$ มีค่าเท่ากับ 1.6883 จะได้ว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05