

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ
เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์
ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

Boualy KEOVONGSA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
กรกฎาคม 2559
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

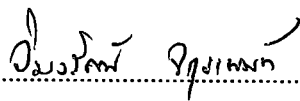
คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ Boualy Keovongsa ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



.....อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

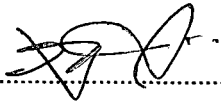
(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)



.....อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

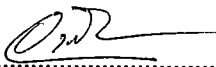
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิมลรัตน์ จตุรานนท์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



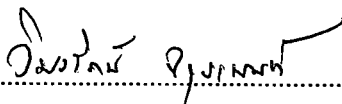
.....ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)



.....กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต)



.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิมลรัตน์ จตุรานนท์)



.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นาวาตรี ดร.พงศ์เทพ จิระโร)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ของมหาวิทยาลัยบูรพา



.....คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 21 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2559

การวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนและส่งเสริมการวิจัย ระดับบัณฑิตศึกษาจากสำนักงานความร่วมมือ
เพื่อการพัฒนาระหว่างประเทศ (สพร) ปีการศึกษา 2559

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิมลรัตน์ จตุรานนท์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดี เสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รุ่ง เจนจิต ประธานคณะกรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พงศ์เทพ จิระโร กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้ความรู้ ให้คำปรึกษา ตรวจสอบและชี้แนะในส่วนที่เป็นข้อบกพร่อง ทำให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น อีกทั้งความเมตตาจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สพลณภัทร์ ศรีแสนยงค์

ดร. คมสัน ศรีโพธิ์ อาจารย์ราชัย นาเจริญ Dr. Khamphoui KHAMDYPAPHAN และ Mr. Bounsoung PHENGYSOMBOUN ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบและให้คำแนะนำ ที่เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ ยังได้รับความอนุเคราะห์จากคณะกรรมการ ครูสอนวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2015-2016 โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ดอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีตลอดระยะเวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยของ สำนักงานความร่วมมือเพื่อการพัฒนา ระหว่างประเทศ (สพร) จึงขอขอบพระคุณ สำนักงานความร่วมมือเพื่อการพัฒนา ระหว่างประเทศมา ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อผิง คุณแม่แก้วจันทร์ ตลอดทั้งญาติพี่น้องที่ให้กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยด้วยความรักและปรารถนาดีเสมอมา ขอขอบคุณภรรยา นางจันแก้ว ธรรมะวงศรี และบุตรชายอโณทัยและอนุชัย แก้ววงศา ที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจด้วยดีเสมอมา รวมทั้งขอขอบคุณ คุณฤชามน ชนาเมธดิศกร คุณกนกวรรณ ภูทิม คุณจิรศักดิ์ ใจดี คุณทันฑิกา วงศ์เครือ Ms. Neng Sophana และน้อง ๆ สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ที่คอยให้ความช่วยเหลือด้วยดี เสมอมา

คุณค่าและคุณประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูคุณเวทิตาแก่ คุณพ่อผิงและคุณแม่แก้วจันทร์ รวมทั้งครูบาอาจารย์ ผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตถึงปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนครบเท่าทุกวันนี้

Boualy KEOVONGSA

57910243: สาขาวิชา: หลักสูตรและการสอน; กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน)

คำสำคัญ: การเรียนรู้แบบร่วมมือ/ STAD/ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

Boualy KEOVONGSA: ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

(MATHEMATICAL LEARNING ACHIEVEMENT, PROBLEM SOLVING ABILITY AND ATTITUDE TOWARDS MATHEMATICS LEARNING BY USING COOPERATIVE LEARNING STAD TECHNIQUE OF GRADE 8 STUDENTS IN VIENTIANE CAPITAL, LAO PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC.)

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: อาพันธ์ชนิต เจนจิต, กศ.ด., วิมลรัตน์ จตุรานนท์, ค.ด., 297 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติและเพื่อศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ ดอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ 4 ห้อง จำนวน 140 คน และใช้เป็นกลุ่มตัวอย่าง 2 ห้องเรียน จำนวน 68 คน โดยใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม ซึ่งนักเรียนทั้งสองห้องมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ก่อนเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้น จับฉลากห้องเรียนอีกครั้ง เพื่อจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยนักเรียนห้องม. 3/1 จำนวน 36 คน ใช้เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียน ห้องม. 3/2 จำนวน 32 คน ใช้เป็นกลุ่มควบคุม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหามathematics และแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าที

ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการและระบบอสมการของนักเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีความสามารถในการแก้ปัญหามathematics เรื่องระบบสมการและระบบอสมการของนักเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ (3) เจตคติที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD อยู่ในระดับมาก

57910243: MAJOR: CURRICULUM AND INSTRUCTION; M.Ed.

(CURRICULUM AND INSTRUCTION)

KEYWORDS: COOPERATIVE LEARNING/ STAD / MATHEMATICAL LEARNING ACHIEVEMENT/
MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY/ ATTITUDE TOWARD
MATHEMATICS LEARNING

BOUALY KEOVONGSA: MATHEMATICAL LEARNING ACHIEVEMENT, PROBLEM
SOLVING ABILITY AND ATTITUDE TOWARDS MATHEMATICS LEARNING BY USING
COOPERATIVE LEARNING STAD TECHNIQUE OF GRADE 8 STUDENTS IN VIENTIANE CAPITAL,
LAO PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC. ADVISORY COMMITTEE: APUNCHANIT JENJIT, Ed.D.,
WIMONRAT CHATURANON, Ph.D., 297 P. 2016.

The purposes of this research were to compare mathematical learning achievement and problem solving ability of grade 8 students in Vientiane capital, Lao people's democratic republic on simultaneous equation and one variable inequality system between students taught by cooperative learning, STAD technique and those taught by traditional approach; and to study students' attitude toward mathematics learning taught by cooperative learning, STAD technique. The population was four classrooms with 140 students of grade 8, in 2015 - 2016 academic year, first semester of Donnoun secondary school, Vientiane, Laos. Two classrooms consisted of 68 students were used as samples of the study. They were randomly drawn by cluster random sampling technique. The pre - test unveiled no statistically significant differences at .05 level between these 2 groups, both mathematical learning achievement and problem solving ability. The samples were then drawn and assigned to class 3/1 consisted of 36 students to an experiment group and class 3/2 with 32 students to a control group. Research tools consisted of lesson plans, a mathematical learning achievement test, a mathematical problem solving ability test and a questionnaire on attitude towards mathematics learning. The mean, standard deviation, and t - value were analyzed.

The results of research were:

1. Grade 8 students in Vientiane capital, Laos taught by cooperative learning, STAD technique achieved higher mathematical learning achievement on simultaneous equation and one variable inequality system than those student taught by traditional approach statistically significant at the level of .05.
2. Grade 8 students in Vientiane capital, Laos taught by cooperative learning, STAD technique achieved higher mathematical problem solving on simultaneous equation and one variable inequality system than those student taught by traditional approach statistically significant at the level of .05.
3. Attitude towards mathematics learning of grade 8 students in Vientiane capital, Laos taught by cooperative learning, STAD was at high level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
สารบัญ	ฉ
สารบัญตาราง	ฎ
สารบัญภาพ	ฏ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	6
สมมติฐานของการวิจัย	6
ประโยชน์ที่จะได้รับ	7
ขอบเขตของการวิจัย	7
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	7
ประชากร	7
กลุ่มตัวอย่าง	7
ระยะเวลาที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	8
ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย.....	8
กรอบแนวคิดในการวิจัย (Conceptual framework)	9
นิยามศัพท์เฉพาะ	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	14
หลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010	
ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว	14
จุดประสงค์.....	14
สาระการเรียนรู้.....	15
วิธีการจัดการเรียนรู้.....	19
สื่อการเรียนรู้	19

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การวัดและประเมินผล.....	19
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	20
แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.....	20
ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์.....	20
จุดมุ่งหมายในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	24
ทฤษฎีการเรียนรู้กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.....	27
จิตวิทยาการศึกษาในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	32
หลักการสอนคณิตศาสตร์.....	34
การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning).....	38
ความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือ.....	38
องค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือ.....	38
ผลดีของการเรียนรู้แบบร่วมมือ.....	40
ขั้นตอนของการเรียนรู้แบบร่วมมือ.....	41
ประเภทของกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ.....	43
เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ.....	44
การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD.....	48
ความหมายการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD.....	48
องค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD.....	48
ขั้นตอนการสอน (Schedule of activities).....	49
การจัดการเรียนรู้แบบปกติ.....	53
ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบปกติ.....	53
แผนจัดการเรียนรู้แบบปกติ.....	53
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	55
ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	55
องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	59

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	60
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	62
หลักในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบ	64
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	65
ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	65
ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์	69
ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	73
ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ	75
กระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	76
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	80
การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	82
องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	85
การจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	88
การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	90
เกณฑ์การประเมินความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	94
เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์.....	97
ความหมายของเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์	97
องค์ประกอบของเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์.....	97
การเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์	99
แนวทางการพัฒนาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์	100
การวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์	100
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	102
งานวิจัยในประเทศ	102
งานวิจัยต่างประเทศ	105
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	106
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	106

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ประชากร	106
กลุ่มตัวอย่าง.....	106
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	107
การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	107
แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	107
แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและ ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	114
แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	123
แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	131
แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์.....	134
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	136
รูปแบบการทดลอง	136
การวิเคราะห์ข้อมูล	137
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	138
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	142
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	143
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	149
สรุปผลการวิจัย.....	150
อภิปรายผลการวิจัย.....	150
ข้อเสนอแนะ.....	154
บรรณานุกรม	156
ภาคผนวก	164
ภาคผนวก ก.....	165
ภาคผนวก ข.....	170

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก ค.....	189
ภาคผนวก ง.....	193
ภาคผนวก จ.....	286
Biography.....	297

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1	16
2	41
3	94
4	95
5	96
6	108
7	115
8	124
9	132
10	134
11	143
12	143
13	144

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
14 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียน ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่ม ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ.....	145
15 แสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ.....	146
16 แสดงผลการศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัด การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD	147
17 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD แผนที่ 1	171
18 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD แผนที่ 2	172
19 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD แผนที่ 3	173
20 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ทั้ง 3 แผน	174
21 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบปกติแผนที่ 1	175
22 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบปกติแผนที่ 2	176
23 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบปกติแผนที่ 3	177
24 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบปกติแผนที่ 4	178
25 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัด การเรียนรู้แบบปกติแผนที่ 5	179

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
26 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติแผนที่ 6.....	180
27 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติทั้ง 6 แผน	181
28 ผลการวิเคราะห์และการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบจุดประสงค์การเรียนรู้และระดับพฤติกรรมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน	182
29 ผลการวิเคราะห์และการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบและจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน	185
30 ผลการวิเคราะห์และการประเมินความสอดคล้องระหว่างเจตคติต่อการเรียน คณิตศาสตร์ในแต่ละด้านกับข้อคำถามของแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน	186
31 การวิเคราะห์ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	190
32 การวิเคราะห์ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	192
33 คะแนนรวมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียน.....	287
34 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน	289
35 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	291
36 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มควบคุม.....	292
37 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง	294
38 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุม	295

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กรอบแนวคิดในการวิจัย	9
2	กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวม	77
3	การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	78

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ยุคปัจจุบันที่โลกมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วอย่างไม่เคยปรากฏมาก่อน ถ้าใครเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี คนนั้นจะได้เปรียบและมีทางเลือกมากและนำไปสู่ออนาคตที่สดใสได้เพราะฉะนั้น เด็กทุกคนจึงจำเป็นที่จะต้องได้รับโอกาสและการสนับสนุนอย่างเต็มที่เพื่อให้ได้เรียนและเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ (NCTM, 2000, p. 5) คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้การคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 1)

ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว เป็นประเทศกำลังพัฒนา รัฐบาลได้กำหนดให้การศึกษาเป็นใจกลางของการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ ในการขับเคลื่อนการพัฒนาเศรษฐกิจ และสังคมของประเทศในอนาคต ปัจจุบันการศึกษาขั้นพื้นฐานประกอบด้วย ระดับชั้นประถมศึกษาระยะเวลาเรียน 5 ปี เป็นการศึกษาภาคบังคับ สำหรับผู้ที่มีอายุตั้งแต่ 6 ปีขึ้นไป โดยมีความมุ่งหมายให้นักเรียนมีความรู้ทั่วไปทางด้านวิทยาศาสตร์ สังคม และมนุษยศาสตร์ มีความสามารถในการฟัง อ่าน พูด สังเกต ตั้งคำถาม การเขียนภาษาลาว และการคำนวณ รู้รักสุขภาพ รักความสะอาด รักสิ่งแวดล้อมและศิลปวัฒนธรรมลาว ส่วนภาษาต่างประเทศเริ่มเรียนตั้งแต่ระดับประถมศึกษาปีที่ 3 เป็นต้นไป และระดับชั้นมัธยมศึกษา ระยะเวลาเรียน 7 ปี แบ่งออกเป็นชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีระยะเวลาเรียน 4 ปี ซึ่งการศึกษาในชั้นนี้เน้นให้ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานด้านภาษาลาว วรรณคดี คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ธรรมชาติ-สังคม ระเบียบกฎหมาย สารสนเทศ ภาษาต่างประเทศ เทคนิคและวิชาชีพ และชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีระยะเวลาเรียน 3 ปี ซึ่งการศึกษาในชั้นนี้เน้นให้ผู้เรียนได้ขยายความรู้ต่อจากชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเน้นในบางรายวิชาเพื่อพัฒนาความรู้ความสามารถและศักยภาพของผู้เรียน (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา, 2008, หน้า 9-11)

สำหรับหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นปีคริสต์ศักราช 2010 ได้จัดรายวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในหมวดวิชาพื้นฐาน และมีการจัดการเรียนรู้ตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงปีที่ 4 โดยกำหนดคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นให้มีความรู้เกี่ยวกับวิธีการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ได้แก่ เลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิตและสถิติพื้นฐาน และเข้าใจภาษาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รวมทั้งการอ่านและการเขียน มีทักษะในการคำนวณเกี่ยวกับเศษส่วน เลขยกกำลัง รากที่สอง การแก้สมการและ อสมการ ระบบสมการ ระบบอสมการ และตรีโกณมิติ เขียนกราฟและอ่านกราฟของฟังก์ชันสมการเชิงเส้นและฟังก์ชันดีกรีสอง แก้ปัญหาพื้นฐานทางเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ นำเสนอข้อมูลด้วยกราฟและคำนวณค่าสถิติพื้นฐาน นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหาพื้นฐานทางวิทยาศาสตร์และปัญหาในชีวิตประจำวันต่าง ๆ สื่อสารและนำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างชำนาญวิเคราะห์ปัญหา แสดงวิธีทำและหาคำตอบอย่างเป็นระบบ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ นอกจากนี้ยังมุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสนใจ ชอบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ท้าทาย ต่อสติปัญญา และรู้คุณค่าของคณิตศาสตร์มีความเชื่อมั่นตนเอง รับฟังความคิดเห็นของคนอื่นอย่างมีเหตุผล มีความอดทน และ มีความคิดสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา, 2010, หน้า 18-19) ดังนั้น การที่หลักสูตรจะถูกปฏิบัติและบรรลุตามวัตถุประสงค์นั้น สิ่งที่เขาไม่ได้ก็คือ ผู้เรียนต้องสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พร้อมทั้งเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

เป้าหมายสำคัญในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือการพัฒนาขีดความสามารถในการแก้ปัญหาที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Booker, Bond, Sparrow & Swan, 2004 cited in Beswick & Muir, n.d, p. 561) ดังที่พบใน PISA 2012 ซึ่งจุดเน้น คือ การประเมินทักษะการแก้ปัญหา (Assessment of problem-solving skills) (OECD, 2014, p. 25) ดังนั้น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการหรือ วิธีการต่าง ๆ ที่ผู้เรียนนำมาผนวกกับความรู้ ความเข้าใจและทักษะการคิดคำนวณที่มีอยู่มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ เพื่อหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งปัญหาอาจเป็นปัญหาปกติ (Routine problem) หรือปัญหาไม่ปกติ (Non-routine problem) และโดยทั่วไปมี 4 ขั้นตอนคือ 1) การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) 2) การวางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan) 3) ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) และ 4) การตรวจสอบผล (Looking back) (Polya, 1957, p. 5-16)

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะประสบผลสำเร็จหรือล้มเหลวนั้นขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยทั้งในและนอกตัวผู้เรียน ณ ที่นี้เจตคติของผู้เรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยหนึ่งที่สำคัญเพราะเป็นความรู้สึกของนักเรียนที่จะตอบสนองต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในด้าน

ความพอใจหรือไม่พอใจ ความชอบหรือไม่ชอบ รวมทั้งการตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์และความพร้อมที่จะเรียนหรือแข่งขันทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2546, หน้า 169) เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์เกิดจากหลายปัจจัย อย่างเช่น ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน ปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับโรงเรียน ครูและการสอน และปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับสภาพแวดล้อมในครอบครัวและสังคม (Mohamed & Waheed, 2011, p. 278)

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ถึงแม้ว่ากระทรวงศึกษาธิการและกึ่งามีการปรับปรุงหลักสูตรและวิธีการเรียนการสอน มีการฝึกอบรมครูประจำการเกี่ยวกับการนำใช้หลักสูตร แบบเรียน คู่มือครู การนำใช้อุปกรณ์ แต่พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนยังต่ำมาก ดังปรากฏในผลการสอบระดับชาติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ในปีการศึกษา 2013-2014 ที่ผ่านมามีนักเรียนที่สอบได้ 5 คะแนนขึ้นไปทุกวิชา จากคะแนนเต็ม 10 ไม่ถึง 63.50 % สำหรับผลสอบวิชาคณิตศาสตร์พบว่ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่า 5 คะแนน จากคะแนนเต็ม 10 สูงสุดเป็นอันดับ 1 จากรายวิชาที่สอบทั้งหมด (Ministry of Education and Sports, Department of Secondary School, 2014) นอกจากนี้ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์และภาษาลาวชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในปีคริสต์ศักราช 2011 ระดับประเทศครั้งที่ 3 (National Assessment of Student Learning Outcome: ASLO III) โดยสถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา พบว่า ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำมาก เพราะนักเรียนที่ผ่านการประเมินทักษะระดับ 3 จากระดับสูงสุดคือระดับ 6 มีจำนวนไม่ถึง 23% และทำนองเดียวกัน จากผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ภาษาลาวและโลกรอบตัวเรา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในปีคริสต์ศักราช 2009 ระดับประเทศครั้งที่ 2 (National Assessment of Student Learning Outcome: ASLO II) ก็พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำมาก เช่นกัน (Ministry of Education and Sports, Research Institute for Educational Sciences, 2014, pp. 12-13) จากปัญหาดังกล่าวเป็นเหตุให้ทางกระทรวงศึกษาธิการและกีฬาได้มีการทบทวนหลักสูตร โดยเฉพาะด้านการจัดการเรียนการสอน ประกอบกับผลจากการสอบถามครูสอนคณิตศาสตร์ในการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ภาษาลาวและ โลกรอบตัวเรา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ดังกล่าวได้พบว่าครูคณิตศาสตร์มีการจัดการเรียนการสอนที่ไม่หลากหลาย ซึ่งครูส่วนมากยังยึดติดกับการสอนแบบยึดครูเป็นศูนย์กลาง คิดเป็น 72.38% โดยมีการสอนเป็นกลุ่มใหญ่หรือทั้งชั้นเรียน ใช้เทคนิคการถามตอบ และการอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาให้แก่ทั้งชั้นเรียน การเรียนการสอน

เน้นการท่องจำนักเรียนส่วนมากไม่มีส่วนร่วม และยังไม่ให้ความสำคัญถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลเท่าที่ควร ซึ่งปัญหาดังกล่าว ถ้าไม่ได้รับการแก้ไขแล้ว อาจส่งผลกระทบต่อการพัฒนาการศึกษา เศรษฐกิจ และสังคมของชาติในอนาคต (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา, 2010, หน้า 168)

จากการสำรวจสภาพการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดอนหनुน นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว พบว่ามีสภาพปัญหาที่สอดคล้องกับผลจากการสอบถามครูคณิตศาสตร์ ในการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ภาษาลาวและโลกรอบตัวเรา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ข้างต้น คือ โรงเรียนมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ไม่หลากหลาย ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนไม่ได้รับการพัฒนาได้เต็มตามศักยภาพ อันเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนการสอนไม่น่าสนใจ นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ น้อย และไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล กล่าวคือ นักเรียนเก่งที่มีจำนวนน้อยจะมีการแข่งขันทางการเรียนสูง ในขณะที่นักเรียนอ่อนที่มีจำนวนมากกลับไม่มีความกระตือรือร้นในการเรียนและ ไม่ได้รับการดูแลเอาใจใส่จากครูเท่าที่ควร จึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนไม่เป็นที่พอใจของครูและผู้บริหารดังปรากฏ สำหรับผลการสอบระดับชาติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2013-2014 พบว่ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนน 5 ขึ้นไปทุกวิชา จากคะแนนเต็ม 10 ไม่ถึง 35% (โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ดอนหनुน, 2014) ปัญหาดังกล่าว ถ้าไม่ได้รับการแก้ไขอย่างตรงประเด็น และในเวลาอันเร่งด่วนอาจส่งผลให้เกิดผลกระทบในเชิงลบทั้งทางตรงและทางอ้อมให้แก่ตัวนักเรียน ครู และผู้บริหารของโรงเรียนรวมทั้งการศึกษาของนครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

สมการ อสมการ ระบบสมการและอสมการเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ได้บรรจุเนื้อหา ดังกล่าวไว้ทั้งระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ 4 นอกจากนี้ ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย คริสต์ศักราช 2012 ยังได้บรรจุเนื้อหาเรื่องสมการ อสมการ ระบบสมการและระบบอสมการไว้ทั้งมัธยมศึกษาปีที่ 5, 6 และ 7 (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา, 2010 & 2012) จากการสัมภาษณ์ครูสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ดอนหनुนพบว่ากระบวนการจัดการเรียนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในช่วงระยะเวลาที่ผ่านมา ถึงแม้ว่ามีนักเรียนจำนวนหนึ่งสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปของความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ได้ แต่ยังคงมีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่สามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นโจทย์ปัญหา เพราะไม่สามารถเปลี่ยนประโยค

ภาษาที่โจทย์กำหนดให้เป็นประโยชน์สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผลการเรียนของนักเรียนต่ำ นักเรียนมีเจตคติไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเรื่องสมการและอสมการสาเหตุหนึ่งที่สำคัญที่ทำให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ คือกระบวนการเรียนการสอนไม่มีประสิทธิภาพ ครูผู้สอนขาดความรู้ หรือไม่ได้ปฏิบัติตามกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง หรือไม่เห็นความสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ นอกจากนี้ นักเรียนบางคนยังมีเจตคติทางลบต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษารูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning) เทคนิค STAD (Student team achievement division) (Slavin, 1995, pp. 5-6) เป็นเทคนิคที่จัดผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ที่มีความสามารถคละกัน มีเพศ และเชื้อชาติต่างกัน กระบวนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย ครูนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น จากนั้นนักเรียนภายในกลุ่มร่วมกันศึกษาข้อเท็จจริง ความคิดรอบยอด ตลอดถึงกระบวนการต่าง ๆ ที่ครูนำเสนอจนมั่นใจว่าทุกคนเข้าใจและมีความชำนาญในเรื่องนั้น จึงทำการทดสอบเป็นรายบุคคล ครูตรวจและนำคะแนนของแต่ละคนไปหาคะแนนพัฒนา โดยเทียบกับคะแนนฐานของแต่ละคน นำคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนไปหาคะแนนกลุ่ม กลุ่มใดได้คะแนนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้จะได้รับรางวัลเพื่อเป็นการชมเชยผลงานกลุ่ม ซึ่งขั้นตอนการสอน ประกอบด้วย 1) ชั้นสอน (Teach) ซึ่งครอบคลุมทั้ง การนำเข้าสู่บทเรียน (Opening) การพัฒนาความรู้ใหม่ (Development) และการชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided practice) 2) ชั้นฝึกปฏิบัติ (Team study) 3) ชั้นทดสอบ (Test) และ 4) ชั้นการรับรองผลงานกลุ่ม (Group recognition) (Slavin, 1995, pp. 75-80) เมื่อพิจารณางานวิจัยที่สลาบินนำเสนอ พบว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือในด้านหลักการจะช่วยส่งผลให้ ผลการเรียนของนักเรียนเพิ่มขึ้นได้ในทุกรายวิชา ซึ่งรูปแบบ STAD เป็นหนึ่งเทคนิคในการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ได้ถูกนำไปใช้ในการเรียนการสอนมากที่สุด (Slavin, 1995, pp. 19-24) สอดคล้องกับงานวิจัยของ Dat Tran, (2013); Majoka, Dad and Mahmood, (2010); และ Zakaria, Chin & Daud, (2010) โดยรวม ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนของนักเรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือเทคนิค STAD สูงกว่า ผลการเรียนของกลุ่มนักเรียน ที่จัดกิจกรรมการเรียน การสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเช่นเดียวกันกับคะแนนเจตคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ ยังมีงานวิจัยในประเทศไทย เช่น วิษณุรัตน์ ธิระธนบุตรศรี (2556) คำม่วน ลิดประเสียด (2556) ไมตรี พุทธจันทร์ (2555) รัตนา พรหมเวช (2555) มลฤดี สิงห์นุถูล (2555) รัตนา เนื่องโนราช (2554) ภาวิณี คำชารี (2551) และ สมจิตร หงส์ษา (2551) ผลการวิจัยโดยรวมพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผล

การเรียนรู้หรือมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาและใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD เพื่อเป็นเครื่องมือในการทำวิจัยครั้งนี้ โดยหวังว่าจะเป็นแนวทางในการพัฒนา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติ ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น นอกจากนี้ยังเป็นแนวทางพัฒนากระบวนการเรียน การสอนของครูคณิตศาสตร์ของระดับ โรงเรียนและระดับชาติต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวง เวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการ จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
3. เพื่อศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวง เวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD

สมมติฐานของการวิจัย

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและ ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ที่จะได้รับ

1. เป็นแนวทางให้ครูผู้สอนได้ทราบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD
2. เป็นแนวทางให้หน่วยงานที่เกี่ยวข้องและครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่าง ๆ ได้แนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

ขอบเขตของการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ของประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 (เดือนกันยายน พ.ศ. 2558 ถึงมกราคม พ.ศ. 2559) โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ ดอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว 4 ห้อง จำนวน 140 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ ดอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว 2 ห้องเรียน จำนวน 68 คน โดยใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ด้วยการจับฉลากมา 2 ห้องเรียน จากทั้งหมด 4 ห้อง จากนั้น จับฉลากห้องเรียนอีกครั้ง เพื่อจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนักเรียนห้องม. 3/1 จำนวน 36 คน ใช้เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนห้องม. 3/2 จำนวน 32 คน ใช้เป็นกลุ่มควบคุม จากนั้นทำการทดสอบก่อนเรียน พบว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ระยะเวลาที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 (เดือนกันยายน พ.ศ. 2558 ถึงมกราคม พ.ศ. 2559)
ตามระยะเวลาปีการศึกษาของประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ในช่วงเดือนธันวาคม
พ.ศ. 2558 ถึงเดือนมกราคม พ.ศ. 2559 ซึ่งใช้เวลา 12 ชั่วโมง

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

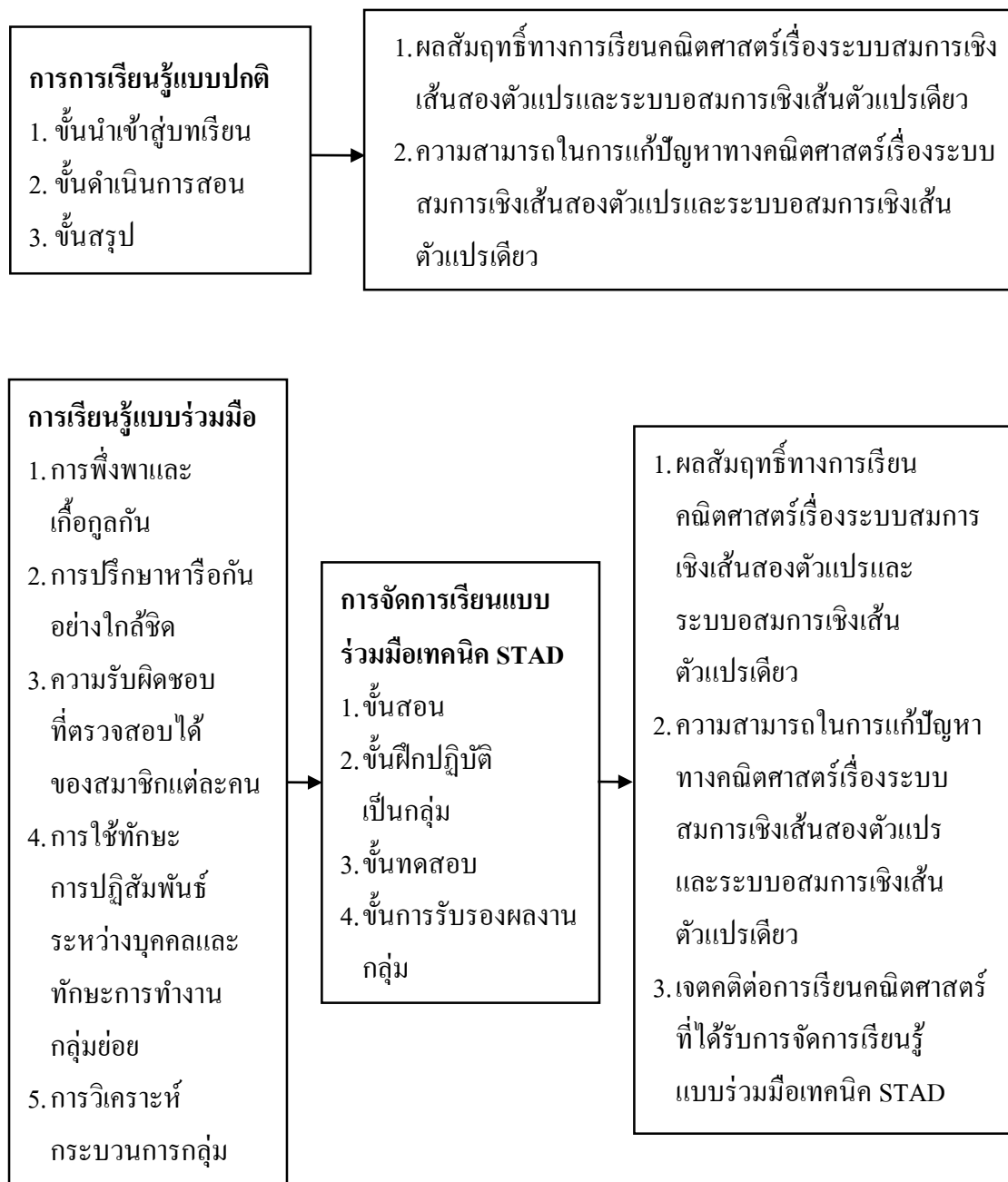
ตัวแปรต้น ได้แก่วิธีการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจำแนกเป็น

1. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD
2. การจัดการเรียนรู้แบบปกติ

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

กรอบแนวคิดในการวิจัย (Conceptual framework)



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

นียมศัพท์เฉพาะ

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว หมายถึง แผนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย จุดประสงค์ ได้แก่ ด้านความรู้ ด้านทักษะ และทัศนคติและค่านิยม เนื้อหาแบ่งออกเป็น เนื้อหาระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีที่ 2 ปีที่ 3 และปีที่ 4 วิธีการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล

2. การจัดการเรียนรู้แบบเบร่รวมมือเทคนิค STAD หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดนักเรียนออกเป็นกลุ่มมีสมาชิก 4 คนที่มีความสามารถทางการเรียนคละกัน ช่วยเหลือกันศึกษาเนื้อหาสาระ ความคิดรวบยอดและทักษะต่าง ๆ ตามที่ครูนำเสนอ ทุกคนมีความรับผิดชอบ ต่อผลสำเร็จของกลุ่ม เวลาเรียนทุกคนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน แต่เวลาสอบแต่ละคนต้องทำด้วยตนเองและทำให้ดีที่สุด นำคะแนนที่ได้ไปเทียบกับคะแนนพื้นฐาน เพื่อหาคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคน นำคะแนนความก้าวหน้าของทุกคนในกลุ่มมาหาค่าเฉลี่ยเพื่อเป็นคะแนนพัฒนาของกลุ่ม จากนั้นประกาศยกย่องหรือให้รางวัลกลุ่มที่ได้คะแนนพัฒนาตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และมี 4 ขั้นตอนในการดำเนินการสอน ดังนี้

2.1 ชั้นสอน (Teach)

2.1.1 การนำเข้าสู่บทเรียน (Opening)

2.1.1.1 เสนอบทเรียนในภาพกว้างเกี่ยวกับสิ่งที่จะเรียน ความสำคัญของบทเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจอยากเรียน ด้วยวิธีการต่าง ๆ

2.1.1.2 ครูอาจให้นักเรียนสนทนากันเกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียนเพื่อเป็นการกระตุ้นความสนใจก่อนเรียน

2.1.1.3 ทบทวนความรู้เดิม หรือทักษะที่จำเป็นในการเรียนบทเรียนใหม่โดยย่อ

2.1.2 การพัฒนาความรู้ใหม่ (Development)

2.1.2.1 ครูเสนอบทเรียนต่อชั้น ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้หรือสอนการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แก่ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) ขั้นตรวจสอบผล โดยใช้เทคนิคการบรรยาย การใช้คำถาม การใช้สื่อ การยกตัวอย่าง เป็นต้น

2.1.2.2 มีการประเมินและให้การช่วยเหลือนักเรียนอยู่ตลอดเวลา

2.1.3 การชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided practice)

2.1.3.1 ให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาหรือตัวอย่างหรือตอบคำถามจากการนำเสนอของครู

2.1.3.2 สุ่มเรียกนักเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนทุกคนต้องได้เตรียมตัว

ตอบคำถามอยู่ตลอดเวลา

2.1.3.3 ในขั้นนี้ไม่ควรมอบงานมากเกินไป ควรให้นักเรียนทั้งห้อง 1 หรือ 2 ปัญหาที่พอ จากนั้นครูให้ข้อมูลย้อนกลับ เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคำตอบของตนกับของครูอย่างมีเหตุผล

2.2 ขั้นฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่ม (Team study)

2.2.1 นักเรียนศึกษาในกลุ่มย่อย โดยที่นักเรียนแต่ละกลุ่มมารับชองกิจกรรมจากครู ซึ่งประกอบด้วยใบความรู้ ใบงาน เฉลยใบงาน แล้วร่วมกันศึกษาหาวิธีการแก้ปัญหา จนมั่นใจว่าทุกคนในกลุ่มเข้าใจและจะสามารถนำเสนอในหน้าชั้น ทำแบบทดสอบแบบฝึกหัดต่าง ๆ ด้วยตนเอง

2.2.2 ครูสุ่มตัวแทนของแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหากลุ่มต่อหน้าชั้นเรียนเพื่อให้เพื่อน ๆ กลุ่มอื่นได้แสดงความคิด หรือสอบถามแนวคิดที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้น

2.2.3 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปถึงเนื้อหาที่เรียนมาจากการนำเสนอของแต่ละกลุ่มเป็นองค์ความรู้ร่วมกัน

2.3. ขั้นทดสอบ (Test) ให้นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคล (Individual quiz) โดยนักเรียนไม่อนุญาตให้ปรึกษากัน หรือช่วยเหลือกัน

2.4. ขั้นการรับรองผลงานกลุ่ม (Team recognition)

2.4.1 ตรวจสอบและให้คะแนนของแต่ละคน

2.4.2 นำคะแนนแต่ละคนมาหาคะแนนพัฒนาของแต่ละคน

2.4.3 นำคะแนนพัฒนาแต่ละคนมาหาคะแนนของกลุ่ม โดยการหาคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มจากคะแนนพัฒนาของสมาชิกแต่ละคน

2.4.4 ประกาศและให้รางวัลกลุ่ม

3. การจัดการเรียนรู้แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือคณิตศาสตร์ ที่สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวสร้างขึ้น เพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์ของหลักสูตร และเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ความสามารถและเพื่อให้นักเรียนเกิดทัศนคติที่ดีรวมทั้งเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่สำคัญอยู่ 3 ขั้นตอนคือ

3.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูตรวจการบ้าน (ถ้ามี) ทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาใหม่ หรือทักษะที่จำเป็น ในการเรียนบทเรียนใหม่โดยใช้เทคนิคการถาม-ตอบ หรือ สร้างสถานการณ์ปัญหา หรือใช้เกม และอื่น ๆ เสนอจุดประสงค์ของเนื้อหาใหม่โดยย่อ

3.2 ขั้นดำเนินการสอน

ครูเสนอบทเรียนต่อชั้น ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ หรือ สอนการแก้ปัญหา ตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แก่ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) ขั้นตรวจสอบผล โดยใช้เทคนิคการบรรยาย การใช้คำถาม การใช้สื่อ การยกตัวอย่าง เป็นต้น หรือให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม (เป็นกลุ่มหรือรายบุคคล) จากนั้นสรุปกิจกรรม

3.3 ขั้นสรุป

ครูสรุปเนื้อหาสำคัญ (ใจความหลัก) ของบทเรียน วัดผลการเรียนโดยการทดสอบ (Quiz) หรือใช้เทคนิคการถามตอบ ให้การบ้าน

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถทางสติปัญญา ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลังที่ผู้เรียนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD หรือการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัยของ Wilson ใน 4 ระดับ คือความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์

5. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับใช้ ตรวจสอบผลการจัดการเรียนรู้และประเมินความรู้ความสามารถของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD หรือการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ของประเทศสาธารณรัฐ ประชาธิปไตยประชาชนลาว จำนวน 1 ฉบับ เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 31 ข้อ โดยวัด ด้านความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์

6. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงออกของผู้เรียน ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้านต่าง ๆ ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนและการตรวจสอบผล หลังผู้เรียนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD หรือการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งมีค่าเป็นคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

7. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านต่าง ๆ ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนและการตรวจสอบผล หลังผู้เรียนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD หรือการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

8. เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดของผู้เรียนที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่ส่งผลให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่ตอบสนองต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความชอบหรือไม่ชอบ พอใจหรือไม่พอใจ เห็นคุณค่าหรือไม่เห็นคุณค่า พร้อมหรือไม่พร้อมที่จะแข่งขัน หรือ พร้อมหรือไม่พร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบวัดเจตคติ วัดองค์ประกอบทั้ง 3 ด้านของเจตคติ ได้แก่ ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ ความรู้สึกต่อการเรียนคณิตศาสตร์และความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์

9. แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดเจตคติของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ครอบคลุมทั้ง 3 ด้านของเจตคติ ได้แก่ ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ ความรู้สึกต่อคณิตศาสตร์ และความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ หลังผู้เรียนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD เป็นแบบทดสอบแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ชนิด 5 ระดับ จำนวน 15 ข้อ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว เพื่อให้การวิจัยครั้งนี้ บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และนำเสนอตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว
2. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
3. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
4. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD
5. การจัดการเรียนรู้แบบปกติ
6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
7. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
8. เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์
9. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา, 2010, หน้า 18-30) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. จุดประสงค์

การเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อรับประกันให้ผู้เรียนรู้ และเข้าใจ ทักษะพื้นฐานของคณิตศาสตร์ นำใช้ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์ในการเรียนวิชาที่เกี่ยวข้อง ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย การเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนา

ด้านความรู้

- รู้วิธีการพื้นฐานของคณิตศาสตร์ เช่น เลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และสถิติพื้นฐาน
- รู้ภาษาพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งการอ่านและการเขียน

ด้านทักษะ

- คำนวณ เศษส่วน กำลัง ราก แก้วสมการ แก้วสมการ แก้วระบบสมการและระบบอสมการพีชคณิตพื้นฐาน และแก้วสมการตรีโกณมิติพื้นฐาน
- เขียนและอ่านกราฟของ ฟังก์ชันตรีโกณมิติหนึ่งและสอง
- แก้วปัญหาพื้นฐานทางเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ หาปริมาตรของรูปปริซึมพื้นฐาน
- เสนอข้อมูลด้วยกราฟ และคำนวณค่าสถิติพื้นฐาน
- นำใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แก้วปัญหาพื้นฐานทางวิทยาศาสตร์
- นำใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์แก้วปัญหาในชีวิตประจำวัน
- สื่อสาร โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างชำนาญ
- ให้เหตุผลต่อวิธีการแก้วปัญหาและต่อคำตอบ

ด้านทัศนคติและค่านิยม

- มีความสนใจ ชอบแก้วปัญหาคณิตศาสตร์ที่ทำทายต่อสติปัญญา และรู้คุณค่าของคณิตศาสตร์
- มีความเชื่อมั่นตนเอง รับฟังข้อคิดเห็นของคนอื่นอย่างมีเหตุผล
- มีวิธีการแก้วปัญหาอย่างเป็นระบบ มีความอดทน มีเหตุผล และมีความคิดสร้างสรรค์

2. สาระการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีที่ 2 ปีที่ 3 และปีที่ 4 ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมุ่งเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนั้นผู้วิจัยขอนำเสนอสาระเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เท่านั้น ซึ่งหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ได้กำหนดโครงสร้างสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตลอดปีการศึกษา โดยมีเวลาสอน 4 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ จำนวน 33 สัปดาห์ รวมระยะเวลาสอนทั้งสิ้น 123 ชั่วโมง ซึ่งมีสาระการเรียนรู้ เวลาสอน (ชั่วโมง) และสมรรถนะ ซึ่งมีสาระสำคัญดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 โครงสร้างสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ เวลา และสมรรถนะ ชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010
ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

สาระการเรียนรู้	เวลา	สมรรถนะ (Competencies)
1. เลขยกกำลัง นิพจน์ที่สำคัญ และ รากที่สอง 1.1 เลขยกกำลัง 1.2 การคำนวณเกี่ยวกับ นิพจน์พีชคณิต (Algebraic expression) 1.3 นิพจน์ที่สำคัญและ การแยกตัวประกอบ 1.4 รากที่สอง และ คำตอบของสมการดีกรีสอง	20	1. คำนวณหาผลคูณของจำนวนหนึ่งกับ เลขยกกำลังที่มีฐานเป็น 10 และคำนวณ เลขกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก และเต็มลบ 2. นำใช้นิพจน์ในการคำนวณหาผลคูณ การแยก ตัวประกอบและแก้สมการ 3. คำนวณเกี่ยวกับรากที่สองและการหารากที่สอง 4. แก้สมการชั้นสองโดยการแยกตัวประกอบหรือ การนำสูตรไปใช้
2. รูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม วงกลมแนบรูปสามเหลี่ยมและ รูปสี่เหลี่ยม 2.1 มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 2.2 คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยม มุมฉากและหลักเกณฑ์ พีทาโกรัส 2.3 เส้นที่สำคัญในรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม 2.4 วงกลมแนบรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม	22	1. คำนวณหาค่าของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมและ สี่เหลี่ยมด้านขนานและสามารถนำไปใช้ ในการพิสูจน์บทเรขาคณิต 2. นำใช้หลักเกณฑ์พีทาโกรัสเข้าในการคำนวณ หาค่าความยาวของด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 3. นำคุณสมบัติของเส้นที่สำคัญในรูปสามเหลี่ยม ไปใช้ในการแก้ปัญหา 4. นำคุณสมบัติของวงกลมแนบรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหา

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	เวลา	สมรรถนะ (Competencies)
3. เวกเตอร์ การหมุน 3.1 การเลื่อนขนานและเวกเตอร์ 3.2 การคำนวณเกี่ยวกับเวกเตอร์ 3.3 การหมุน	16	1. นำความสัมพันธ์ระหว่างการเลื่อนขนานและเวกเตอร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา 2. นำคุณลักษณะสองเวกเตอร์เท่ากันไปใช้ในการแก้ปัญหา 3. นำคุณลักษณะของการบวกเวกเตอร์ ทฤษฎีของชาลส์ (Chales' Theorem) และการคูณเวกเตอร์กับจำนวนจริงไปใช้ในการแก้ปัญหา 4. กำหนดเงาของจุด ของเส้นตรงจากการหมุน
4. หลักเกณฑ์ธาเลส (Thales)	8	1. นำใช้หลักเกณฑ์ธาเลส ในการหาระยะส่วนของเส้นตรง
5. ออฟฟินฟังก์ชัน (Affine function) อสมการ และระบบอสมการ 5.1 ออฟฟินฟังก์ชัน และกราฟของ 5.2 เครื่องหมายของ $ax+b$ 5.3 การแก้ ระบบอสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	6 12	1. บอกความสัมพันธ์ที่เป็นการประทับออฟฟิน 2. เขียนกราฟและอ่านกราฟของออฟฟินฟังก์ชัน 3. นำใช้เครื่องหมายของ $ax+b$ ในการแก้อสมการ 4. แก่ระบบอสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
6. สถิติ 6.1 ค่าเฉลี่ย 6.2 มัธยฐาน 6.3 ฐานนิยม	12	1. หาค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม

ตารางที่ 1 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	เวลา	สมรรถนะ (Competencies)
7. ทรีโกณมิติ	16	1. กำหนดโคไซน์ของมุมแหลม (Acute) ด้วยการฉายฉากบนเส้นตรง (Orthogonal projection onto a line)
7.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก		
7.2 ความสัมพันธ์ระหว่างไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์		2. กำหนดโคไซน์ ไซน์ แทนเจนต์ และความสัมพันธ์พื้นฐาน
7.3 การหาค่าของไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของมุมแหลม		3. นำโคไซน์ ไซน์ แทนเจนต์ และความสัมพันธ์พื้นฐาน
7.4 หาค่าของมุมแหลม		4. นำตารางตรีโกณมิติไปใช้ในการหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมแหลม ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
		5. นำตารางตรีโกณมิติไปใช้ในการหาค่าของมุมแหลมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อรู้ค่าของไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์
8. มุมในวงกลม (Inscribed angle)	6	1. เปรียบเทียบค่าของมุมในวงกลม กับค่าของมุมที่จุดศูนย์กลาง
8.1 มุมในวงกลมและมุมที่จุดศูนย์กลาง		
9. พื้นที่และปริมาตร	14	1. หารูปคลี่ของปริซึมและกรวย
		2. หาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึมและกรวย

จากการศึกษาโครงสร้างสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวข้างต้น ผู้วิจัยได้เลือกสาระที่กำหนดไว้ในสาระการเรียนรู้ที่ 5.3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาเป็นเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

3. วิธีการจัดการเรียนรู้

เพื่อให้กระบวนการสอนและการเรียนคณิตศาสตร์บรรลุตามจุดประสงค์ของหลักสูตร และทำให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ความสามารถ เกิดทัศนคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์พร้อมทั้งมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนรู้ต้องเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและใช้หลักวิชาครูอย่างเหมาะสม โดยการปฏิบัติกิจกรรม ทั้งก็เพื่อให้ผู้เรียนได้ค้นคิด แก้ปัญหา ค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเองและเกิดความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างนักเรียนด้วยกัน ในบทเรียนหนึ่ง ๆ ผู้สอนต้องใช้หลายวิธีผสมผสาน ใช้เทคนิคในการตั้งคำถาม และใช้สื่อที่สามารถหาได้ในท้องถิ่น สะดวกปลอดภัย และประหยัด โดยนำไปใช้ได้เหมาะสมและสอดคล้องกับเนื้อหาการเรียนรู้

4. สื่อการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นได้แก่

- หนังสือเรียนและคู่มือครู
- ไม้บรรทัด ไม้ฉาก อุปกรณ์วัดมุม วงเวียน
- รูปจำลองเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ

นอกจากนี้ ครูต้องหา หรือใช้อุปกรณ์ที่มีในท้องถิ่นที่หาง่าย ไม่สิ้นเปลืองมากเกินไป แล้วนำมาใช้ได้เหมาะสมและสอดคล้องกับเนื้อหาการเรียนรู้

5. การวัดและประเมินผล

การวัดและประเมินผลมีจุดประสงค์เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงหรือพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอนและการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างเป็นประจำและต่อเนื่อง ซึ่งครอบคลุมทั้งด้านสติปัญญา ทัศนคติ และทักษะ ในการดำเนินการวัดและประเมินให้ใช้หลายช่องทาง เช่น สังเกตการดำเนินกิจกรรม ความสนใจ ความใส่ใจ การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ผลของการปฏิบัติกิจกรรม คำถาม การทำแบบทดสอบ การบ้าน การแก้ไขปัญหา การพิสูจน์ ตลอดจนการนำไปใช้

จากการศึกษาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ผู้วิจัยสรุปได้ว่า หลักสูตรดังกล่าวเป็นหลักสูตรที่ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ได้กำหนดใช้ในปัจจุบัน มีองค์ประกอบที่สำคัญ คือ จุดประสงค์ ได้แก่ จุดประสงค์ด้านความรู้ จุดประสงค์ด้านทักษะ และจุดประสงค์ด้านทัศนคติและค่านิยม เนื้อหาสาระซึ่งแบ่งออกเป็นเนื้อหา ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีที่ 2 ปีที่ 3 และปีที่ 4 วิธีการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล อย่างไรก็ตาม หลักสูตรนี้การกำหนดจุดประสงค์และวิธีการประเมินผลไม่ชัดเจน โดยเฉพาะการวัดและประเมินผลทักษะด้านต่าง ๆ และไม่มีเกณฑ์การประเมินผลด้านทักษะที่ชัดเจน ซึ่งในช่วงที่ผ่านมาโดยส่วนมากได้เน้นการวัดและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากกว่า ถึงแม้ว่าเครื่องมือที่ใช้ในการวัดจะใช้ข้อสอบที่เป็นอัตนัย แต่ก็ไม่เคยปรากฏเป็นถ้อยคำที่กล่าวว่า

เป็นการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาทั้งผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในสาระการเรียนรู้เรื่องระบบสมการและระบบอสมการ โดยมีรายละเอียดสำคัญที่ผู้วิจัย ขอกกล่าวในหัวข้อลำดับต่อไป

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตำราเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา, 2011, หน้า 104-125) ได้กำหนดและเรียบเรียงสาระการเรียนรู้ เรื่อง ระบบสมการและระบบอสมการ ได้ดังนี้

1. ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรสองตัว
 - การแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีกำจัดตัวแปร
 - การแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีแทนค่า
 - การแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีใช้กราฟ
 - การแก้ระบบสมการเชิงเส้นด้วยวิธีเปรียบเทียบ
2. ระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

คณิตศาสตร์ตามความรู้สึกและความเข้าใจของคนส่วนใหญ่ อาจหมายถึงตัวเลขและการคำนวณ ซึ่งเป็นผลมาจากความคุ้นเคยในการเรียนรู้และการใช้งานของคณิตศาสตร์ สิ่งที่คุณทั่วไปเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่มาจากประสบการณ์ในการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ ซึ่งมักจะเกี่ยวกับตัวเลข การคำนวณ และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม ทำให้ความหมายของขอบเขตคณิตศาสตร์แตกต่างกันไปตามมุมมองในแต่ละยุคสมัย โดยคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงมีความหมายและขอบเขตเนื้อหาประกอบารคิดเพื่อแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพและสมเหตุสมผล เป็นการทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบแบบแผน และมีขั้นตอนการคิดหรือการทำงานที่เป็นไปตามหลักวิชา ความสำเร็จของการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงอยู่ที่ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาได้จริง (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 1-2) ดังนั้น ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ มีดังนี้

1. ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์

ได้อย่างถี่ถ้วนและรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้
ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา
ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต
ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข
(กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 2)

เนื่องจาก คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล
วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญมาโดยตลอดตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ช่วยฝึกให้คนเรารู้จักคิดอย่างมี
เหตุผล มีระเบียบขั้นตอนในการคิดและมีบทบาทเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ทำให้สามารถคิดเป็น
ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ที่ได้ศึกษาไปเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ในระดับชั้นที่สูงขึ้น และเป็นพื้นฐานในการเรียนวิทยาการหลายสาขา ได้แก่ วิทยาศาสตร์
วิศวกรรมศาสตร์ คอมพิวเตอร์ เศรษฐศาสตร์ สถาปัตยกรรม การเกษตร ตลอดจนความเจริญ
ก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ล้วนแล้วแต่ต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์
ทั้งสิ้น (สิริพร ทิพย์คง, 2556, หน้า 5)

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2555, หน้า 2-3) ได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ และสรุป
ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน เนื่องจากเป็นความรู้ที่ใช้
ในการแลกเปลี่ยนสิ่งของซึ่งกันและกัน โดยการซื้อขาย ผ่านการชั่ง ตวง วัด และการคำนวณ
ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการคำนวณภาษี
การประมาณค่าสิ่งของ การรับรู้ข้อมูลต่าง ๆ ในรูปของตาราง แผนผัง กราฟ เป็นต้น สิ่งเหล่านี้
ล้วนต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

2. คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาวิชาชีพ เป็นที่ยอมรับกันว่าวิชาชีพหลายแขนง
ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เช่น วิศวกรรมศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ในเนื้อหา
แคลคูลัส นักการธนาคารต้องอาศัยความรู้ในเนื้อหาสถิติ เป็นต้น คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ
ช่วยพัฒนาวิชาชีพเหล่านั้นให้เจริญอย่างรวดเร็ว นอกจากนี้อาชีพเกือบทุกแขนงไม่ว่าจะเป็น
สายวิทยาศาสตร์หรือสายสังคมศาสตร์ล้วนเกี่ยวข้องกับงานวิจัย ซึ่งจำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐาน
ทางคณิตศาสตร์

3. คณิตศาสตร์มีความสำคัญในการพัฒนากระบวนการคิด ดังนี้

3.1 พัฒนาความสามารถในการใช้ภาษาเพื่อจัดลำดับความคิด ในวิชาคณิตศาสตร์
มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาซึ่งต้องใช้ความสามารถในการอ่าน ตีความ และการเขียน

กระบวนการเหล่านี้ทำให้มนุษย์ได้แสดงแนวคิดของตนเองออกมาอย่างเป็นระเบียบชัดเจน มีการเรียงลำดับการคิดอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้คนอื่นเข้าใจได้

3.2 พัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ เมื่อผู้เรียนเผชิญกับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ผู้เรียนต้องอาศัยกระบวนการวิเคราะห์และสังเคราะห์ซึ่งเป็นการคิดขั้นสูงของสมองในการทำความเข้าใจและหาทางแก้โจทย์ปัญหานั้น

3.3 พัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างเป็นระบบในการคิดหาคำตอบและมีการพิสูจน์อย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยอาศัยจากสิ่งที่ยอมรับและตกลงไว้ก่อน ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างเป็นระบบและมีเหตุผล

3.4 พัฒนาความสามารถในการคิดอย่างสร้างสรรค์ วิชาคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่น การนำความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตไปออกแบบลายผ้า กระบวนการเหล่านี้ทำให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้

4. คณิตศาสตร์มีความสำคัญในแง่ของการเป็นมรดกทางวัฒนธรรม วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ได้รับการยอมรับและเกิดขึ้นมาเป็นเวลาช้านาน เป็นวิชาที่เรียนสืบต่อกันมาโดยตลอด ไม่ว่าจะเป็นเรื่องของจำนวน สัญลักษณ์แทนจำนวนของชนชาติต่าง ๆ เรขาคณิตแบบยูคลิด การชั่งตวงวัด หรือ แม้กระทั่งพีชคณิต สิ่งเหล่านี้ล้วนเป็นสัญลักษณ์บ่งบอกความเจริญรุ่งเรืองในอดีต ซึ่งถือเป็นมรดกทางวัฒนธรรมอย่างหนึ่ง

นอกจากนี้ คณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในแง่ของการใช้งานในชีวิตจริง และการพัฒนาการศึกษาให้กับคนในสังคม จึงมีความจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตและการพัฒนาความเจริญก้าวหน้าในทุกยุคทุกสมัยอย่างต่อเนื่อง และในปัจจุบัน คณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญมากขึ้น ในมุมมองของการเป็นศาสตร์แห่งการพัฒนาความคิด ความเป็นเหตุเป็นผล และการมีส่วนร่วมในการพัฒนาทักษะชีวิต ดังจะกล่าวถึงเป็นข้อ ๆ ดังนี้ (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 3-6)

1. คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาการคิดของมนุษย์ กระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์ต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดวางแผนอย่างรอบคอบ การคิดเชิงระบบ ลักษณะการคิดเหล่านี้ นอกจากจะทำให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical thought) แล้วยังช่วยพัฒนาความสามารถในการคิด (Thinking ability) ของมนุษย์ให้ดีขึ้นตามไปด้วย

2. คณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์มีเหตุมีผล การเรียนรู้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ทำให้เห็นการพัฒนาความรู้อย่างมีหลักการและเป็นเหตุเป็นผล ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

นอกจากนี้ เนื้อหาบางอย่างของคณิตศาสตร์ ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล (Reasoning ability) โดยตรง เช่น ตรรกศาสตร์ (Logic) และการพิสูจน์ (Proof)

3. คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีการวางแผนและการดำเนินงานเป็นขั้นตอน รวมทั้งมีการตรวจสอบความถูกต้องหรือประสิทธิภาพของการทำงานอย่างสมเหตุสมผล กระบวนการทำงานของคณิตศาสตร์ที่มีขั้นตอนชัดเจน เช่น กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาประสบการณ์การทำงานที่มีระเบียบแบบแผนให้กับผู้เรียน

4. คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสังคม โดยมีการศึกษาเพื่อทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น ปัญหาน้ำท่วมและการจัดการน้ำ ปัญหาการจราจร ปัญหาการจัดระบบการขนส่งมวลชน

5. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์อธิบายสิ่งต่าง ๆ ทั้งที่มองเห็นและมองไม่เห็น และช่วยให้คาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นได้ เนื่องจากความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่เป็นจริงและเป็นเครื่องมือในการพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ เช่น การอธิบายเกี่ยวกับความเร็วของแสง และเสียง การทำนายเศรษฐกิจโลก

6. คณิตศาสตร์ช่วยให้เกิดความเจริญในโลก ช่วยให้ผู้คิดค้นสิ่งใหม่ สร้างสรรค์งานหรือนวัตกรรม ทำให้มนุษย์ได้รับความสะดวกสบายและความปลอดภัยมากขึ้น ในขณะที่ทำงานหนักและใช้เวลาในการทำงานลดลง เช่น การสร้างโปรแกรมประมวลผลข้อมูลแทนการคำนวณด้วยมือ การผลิตหุ่นยนต์ทุระเบิด

7. คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการพัฒนาศาสตร์อื่นในฐานะเป็นเครื่องมือในการคิดการทำงาน และการสร้างองค์ความรู้ เช่น วิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ แพทยศาสตร์ สถิติศาสตร์ สังคมศาสตร์

8. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายอย่างเป็นส่วนหนึ่งของทักษะชีวิต เช่น ทักษะการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเรียนรู้และทำงานทางคณิตศาสตร์ จึงช่วยให้มนุษย์พัฒนาทักษะชีวิตควบคู่ไปด้วย

จากการศึกษาเกี่ยวกับความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาทั้งหลายได้ให้ไว้ ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตประจำวัน ต่อการพัฒนาวิชาชีพ ต่อการพัฒนากระบวนการคิด เช่น คิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ คิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ และคิดอย่างสร้างสรรค์ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรมและเป็นพื้นฐานของการพัฒนาศาสตร์อื่น ๆ

2. จุดมุ่งหมายในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ต้องการให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพในสาระเรื่องจำนวน การดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น รวมทั้งมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ นอกจากนี้ มีการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และกับศาสตร์อื่น ๆ ตลอดจนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สิริพร ทิพย์คง, 2556, หน้า 5)

นอกจากนี้ จุดมุ่งหมายในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือการเตรียมเยาวชนให้พร้อมสำหรับสังคมให้ดีที่สุด คณิตศาสตร์ที่สอนควรจะเป็นเรื่องที่นักเรียนได้ใช้ประโยชน์ในการทำงานและอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข หน้าที่ของโรงเรียนในวันนี้ คือ การสอนคณิตศาสตร์ที่เป็นประโยชน์ที่สุดแก่เขาในวันนี้ และทำให้เขาเป็นคนที่มีความประโยชน์ต่อสังคมให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ จุดมุ่งหมายที่ตั้งขึ้นควรคำนึงถึงความต้องการของนักเรียนและสังคม (ฉวีวรรณ เสวตมาลย์, 2545 หน้า 24) ซึ่งได้แก่

- นักเรียนต้องการทราบว่า คณิตศาสตร์ทำให้เขาเกิดความเข้าใจปรากฏการณ์ธรรมชาติอย่างไร
- นักเรียนต้องการเข้าใจว่า เขาจะใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ไปพิจารณาข้อความและช่วยในการตัดสินใจอย่างไร
- นักเรียนต้องการเข้าใจว่า คณิตศาสตร์ซึ่งถือว่าเป็นศาสตร์หรือศิลปะแขนงหนึ่ง จะถ่ายทอดมรดกทางวัฒนธรรมอย่างไร
- นักเรียนต้องเตรียมตัวประกอบอาชีพ และใช้คณิตศาสตร์ให้เป็นประโยชน์ในฐานะผู้ผลิตและผู้บริโภค
- นักเรียนต้องการที่จะเรียนคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสัมพันธ์กับวิทยาศาสตร์แขนงอื่น ๆ ได้อย่างถูกต้องและความมุ่งหมายในการสอนคณิตศาสตร์จึงควรจะ
 - 1) ให้นักเรียนเข้าใจหลักของคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง
 - 2) ให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ
 - 3) ให้นักเรียนมีความสามารถที่จะนำทฤษฎีคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาต่าง ๆ
 - 4) ปลุกฝังนิสัยให้นักเรียนรู้จักคิดหาเหตุผล

กล่าวโดยสรุป จุดมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือ ให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจหลักของคณิตศาสตร์อย่างถูกต้อง และสามารถที่จะนำทฤษฎีคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ในสังคมได้นั้นคือนักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ศึกษาไปใช้ร่วมกับ

วิทยาศาสตร์แขนงอื่น ๆ ได้่างถูกต้อง และเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3. ลักษณะและธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

ลักษณะและธรรมชาติของคณิตศาสตร์ที่ยังคงเป็นจริงในทุกยุคสมัย (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 1-2) มีดังนี้

1) คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย เช่น การใช้จำนวนในการสื่อปริมาณว่ามากน้อยเพียงใด การใช้เครื่องหมายบวก (+) แทนการรวมกันของสิ่งของ

2) คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ไม่มีเหตุมีผลและสามารถพิสูจน์ได้ เช่น การพิสูจน์ว่า จำนวนคู่หารลงตัวด้วย 2 การพิสูจน์ว่า ในเรขาคณิตแบบยูคลิด ผลรวมของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา

3) คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แห่งความรู้ที่เป็นระบบ มีโครงสร้าง และแบบแผนที่ชัดเจน เช่น ระบบจำนวนเป็นระบบที่ประกอบด้วยจำนวนประเภทต่าง ๆ โดยมีโครงสร้างแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประเภทของจำนวนชัดเจน

4) คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ การคิด และการแก้ปัญหา เช่น การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา

5) คณิตศาสตร์มีความเป็นสากล สามารถใช้งานได้อย่างกว้างขวาง เช่น คำนิยามเกี่ยวกับจุด เป็นที่เข้าใจตรงกันทั่วโลก วิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้กันเป็นสากลทั่วไป
เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 1-2) อธิบายลักษณะและธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบ และแบบแผนที่ชัดเจน

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิด การคำนวณและการใช้สติปัญญาของมนุษย์ ซึ่งความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดที่เกิดจากการสรุปความคิดที่เหมือน ๆ กันหรือเป็นความคิดที่ได้จากปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น ความคิดเช่นนี้เรียกว่า ความคิดรวบยอด หรือมโนทัศน์ (Concept)

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์แทนการคิด เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด จึงมีการสร้างสัญลักษณ์แทนความคิดและใช้สัญลักษณ์นั้นภายใต้เหตุการณ์ที่ตกลงกันหรืออาจกล่าวได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาประเภทหนึ่งที่ใช้สัญลักษณ์แทนการคิด เช่น $2x = x + x$

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีการแสดงความเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน โดยขั้นตอนทุกขั้นตอนมีความสัมพันธ์กันอย่างแยกไม่ออก ซึ่งเกี่ยวข้องกับกฎและสมบัติทางคณิตศาสตร์

5. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และมีแนวทางในการคำตอบของปัญหา

6. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์ก็คือความมีระเบียบ ความกลมกลืนกัน และการค้นพบสิ่งใหม่ ๆ หรือความรู้ใหม่ ๆ ซึ่งจัดเป็นความงามเชิงสร้างสรรค์ประเภทหนึ่ง

7. คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่สร้างสรรค์และเป็นสิ่งที่ถูกนำไปใช้ในชีวิตประจำวันมากมาย เช่น การรับรู้ข้อมูลต่าง ๆ ในรูปของตาราง แผนผัง กราฟ การซื้อ-ขายสินค้า การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิ เป็นต้น

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อชีวิตของมนุษย์เราเป็นอันมาก อาจกล่าวได้ว่ามนุษย์เราเติบโตพร้อม ๆ กับการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทั้งที่เป็นการเรียนรู้โดยธรรมชาติสิ่งแวดล้อมรอบตัวเราและการเรียนรู้ในชั้นเรียน คนส่วนใหญ่ที่ไม่ได้เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยตรง มักเข้าใจว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของตัวเลขและการคำนวณ ซึ่งเป็นการให้ความหมายของคณิตศาสตร์อย่างแคบ ๆ แท้จริงแล้ว คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อื่น ๆ และใช้ในการคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่าง ๆ เช่น เครื่องคำนวณและเครื่องคอมพิวเตอร์ อย่างไรก็ตาม ในวงการศึกษปัจจุบันได้ยอมรับบทบาทของคณิตศาสตร์กันมากยิ่งขึ้น และคณิตศาสตร์เป็นที่รู้จักในความหมายที่มีขอบเขตกว้างขวางขึ้น ซึ่งนักการศึกษาทางคณิตศาสตร์ได้สรุปประเด็นสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ (ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร, 2547, หน้า 2)

1. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดที่เกิดจากการสรุปความคิดที่เหมือน ๆ กัน อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับปริมาณ จำนวนการเท่ากัน การเท่ากันทุกประการ เป็นต้น

2. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากล คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดของมนุษย์ และมนุษย์ก็สร้างสัญลักษณ์แทนความคิดนั้น แล้วสร้างกฎในการนำสัญลักษณ์นั้นมาใช้ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน คณิตศาสตร์จึงมีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่ทุกชาติทุกภาษาที่เรียนคณิตศาสตร์เข้าใจตรงกัน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่แสดงความเป็นเหตุเป็นผลกัน เป็นวิชาที่มีโครงสร้างหรือแบบแผน การสรุปผลในแต่ละขั้นตอนจะต้องมีเหตุผลอ้างอิงอย่างสมเหตุสมผล ด้วยความมีเหตุผลของคณิตศาสตร์ มนุษย์สามารถใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาความรู้ใหม่ และคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่าง ๆ ได้มากมาย

4. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่น ๆ ความงามของคณิตศาสตร์อยู่ที่ระเบียบและความกลมกลืนกันของความคิดตลอดจนความละเอียดถี่ถ้วน ซึ่งแสดงออกให้เห็นได้จากการกำหนดโครงสร้างของคณิตศาสตร์ อันประกอบด้วย คำนิยาม (Undefined term) บทนิยาม (Definition) สัจพจน์ (Axiom) และทฤษฎีบท (Theorem)

จากการศึกษาลักษณะและธรรมชาติของคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการสื่อความหมายที่เป็นสากล มีเหตุมีผลและสามารถพิสูจน์ได้ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการคำนวณ การคิด และการแก้ปัญหา เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ มีระบบ มีโครงสร้างอันประกอบด้วย นิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎี และมีแบบแผนที่ชัดเจน

4. ทฤษฎีการเรียนรู้กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์ต้องอาศัยหลักจิตวิทยา เพราะวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรมยากแก่การเข้าใจของนักเรียนซึ่งครูต้องศึกษาและค้นคว้าเกี่ยวกับทฤษฎีและจิตวิทยาการศึกษา จิตวิทยาการสอนเข้าใจเป็นอย่างดีจึงจะสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้เหมาะสมของนักเรียนได้ ซึ่งนักจิตวิทยาและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้เสนอความคิดที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความคิดสร้างสรรค์ เพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา (สุวัฒนา อุทัยรัตน์, 2544, หน้า 79)

4.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Intellectual development theory)

จากผลงานการค้นคว้าเกี่ยวกับของ เพียเจต์ (Piaget) กับขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก ซึ่งมีผลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น จากงานวิจัยของเพียเจต์พบว่า เด็กมีพัฒนาการเรียนรู้ที่ต่อเนื่องผ่านขั้นการเรียนรู้ที่แน่นอน 4 ขั้น (Kruilin, Rudnick & Milou, 2003, pp. 4-5) ได้แก่

4.1.1 ขั้นรับรู้ด้วยประสาทสัมผัส (Sensory motor period) ขั้นนี้เริ่มแต่ช่วงอายุ 18 เดือนถึง 2 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ขึ้นกับการรับรู้และการกระทำ เด็กยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง และยังไม่สามารถเข้าใจความคิดของผู้อื่น

4.1.2 ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุแต่ 2-7 ปี เด็กจะเริ่มมีการสื่อสาร เด็กเริ่มมีการค้นคิดในเชิงสัญลักษณ์ ในช่วงนี้ ควรสอนให้เด็กโดยใช้รูปภาพแทนตัวเลข

4.1.3 ขั้นคิดแบบรูปธรรม (Concrete operational period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุแต่ 6 หรือ 7 จนถึง 11 ปี เด็กในวัยนี้เริ่มรู้จักใช้หลักตรรกะในการแยก การจัดกลุ่ม การเรียงลำดับจำนวน และหาความสัมพันธ์เชิงเหตุผล เด็กรู้จักนับสิ่งของ รู้เปรียบเทียบ เช่น

มากกว่า น้อยกว่า เท่ากับ เป็นต้น

4.1.4 ขั้นการคิดแบบนามธรรม (Formal operation period) เป็นขั้นพัฒนาการในช่วงอายุ 11 ถึง 15 ปี ในขั้นนี้ นักเรียนรู้จักสรุปคำตอบจากโจทย์ปัญหา หรือสรุปประเด็นสำคัญของกิจกรรมการเรียนการสอน โดยเฉพาะการหาข้อสรุปจากสมมติฐาน และวิธีการทางนิรนัยช่วยให้เด็กได้ใช้ความคิดอย่างเป็นระบบ ได้ค้นคิดแก้ปัญหาตามธรรมชาติอย่างมีตรรกะ

จากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทำให้เรารู้ว่ากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะประสบผลสำเร็จนั้น ปัจจัยหนึ่งที่มีผู้จัดการศึกษาต้องคำนึงถึงคือรู้จักพัฒนาการของเด็กแต่ละวัยแล้วจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนการสอนนั้น ไม่ควรบังคับให้เด็กเรียนในสิ่งที่ยังไม่พร้อมหรือยากเกินพัฒนาการตามวัยของตน เพราะจะก่อให้เกิดเจตคติที่ไม่ดีได้ ในการสอนควรใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อช่วยให้เด็กเกิดความเข้าใจลักษณะต่าง ๆ ได้ดีขึ้น แม้ในพัฒนาการช่วงการคิดแบบรูปธรรมเด็กจะสามารถสร้างภาพในใจได้ แต่การสอนที่ใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมจะช่วยให้เด็กเข้าใจแจ่มชัดขึ้น ในการสอนสิ่งใดให้กับเด็ก ควรเริ่มจากสิ่งที่เด็กคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อน แล้วจึงเสนอสิ่งใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเก่า การทำเช่นนี้จะช่วยให้กระบวนการซึมซับและจัดระบบความรู้ของเด็กเป็นไปด้วยดี

4.2 ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner)

ทิสนา เขมมณี (2557, หน้า 67) ได้เสนอทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bruner ไว้ดังนี้

4.2.1 การจัดโครงสร้างของความรู้ให้มีความสัมพันธ์และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก มีผลต่อการเรียนรู้ของเด็ก

4.2.2 การจัดหลักสูตรและการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับระดับความพร้อมของผู้เรียน และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนจะช่วยให้การเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพ

4.2.3 การคิดแบบหยั่งรู้ (Intuitive) เป็นการคิดหาเหตุผลอย่างอิสระที่สามารถช่วยพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้

4.2.4 แรงจูงใจภายในเป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนรู้

4.2.5 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์แบ่งได้เป็น 3 ชั้นใหญ่ ๆ คือ

4.2.5.1 ขั้นการเรียนรู้จากการกระทำ (Enactive stage) คือ ขั้นการเรียนรู้จากการใช้ประสาทสัมผัสรับรู้สิ่งต่าง ๆ การลงมือกระทำจะช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้ได้ดี การเรียนรู้เกิดจากการกระทำ

4.2.5.2 ขั้นการเรียนรู้จากความคิด (Iconic stage) เป็นขั้นที่เด็กสามารถสร้างมโนภาพในใจได้ และสามารถเรียนรู้จากภาพแทนของจริงได้

4.2.5.3 ขั้นการเรียนรู้สัญลักษณ์และนามธรรม (Symbolic stage) เป็นขั้นการเรียนรู้ที่ซับซ้อนและเป็นนามธรรมได้

4.2.6 การเรียนรู้เกิดขึ้นได้จากการที่คนเราสามารถสร้างความคิดรวบยอดหรือสามารถจัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

4.2.7 การเรียนรู้ที่ได้ผลดีที่สุด คือ การให้ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง จากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ สามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากสิ่งที่เป็นนามธรรม โดยจัดให้มีอุปกรณ์ หรือเครื่องเล่นที่เด็กสามารถสัมผัสได้แทนตัวเลข หรือจำนวน จากนั้นจึงใช้รูปภาพแทนอุปกรณ์ และตามด้วยสัญลักษณ์และสิ่งที่เป็นนามธรรม กล่าวคือ เรียนจากสิ่งที้ง่ายไปหายาก จากสิ่งใกล้ตัวไปหาสิ่งไกลตัว

4.3 ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ (Thorndike's classical connection)

ทิสนา แชมมณี (2557, หน้า 51) ได้เสนอทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ ไว้ดังนี้

4.3.1 กฎแห่งความพร้อม (Law of readiness) การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ดีถ้าผู้เรียนมีความพร้อมทั้งร่างกายและจิตใจ

4.3.2 กฎแห่งการฝึกหัด (Law of exercise) การฝึกหัดหรือการทำบ่อย ๆ ด้วย ความเข้าใจ จะทำให้การเรียนรู้นั้นคงทนถาวร ถ้าไม่ได้กระทำซ้ำบ่อย ๆ การเรียนรู้จะไม่คงทนถาวร และในที่สุดอาจลืมได้

4.3.3 กฎแห่งการใช้ (Law of use and disuse) การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง ความมั่นคงของการเรียนรู้จะเกิดขึ้นหากได้มีการนำไปใช้บ่อย ๆ หากไม่มีการนำไปใช้อาจมีการลืมเกิดขึ้นได้

4.3.4 กฎแห่งผลที่พึงพอใจ (Law of effect) เมื่อบุคคลได้รับผลที่พึงพอใจย่อมอยากจะทำซ้ำต่อไป แต่ถ้าได้รับผลที่ไม่พึงพอใจ จะไม่ยอมเรียนรู้ ดังนั้น การได้รับผลที่พึงพอใจจึงเป็นปัจจัยที่สำคัญในการเรียนรู้

จากทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ สามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องคำนึงถึงความพร้อมของนักเรียน นอกจากนี้ผู้เรียนจะต้องได้ฝึกปฏิบัติเป็นประจำ และการเรียนการสอนจะได้รับผลดีถ้าสิ่งที่เรียนสามารถนำไปใช้ได้จริง

4.4 ทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบ Operant (Operant conditioning) ของ Skinner

ทิสนา แชมมณี (2557, หน้า 57) ได้สรุปทฤษฎีการวางเงื่อนไขแบบของ Skinner ว่า

การกระทำใด ๆ ถ้าได้รับการเสริมแรง จะมีแนวโน้มที่จะเกิดขึ้นอีก ส่วนการกระทำที่ไม่มี การเสริมแรง แนวโน้มที่ความถี่ของการกระทำนั้นจะลดลงและหายไปในที่สุด การเสริมแรง ที่แปรเปลี่ยนทำให้การตอบสนองคงทนกว่าการเสริมแรงที่ตายตัว การให้แรงเสริมหรือให้รางวัล สามารถช่วยปรับหรือปลูกฝังนิสัยที่ต้องการได้

4.5 ทฤษฎีความคิดเชิงวิเคราะห์ และคิดเชิงพัฒนา (Analytic and constructive thinking) ของดีนส์ (Dienes)

Zoltan Dienes เป็นศิษย์ของเพียเจต์ และเป็นเพื่อนของบรูเนอร์ ดีนส์เป็นนัก คณิตศาสตร์ชาวอังกฤษผู้ซึ่งภายหลังหันมาศึกษาจิตวิทยาเกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็ก ดีนส์กล่าวว่า ในขณะที่เด็กพยายามทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ (Krulik, Rudnick & Milou, 2003, pp. 5-6) เด็กจะเกิดความคิด 2 อย่าง คือ

4.5.1 ความคิดเชิงวิเคราะห์ (Analytic thinking) ซึ่งนักเรียนจะศึกษาคณิตศาสตร์ อย่างมีขั้นตอน อย่างเป็นระบบ และในเชิงตรรกะตามที่มิในตำรา

4.5.2 ความคิดเชิงพัฒนา (Constructive thinking) ซึ่งนักเรียนไม่ได้คิด อย่างคิดเชิงวิเคราะห์ แต่คิดเพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตน

อย่างไรก็ตาม ดีนส์ (Dienes) ต้องการความคิดเชิงพัฒนามากกว่าความคิดเชิงวิเคราะห์ ด้วยเหตุผลที่ว่า ถ้าผู้เรียน ๆ ในสภาพแวดล้อมที่อิสระ (Free play) จะทำให้ผู้เรียนสามารถคิด นอกรอบได้ ผลที่ตามมาก็คือ เด็กจะสามารถสร้าง (Generalize) ความคิดรวบยอด นำไปสู่ ขั้นใช้เครื่องหมายแทน (Representation stage) เช่น ใช้รูปภาพ ใช้คำภาษาอธิบายความคิดรวบยอด จากนั้นเด็กก็จะพัฒนาไปสู่ขั้นใช้สัญลักษณ์ (Symbolization stage) ซึ่งเด็กสามารถใช้สัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์และภาษาอธิบายความคิดรวบยอดได้ และในที่สุดเด็กก็จะพัฒนาไปสู่ ขั้นสร้างเป็นกฎ (Formalization stage) ซึ่งในขั้นนี้เด็กสร้างกฎของความคิดรวบยอด

4.6 ทฤษฎีกิจกรรมการเรียนรู้ทางสังคม (Learning as a social activity) ของวิกอตสกี

วิกอตสกี (Vygotsky, 1962 cited in Krulik, Rudnick and Milou, 2003, p. 6) เป็น นักจิตวิทยาชาวรัสเซีย ผู้ซึ่งค้นพบว่าเด็กจะเรียนได้ดีในสภาพแวดล้อมของสังคม วิกอตสกี เชื่อว่า

4.6.1 เด็กเป็นผู้สร้างความรู้ขึ้นเองและสร้างความรู้ขึ้นตลอดเวลา

4.6.2 เด็กจะเรียนรู้ปัญหาที่ยากได้ผ่านการทำกิจกรรมร่วมและการอภิปราย ครูผู้สอนมีบทบาทช่วยโดยการใช้น้ำคำถามที่ดีของครู หรืออาจกล่าวได้ว่า นักเรียนสร้างความรู้ จากความรู้เดิมของตน

4.6.3 เด็กควรได้รับอิสระในการลงมือปฏิบัติในสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียน คณิตศาสตร์

4.6.4 นักเรียนต้องการเวลาในการคิด การเสนอความคิด เพราะฉะนั้น ครูไม่ควรรีบเร่งบอกคำตอบแก่เด็ก แต่ควรแนะนำเด็กเพื่อให้เด็กได้ใช้ความรู้ที่มีอยู่สร้างความรู้ใหม่

จากทฤษฎีการเรียนรู้คือกิจกรรมทางสังคม (Learning as a social activity) ของ Vygotsky สามารถสรุปได้ว่า นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ขึ้นเองและสร้างความรู้ขึ้นตลอดเวลา และจะเรียนรู้ปัญหาที่ยากผ่านการอภิปรายอย่างอิสระ ผู้เรียนต้องการเวลาในการเรียนรู้

4.7 ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Roger

Roger กล่าวว่ามนุษย์จะสามารถพัฒนาตนเองได้ดีหากอยู่ในสภาพการณ์ที่ผ่อนคลายและเป็นอิสระ การจัดบรรยากาศการเรียนที่ผ่อนคลายและเอื้อต่อการเรียนรู้ และเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางโดยครูใช้วิธีการสอนแบบชี้แนะ ให้ผู้เรียนเป็นผู้นำทางในการเรียนรู้ของตน และทำหน้าที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนจนบรรลุผลและการเรียนรู้จะเน้นกระบวนการ เนื่องจากกระบวนการเรียนรู้เป็นเครื่องมือสำคัญที่บุคคลใช้ในการดำรงชีวิตและแสวงหาความรู้ต่อไป (ทิสนา แคมมณี 2557, หน้า 70)

4.8 แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ของ Knowles

Knowles กล่าวว่าผู้เรียนจะเรียนรู้ได้มากหากมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ด้วยตนเอง การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรับผิดชอบร่วมกันในกระบวนการเรียนรู้ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีในกระบวนการเรียนรู้ ควรเปิดโอกาสและส่งเสริมให้ผู้เรียนนำประสบการณ์ ความรู้ ทักษะ เจตคติและค่านิยมต่าง ๆ ของตน เข้ามาใช้ในการทำความเข้าใจสิ่งใหม่ ประสบการณ์ใหม่ ในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียน ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เลือกสิ่งที่เรียนและวิธีเรียนด้วยตนเอง ในกระบวนการเรียนการสอนครูควรเข้าใจและส่งเสริมความแตกต่างระหว่างบุคคล ควรเปิดโอกาสและส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาคุณสมบัติเฉพาะตน ไม่ควรปิดกั้นเพียงเพราะเขาไม่เหมือนคนอื่นและในกระบวนการเรียนรู้ ควรเปิดโอกาสและส่งเสริมให้ผู้เรียนตัดสินใจด้วยตนเอง ลงมือกระทำและยอมรับผลของการตัดสินใจหรือการกระทำนั้น (ทิสนา แคมมณี 2557, หน้า 70-71)

จากการศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้ที่นักการศึกษาที่คือนักจิตวิทยาทั้งหลายได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า กระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะประสบผลสำเร็จนั้น ปัจจัยที่ครูผู้สอนต้องคำนึงถึง คือ รู้จักพัฒนาการของเด็กแต่ละวัยแล้วจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนการสอน นั้น การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม โดยจัดให้มีอุปกรณ์ หรือ เครื่องเล่นที่เด็กสามารถสัมผัสได้แทนตัวเลข หรือจำนวน จากนั้นจึงใช้รูปภาพแทนอุปกรณ์ และตามด้วยสัญลักษณ์และสิ่งที่เป็นนามธรรม กล่าวคือ เรียนจากสิ่งที่ย่อยไปหายาก จากสิ่งใกล้ตัวไปหาสิ่งไกลตัว ผู้เรียนจะต้องได้ฝึกปฏิบัติเป็นประจำ มีอิสระและเวลาในการคิด และสามารถคิดนอกกรอบ

ได้ มีโอกาสในการอภิปรายและแสดงเหตุผลอย่างอิสระ และสิ่งที่สำคัญอีกประการหนึ่งก็คือ การเรียนการสอนจะได้รับผลดีถ้าสิ่งที่เรียนสามารถนำไปใช้ได้จริง ดังนั้น ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ที่ได้ศึกษา เช่น การจัดการเรียนการสอน โดยเริ่มจากสิ่งที่ง่ายไปหายาก ใช้สื่อประกอบการเรียน ให้ผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติ มีโอกาสอภิปรายและแสดงเหตุผลอย่างอิสระและอื่น ๆ เพื่อให้การวิจัยบรรลุตามวัตถุประสงค์

5. จิตวิทยาการศึกษาในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5.1 ความสำคัญของจิตวิทยาการศึกษาต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ ขึ้นกับหลายปัจจัย และ ณ ที่นี้จะกล่าวถึงจิตวิทยา ซึ่งโดยทั่วไปแล้วจิตวิทยาทางการศึกษามีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ (อัมพร ม้าคนอง, 2554)

5.1.1 ทำให้ผู้สอนเข้าใจทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ ซึ่งจะนำไปใช้ในการวางแผนเลือกเนื้อหาและกิจกรรมคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของผู้เรียน

5.1.2 ทำให้ผู้สอนเลือกใช้ชีวิตสอนและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับความรู้ ความสามารถของผู้เรียน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5.1.3 ทำให้ผู้สอนเข้าใจจิตวิทยาการเรียนรู้ของผู้เรียน เช่น แรงจูงใจ เจตคติ การเสริมแรง และเลือกใช้ได้เหมาะสมกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

5.1.4 ทำให้ผู้สอนจัดบริบทการเรียนรู้ได้เหมาะสมกับลักษณะของผู้เรียน และธรรมชาติของเนื้อหาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนให้เอื้อต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5.1.5 ทำให้ผู้สอนรู้จักผู้เรียนเป็นรายบุคคล ทั้งในเรื่องของลักษณะนิสัย พัฒนาการทางสติปัญญา พื้นฐานทางสังคม ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะเป็นข้อมูลสำคัญที่ผู้สอนจะใช้ในการมีปฏิสัมพันธ์ (Interact) กับผู้เรียน

5.1.6 ทำให้ผู้สอนวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และสามารถหาแนวทางในการป้องกันและแก้ไขปัญหาได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น พบว่าจิตวิทยาช่วยให้ผู้สอนวางแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และดำเนินการในห้องเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน จึงกล่าวได้ว่าจิตวิทยามีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

5.2 จิตวิทยาที่ควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ มีดังนี้ (ยุพิน พิพิธกุล, 2539)

5.2.1 ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual difference) นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจและลักษณะนิสัย ดังนั้น ในการจัดชั้นเรียนนั้น ครูควรคำนึงถึง

- 1) ความแตกต่างกันของนักเรียนภายในกลุ่มเดียวกัน เพราะนักเรียนมีความแตกต่างกัน ทั้งทางร่างกาย ความสามารถ บุคลิกภาพ ครูจะสอนทุกคนให้เหมือนกันนั้น เป็นไปไม่ได้ ครูจะต้องศึกษาว่านักเรียนแต่ละคนมีปัญหาอย่างไร
- 2) ความแตกต่างระหว่างกลุ่มของนักเรียน เช่น ครูอาจจะแบ่งนักเรียนออกตามความสามารถ (Ability grouping) ว่านักเรียนมีความเก่ง อ่อน ต่างกันอย่างไร เมื่อครูทราบแล้ว ก็จะได้สอนให้สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียนเหล่านั้น
- 3) ศึกษานักเรียนแต่ละบุคคล ดูความแตกต่างเสียก่อน วินิจฉัยว่าแต่ละคนประสบปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร
- 4) วางแผนการสอนให้สอดคล้องกับความแตกต่างของนักเรียน ถ้านักเรียนเรียนเก่งก็ส่งเสริมให้ก้าวหน้า แต่ถ้านักเรียนอ่อนก็พยายามหาทางช่วยเหลือด้วยการสอนซ่อมเสริม
- 5) ครูต้องรู้จักหาวิธีการมาสอน หาวิธีแปลก ๆ ใหม่ ๆ เช่น การสอนนักเรียนอ่อนก็ใช้รูปธรรมมาอธิบายนามธรรม ให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน เพลิดเพลิน อาจจะใช้เพลง กลอน เกม ปริศนา บทเรียนการ์ตูน เอกสารแนะแนวทาง บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียน การสอนรายบุคคล และบทเรียนกิจกรรม
- 6) ครูต้องรู้จักหาเอกสารประกอบการสอนมาเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น นักเรียนเก่งก็ให้ทำแบบฝึกหัดเสริมให้ก้าวหน้ายิ่งขึ้น นักเรียนอ่อนก็ทำแบบฝึกหัดที่ง่ายไปหายาก เป็นแบบฝึกหัดที่เสริมทักษะให้นักเรียนค่อย ๆ ทำไป
- 7) การสอนนักเรียนที่มีความแตกต่างกันนั้นข้อสำคัญ คือ ครูจะต้องมีความอดทน ขยัน ใฝ่หาความรู้ เสียสละเวลา จึงจะสามารถสอนนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5.2.2 จิตวิทยาในการฝึก (Psychology of drill) การฝึกนั้นเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับนักเรียน แต่ถ้าให้ฝึกซ้ำ ๆ นักเรียนก็จะเกิดความเบื่อหน่าย ครูบางท่านคิดว่าการฝึกให้นักเรียนทำโจทย์มาก ๆ จะทำให้นักเรียนคล่องและจำสูตรได้ แต่ในบางครั้งโจทย์ที่เป็นแบบเดียวกัน ถ้าทำหลาย ๆ ครั้ง นักเรียนก็เกิดความเบื่อหน่าย ครูจะต้องดูให้เหมาะสม การฝึกที่มีผลอาจจะพิจารณา ดังนี้

- 1) การฝึกจะให้ได้ผลดีต้องฝึกเป็นรายบุคคล เพราะคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

2) ควรจะฝึกไปที่ละเรื่อง เมื่อจบบทเรียนหนึ่งและเมื่อเรียนได้หลายบท ก็ควรจะฝึกทบทวนข้ออีกครั้งหนึ่ง

3) ควรจะมีการตรวจสอบแบบฝึกหัดแต่ละแบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนทำ เพื่อประเมินผลนักเรียน ตลอดจนประเมินผลการสอนของครูด้วย เมื่อนักเรียนทำโจทย์ปัญหาไม่ได้ ครูควรจะได้ถามตนเองอยู่เสมอว่าเพราะอะไร อาจจะเป็นครูใช้วิธีสอนไม่ดีก็ได้ จะต้องพิจารณาให้รอบคอบ

4) เลือกแบบฝึกหัดที่สอดคล้องกับบทเรียน และให้แบบฝึกหัดพอเหมาะ ไม่มากเกินไป ตลอดจนหาวิธีการในการที่จะให้ทำแบบฝึกหัด

5) แบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนทำนั้น จะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ด้วย

6) แบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนทำนั้น ควรฝึกหลาย ๆ ด้าน คำนึงถึงความยากง่าย เรื่องใด ควรจะเน้นก็ให้ทำหลายข้อ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจและจำได้

7) พึงตระหนักอยู่เสมอว่า ก่อนที่จะให้นักเรียนทำโจทย์นั้น นักเรียนเข้าใจในวิธีการทำโจทย์นั้น โดยถ่องแท้ อย่าปล่อยให้ให้นักเรียนทำโจทย์ตามตัวอย่างที่ครูสอน โดยไม่เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์แต่ประการใด

8) พึงตระหนักอยู่เสมอว่า ฝึกอย่างไรนักเรียนจึงจะ “คิดเป็น” ไม่ใช่ “คิดตาม” ครูจะต้องฝึกให้นักเรียน “คิดเป็น” “ทำเป็น” และ “แก้ปัญหาเป็น”

จากหลักจิตวิทยาที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ประสบผลสำเร็จนั้นสิ่งที่จะต้องประยุกต์ใช้หลักจิตวิทยาอย่างถูกต้องและเหมาะสม โดยเฉพาะความแตกต่างระหว่างบุคคล จากนั้นจัดประสบการณ์การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่เหมาะสมให้แก่ผู้เรียนและที่สำคัญนักเรียนต้องได้ฝึกคิด ฝึกทำ และฝึกแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ อย่างเป็นปกติ ดังนั้น ผู้วิจัยจะใช้หลักจิตวิทยาที่กล่าวมาข้างต้นในการวิจัยครั้งนี้ เช่น คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล จัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมให้แก่ผู้เรียน ให้นักเรียนได้ฝึกคิด ฝึกทำ และฝึกแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผลของการวิจัยถูกต้องตามความเป็นจริงมากที่สุด

6. หลักการสอนคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่ง ซึ่งถือได้ว่าเป็นเครื่องมือของการเรียนรู้ โดยครูเป็นผู้มีบทบาทในการเรียนการสอน ดังนั้นวิธีการสอนของครูจึงเป็นสิ่งสำคัญเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ มีผู้ให้แนวคิดเกี่ยวกับหลักการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ (The teaching principle) ว่า การสอน

คณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ จำเป็นจะต้องเข้าใจว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานอะไรบ้างอยู่แล้ว และความรู้ใหม่ที่นักเรียนจำเป็นต้องเรียนคืออะไร จากนั้นจึงจัดการเรียนการสอนที่ท้าทายต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังนั้น เพื่อสนองความรู้คณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพสูงให้แก่ นักเรียน สิ่งที่ครูผู้สอนต้องมีคือ (1) เข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สอนอย่างท่องแท้ (2) เข้าใจว่า นักเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร รวมถึงรู้ว่านักเรียนแต่ละคนมีพัฒนาการการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างไร ตลอดถึงข้อผิดพลาดที่ผู้เรียนมีเป็นประจำ และ (3) เลือกวิธีการสอนและยุทธวิธีที่เหมาะสม มีประสิทธิภาพ และทำให้เกิดการเรียนรู้ ซึ่งบทบาทของครู คือ กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด ได้ตั้งคำถาม ได้แก้ปัญหาและได้อภิปรายแนวความคิด ยุทธวิธี และคำตอบของตน (NCTM, 2000, pp. 16-18)

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 110) กล่าวว่า ครูจำเป็นต้องทราบหลักการสอนคณิตศาสตร์ และนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้สอนเพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยความเข้าใจ มีความรู้ และประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งหลักการสอนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม
2. สอนจากสิ่งที่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่ไกลตัวนักเรียน
3. สอนจากเรื่องที่ยากก่อนสอนเรื่องที่ยาก
4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน
5. สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล
6. สอนด้วยอารมณ์ขัน ทำให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลิน เช่น เกม ปริศนา เพลง
7. สอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้กับนักเรียน
8. สอนด้วยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น ๆ เช่น วิชาคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับ

การเพิ่มจำนวนแมลงหวี่ ซึ่งต้องอาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง

อัมพร ม้าคอง (2546 หน้า 8) กล่าวว่า หลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ มีดังนี้

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิด และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และนำไปสู่ข้อสรุป
2. สอนให้ผู้เรียนเห็น โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์
3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือต้องคำนึงถึงเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน
4. สอนโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม อธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรม มาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้น หรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น

5. จัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน

6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล ฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวม เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. สอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยงสื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็น และนำไปคิดต่อ

8. สอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียน กับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

9. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติ และศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้จัดกิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน

10. สอนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าคณิตศาสตร์ไม่ยากและมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. สังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของผู้เรียนในห้องโดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวถึงแนวทางการสอนคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก

2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดก็ควรทบทวนให้หมด การรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่จะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น

4. เปลี่ยนวิธีสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ ซึ่งอาจจะมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนา ต้องรู้จักสอดแทรก สิ่งละอันพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ

5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น เป็นแรงจูงใจที่จะเรียน ด้วยเหตุนี้ในการสอนจึงมีการนำเข้าสู่บทเรียนเร้าใจเสียก่อน

6. สอนให้ผ่านประสาทสัมผัส ผู้สอนอย่าพูดเฉย ๆ โดยไม่เห็นตัวอักษร ไม่เขียนกระดานดำ เพราะการพูดลอย ๆ ไม่เหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์

7. ควรจะคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม

8. เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน

9. ให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้างไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

10. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกินหลักสูตร ซึ่งทำให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนท้อถอย แต่ถ้าผู้เรียนที่เรียนเก่ง ก็อาจจะชอบ ควรจะส่งเสริมเป็นรายไป ในการสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม

11. สอนให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จนนักเรียนเห็นรูปแบบจะช่วยให้นักเรียนสรุปได้ อย่ารีบบอกเกินไป

12. ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้

13. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียน น่าเรียนยิ่งขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหลัก ครูไม่ควรจะเคร่งเครียด

14. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ

15. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อจะนำสิ่งแปลกและใหม่มาถ่ายทอด ให้ผู้เรียน และผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่มีความรู้ในอาชีพของตน จึงจะทำให้สอนได้ดี

ครูทั่วไปมักเข้าใจว่า การสอนคณิตศาสตร์คือสอนหรืออธิบายเนื้อหาสาระ แล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดก็เพียงพอแล้ว แต่ที่จริงนั้น การสอนคณิตศาสตร์ทุกเรื่องต้องพยายามให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริงควบคู่กับการคิดคำนวณ สิ่งแรกคือการลงมือปฏิบัติ การพิสูจน์ การตรวจสอบ ถัดมาคือให้ทำแบบฝึกหัดและในบางเรื่องครูต้องสาธิตให้เข้าใจ หลักการควบคู่กับการอธิบาย นอกจากนี้ครูผู้สอนต้องสนใจและสังสมประสบการณ์ไว้ตลอดเวลาอย่างไม่มีที่สิ้นสุด (สมนึก ภัททิยธนี, 2551)

จากการศึกษาหลักการสอนคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ ครูจำเป็นที่จะต้องทราบหลักการสอนคณิตศาสตร์ และนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้สอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีความรู้ และประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น สอนจากเรื่องที่ย้ายไปหาเรื่องที่ยาก ใช้ฐานความรู้เดิมในการเรียนเนื้อหาใหม่ ใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรมที่ทำทหายและสนุกสนานผ่านสื่อการสอนที่มีประสิทธิภาพ และวิธีที่ไม่ซ้ำซาก นอกจากนี้ การสอนคณิตศาสตร์ต้องตรงตามเนื้อหาสาระ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ เห็นโครงสร้าง และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันและกับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้หลักจิตวิทยาต่าง ๆ ในการสอน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกใช้หลักการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นในการทำวิจัยครั้งนี้

การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative learning)

1. ความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

Slavin (1995, pp. 2-7) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นวิธีการสอนที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้สอนกับทุกวิชาและทุกระดับชั้น โดยนักเรียนจะทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ที่ลดความสามารถเพื่อร่วมกันศึกษาเนื้อหาที่ครูนำเสนอ นักเรียนในกลุ่มทุกคนมีความรับผิดชอบต่อผลสัมฤทธิ์ของกลุ่ม จึงทำให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งพากันและสมาชิกในกลุ่มจะได้รับรางวัลร่วมกัน เมื่อกลุ่มทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้

Johnson and Johnson (1999 cited in Alabekee, Samuel & Osaat, 2015, p. 68) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นการเรียนในกลุ่มลดความสามารถ นักเรียนทำงานร่วมกันและช่วยเหลือกัน เพื่อให้กลุ่มของตนประสบผลสำเร็จในการเรียน

Artzt and Newman (1990) และ Shutton (1992) กล่าวถึงการเรียนรู้แบบร่วมมือว่าเป็นวิธีที่ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกันในกลุ่มเล็ก ๆ (2-6 คน) สมาชิกทุกคนในกลุ่มมีความสำคัญต่อความสำเร็จของกลุ่ม เพื่อบรรลุเป้าหมายสมาชิกทุกคนจึงช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ในการอภิปรายเสนอข้อคิดเห็น ทำให้เกิดการเรียนรู้และสามารถแก้ไขปัญหาได้ (Leikin & Zaslavsky, 1999, p. 240)

ทิตนา แคมมณี (2557, หน้า 98) ได้ให้ความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือ คือการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยโดยมีสมาชิกกลุ่มที่มีความสามารถแตกต่างกัน ประมาณ 3-6 คน ช่วยกันเรียนรู้เพื่อไปสู่เป้าหมายของกลุ่ม

ราชบัณฑิตยสถาน (2542, หน้า 41) ได้ให้ความหมายของการเรียนรู้แบบร่วมมือว่า เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ยึดหลักให้ผู้เรียนช่วยกันเรียนรู้โดยพึ่งพากัน มีปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ใช้ทักษะในทางสังคมในการทำงานร่วมกัน มีการวิเคราะห์กระบวนการทำงานกลุ่มและมีการตรวจสอบผลการเรียนรู้เป็นรายบุคคล

จากความหมายของการเรียนแบบร่วมมือที่ได้กล่าวมานั้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่าการเรียนแบบร่วมมือ เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยกำหนดกลุ่มผู้เรียน 3-6 คน ที่ลดความสามารถเรียนรู้ร่วมกัน สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมีปฏิสัมพันธ์กัน ช่วยเหลือกัน ยอมรับซึ่งกันและกัน มีความรับผิดชอบต่องานที่ตนเองได้รับและงานกลุ่มที่ต้องทำร่วมกัน เพื่อให้ประสบความสำเร็จและบรรลุเป้าหมายของกลุ่มร่วมกัน

2. องค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

Johnson and Johnson (1999, pp. 70-71) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ 5 ประการดังนี้

2.1 การพึ่งพาและเกื้อกูลกัน (Positive interdependence)

กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ จะต้องมีความตระหนักว่า สมาชิกกลุ่มทุกคน มีความสำคัญ และความสำคัญของกลุ่มขึ้นกับสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ในขณะที่เดียวกันสมาชิกแต่ละคนจะประสบความสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อกลุ่มประสบความสำเร็จ ความสำเร็จของบุคคลและของกลุ่มขึ้นอยู่กับกันและกัน ดังนั้นแต่ละคนต้องรับผิดชอบในบทบาทหน้าที่ของตน และในขณะที่เดียวกันก็ช่วยเหลือสมาชิกคนอื่น ๆ ด้วย เพื่อประโยชน์ร่วมกัน การจัดกลุ่มเพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการพึ่งพาช่วยเหลือกันทำได้หลายทาง เช่น การให้ผู้เรียนมีเป้าหมายเดียวกัน หรือให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมายในการทำงาน การเรียนรู้ร่วมกัน (Positive goal interdependence) การให้รางวัลตามผลงานของกลุ่ม (Positive reward interdependence) การให้งานหรือวัสดุอุปกรณ์ที่ทุกคนต้องทำหรือใช้ร่วมกัน (Positive resource interdependence) การมอบหมายบทบาทหน้าที่ในการทำงาน (Positive role interdependence)

2.2 การปรึกษาหารือกันอย่างใกล้ชิด (Face-to-face promotive interaction)

การที่สมาชิกในกลุ่มมีการพึ่งพาช่วยเหลือกัน เป็นปัจจัยที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันและกันในทางที่จะช่วยให้กลุ่มบรรลุเป้าหมาย สมาชิกในกลุ่มจะห่วงใย ใ้วางใจ ส่งเสริม และช่วยเหลือกันและกันในการทำงานต่าง ๆ ร่วมกัน ส่งผลให้เกิดสัมพันธภาพที่ดีต่อกัน

2.3 ความรับผิดชอบที่ตรวจสอบได้ของสมาชิกแต่ละคน (Individual accountability)

สมาชิกในกลุ่มการเรียนรู้ทุกคนจะต้องมีหน้าที่รับผิดชอบ และพยายามทำงานที่ได้รับมอบหมายอย่างเต็มความสามารถ ไม่มีใครที่จะได้รับประโยชน์โดยไม่ทำหน้าที่ของตน ดังนั้น กลุ่มจึงจำเป็นต้องมีระบบตรวจสอบผลงาน ทั้งที่เป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่ม วิธีการที่ส่งเสริมให้ทุกคนได้ทำหน้าที่ของตนอย่างเต็มที่ที่มีหลายวิธี เช่น การจัดกลุ่มให้เล็ก เพื่อจะได้มีการเอาใจใส่กันและกันอย่างทั่วถึง การทดสอบเป็นรายบุคคล การสุ่มเรียกชื่อให้รายงาน ครูสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนในกลุ่ม การจัดให้กลุ่มมีผู้สังเกตการณ์ การให้ผู้เรียนสอนกันและกัน เป็นต้น

2.4 การใช้ทักษะการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย

(Interpersonal and small group skills)

การเรียนรู้แบบร่วมมือจะประสบผลสำเร็จได้ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญ ๆ หลายประการ เช่น ทักษะทางสังคม ทักษะการปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น ทักษะการทำงานกลุ่ม ทักษะการสื่อสาร และทักษะการแก้ปัญหาขัดแย้ง รวมทั้งการเคารพ ขอมรับ และใ้วางใจซึ่งกันและกัน

2.5 การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่ม (Group processing)

กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือจะต้องมีการวิเคราะห์กระบวนการทำงานของกลุ่ม เพื่อช่วยให้กลุ่มเกิดการเรียนรู้และปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่มครอบคลุมการวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการทำงานของกลุ่ม พฤติกรรมของสมาชิกกลุ่มและผลงาน

ของกลุ่ม การวิเคราะห์การเรียนรู้นี้อาจทำโดยครู หรือผู้เรียน หรือทั้งสองฝ่าย การวิเคราะห์กระบวนการกลุ่มนี้เป็นยุทธวิธีหนึ่งที่ส่งเสริมให้กลุ่มตั้งใจทำงาน เพราะรู้ว่าจะได้รับข้อมูลป้อนกลับ และช่วยฝึกทักษะการรู้คิด (Metacognition) คือสามารถที่จะประเมินการคิดและพฤติกรรมของตนที่ได้ทำไป

จากการศึกษาเอกสารข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือมีองค์ประกอบที่สำคัญ 5 ประการ คือ การพึ่งพาและเกื้อกูลกัน การปรึกษาหารือกันอย่างใกล้ชิด ความรับผิดชอบที่ตรวจสอบได้ของสมาชิกแต่ละคน การใช้ทักษะการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย และการวิเคราะห์กระบวนการกลุ่ม ซึ่งองค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมมือกันดังกล่าว ไม่เพียงแต่เป็นคุณลักษณะของการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีประสิทธิภาพ แต่ยังเป็นวินัยข้อควรปฏิบัติอย่างจริงจังในการสร้างสรรค์เงื่อนไขสำหรับการเรียนการสอนแบบร่วมมือที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผล ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะในการเรียนรู้ ทักษะทางสังคม ทำให้ผู้เรียนอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข และส่งผลให้ผู้เรียนมีการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกด้วย

3. ผลดีของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

Johnson, Johnson and Holubec (1994 อ้างถึงใน ทิศนา แคมมณี, 2557, หน้า 101-102) ได้กล่าวถึงผลดีของการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ดังนี้

3.1 มีความพยายามที่จะบรรลุเป้าหมายมากขึ้น (Greater efforts to achieve)

การเรียนรู้แบบร่วมมือช่วยให้ผู้เรียนมีความพยายามที่จะเรียนรู้ให้บรรลุเป้าหมายเป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และมีผลงานมากขึ้น การเรียนรู้มีความคงทนมากขึ้น (Long-term retention) มีแรงจูงใจภายในและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ มีการใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ ใช้เหตุผลดีขึ้น และคิดอย่างมีวิจารณญาณมากขึ้น

3.2 มีความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนมากขึ้น (More positive relationships among students)

การเรียนรู้แบบร่วมมือทำให้ผู้เรียนมีน้ำใจนักกีฬามากขึ้น ใฝ่ใจผู้อื่น เห็นคุณค่าของความแตกต่าง ความหลากหลาย การประสานความสัมพันธ์และการรวบรวมกลุ่ม

3.3 มีสุขภาพจิตดีขึ้น (Greater psychological health)

การเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนมีสุขภาพจิตดีขึ้น มีความรู้สึกที่ดีเกี่ยวกับตนเอง และมีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมและความสามารถในการเผชิญกับความเครียดและความผันแปรต่าง ๆ

จากการศึกษาเอกสารข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือทำให้ผู้เรียนมีความพยายามที่จะบรรลุเป้าหมายมากขึ้น มีความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนมากขึ้น และมีสุขภาพจิตดี

4. ขั้นตอนของการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ในการจัดการเรียนการสอนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือนั้น จะต้องเตรียมความพร้อมของผู้เรียนทั้งในบทบาทหน้าที่ บทบาทสมาชิกแต่ละคนรวมถึงการปฏิบัติเพื่อให้กลุ่มบรรลุเป้าหมาย ซึ่งครูจำเป็นต้องดำเนินการตามลำดับขั้นตอนดังนี้

เปรมจิตต์ ขจรภักลาเช่น (2536, หน้า 8-9) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือกัน โดยทั่วไป ดังนี้

1. ขั้นเตรียม ครูสอนทักษะในการเรียนรู้แบบร่วมมือ จัดกลุ่มเด็กตามความสามารถ ซึ่งแบ่งเป็นเด็กเก่ง เด็กปานกลาง เด็กอ่อน ให้คลงกันในทุกกลุ่ม เพื่อความเท่าเทียมกันในการเรียนและความยุติธรรมของกลุ่มทุกกลุ่มต้องแบ่งจำนวนเด็กเก่ง เด็กปานกลางและเด็กอ่อนกลุ่มละเท่า ๆ กัน โดยเรียงจัดอันดับเด็กที่ได้อันดับแรกไปจนถึงอันดับสุดท้ายของห้อง แล้วเรียงใส่ชื่อกลุ่ม เช่น A-D เป็น 4 กลุ่ม แล้วสลับเรียงย้อนจาก D-A สลับไปจนครบเพื่อให้เด็กเก่งได้ช่วยเด็กอ่อน ส่วน ชื่อกลุ่มจะมีการตั้งใหม่แล้วแต่สมาชิกในกลุ่มจะเห็นสมควรอีกครั้ง ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การกำหนดนักเรียนเข้ากลุ่มตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม	ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม
นักเรียนเก่ง	1	A	นักเรียนปานกลาง	9	A
	2	B		10	B
	3	C		11	C
	4	D		12	D
นักเรียนปานกลาง	5	D	นักเรียนอ่อน	13	D
	6	C		14	C
	7	B		15	B
	8	A		16	A

จากตารางที่ 2 เป็นการจัดกลุ่มตามระดับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการสอบปลายปีของนักเรียนในปีการศึกษาที่ผ่านมา แล้วเรียงลำดับนักเรียนเข้ากลุ่มทั้งหมด 4 กลุ่ม ซึ่งประกอบด้วยสมาชิก ดังนี้

กลุ่ม A ประกอบด้วยสมาชิกลำดับที่ 1, 8, 9, 16

กลุ่ม B ประกอบด้วยสมาชิกลำดับที่ 2, 7, 10, 15

กลุ่ม C ประกอบด้วยสมาชิกลำดับที่ 3, 6, 11, 14

กลุ่ม D ประกอบด้วยสมาชิกลำดับที่ 4, 5, 12, 13

เมื่อดำเนินการจัดกลุ่มนักเรียนแล้ว ครูบอกวัตถุประสงค์ของบทเรียนและบอกวัตถุประสงค์ของการทำงานร่วมกัน

2. ขึ้นสอน ครูสอนเนื้อหาหรือบทเรียนใหม่ด้วยวิธีการสอนที่เหมาะสมแล้วให้งาน

3. ขึ้นทำงานกลุ่ม นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย แต่ละคนมีบทบาทหน้าที่ของตน ช่วยกันแก้ปัญหา อภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด มากกว่าดูคำตอบหรือรอคำตอบจากครู

4. ขึ้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ

4.1 ตรวจสอบผลงาน ถ้าเป็นงานกลุ่มสมาชิกในกลุ่มเซ็นชื่อในผลงานที่ส่งครูอาจประเมินด้วยการหยิบผลงานของกลุ่มขึ้นมาแล้วถามสมาชิกกลุ่มคนใดคนหนึ่งเกี่ยวกับชิ้นงานนั้นและถ้าเป็นงานเดี่ยว ครูอาจให้นักเรียนคนใดคนหนึ่งในกลุ่มอธิบายวิธีหาคำตอบของเขาที่ได้จากการเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม

4.2 ครูทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยไม่มีการช่วยเหลือกัน และเมื่อครูตรวจผลการสอบแล้วจะคำนวณและเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มให้นักเรียนทราบและถือว่าเป็นคะแนนของนักเรียนในกลุ่มด้วย

5. ขึ้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยอภิปรายผลงานของนักเรียน และวิธีการทำงานของนักเรียน รวมถึงวิธีการปรับปรุงการทำงานกลุ่มด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนรู้ความก้าวหน้าของตนเองทั้งทางด้านวิชาการและทางด้านสังคม

Johnson and Johnson (1991, pp. 101-102) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันไว้ ดังนี้

1. ขึ้นเตรียม ประกอบด้วยครูเป็นที่ปรึกษาให้คำแนะนำถึงบทบาทของนักเรียน การแบ่งกลุ่มการเรียน แจกวัตถุประสงค์ของบทเรียนในแต่ละบท แต่ละคาบและฝึกฝนทักษะพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการทำกิจกรรมกลุ่ม

2. ขึ้นสอน ครูจะทำการสอนในรูปแบบกิจกรรมการสอนที่ประกอบด้วย การนำเข้าสู่บทเรียน แนะนำเนื้อหา แนะนำแหล่งข้อมูล และมอบหมายงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม

3. ขึ้นทำกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนแต่ละคนจะมีบทบาทหน้าที่ ในการทำกิจกรรมกลุ่มตามที่ได้รับมอบหมาย และจะช่วยเหลือกันทำให้เกิดการเสริมแรงและการสนับสนุนกัน

4. **ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ** เป็นการตรวจสอบว่าผู้เรียนได้ปฏิบัติหน้าที่ครบถ้วนหรือไม่ ผลการปฏิบัติเป็นอย่างไร เน้นการตรวจสอบผลงานกลุ่มและรายบุคคล ต่อจากนั้นเป็นการทดสอบ

5. **ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม** ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ถ้ามีสิ่งที่ไม่เข้าใจครูควรอธิบายเพิ่มเติมและช่วยกันประเมินผลการทำงานกลุ่มหาจุดเด่นและสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไข

กล่าวสรุปคือ ขั้นตอนการสอนแบบร่วมมือ มี 5 ขั้นตอนที่สำคัญ ได้แก่ ขั้นเตรียมขั้นสอน ขั้นทำกิจกรรมกลุ่ม ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ และขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม แต่การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ซึ่งใช้เพียงแต่ 4 ขั้นตอน (ไม่รวมขั้นเตรียม)

5. ประเภทของกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ

ประเภทการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้โดยทั่วไปมี 3 ประเภท (ทิสนา เขมมณี, 2557, หน้า 102-103) ดังนี้

1. **กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างเป็นทางการ (Formal cooperative learning group)** กลุ่มประเภทนี้ ครูจัดขึ้น โดยการวางแผน จัดระเบียบ กฎเกณฑ์ วิธีการและเทคนิคต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันเรียนรู้สาระต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง ซึ่งอาจเป็นหลาย ๆ ชั่วโมงติดต่อกัน หรือหลายสัปดาห์ติดต่อกัน จนกระทั่งผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และบรรลุจุดมุ่งหมายตามที่กำหนด

2. **กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างไม่เป็นทางการ (Informal cooperative learning group)** กลุ่มประเภทนี้ ครูจัดขึ้นเฉพาะกิจเป็นครั้งคราว โดยสอดแทรกอยู่ในการสอนปกติอื่น ๆ โดยเฉพาะการสอนแบบบรรยาย ครูสามารถจัดกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือสอดแทรกเข้าไปเพื่อช่วยให้ผู้เรียนมุ่งความสนใจ หรือใช้ความคิดเป็นพิเศษในสาระบางจุด

3. **กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างถาวร (Cooperative base group)** กลุ่มประเภทนี้เป็นกลุ่มการเรียนรู้ที่สมาชิกกลุ่มมีประสบการณ์การทำงาน/ การเรียนรู้ร่วมกันมานานจนกระทั่งเกิดสัมพันธ์ภาพที่ดี สมาชิกกลุ่มมีความผูกพัน ห่วงใย ช่วยเหลือกันและกันอย่างต่อเนื่อง

ในการเรียนรู้แบบร่วมมือ มักจะมีกระบวนการดำเนินงานที่ต้องทำเป็นประจำ เช่น การเขียนรายงาน การเสนอผลงานของกลุ่ม การตรวจผลงาน เป็นต้น ในกระบวนการทำงานที่เป็นกิจวัตรดังกล่าว ครูควรจัดระเบียบขั้นตอนการทำงาน หรือฝึกฝนให้ผู้เรียนดำเนินงานอย่างเป็นระบบ เพื่อช่วยให้งานเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ กระบวนการที่ใช้หรือดำเนินการเป็นกิจวัตรในการเรียนรู้แบบร่วมมือนี้ เรียกว่า “Cooperative learning scripts” ซึ่งหากสมาชิกกลุ่มปฏิบัติอย่างต่อเนื่องเป็นเวลานาน จะเกิดเป็นทักษะที่ชำนาญในที่สุด

สรุปได้ว่า ประเภทการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้โดยทั่วไปมี 3 ประเภท ได้แก่ กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างเป็นทางการ กลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างไม่เป็นทางการ และกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างถาวร สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ซึ่งถือว่าจัดอยู่ในประเภทกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างเป็นทางการ

6. เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ

มีนักการศึกษาหลายท่านจากหลายสถาบันการศึกษาที่พัฒนาและวิจัยการเรียนรู้แบบการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคต่าง ๆ แต่การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาเทคนิคที่ สลาบินและคณะ และเทคนิคที่นักการศึกษาท่านอื่นพัฒนาขึ้นจำนวนหนึ่ง ซึ่งเป็นเทคนิคที่ถูกนำมาจัดการเรียนรู้ อย่างกว้างขวาง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นทีม (Student team learning) ที่ สลาบินและคณะ จากมหาวิทยาลัย John Hopkins ได้พัฒนาขึ้นตั้งแต่ช่วงปี ค.ศ. 1980s โดยยึดหลักของการสอนแบบร่วมมือ 3 ประการ คือ การให้รางวัลเป็นทีม (Team rewards) ความรับผิดชอบที่สามารถตรวจสอบได้ของบุคคล (Individual accountability) และโอกาสประสบความสำเร็จเท่าเทียมกัน (Equal opportunity for success) (Slavin, 1995, pp. 4-7) ได้แก่

6.1 เทคนิค STAD (Student team-achievement division) เป็นเทคนิคที่จัดผู้เรียน ออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ที่มีความสามารถคล้ายกัน มีเพศ และเชื้อชาติต่างกัน กระบวนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย ครูนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (Class presentation) จากนั้นนักเรียน ภายในกลุ่ม (Team) ร่วมกันศึกษาข้อเท็จจริง ความคิดรวบยอด ตลอดถึงกระบวนการต่าง ๆ ที่ครู นำเสนอจนมั่นใจว่าทุกคนเข้าใจและมีความชำนาญในเรื่องนั้น จึงทำการทดสอบ (Quizzes) เป็นรายบุคคล ครูตรวจและนำคะแนนของแต่ละคนไปหาคะแนนความก้าวหน้า (Individual improvement score) โดยเทียบกับคะแนนฐาน (Based score) ของแต่ละคน นำคะแนน ความก้าวหน้าของแต่ละคนไปหาคะแนนกลุ่ม กลุ่มใดได้คะแนนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จะได้รับรางวัลเพื่อเป็นการชมเชยผลงานกลุ่ม (Team recognition)

6.2 เทคนิค TGT (Team-games-tournaments) เป็นเทคนิคแรกของการเรียนรู้แบบร่วมมือของมหาวิทยาลัย Johns Hopkins ซึ่ง De Vries and Edwards (Slavin, 1995, p. 6) เป็นผู้พัฒนา มีกระบวนการจัดการเรียนรู้คล้ายกับวิธี STAD แต่วิธี TGT จะใช้การเล่นเกมนทางวิชาการ รายสัปดาห์แทนการทดสอบรายบุคคล โดยที่นักเรียนของแต่ละกลุ่มจะต้องแข่งขันกันเพื่อนำคะแนนมาให้กลุ่มของตน นักเรียนจะเล่นเกมอยู่ที่โต๊ะการแข่งขัน (Tournament tables) กับนักเรียนที่มีกลุ่มอื่นที่มีศักยภาพทุก ๆ ด้านเท่าเทียมกัน ในการเล่นเกมต้องให้ความสำคัญกับทุกคน

และทุก ๆ คนมีโอกาสดำเนินการเป็นคนแรกเท่า ๆ กัน ผู้ที่ได้คะแนนสูงสุดของแต่ละโต๊ะ การแข่งขันทำ 6 คะแนนให้กลุ่มของตน กลุ่มใดได้คะแนนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้จะได้รับรางวัล

6.3 เทคนิคจิ๊กซอว์ที่สอง JIGSAW II เป็นเทคนิคที่ดัดปรับมาจากวิธี JIGSAW ที่ Aronson พัฒนาขึ้นในปี 1978 หลังจากนั้น สลาบิน ได้นำแนวคิดดังกล่าวมาขยายเพื่อให้สอดคล้องกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ กระบวนการจัดการเรียนรู้คล้ายกับเทคนิค STAD และเทคนิค TGT คือ จัดนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 4 คน แต่ละคนมีความสามารถแตกต่างกัน จากนั้นมอบหมายไปศึกษาเนื้อหา ซึ่งส่วนมากจะเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการบรรยาย เช่น สังคมศึกษา วรรณคดี บางส่วนของวิชาวิทยาศาสตร์ รวมทั้งวิชาอื่น ๆ ที่เน้นการพัฒนาความรู้ความเข้าใจ มากกว่าพัฒนาทักษะ โดยสมาชิกของกลุ่มแต่ละคนจะถูกมอบหมายให้เป็นผู้เชี่ยวชาญ (Expert) ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งของเนื้อหาตามที่ครูต้องการ จากนั้นกลุ่มผู้เชี่ยวชาญจากแต่ละกลุ่มเข้ากลุ่ม ศึกษา และอภิปรายเนื้อหาที่ถูกมอบหมาย แล้วกลุ่มผู้เชี่ยวชาญกลับคืนสู่กลุ่มเดิมของตนเพื่อถ่ายทอด ความรู้ให้เพื่อนในกลุ่มของตน และสุดท้ายทุกคนต้องทดสอบและนำคะแนนมาหาคะแนนพัฒนา ของแต่ละคน คะแนนกลุ่ม และให้รางวัลกลุ่ม เช่นเดียวกับเทคนิค STAD

6.4 เทคนิค TAI (Team accelerated instruction) เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ร่วมกับ เทคนิค STAD และเทคนิค TGT (Slavin, Leavey & Madden, 1986 cited in Slavin, 1995, p. 7) คือ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่ละความสามารถ และมีการให้รางวัลกลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ เหมือนกัน แต่เทคนิค TAI ต่างจากเทคนิค STAD และเทคนิค TGT ตรงที่ว่า ไม่ได้ใช้เพียงแต่ การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมืออย่างเดียว แต่ยังใช้วิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานกับการเรียนรู้ แบบอัตรบุคคล (Individualized instruction) นอกจากนั้นเทคนิค STAD และเทคนิค TGT ยังสามารถ ประยุกต์ใช้กับทุกวิชาและทุกระดับชั้น ส่วนเทคนิค TAI ถูกออกแบบให้สอนเฉพาะวิชา คณิตศาสตร์และเหมาะสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ถึงปีที่ 6

การแบ่งกลุ่มนักเรียนต้องอิงใส่คะแนนทดสอบวัดระดับ (Placement test) จากนั้น นักเรียนจะได้ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ตามความสามารถของตน การจัดการเรียนรู้ตามวิธีนี้ โดยทั่วไปแล้วสมาชิกกลุ่มแต่ละคนจะศึกษาเนื้อหาในระดับความยากง่ายตามความสามารถของ แต่ละคน ซึ่งครูจะต้องเตรียมมาให้แก่นักเรียนแต่ละคน นักเรียนศึกษาเนื้อหาแล้วทำแบบทดสอบ ย่อย จากนั้นให้เพื่อนเป็นผู้ตรวจสอบตามแบบเฉลย ถ้านักเรียนคนไหนยังไม่สามารถทำแบบฝึกหัด ได้ตามที่ครูกำหนด จะต้องได้ศึกษาเนื้อหานั้นอีกครั้งด้วยตนเอง หรือถามเพื่อน หรือให้ครูช่วย อธิบาย แล้วทำแบบทดสอบย่อยอีกครั้งจนกว่าจะผ่านจึงจะสามารถศึกษาเนื้อหาต่อไป ครูนำ คะแนนของแต่ละคนไปหาคะแนนของกลุ่ม ถ้ากลุ่มใดได้คะแนนผ่านเกณฑ์จะได้รับรางวัล

6.5 เทคนิค CIRC (Cooperative integrated reading and composition) เป็นวิธีที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้สอนการอ่านและการเขียนในชั้นประถมศึกษาตอนปลายและชั้นมัธยมศึกษา (Madden, Slavin & Steven, 1986 cited in Slavin, 1995, p. 7) โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มที่ประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านในระดับต่างกัน นักเรียนแต่ละกลุ่มจะทำงานเป็นคู่ ผลัดเปลี่ยนกันอ่านเรื่อง คาคณะเนวิธีการแก้ปัญหา สรุปเรื่อง เขียนบรรยายเกี่ยวกับเรื่อง การฝึกเขียน การถอดรหัส และการเรียนคำศัพท์ เป็นต้น นอกจากนั้น นักเรียนยังทำงานเป็นกลุ่มเพื่อหาใจความหลักและทักษะต่าง ๆ ในเนื้อเรื่องอีกด้วย

กิจกรรมการเรียนรู้ตามเทคนิค CIRC โดยทั่วไปแล้วประกอบด้วย ผู้เรียนจะปฏิบัติตามคำแนะนำต่าง ๆ จากครู การทำงานเป็นกลุ่ม การประเมินก่อนการทดสอบ การทดสอบเป็นรายบุคคล และการให้รางวัลกลุ่ม

สำหรับ เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบอื่น ๆ ได้แก่

6.6 เทคนิค GI (Group investigation) วิธีนี้ถูกพัฒนาขึ้นโดย Shlomo และ Sharan จากมหาวิทยาลัย Tel Aviv เป็นวิธีที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนช่วยกันสืบค้นข้อมูลมาใช้ในการเรียนรู้ร่วมกัน สำหรับกระบวนการจัดการเรียนรู้จัดให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกกลุ่มละ 2 ถึง 6 คน จากนั้นแต่ละกลุ่มเลือกหัวข้อเรื่องที่จะศึกษา แล้วกำหนดหัวข้อย่อยให้สมาชิกแต่ละคนไปค้นคว้า จากนั้นแต่ละคนจะรายงานผลการศึกษาภายในกลุ่มและกลุ่มจะทำการรวบรวมผลการศึกษาของกลุ่มแล้วนำเสนอต่อทั้งชั้นเรียน และครูและนักเรียนร่วมกันประเมินผลการค้นคว้าของแต่ละกลุ่ม

6.7 เทคนิค Co-op Co-op เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้คล้ายกับเทคนิค GI โดยจัดนักเรียนออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ มีจุดประสงค์ให้นักเรียนทุกคนเข้าใจเนื้อหาบทเรียน จากนั้นแบ่งปันประสบการณ์ให้แก่เพื่อนในชั้นเรียน กระบวนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย

- การอภิปรายที่ชี้ชัดผู้เรียนเป็นสำคัญ (Student-centered class discussion)
- การจัดและสร้างกลุ่มนักเรียน (Selection of student learning team and team building)
- การเลือกหัวข้อที่จะศึกษาของกลุ่ม (Team topic selection)
- การเลือกหัวข้อย่อยให้แก่สมาชิกของกลุ่ม (Minitopic selection)
- การศึกษาตามหัวข้อย่อยที่ได้รับมอบหมายของสมาชิกแต่ละคน (Minitopic preparation)
- การเตรียมรายงานหัวข้อย่อยของสมาชิกในกลุ่ม (Minitopic preparation)
- การเตรียมนำเสนอของกลุ่ม (Preparation of team presentation)
- การนำเสนอของกลุ่ม (Team presentation)

6.8 เทคนิค LT (Learning together) พัฒนาขึ้น โดย Johnson และ Johnson จาก มหาวิทยาลัย Minnesota (Johnson & Johnson, 1987; Johnson, Johnson & Smith, 1991 cited in Slavin, 1995, p. 11) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่แบ่งกลุ่มนักเรียนโดยความสามารถ กลุ่มละ 4-6 คน สมาชิกแต่ละกลุ่มช่วยกันศึกษาตามใบงานที่กำหนดให้ จากนั้นทำรายงานข้อสอบของกลุ่ม กลุ่มละ 1 ชุด ครูตรวจ ให้คะแนนและรางวัลกลุ่มตามผลงานของแต่ละกลุ่ม

6.9 เทคนิค Complex instruction พัฒนาโดย Cohen และเพื่อนร่วมงาน จากมหาวิทยาลัย Stanford เป็นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้โครงงานสืบเสาะหาความรู้โดยเฉพาะ วิชา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา จุดเน้นที่สำคัญของ Complex instruction คือการเคารพ ในความสามารถของสมาชิกทุกคนในกลุ่มมี โครงงานของ Complex instruction ต้องอาศัยบทบาท และทักษะที่หลากหลาย และครูผู้สอนต้องรู้จักจุดเด่นและหน้าที่ความรับผิดชอบที่เหมาะสมของ นักเรียนแต่ละคนที่สามารถช่วยทำให้กลุ่มประสบผลสำเร็จสูงสุด

6.10 เทคนิค Structured dyadic methods เป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่จัดผู้เรียน ออกเป็นคู่แล้วร่วมกันศึกษาเนื้อหาตามที่ครูกำหนดให้ ตัวอย่างของ Structured dyadic methods ได้แก่ Classwide peer tutoring เป็นวิธีที่ให้นักเรียนคนหนึ่งทำหน้าที่เป็นสอน (Tutor) และอีกคน หนึ่งเป็นนักเรียน (Tutee) ผู้สอนเสนอปัญหา ถ้าผู้เรียนตอบได้ถูกต้อง ผู้เรียนจะได้คะแนน ถ้าตอบผิด ผู้สอนจะเฉลยคำตอบให้แต่ผู้เรียนต้องเขียนคำตอบนั้น 3 ครั้ง และจะมีการเปลี่ยนหน้าที่ ในทุก ๆ 10 นาที ส่วนคะแนนของกลุ่มจะต้องรายงานให้นักเรียนทุกคนในห้องทราบ อีกวิธีหนึ่ง ที่คล้ายกับ Classwide peer tutoring คือ Reciprocal peer tutoring ซึ่งวิธีนี้ผู้สอนสามารถใช้วิธีการ อื่น ๆ ที่เหมาะสม ถ้าผู้เรียนไม่สามารถตอบคำถามหรือตอบคำถามไม่ถูกต้อง

ดังนั้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นิยมนำมาใช้ ได้แก่ เทคนิค STAD เทคนิค TGT เทคนิคจิ๊กซอว์สอง JIGSAW II เทคนิค TAI เทคนิค CIRC เทคนิค GI เทคนิค Co-op Co-op เทคนิค LT เทคนิค Complex instruction และ เทคนิค Structured dyadic methods แต่การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้เทคนิค STAD เพราะเป็นรูปแบบที่มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ไม่ ซับซ้อน สามารถประยุกต์ใช้กับทุกวิชาและทุกระดับชั้นและที่สำคัญมีผลการวิจัยทั้งภายในและ ต่างประเทศที่ยืนยันว่า เทคนิค STAD ส่วนมากให้ผลการเรียนดีและยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคม ของผู้เรียนอีกด้วย ดังมีรายละเอียดดังที่จะกล่าวในหัวข้อสำคัญต่อไป

การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

1. ความหมายการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบ STAD ไว้ดังนี้

เทคนิค STAD (Student team-achievement division) เป็นเทคนิคเป็นเทคนิคหนึ่งของรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีขึ้นในการจัดการเรียนรู้ไม่ซับซ้อน และสามารถประยุกต์ใช้สอนกับทุกรายวิชา โดยที่จัดผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ที่มีความสามารถต่างกัน มีเพศ และเชื้อชาติต่างกัน ทำงานร่วมกันเพื่อเป้าหมายของกลุ่ม (Slavin, 1995, pp. 71-73)

Eggen and Kauchak (2006, pp. 93-101) ได้กล่าวว่าเทคนิค STAD ที่ สลาวิน พัฒนาขึ้นเป็นรูปแบบหนึ่งของการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยกลุ่มของนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน ศึกษาเนื้อหาสาระ ความคิดรวบยอดและทักษะต่าง ๆ ตามที่ครูนำเสนอ

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545 อ้างถึงใน แคทลียา ใจมูล, 2549, หน้า 14) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD ไว้ว่าเป็นการเรียนรู้แบบร่วมมืออีกรูปหนึ่งคล้ายกันกับเทคนิค TGT ที่แบ่งผู้เรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันออกเป็นกลุ่มเพื่อทำงานร่วมกันกลุ่มละ 4 - 5 คน โดยกำหนดให้สมาชิกกลุ่มของกลุ่มได้เรียนรู้ในเนื้อหาสาระที่ผู้สอนจัดเตรียมไว้แล้ว ทำการทดลองความรู้ คะแนนที่ได้จากการทดสอบของสมาชิกแต่ละคนนำเอามาบวกเป็นคะแนนของทีม ผู้สอนจะต้องใช้เทคนิคการเสริมแรง เช่น ให้รางวัล คำชมเชย เป็นต้น ดังนั้น สมาชิกกลุ่มจะต้องมีการกำหนดเป้าหมายร่วมกัน เพื่อความสำเร็จของกลุ่ม

ดังนั้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า เทคนิค STAD เป็นเทคนิคหนึ่งของรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ไม่ซับซ้อน และสามารถประยุกต์ใช้สอนกับทุกรายวิชาได้ โดยจัดผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ที่มีความสามารถต่างกัน มีเพศ และเชื้อชาติต่างกันทำงานร่วมกันเพื่อเป้าหมายกลุ่มเดียวกัน

2. องค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

Slavin (1995, pp. 71-73) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญ 5 ประการของเทคนิค STAD ไว้ดังนี้

1. การสอนทั้งชั้นเรียน (Class presentation) เป็นการนำเสนอความคิดรวบยอดของเนื้อหา ส่วนมากจะเป็นการสอนทางตรง หรือด้วยการบรรยาย-อภิปราย ของผู้สอน แต่ก็สามารถใช้โสตทัศน (Audiovisual presentation) ได้ การสอนทั้งชั้นเรียนของ STAD แตกต่างจากการสอนแบบปกติตรงที่ว่า STAD จะเน้นไปที่กรอบเนื้อหาสำคัญมากกว่า ดังนั้น นักเรียนรู้ว่าการสอนของครู

มีความสำคัญมากและสมควรแก่การติดตาม เพราะจะช่วยให้ตนเองทำข้อสอบได้ดี และคะแนนทดสอบของตนเป็นตัวกำหนดคะแนนของกลุ่ม

2. การจัดกลุ่ม (Teams) ประกอบด้วยสมาชิกกลุ่ม 4-5 คน ที่ละด้านความสามารถ เพศ เชื้อชาติ หรือเผ่าพันธุ์ หน้าที่หลักของกลุ่ม คือ เพื่อรับประกันว่า สมาชิกทุกคนจะได้เรียน โดยเฉพาะ เพื่อเตรียมความพร้อมให้ทุกคนทำข้อสอบให้ได้ดี ภายหลังจากที่ครูสอนทั้งชั้นเรียน สมาชิกกลุ่มจะต้องทำงานร่วมกันและช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

กลุ่มเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของ STAD สมาชิกกลุ่มต้องทำหน้าที่ของตนให้ดีที่สุด เพื่อกลุ่มของตน และกลุ่มก็ต้องทำให้ดีที่สุด เพื่อช่วยสมาชิกของตน ทุกคนในกลุ่มมีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ มีเมตตาและเคารพซึ่งกันและกัน ผลที่ตามมา คือ เกิดความสัมพันธ์ที่ดีภายในกลุ่ม ภูมิใจในตนเอง และยอมรับผลงานกลุ่ม

3. การทดสอบย่อย (Quizzes) หลังจากที่ได้สอนได้เสนอบทเรียนไปแล้ว 1-2 คาบ จะมีการทดสอบผู้เรียนเป็นรายบุคคล โดยไม่เปิดโอกาสให้ปรึกษากันในระหว่างทำการทดสอบ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมาแล้ว ดังนั้นผู้เรียนแต่ละคนจึงต้องมีความรับผิดชอบต่อตัวเองในการรับความรู้จากผู้สอนและเพื่อน

4. คะแนนพัฒนาการรายบุคคล (Individual improvement scores) แนวคิดที่มีอิทธิพลต่อคะแนนพัฒนาการรายบุคคล คือ จะกำหนดเป้าหมายการเรียนรู้ที่นักเรียนทุกคนสามารถบรรลุ ถ้าหากมุ่งมั่นและทำให้ได้ดีกว่าที่เคยทำ วิธีนี้ นักเรียนทุกคนสามารถที่จะทำคะแนนสูงสุดให้กลุ่ม โดยนักเรียนแต่ละคนจะมีคะแนนฐานของตน ซึ่งได้จากคะแนนเฉลี่ยผลการเรียนที่ผ่านมา นักเรียนจะทำคะแนนให้กลุ่มได้มากหรือน้อยเพียงใดนั้น ขึ้นกับคะแนนทดสอบเทียบกับคะแนนฐาน

5. การตระหนักถึงความสำเร็จของกลุ่ม (Team recognition) นักเรียนอาจได้รับเกียรติบัตรหรือรางวัล หากกลุ่มได้คะแนนผ่านเกณฑ์ สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยให้รางวัลแก่กลุ่มที่ประสบผลสำเร็จ

ดังนั้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่าองค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ประกอบด้วย การสอนทั้งชั้นเรียน การจัดกลุ่ม การทดสอบย่อย คะแนนพัฒนาการรายบุคคล และการตระหนักถึงความสำเร็จของกลุ่ม

3. ขั้นตอนการสอน (Schedule of activities)

สลาวิน (Slavin, 1995, pp. 75-80) ได้กล่าวถึงวงจรการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ว่าโดยทั่วไปจะประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นสอน (Teach)

1.1 การนำเข้าสู่บทเรียน (Opening)

1.1.1 เสนอบทเรียนในภาพกว้างเกี่ยวกับสิ่งที่จะเรียน ความสำคัญของบทเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจอยากเรียน ด้วยวิธีการต่าง ๆ

1.1.2 ครูอาจให้นักเรียนสนทนากันเกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียน เพื่อเป็นการกระตุ้น ความสนใจก่อนเรียน

1.1.3 ทบทวนความรู้เดิม หรือทักษะที่จำเป็นในการเรียนบทเรียนใหม่โดยย่อ

1.2 การพัฒนาความรู้ใหม่ (Development)

1.2.1 ครูเสนอบทเรียนต่อชั้น ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ หรือ สอน การแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แก่ 1) ขึ้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขึ้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขึ้นดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) ขึ้นตรวจสอบผล โดยใช้เทคนิค การบรรยาย การใช้คำถาม การใช้สื่อ การยกตัวอย่าง เป็นต้น

1.2.2 มีการประเมินและให้การช่วยเหลือนักเรียนอยู่ตลอดเวลา

1.3 การชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided practice)

1.3.1 ให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา หรือตัวอย่าง หรือ ตอบคำถามจากการนำเสนอของครู

1.3.2 สุ่มเรียกนักเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนทุกคนต้องได้เตรียมตัวตอบคำถาม อยู่ตลอดเวลา

1.3.3 ในขั้นนี้ไม่ควรมอบงานมากเกินไป ควรให้นักเรียนทั้งห้อง 1 หรือ 2 ปัญหาที่พอ จากนั้นครูให้ข้อมูลป้อนกลับ เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคำตอบของตนกับของครู อย่างมีเหตุผล

2. ขั้นฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่ม (Team study)

2.1 นักเรียนศึกษาในกลุ่มย่อย โดยที่นักเรียนแต่ละกลุ่มมารับชองกิจกรรมจากครู ซึ่งประกอบด้วยใบความรู้ ใบงาน เฉลยใบงาน แล้วร่วมกันศึกษาหาวิธีการแก้ปัญหาจนมั่นใจว่าทุกคนในกลุ่มเข้าใจและจะสามารถนำเสนอหน้าชั้น ทำแบบทดสอบ แบบฝึกหัดต่าง ๆ ด้วยตนเอง

2.2 ครูสุ่มตัวแทนของแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหากลุ่มต่อหน้า ชั้นเรียน เพื่อให้เพื่อน ๆ กลุ่มอื่นได้แสดงความคิด หรือสอบถามแนวคิดที่ได้มาซึ่งคำตอบนั้น

2.3 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปถึงเนื้อหาที่เรียนมาจากการนำเสนอของแต่ละกลุ่ม เป็นองค์ความรู้ร่วมกัน

3. ขั้นทดสอบ (Test)

ให้นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคล (Individual quiz) โดยนักเรียนไม่อนุญาต ให้ปรึกษากัน หรือช่วยเหลือกัน

4. ขั้นการรับรองผลงานกลุ่ม (Team recognition)

4.1 ตรวจสอบและให้คะแนนของแต่ละคน

4.2 นำคะแนนแต่ละคนมาหาคะแนนพัฒนาของแต่ละคน โดยอิงใส่เกณฑ์ดังนี้

คะแนนทดสอบ (Quiz score)	คะแนนพัฒนา (Improvement score)
ต่ำกว่าคะแนนพื้นฐาน 10 คะแนนลงไป	5
ต่ำกว่าคะแนนพื้นฐาน 10-1 คะแนน	10
เท่ากับคะแนนพื้นฐานหรือสูงกว่าถึง 10 คะแนน	20
สูงกว่าคะแนนพื้นฐาน 10 คะแนนขึ้นไป	30
ได้คะแนนเต็ม	30

4.3 นำคะแนนพัฒนาของแต่ละคนมาหาคะแนนของกลุ่ม โดยการหาคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มจากคะแนนพัฒนาของสมาชิกแต่ละคน

4.4 ประกาศและให้รางวัลกลุ่ม

ประกาศและให้รางวัลกลุ่มในระดับ โดยอิงคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มดังนี้

เกณฑ์ (คะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม)	ระดับยกย่อง (Award)
15	Good team (เก่ง)
20	Great team (เก่งมาก)
25	Super team (ยอดเยี่ยม)

ทิสนา แจมมณี (2557, หน้า 266-267) กล่าวถึง กระบวนการเรียนการสอนของเทคนิค STAD ดังนี้

1. จัดผู้เรียนเข้ากลุ่มความสามารถ (เก่ง-กลาง-อ่อน) กลุ่มละ 4 คนและเรียกกลุ่มนี้ว่า กลุ่มบ้านของเรา (Home group)

2. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรา ได้รับเนื้อหาสาระและศึกษาเนื้อหาสาระนั้นร่วมกัน เนื้อหาสาระนั้นน่าจะมีหลายตอนซึ่งผู้เรียนอาจต้องทำแบบทดสอบในแต่ละตอนและเก็บคะแนนของตนไว้

3. ผู้เรียนทุกคนทำแบบทดสอบครั้งสุดท้าย ซึ่งเป็นการทดสอบรวบยอดและนำคะแนนของตนไปหาคะแนนพัฒนา (Improvement score) ซึ่งหาได้ดังนี้

คะแนนพื้นฐาน: ได้จากค่าเฉลี่ยของคะแนนทดสอบย่อยหลาย ๆ ครั้งที่ผู้เรียนแต่ละคนทำได้

คะแนนที่ได้: ได้จากการนำคะแนน ทดสอบครั้งสุดท้ายลบคะแนนพื้นฐาน

คะแนนพัฒนา:	ถ้าคะแนนที่ได้คือ
- 11 ขึ้นไป คะแนนพัฒนาการ	เท่ากับ 0
- 1 ถึง -10 คะแนนพัฒนาการ	เท่ากับ 10
+1 ถึง +10 คะแนนพัฒนาการ	เท่ากับ 20
+11 ขึ้นไป คะแนนพัฒนาการ	เท่ากับ 30

4. สมาชิกในกลุ่มบ้านของเรานำคะแนนพัฒนาของแต่ละคนในกลุ่มมารวมกัน เป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มใดได้คะแนนพัฒนาการของกลุ่มสูงสุด กลุ่มนั้นได้รางวัล

ดั่งนี้ Eggen and Kauchak (2006, pp. 93-101) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนตามเทคนิค STAD

ขั้นตอนที่ 1: ขั้นสอน (Instruction) ครูทบทวนความรู้เดิม สอนเนื้อหาสาระ ความคิดรวบยอด และทักษะใหม่ ให้แก่นักเรียนทั้งห้อง

ขั้นตอนที่ 2: ขั้นถ่ายโอนความรู้สู่กลุ่ม (Transition to team) ครูอธิบายขั้นตอนการทำงาน การงาน ความรับผิดชอบของส่วนบุคคล ความรับผิดชอบของกลุ่ม เพื่อให้สมาชิกทุกคนรับรู้จุดประสงค์และเป้าหมายของกลุ่ม

ขั้นตอนที่ 3: ขั้นกิจกรรมกลุ่ม (Team study) นักเรียนในกลุ่มศึกษาเนื้อหาพร้อมกัน ช่วยเหลือกัน ทำอย่างไรทีมตนจึงจะสำเร็จผล

ขั้นตอนที่ 4: ขั้นวัดผล (Assessment) ในขั้นนี้นักเรียนนักเรียนแต่ละคนจะได้ออกทดสอบ จากนั้นนำคะแนนไปหาคะแนนพัฒนาการของสมาชิกแต่ละคนแล้วจึงนำคะแนนพัฒนาการของแต่ละคนไปหาคะแนนพัฒนาการของกลุ่ม เพื่อให้รางวัลแก่กลุ่มที่ประสบความสำเร็จ

จากการศึกษาเทคนิค STAD ผู้วิจัยสรุปได้ว่า STAD เป็นเทคนิคเป็นเทคนิคหนึ่งของรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ไม่ซับซ้อน และสามารถประยุกต์ใช้สอนกับทุกรายวิชา โดยจัดผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ที่มีความสามารถต่างกัน มีเพศ และเชื้อชาติต่างกันทำงานร่วมกัน เพื่อเป้าหมายกลุ่มเดียวกัน องค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ประกอบด้วย การสอนทั้งชั้นเรียน การจัดกลุ่ม การทดสอบย่อย คะแนนพัฒนาการรายบุคคล และการตระหนักถึงความสำเร็จของกลุ่ม ขั้นตอนการสอนโดยทั่วไปแล้วมี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นสอน (Teach) ขั้นฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่ม ขั้นทดสอบ และขั้นการรับรองผลงานกลุ่มและการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้ 4 ขั้นตอนของการสอนตามที่ สลาวินเสนอไว้

การจัดการเรียนรู้แบบปกติ

1. ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

การจัดการเรียนรู้แบบปกติ หมายถึง การจัดการเรียนรู้ตามคู่มือคณิตศาสตร์ที่สถาบัน คณิตศาสตร์การศึกษาศาสตร์การศึกษาระดับปริญญาตรีประเทศลาว เป็นผู้ดำเนินการ สร้างขึ้น เพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์ของหลักสูตรและเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ ความสามารถและเพื่อให้นักเรียนเกิดทัศนคติที่ดีรวมทั้งเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่สำคัญอยู่ 3 ขั้นตอนคือ (กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันคณิตศาสตร์การศึกษาศาสตร์การศึกษาระดับปริญญาตรี, 2012)

1.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูตรวจการบ้าน (ถ้ามี) ทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาใหม่ หรือทักษะ ที่จำเป็นในการเรียนบทเรียนใหม่โดยใช้เทคนิคการถาม - ตอบ หรือ สร้างสถานการณ์ปัญหา หรือใช้เกม และอื่น ๆ เสนอจุดประสงค์ของเนื้อหาใหม่โดยย่อ

1.2 ขั้นดำเนินการสอน

ครูเสนอบทเรียนต่อชั้น ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ หรือ สอนการแก้ปัญหาตาม กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แก่ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) ขั้นตรวจสอบผล โดยใช้เทคนิคการบรรยาย การใช้คำถาม การใช้สื่อ การยกตัวอย่าง เป็นต้น หรือให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม (เป็นกลุ่มหรือรายบุคคล) จากนั้นสรุปกิจกรรม

1.3 ขั้นสรุป

ครูสรุปเนื้อหาสำคัญ (ใจความหลัก) ของบทเรียน วัดผลการเรียนโดยการทดสอบ (Quiz) หรือใช้เทคนิคการถามตอบ ให้การบ้านและศึกษาอบรมเรื่องคุณธรรมจริยธรรมแก่นักเรียน

2. แผนจัดการเรียนรู้แบบปกติ

โดยทั่วไป แผนจัดการเรียนรู้ที่นิยมใช้มี แบบ 3 ได้แก่

2.1 แผนจัดการเรียนรู้รูปแบบที่ 1

วิชา.....ชั้นเรียน.....
 บทที่.....ชื่อเรื่อง.....
 วันที่.....

1. จุดประสงค์

.....

2. เนื้อหา

.....

3. เวลา

4. อุปกรณ์ (สื่อ)

.....

5. กิจกรรมการเรียนรู้

5.1 ช้่นนำเข้าสู่บทเรียน.....

.....

5.2 ช้่นดำเนินการสอน.....

.....

5.3 ช้่นสรุป.....

.....

5. การวัดและประเมินผล

.....

(กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา, 2012, หน้า 39)

2.2 แผนจัดการเรียนรู้รูปแบบที่ 2

วิชา.....ชั้นเรียน.....

บทที่.....ชื่อเรื่อง.....

วันที่.....เวลา.....

1. จุดประสงค์

.....

2. สาระสำคัญ

.....

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการสอน	ประเมินผล
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน			
ช้่นนำเข้าสู่บทเรียน				
ช้่นดำเนินการสอน				
ช้่นสรุป				

(Ministry of Education and Sports, Research Institute for educational Sciences, 2012, pp. 40)

2.3 แผนจัดการเรียนรู้รูปแบบที่ 3

วิชา.....ชั้นเรียน.....
 บทที่.....ชื่อเรื่อง.....
 วันที่.....เวลา.....
 จุดประสงค์รวม

จุดประสงค์	เนื้อหา	กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการสอน	ประเมินผล
		กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน			
		ชั้นนำเข้าสู่ บทเรียน				
		ขึ้นดำเนินการ การสอน				
		ขึ้นสรุป				

((Ministry of Education and Sports, Research Institute for educational Sciences, 2014, p. 10)

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบปกติ เป็นการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือคณิตศาสตร์ที่สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษามุ่งสร้างขึ้น เพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์ของหลักสูตรและทำให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ความสามารถเกิดทัศนคติที่ดีและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่นิยมใช้มี 3 แบบ แต่แบบที่ผู้วิจัยใช้แบบที่ 2 ในการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่สำคัญอยู่ 3 ขั้นตอนคือ
 ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขึ้นดำเนินการสอน และขึ้นสรุป

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 มีดังนี้

O'Brien, Collins and Credo (2011, p. 3) ได้กล่าวความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง ความสำเร็จหรือการบรรลุเป้าหมายด้านความรู้ ความสามารถและสถานะระดับสูง (High-level status) ที่ผู้เรียนแสดงออก

Wilson (1971, pp. 643-696) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยอ้างอิงลำดับชั้นของพฤติกรรมพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's taxonomy) ไว้เป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับเกี่ยวกับข้อเท็จจริง แบ่งออกได้เป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) คำถามที่วัดความสามารถในระดับเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry out algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็น โจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า ซึ่งแบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างใหม่ ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of principle, rules and generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้

ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎ ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างคณิตศาสตร์ (Knowledge of mathematical structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและ โครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem from one mode to another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความ โจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to solve routine problem) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่า อะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจจะเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและ การสมมาตร (Ability to recognize, patterns, isomorphism and symmetries) เป็นความสามารถ ที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่ เรียน พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้อง ใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve non-routine problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็น มาก่อน

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็น ความสามารถในการควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในชั้นนี้ต้องการให้ นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) ความสามารถ ในชั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ยุ่งยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยามหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to formulate and validate generalizations) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยใช้ ความสัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุผลด้วย นั่นคือ การถามให้หาคำตอบและพิสูจน์ ประโยคคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถทางสติปัญญา ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย 4 ระดับ ตามแนวคิดของ Wilson คือ ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ได้แก่ ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความรู้ ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม และความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ ความเข้าใจ ได้แก่ ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุป

อ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป ความเข้าใจในโครงสร้างคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งเป็นอีกแบบหนึ่ง และความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การนำไปใช้ได้แก่ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน ความสามารถในการเปรียบเทียบ ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร และการวิเคราะห์ ได้แก่ ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ และความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตรคณิตศาสตร์

2. องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

Prescott (1961, pp. 14-16) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียนและสรุปผลการศึกษาว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน มีดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
 2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
 3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมที่บ้าน การอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน
 4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
 5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน
 6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์
- Carrol (1963, pp. 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบ ต่าง ๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการเอาครู นักเรียนและหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนได้รับและได้ศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญา และความสามารถทางสมองร้อยละ 50-60 ขึ้นอยู่กับความพยายามและวิธีการเรียนที่มีประสิทธิภาพร้อยละ 30-40 และขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อม ร้อยละ 10-15

นอกจากนี้ องค์ประกอบที่สำคัญที่มีอิทธิพลต่อผลสำเร็จของทางการเรียน คือ ความเชื่อในตนเอง (Self-belief) ของนักเรียน (Dimarakis, Bobis, Way & Anderson, 2014, p. 183) ซึ่งความเชื่อในตนเองของนักเรียนสามารถพยากรณ์แรงจูงใจและผลการเรียนการเรียนของนักเรียน ผู้วิจัยสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับ ระดับพัฒนาการของร่างกาย สติปัญญา และความสามารถทางสมอง ความพยายาม และวิธีการเรียน ความเชื่อในตัวเอง โอกาสและสิ่งแวดล้อม

3. สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่ง Rawat and Cupta (1970, pp. 7-9) ได้กล่าวว่าอาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้น โดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

สำหรับนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์นั้น เป็นนักเรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75-90 และผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile) ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่น ๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์

9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเองและบางครั้งรู้สึกดูถูกตนเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนคนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน

12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น ๆ

13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง และมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ

14. ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนทั่ว ๆ ไป

15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถาม แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำกว่าทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 145) กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้ให้นักเรียนเรียนอ่อนทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ข้อบกพร่องทางร่างกาย

2. ระดับสติปัญญาต่ำ

3. มีประสบการณ์ที่ไม่ดีมาก่อน ทำให้ฝังใจ เกิดการต่อต้านไม่ยอมรับ ปิดกั้นตัวเองทั้งแบบรู้ตัวและไม่รู้ตัว

4. สิ่งแวดล้อมที่บ้าน การปลูกฝังนิสัยในการเรียน ตลอดจนนิสัยส่วนตัวในด้านต่าง ๆ เช่น ความกระตือรือร้น กล้าคิด กล้าแสดงออก ความอดทน ความเพียรพยายาม การรู้จักแบ่งเวลา ความมีระเบียบวินัยในตนเอง ความรับผิดชอบ การมีสมาธิ

5. วุฒิภาวะต่ำ

6. พื้นฐานความรู้เดิมไม่เพียงพอที่จะนำมาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ทำให้เรียนตามเพื่อนไม่ทัน ไม่เข้าใจบทเรียนใหม่

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า มีหลายสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ ความยากจนของผู้ปกครอง มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและต่อวิชาคณิตศาสตร์ สิ่งแวดล้อมไม่อำนวย เป็นต้น

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 260) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ว่าเป็นเครื่องมือสำหรับผู้สอนที่จะใช้ในการตรวจสอบผลการเรียนรู้รวมถึงพฤติกรรมต่าง ๆ จากการเรียนหรือการจัดการเรียนรู้ของครู เพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ในระดับใด บรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้มากน้อยเพียงใด เป็นไปตามมาตรฐานตัวชี้วัดอย่างไร ซึ่งแบบทดสอบจะต้องมีคุณภาพ ผ่านการสร้างอย่างถูกต้อง มีประสิทธิภาพ มีความถูกต้องเที่ยงตรง เชื่อถือได้ มีกระบวนการหลักการสร้างแบบทดสอบตามหลักวิชาการ

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 261) ได้กล่าวถึงประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มี 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น มุ่งใช้วัดผลผู้เรียนเฉพาะกลุ่มผู้สอน มีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Paper test)

- แบบทดสอบอัตนัย (Subjective test) แบบทดสอบที่กำหนดปัญหาแล้วให้ผู้เรียนแสดงคำตอบโดยการเขียนแสดงความรู้ ความคิดเจตคติได้อย่างเต็มที่

- แบบทดสอบปรนัย (Objective test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้เขียนตอบสั้น ๆ เป็นแบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำสั้น ๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการคิดวิเคราะห์ ปรับปรุงจนมีคุณภาพ มาตรฐาน

สมนึก ภักดิ์ทิษณี (2551, หน้า 73-97) ได้กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ ดังนี้

1. แบบทดสอบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or essay test) เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถามแล้วให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายตามความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน

2. แบบทดสอบแบบกา ถูก-ผิด (True-false test) เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบที่มี 2 ตัวเลือก แต่ละตัวเลือกดังกล่าวเป็นแบบคงที่ และมีความหมายตรงกันข้าม เช่น ถูก-ผิด ใช่-ไม่ใช่ จริง-หรือไม่จริง เหมือนกัน-ต่างกัน เป็นต้น

3. แบบทดสอบแบบเติมคำ (Completion test) เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยประโยคหรือข้อความที่ยังไม่สมบูรณ์แล้วให้ผู้ตอบเติมคำ หรือประโยค หรือข้อความลงในช่องว่างที่เว้นไว้ นั้น เพื่อให้ได้ใจความและถูกต้อง

4. แบบทดสอบแบบตอบสั้น ๆ (Short answer test) เป็นข้อสอบคล้ายกับข้อสอบแบบเติมคำแต่แตกต่างกันที่ข้อสอบแบบตอบสั้น ๆ เขียนเป็นประโยคคำถามสมบูรณ์ (ข้อสอบเติมคำ

เป็นประโยคหรือข้อความที่ยังไม่สมบูรณ์) แล้วให้ผู้ตอบเป็นเป็นคนเขียนตอบคำถามที่ต้องการสั้น ๆ และกะทัดรัดได้ใจความสมบูรณ์ไม่ใช่เป็นการบรรยายแบบข้อสอบอัตนัยหรือความเรียง

5. แบบทดสอบแบบจับคู่ (Matching test) เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ โดยมีคำถามหรือข้อความแยกออกจากกันเป็น 2 ชุด แล้วให้ผู้ตอบเลือกจับคู่ว่าแต่ละข้อความในชุดหนึ่ง (ตัวยืน) จะจับคู่กับคำหรือข้อความใดในอีกชุดหนึ่ง (ตัวเลือก) ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างไรอย่างหนึ่งตามที่ผู้ออกข้อสอบกำหนดไว้

6. แบบทดสอบแบบเลือกตอบ (Multiple choice) จะประกอบด้วย 2 ตอน คือ ตอนนำหรือคำถาม (Stem) กับตอนเลือก (Choice) ในตอนเลือกนี้จะประกอบด้วยตัวเลือกที่เป็นคำตอบถูกและตัวเลือกที่เป็นตัวลวง และคำถามแบบเลือกตอบที่ดีนิยมใช้ตัวเลือกที่ใกล้เคียงกันดูเผิน ๆ จะเห็นว่าทุกตัวเลือกถูกหมดแต่ความจริงมีน้ำหนักถูกมากน้อยต่างกัน

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 261) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ มีดังนี้

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นพฤติกรรมเป็นผลการเรียนรู้ที่ผู้สอนกำหนดและคาดหวังจะให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน โดยผู้สอนจะกำหนดไว้ล่วงหน้าสำหรับเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้และการสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์

3. กำหนดชนิดข้อสอบ

4. เขียนข้อสอบ

5. ตรวจสอบ

6. จัดพิมพ์แบบทดสอบ

7. ทดลองสอบเพื่อนำผลมาวิเคราะห์ข้อสอบ

8. แก้ไขปรับปรุงแล้วได้แบบทดสอบฉบับจริง

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นเครื่องมือที่ครูใช้เพื่อตรวจสอบผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อประเมินว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ในระดับใด บรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้มากน้อยเพียงใด เป็นไปตามมาตรฐานตัวชี้วัดอย่างไร ซึ่งแบบทดสอบจะต้องมีคุณภาพ ผ่านการสร้างอย่างถูกต้องมีประสิทธิภาพ มีความถูกต้องเที่ยงตรง เชื่อถือได้ มีกระบวนการหลักการสร้างแบบทดสอบตามหลักวิชาการ โดยทั่วไป แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีสองแบบ คือ แบบทดสอบมาตรฐานและแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น ซึ่งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นประกอบด้วย แบบอัตนัยแบบกา ถูก-ผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้น แบบจับคู่ และแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ซึ่งในการวิจัย

ครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกเป็นเครื่องมือในการเก็บข้อมูลการวิจัย

5. หลักในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบ (Multiple choice test)

สมนึก ภักทิษณี (2549, หน้า 82-97) ได้กล่าวถึงหลักในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบไว้ ดังนี้

1) เขียนตอนนำให้เป็นประโยคที่สมบูรณ์แล้วใส่เครื่องหมายปริศน์ ไม่ควรสร้างตอนนำให้เป็นแบบอ่านต่อความ เพราะทำให้คำถามไม่กระชับเกิดปัญหาสองแง่ หรือข้อความไม่ต่อกัน หรือเกิดความสับสนในการคิดหาคำตอบ

2) เน้นเรื่องจะถามให้ชัดเจนและตรงจุดไม่คลุมเครือ เพื่อว่าผู้อ่านจะไม่เข้าใจไขว้เขว สามารถมุ่งความคิดในคำตอบไปถูกทิศทาง

3) ควรถามในเรื่องที่มีคุณค่าต่อการวัด หรือถามในสิ่งที่คิงานมีประโยชน์ คำถามแบบเลือกตอบสามารถถามพฤติกรรมในสมองหลาย ๆ ด้าน ไม่ใช่ถามเฉพาะความจำ หรือความจริงตามตำรา แต่ต้องถามให้คิดหรือนำความรู้ที่เรียนไปใช้ในสถานการณ์ใหม่

4) หลีกเลี่ยงคำถามปฏิเสธ ถ้าจำเป็นต้องใช้ก็ควรขีดเส้นใต้คำปฏิเสธ แต่คำปฏิเสธซ้อนไม่ควรใช้อย่างยิ่ง เพราะปกติผู้เรียนจะยุ่งยากต่อการแปลความหมายของคำถามและตอบคำถามที่ถามกลับ หรือปฏิเสธซ้อนผิดมากกว่าถูก

5) อย่าใช้คำฟุ่มเฟือย ควรถามปัญหาโดยตรง สิ่งใดไม่เกี่ยวข้องหรือไม่ได้ใช้เป็นเงื่อนไขในการคิดก็ไม่ต้องนำมาเขียนไว้ในคำถาม จะช่วยให้คำถามรัดกุม ชัดเจนขึ้น

6) เขียนตัวเลือกให้เป็นเอกพจน์ หมายถึง เขียนตัวเลือกทุกตัวให้เป็นลักษณะใดลักษณะหนึ่ง หรือมีทิศทางแบบเดียวกัน หรือมีโครงสร้างสอดคล้องเป็นทำนองเดียวกัน

7) ควรเรียงลำดับตัวเลขในตัวเลือกต่าง ๆ ได้แก่ คำตอบที่เป็นตัวเลข นิยมเรียงจากน้อยไปหามาก เพื่อช่วยให้ผู้ตอบพิจารณาหาคำตอบได้สะดวก ไม่หลงและป้องกันการเดาตัวเลือกที่มีค่ามาก

8) ใช้ตัวเลือกปลายเปิดหรือปลายปิดให้เหมาะสม ตัวเลือกปลายปิด ได้แก่ ตัวเลือกสุดท้ายที่ใช้คำว่า ไม่มีคำตอบถูก ที่กล่าวมาผิดหมด ผิดหมดทุกข้อ หรือสรุปแน่นอนไม่ได้

9) ข้อเดียวต้องมีคำตอบเดียว แต่บางครั้งผู้ออกข้อสอบคาดไม่ถึงว่าจะมีปัญหาหรืออาจจะเกิดจากการสร้างตัวลวงไม่รัดกุม จึงมองตัวลวงเหล่านั้นได้อีกแง่หนึ่ง ทำให้เกิดปัญหาสองแง่สองมุมได้

10) เขียนทั้งตัวถูกและตัวผิดให้ถูกหรือผิดตามหลักวิชา คือ จะกำหนดตัวถูกหรือตัวผิด เพราะสอดคล้องกับความเชื่อของสังคม หรือกับคำพังเพยทั่ว ๆ ไปไม่ได้ ทั้งนี้ เนื่องจากการเรียน การสอนมุ่งให้ผู้เรียนทราบความจริงตามหลักวิชาเป็นสำคัญ จะนำความเชื่อโชคลางหรือ ขนบธรรมเนียมประเพณีเฉพาะท้องถิ่นมาอ้างไม่ได้

11) เขียนตัวเลือกให้อิสระจากกัน พยายามอย่าให้ตัวเลือกตัวใดตัวหนึ่งเป็นส่วนหนึ่ง หรือเป็นส่วนประกอบของตัวเลือกอื่น ต้องให้แต่ละตัวเป็นอิสระจากกันอย่างแท้จริง

12) ควรมีตัวเลือก 4-5 ตัว ข้อสอบแบบเลือกตอบนี้ถ้าเขียนตัวเลือกมาก ๆ ตัวที่นิยมใช้ หากเป็นข้อสอบระดับประถมศึกษาปีที่ 1-2 ควรใช้ 3 ตัวเลือก ระดับประถมศึกษาปีที่ 3-6 ควรใช้ 4 ตัวเลือก และตั้งแต่มัธยมศึกษาขึ้นไป ควรใช้ 5 ตัวเลือก

13) อย่าแนะนำคำตอบ ซึ่งการแนะนำคำตอบมีหลายกรณี ดังนี้คำถามข้อหลัง ๆ แนะนำคำตอบข้อแรก ๆ ถามเรื่องให้ผู้เรียนคล่องปากอยู่แล้ว โดยเฉพาะคำถามประเภทคำพังเพย สุภาษิต คติพจน์หรือคำเตือนใจ ใช้ข้อความของคำถามถูกซ้ำกับคำถามหรือเกี่ยวข้องกันอย่างไรเห็น ได้ชัดเพราะนักเรียนที่ไม่มีความรู้ก็อาจจะเดาได้ถูกข้อความของตัวถูกบางส่วนเป็นส่วนหนึ่งของทุกตัวเลือกเขียนตัวถูกหรือตัวถูกถูกหรือผิดเด่นชัดเกินไปคำตอบไม่กระจาย

จากหลักการในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบเลือกตอบ ครูผู้สร้างข้อสอบ จำเป็นต้องยึดหลักเกณฑ์ที่กล่าวมาข้างต้น เพื่อให้ได้ข้อสอบแบบเลือกตอบ ที่มีคุณภาพ และต้องคำนึงถึงลักษณะของข้อสอบที่ดีด้วย ได้แก่ ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความเป็นปรนัย อำนาจจำแนก และความยาก

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สำหรับใช้ตรวจสอบผลการจัดการเรียนรู้และประเมินความรู้ความสามารถของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD หรือการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสตศักราช 2010 ของประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว จำนวน 1 ฉบับ เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 31 ข้อ โดยวัดด้าน ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและผู้เชี่ยวชาญทางคณิตศาสตร์หลายท่าน ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Charles and Lester (1982 cited in Evans, 2012, p. 2) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ ว่าเป็นสถานการณ์หรืองาน (Task) เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่ง

- ผู้เรียนกำลังเผชิญและมีความต้องการ หรือจำเป็นหาหนทางไปสู่คำตอบให้ได้
- ผู้เรียนยังไม่เห็นหนทางไปสู่คำตอบได้ในทันทีทันใด
- ผู้เรียนต้องใช้ความพยายามเพื่อหาหนทางไปสู่คำตอบให้ได้

Grouws (1996, cited in Kayan, 2007, p. 11) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ (Situation) ที่ต้องค้นหาแต่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบไม่ได้ปรากฏให้เห็น โดยทันทีทันใด

Anderson and Pingry (1973 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2556, หน้า 6) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะแก้ปัญหาได้ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสม ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจ ปัญหาจะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่นก็ได้

Bell (1978 cited in Rasiman, 2015, p. 131) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับแอนเดอร์สัน และพินกรี ว่า สถานการณ์ใด ๆ จะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลใดถ้าเขาเอาใจใส่ มีความต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้น แต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ในทันทีทันใด การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้หาคำตอบนั้น

Rasiman (2015, p. 131) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 เงื่อนไข (1) นักเรียนไม่รู้วิธีการแก้ปัญหาโดยทันทีทันใด และ (2) นักเรียนต้องการแก้ปัญหานั้น

Cruikshank and Sheffield (1992 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2556, หน้า 6) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึงคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ปัญหาจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด หรือไม่สามรถทราบวิธีหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 , หน้า 102) ได้กล่าวถึงปัญหาคณิตศาสตร์ ว่าเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระกระบวนการหรือความรู้ที่ผู้เรียน

ไม่คุ้นเคยมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ประกอบกับความสามารถด้านวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการตัดสินใจ

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์คือ สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งมีเนื้อหาสาระกระบวนการหรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที และท้าทายความคิด การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ประกอบกับความสามารถด้านวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการตัดสินใจ

1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและผู้เชี่ยวชาญทางคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Polya (1981, p. ix & 17) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือคำตอบที่มีความชัดเจน

Bell (1978 cited in Rasiman, 2015, p. 131) กล่าวว่า “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหาโดยบุคคลผู้หาคำตอบ”

Farayola and Salaudeen (2009 cited in James and Adewale, 2012, p. 171) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการทางจิตใจที่ซับซ้อนในการแสดงผลการจินตนาการ การจัดการวิเคราะห์ และการสรุปความคิด โดยเริ่มจากปัญหาและสิ้นสุดเมื่อได้ตรวจสอบข้อมูลที่ได้รับมา

James and Adewale (2012, p. 171) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการดำเนินการของสติปัญญา อารมณ์ และ ความรู้ความเข้าใจทั้งหมดในการหาคำตอบของเป้าหมายที่ตั้งไว้

Charies, Lester and O'Daffer (1987, p. 7) ได้ให้ความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกิจกรรมการคิดที่ซับซ้อนซึ่งเกี่ยวข้องกับการย้อนระลึกถึงข้อเท็จจริงและความคิดรวบยอดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การติดตามตรวจสอบ ความก้าวหน้าในการคิดของตนเอง ตลอดจนความสนใจ แรงจูงใจและความเชื่อมั่นในตนเองของผู้เรียน

Kennedy (1984, p. 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า “เป็นการแสดงออกเฉพาะของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา ด้วยขั้นตอนตามสถานการณ์นั้นในทันที”

Krulik and Rays (1980, pp. 3-4) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem solving as goal) ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้น การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใด ๆ หรือวิธีการและเนื้อหาใด ๆ
2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem solving as a process) สิ่งที่สำคัญเมื่อแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์
3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem solving as a basic skill) เมื่อการแก้ปัญหามันถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับ ลักษณะเฉพาะของ โจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ควรใช้ จุดเน้นอยู่ที่ สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้และการเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหา เหล่านั้น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000, p. 52) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหา คือการทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ ในทันที ซึ่งการหาคำตอบของนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่เข้าไปสู่กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการที่จะได้มาซึ่งคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 7) ได้สรุปว่า “การแก้ปัญหามันเป็นการหาวิธีการ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามันจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา”

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 182) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหามันทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหามันเป็นกระบวนการหาคำตอบของปัญหาที่ยังไม่เคยพบมาก่อนทั้งปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยตรง และปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ (1) ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา (2) วางแผนการแก้ปัญหา (3) ดำเนินการแก้ปัญหา (4) ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา ผู้เรียนจำเป็นต้องมีทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหามันทางคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการแก้ปัญหามันในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การแก้ปัญหามัน

ฐานะที่เป็นกระบวนการ การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ (1) ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (2) วางแผนการแก้ปัญหา (3) ดำเนินการแก้ปัญหา (4) ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา ผู้เรียนจำเป็นต้องมีทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ

2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกได้ มีดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น

2 ประเภท (Polya, 1981, pp. 118-121) คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ เพื่อให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ โดยลักษณะของปัญหามีส่วนสำคัญที่แบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ 1) สิ่งที่ต้องการหา 2) สิ่งที่กำหนดให้ และ 3) เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ ทั้งนี้ในบางปัญหาอาจไม่ระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้อย่างชัดเจนในตัวปัญหา ผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ของตนเองมากำหนดเงื่อนไขนี้ จากส่วนสำคัญทั้ง 3 ส่วนดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) ลักษณะของปัญหาประเภทนี้มีจุดประสงค์ เพื่อให้เห็นการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้ “เป็นจริง” หรือ “เป็นเท็จ” ส่วนสำคัญของปัญหาประเภทนี้แบ่งได้ 2 ส่วน คือ 1) สิ่งที่ยืนยันหรือสมมติฐาน และ 2) สิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือผลสรุป การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็น ส่วน ๆ ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้นและสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ได้รวดเร็วขึ้น

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและ โครงสร้างของปัญหา (Reys, Suydum & Lindquist, 1995, p. 55) สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา (Routine problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก แต่ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยใน โครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา เมื่อพบปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ทันที

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน และผู้แก้ปัญหามิคุ้นเคยกับปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาก็ต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงแก้ปัญหาได้

นอกจากนี้ บารูดี (Baroody, 1993, pp. 2-36) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine problem) หรือปัญหาอย่างง่าย หรือปัญหาขั้นเดียว (Simple (one-step) translation problem) ปัญหาที่ใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว และสามารถแก้ได้โดยตรงไปตรงมา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการ ในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาคด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอ ในการหาคำตอบมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหาคำหนดให้ไม่ทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ โดยปัญหาประเภทนี้แบ่งออกเป็น 6 ลักษณะ ได้แก่

2.1 ปัญหาซับซ้อนหรือปัญหาหลายขั้น (Complex translation problem) ปัญหาที่แก้ไขโดยใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ 2 การกระทำทางคณิตศาสตร์ หรือมากกว่า 2 การกระทำทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน

2.2 ปัญหาที่แก้ไขสิ่งอื่นของปัญหา (Other modification of translation problem) นอกจากจะรวมการแก้ปัญหาหลายขั้นและขั้นเดียวแล้ว ปัญหานี้ยังต้องการวิเคราะห์ทางความคิด เช่น ปัญหาที่ต้องการองค์ประกอบที่ผิดหรือสิ่งที่ผิดของโจทย์ ปัญหาที่มากกว่า 1 คำตอบ เป็นต้น

2.3 ปัญหาที่ให้แสดงถึงวิธีการปฏิบัติ (Process problem) ปัญหาที่ให้แสดงถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.4 ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) ปัญหาเกี่ยวกับกลอุบาย ปัญหาลักษณะนี้ทำให้เกิดความสนุกสนานและท้าทายในการทำงาน

2.5 ปัญหาเฉพาะไม่ระบุจุดหมาย (Nongoal-specific problem) ปัญหาลักษณะนี้เป็นชนิดพิเศษของปัญหาแปลกใหม่ ปัญหาลักษณะนี้เป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งไม่ต้องการหาคำตอบหรือเงื่อนไขของคำตอบ ปัญหานี้สนับสนุนให้นักเรียนรู้จักพิจารณาส่วนคำถามซึ่งครูจะไม่คาดเดาคำตอบไว้ก่อน

2.6 ปัญหาประยุกต์ (Applied problem) ปัญหาลักษณะนี้ขยายจากสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน

2.7 ปัญหาที่แก้โดยกลยุทธ์ (Strategy problem) ปัญหาที่กำหนดด้วยความมุ่งหมายที่นักเรียนจะต้องแก้ระบุถึงกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาคือนักเรียนแก้ปัญหาเหล่านี้อย่างไร

3. พิจารณาตามลักษณะของปัญหา บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และเอดเวิร์ดส์ (Bitter, Hatfield and Edwards, 1989, p. 37) ได้แบ่งปัญหาประเภทนี้ออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

3.1 ปัญหาปลายเปิด (Open-ended) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

3.2 ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาต้องดำเนินการสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่กำหนด สืบค้นไปจนกระทั่งได้คำตอบในขั้นสุดท้ายของการแก้ปัญหา มักเป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ได้หลากหลายวิธี

3.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหา เช่น เป็นคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามคำชี้แนะได้เลย โดยไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

4. พิจารณาตามเป้าหมายของการฝึกซึ่ง Charles and Lester (1982 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2543, หน้า 3) ได้พิจารณาประเภทของปัญหาตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

4.1 ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น

4.2 ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ

4.3 ปัญหาที่ข้อความซับซ้อน (Complex translation) คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่ายแต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดการปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนาวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ

4.5 ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์

เป็นสิ่งสำคัญ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบประมวลผลและแปลผล เพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะกระบวนการ มโนคติและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้ ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์ และคุณค่าของคณิตศาสตร์

4.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดากลุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาในลักษณะนี้ได้ดี

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2542) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เมื่อพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวนหรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

และเมื่อพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหามองต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจำแนกประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับปัญหาที่นำมาพิจารณา เช่น พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาให้ค้นหา และปัญหาให้พิสูจน์ พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาธรรมดา และปัญหาแปลกใหม่ พิจารณาตามลักษณะของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท คือ ปัญหาปลายเปิด ปัญหาให้ค้นพบและปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบและพิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 ประเภท คือ ปัญหาที่ใช้ฝึก ปัญหาข้อความอย่างง่าย ปัญหาที่ข้อความซับซ้อน ปัญหาที่เป็นกระบวนการ ปัญหาการประยุกต์ และปัญหาปริศนา

3. ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ยุคปัจจุบันที่โลกมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วอย่างไม่เคยปรากฏมาก่อน ถ้าใครเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี คนนั้นจะได้เปรียบและมีทางเลือกมาก และนำไปสู่อนาคตที่สดใส (NCTM, 2000, p. 5)

การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะสมที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาศักยภาพในการคิดวิเคราะห์ ช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง มีทักษะและความคิดรวบยอด รู้หลักการต่าง ๆ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์ และที่สัมพันธ์กับสาขาวิชาอื่น นอกจากนั้นการแก้ปัญหาก็เป็นการพัฒนา ทักษะทางคณิตศาสตร์ ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (Lester and Bell, 1982, p. 5 อ้างถึงใน เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์, กรมวิชาการ, 2540)

นอกจากนี้ ยังมีนักการศึกษาที่ได้อบรมรวมความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

Polya (1980, p. 1) ได้กล่าวว่า “การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสำคัญ เนื่องจากเป็นวิธีการของการพัฒนาด้านความคิดเชิงตรรกะของคณิตศาสตร์”

Bell (1981) ได้กล่าวว่า ในการสอนคณิตศาสตร์นั้น เมื่อผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัดทำแบบเรียน ถ้าเป็นเรื่องง่ายและผู้เรียนสามารถทำได้ ก็จะฝึกไปจนเกิดความชำนาญ (Skill) เราจึงมักเรียกว่าให้ผู้เรียนฝึกทักษะ ในการฝึกง่าย ๆ แบบนี้จะใช้ข้อเท็จจริงหรือหลักการและมโนคติที่ไม่ซับซ้อน อาจจะใช้เพียงข้อเท็จจริงหรือหลักการ หรือมโนคติเดียวฝึกซ้ำ ๆ จนเกิดทักษะอย่างไรก็ตาม ในตัวแบบฝึกหัดนั้น เมื่อใช้หลาย ๆ ข้อเท็จจริง หรือหลายหลักการ หรือหลายมโนคติ นักเรียนก็ไม่สามารถจะทำได้ จึงพบ “ปัญหา”ว่าจะทำอย่างไร เมื่อผู้เรียนพบ “ปัญหา” ก็จะเกิด “การแก้ปัญหา” เมื่อผู้เรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหา ก็จะแก้ปัญหา นั้นได้ เมื่อได้ฝึกการแก้ปัญหาย่อย ๆ ก็จะเกิดทักษะการแก้ปัญหา (Problem solving skill)

Carpenter (1989) กล่าวว่า “หนึ่งในเป้าหมายของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แก่นักเรียน คือ การสนับสนุนให้นักเรียนใช้ประสบการณ์ ความคิดบางอย่างและตระหนักถึงความเป็นไปได้ในการสร้างกระบวนการแก้ปัญหา”

ยุพิน พิพิธกุล (2539) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา ปัญหา บางเรื่องก็เป็นทฤษฎี บางเรื่องก็เกี่ยวกับการปฏิบัติ การเรียนแก้ปัญหาคือเป็นเรื่องที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ประยุกต์ความรู้ที่ได้รับมาตอนแรกหรือความรู้เดิมกับสถานการณ์ใหม่ที่ยังไม่คุ้นเคย ดังนั้น การแก้ปัญหาก็เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถาม ผู้เรียนจะต้อง

ตั้งคำถามอยู่เสมอ ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะต้องรู้จักวิเคราะห์สถานการณ์ การแปลผล การแสดงผล แม้แต่การเขียนแผนผัง และการลองผิดลองถูกก็จะถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ข้อสำคัญต้องรู้ว่า ผู้เรียนต้องการอะไรในการแก้ปัญหานั้น ผู้เรียนต้องการมีความสามารถในการใช้กฎหรือสูตร เพื่อจะนำไปสู่ข้อสรุป

Hogan and Alejandro (2010) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่ง ที่ท้าทายมากที่สุดในการสอนให้แก่ นักเรียน แต่เมื่อนักเรียนเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาก็จะช่วยให้ นักเรียน มีความมั่นใจมากขึ้นในปัญหาที่จะเกิดขึ้นต่อไป โดยนักเรียนใช้คำถามในการเพิ่มเติมความเข้าใจ ของปัญหาที่ท้าทาย ซึ่งนักเรียนอาจต้องใช้เวลาในการแก้ปัญหแต่ละครั้ง เพื่อที่จะหาหรือ กับเพื่อนในการเลือกกลยุทธ์ที่จะแก้ปัญห และเชื่อมโยงกับงานที่พวกเขา กำลังเรียนรู้และ ใช้เวลานานในการให้ข้อเสนอแนะการทำงาน ของนักเรียนแต่ละคน

โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) (โครงการ PISA Thailand สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2557, หน้า 1) ได้ให้ความสำคัญกับปัญหาในชีวิตจริง เพราะประชาชนทุกคนนี้ต้อง เผชิญกับกิจกรรมประจำวันที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า ปริมาณ รูปทรง มิติ ความน่าจะเป็น และแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อีกมากมาย จึงต้องการให้นักเรียนเผชิญหน้ากับปัญหาทาง คณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในแวดวงของการดำเนินชีวิต โดยให้นักเรียนระบุสถานการณ์ที่สำคัญของปัญหา กระตุ้นให้หาข้อมูล สืบสวนตรวจสอบและนำไปสู่การแก้ปัญหา ในกระบวนการนี้ต้องใช้ทักษะ หลายอย่าง เป็นต้นว่า การคิดและการใช้เหตุผล การโต้แย้ง การสื่อสาร การสร้างตัวแบบ การตั้ง ปัญหาและการแก้ปัญหา การนำเสนอ การใช้สัญลักษณ์และการดำเนินการ การที่นักเรียนต้องใช้ ทักษะต่าง ๆ ที่หลากหลายมารวมกัน หรือใช้ความคิดและสมรรถนะสูง ซึ่งจะส่งผลต่องานที่ทำใน หน้าที่ และสำหรับทุก ๆ คนไม่ว่าจะทำงานระดับใดจะถูกคาดหวังว่าต้องไม่ใช่เฉพาะร่างกาย ทำงานซ้ำ ๆ อย่างเดิมเท่านั้น แต่จะต้องพบกับความเปลี่ยนแปลงทางเทคโนโลยีและต้องสามารถ ปรับเปลี่ยนตัวเองให้สามารถจัดการกับเทคโนโลยี เครื่องจักรกล และข้อมูลข่าวสารที่เข้ามา ตลอดเวลา แนวโน้มของทุก ๆ อาชีพบ่งชี้ว่า “บุคคลต้องมีความสามารถที่จะเข้าใจ สื่อสาร ใช้ และ อธิบายแนวคิด และวิธีการที่ยึดถือการคิดแบบคณิตศาสตร์เป็นหลัก”

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของคณิตศาสตร์ เพราะได้พัฒนาศักยภาพ ในการคิดวิเคราะห์ ช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ และกับศาสตร์สาขาวิชาอื่น และใช้แก้ปัญหาใน สังคมปัจจุบันที่นับวันยิ่งสับสน นอกจากนั้นการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการพัฒนา ทักษะทางคณิตศาสตร์

ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจและสามารถตัดสินใจได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

4. ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

สิ่งสำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือ ตัวปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ควรมีลักษณะดังต่อไปนี้ (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2556, หน้า 78-79)

1. ท้าทายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ได้สำเร็จ
2. สภาพการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน สภาพการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ได้ก็จะดีไม่น้อย
3. แปลกใหม่ ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้น
4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด
5. ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

Clyde (1967, p. 108) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราว หรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหา หรือมักจะเกิดกับบุคคลทั่ว ๆ ไป หรือมีลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน
2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหานั้น ควรใช้ภาษา หรือการบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์มาก่อน และไม่ควรเป็นปัญหาทั่ว ๆ ไป

Krulik and Reys (1980, p. 280) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจมีลักษณะดังนี้

1. ปัญหาที่นักเรียนพบไม่บ่อยในห้องเรียน
2. ปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องการใช้ในการแก้ปัญห และความสามารถทางภาษาของผู้แก้ปัญห

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรมีลักษณะ แปลกใหม่ และท้าทายความสามารถของผู้เรียน ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เหมาะกับวัยของผู้เรียน เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมถูกต้องและมีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี จะเป็นการดี ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดา และผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้น

5. กระบวนการแก้ปัญหามathematics

กระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญ ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามathematics เพราะกระบวนการแก้ปัญหามathematics จะทำให้ผู้ที่ยังไม่มีประสบการณ์สามารถ ดำเนินการแก้ปัญหาคิดค้นนำไปสู่ข้อค้นพบใหม่ และกระบวนการแก้ปัญหามathematics จะเป็นวิธีที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่นได้ ดังนั้นจึงได้มีนักการศึกษา และนักวิชาการหลาย ท่าน ได้เสนอแนะขั้นตอน หรือกระบวนการในการแก้ปัญหาคิดค้น ดังนี้

สี่ขั้นตอนการของแก้ปัญหาคิดค้น ที่ Polya (1957, pp. 5-18) เขียนไว้ในหนังสือ “How to solve it?” มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

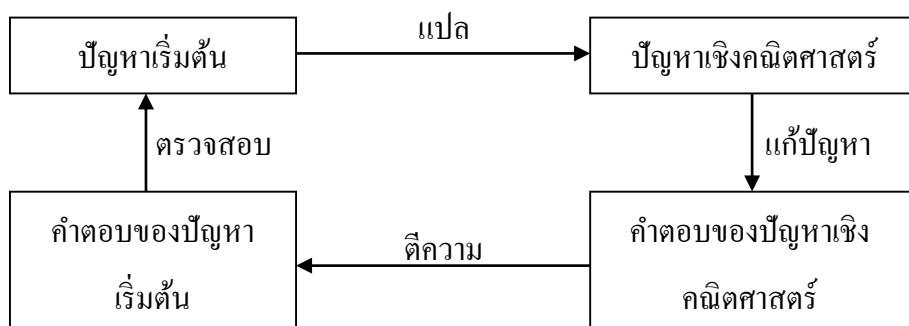
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) อ่านสถานการณ์ให้เข้าใจ เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นปัญหานั้น แล้วจำแนกเป็น 3 ข้อดังนี้
 - 1.1 สิ่งสถานการณ์ให้มา
 - 1.2 สิ่งที่ต้องการหา
 - 1.3 สถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ไว้หรือไม่
 2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหาคิดค้น (Devising a plan) เป็นการวางแผนแก้ปัญหาคิดค้นโดยใช้กลวิธีต่าง ๆ ตามความเหมาะสม
 3. ขั้นดำเนินการวางแผน (Carrying out the plan) เป็นการแก้ปัญหาคิดค้นตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอน ที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่
 4. ขั้นตรวจสอบผล (Looking back) ตรวจสอบโดยมองย้อนกลับ หรือตรวจสอบแต่ละขั้นตอน หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้วิธีอื่น ๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ว่าตรงกันหรือไม่
- นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 103) ได้ระบุถึงกระบวนการแก้ปัญหามathematics ที่นิยมใช้ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้
1. ทำความเข้าใจปัญหา โดยผู้เรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาที่พบในประเด็นต่าง ๆ คือ (1) ปัญหาถามว่าอย่างไร (2) ข้อมูลที่กำหนดให้คืออะไรบ้าง และ (3) มีเงื่อนไขหรือข้อมูลเพิ่มเติมอีกหรือไม่
 2. วางแผนแก้ปัญหาคิดค้น โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้ในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาประกอบกับการวางแผนแก้ปัญหาคิดค้น

ในกรณีที่ต้องตรวจสอบปัญหาด้วยการทดลอง ขั้นตอนนี้ก็จะเป็นการวางแผนทดลอง ซึ่งประกอบด้วยข้อความคาดการณ์ การออกแบบการทดลอง เพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และแนวทางหรือเกณฑ์ในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ เป็นการลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ถ้าคำตอบไม่ถูกต้อง ก็ดำเนินการแก้ปัญหาอีกครั้ง โดยผู้เรียนจะต้องมองย้อนกลับไปที่กระบวนการทำงาน เพื่อตรวจสอบว่ามีข้อผิดพลาดตรงไหนบ้าง

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกไม่ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตลอดจนการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 14) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่ว ๆ ไป ปัญหา มักจะกำหนดในรูปถ้อยคำจากการพูดหรือการเขียน ในการแก้ปัญหาก็จะเริ่มต้นจากการแปลถ้อยคำเหล่านี้ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมมูลกัน โดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แล้วดำเนินการแก้ปัญหาคำตอบของปัญหาจากปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมมูลกันนี้ หลังจากนั้นจะต้องแปลความหมาย นำกลับไปอธิบายคำตอบของปัญหาเริ่มต้น ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 กระบวนการแก้ปัญหามathematics โดยภาพรวม

Krulik and Reys (1980, pp. 280-281) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาข้อมูล หรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมานั้นเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร บทนิยาม เพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการปัญหาทั้งหมด และได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

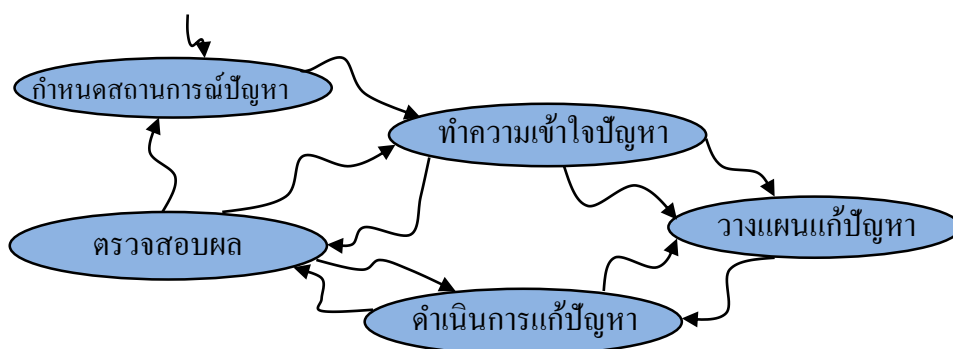
Orehovec (1984, p. 1062-A) ได้สรุปรวบรวมกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากบทความและงานวิจัยไว้ 8 ขั้นตอนดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาอย่างพินิจพิเคราะห์
2. หาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
3. กำหนดสัญลักษณ์แทนตัวที่ไม่ทราบค่า
4. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ไม่ทราบค่าและสิ่งที่ทราบค่า เพื่อกำหนด

กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา

5. การคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้
6. คิดคำนวณแก้โจทย์ปัญหา
7. ตรวจสอบคำตอบ
8. สรุปคำตอบ

Wilson, Fernandez and Handaway (1993, pp. 60-62) ได้เสนอกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (Dynamic) และกำหนดขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่แสดงความเป็นพลวัต

จากภาพข้างต้น เป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนที่ของการทำงานจากตำแหน่งหนึ่งไปสู่อีกตำแหน่งหนึ่ง อาจจะพิจารณาย้อนกลับไปที่ยุ่ขั้นตอนเดิม หากมีปัญหหรือ

ข้อสงสัยจะเห็นว่ากระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรง เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือทำความเข้าใจปัญหา แล้วเคลื่อนไปสู่ขั้นตอนการวางแผน ระหว่างการดำเนินการนั้นนักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

Krulik and Rudnick (1993, pp. 39-57) กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีลำดับขั้นตอนแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่ร่วมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหารวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นการเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหามustเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีกรนำเอาหลาย ๆ วิธี

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิตและการใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and extend) ถ้าคำตอบที่ได้ ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้และการสร้างสรรค์ ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาประกอบด้วยหลายขั้นตอน แต่โดยทั่วไปแล้ว ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) 3) ขั้นดำเนินการวางแผน (Carrying out the plan) และ 4) ขั้นตรวจสอบผล (Looking back) แต่ไม่ได้หมายความว่า การแก้ปัญหาทุกครั้งจะต้องปฏิบัติตามลำดับขั้นตอนตายตัว หมายความว่า ไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงเสมอไป ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะปรับใช้กระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของ Polya เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

6. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ Gagne (1970 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 166) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาว่าเป็นรูปแบบของการเรียนอย่างหนึ่งที่จะต้องอาศัยหลักการที่มีความสัมพันธ์กัน ตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการเหล่านี้ผนวกรวมกันจนเรียกว่าเป็นความสามารถในการแก้ปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555, หน้า 77)

Stephan and Rudnisk (1993 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 166) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาว่าเป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะและความเข้าใจที่มีอยู่ไปใช้ในการประยุกต์กับสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปจากเดิม

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 40) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงวิธีหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด โดยวัดจาก การตอบคำถามในแต่ละขั้น ดังนี้

- 1) การทำความเข้าใจปัญหา
- 2) การคิดวิเคราะห์หาแนวทางการแก้ปัญหา
- 3) การดำเนินการแก้ปัญหา
- 4) การตรวจสอบผล

โดยนักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อนักเรียนมีความรู้พื้นฐานในสิ่งต่าง ๆ ต่อไปนี้เพียงพอ

1. ภาษา นักเรียนจะต้องมีทักษะ 3 ด้าน คือ

1.1 ทักษะการอ่าน สามารถอ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง ทั้งการอ่านในใจและการอ่านออกเสียง

1.2 ทักษะการเก็บใจความ เมื่ออ่านข้อความของปัญหาแล้วสามารถแบ่งข้อความของปัญหาได้ว่าตอนใดเป็นสิ่งที่กำหนดให้ ตอนใดเป็นสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

1.3 ทักษะการเลือกใช้ข้อความหรือคำ นักเรียนต้องสามารถอธิบายความหมายของคำต่าง ๆ อย่างชัดเจน ทั้งคำที่เรียนไปแล้วและคำใหม่ เลือกใช้ได้ถูกต้องตามเจตนารมณ์ของปัญหา

2. ความเข้าใจ นักเรียนจะต้องมีทักษะ 3 ด้าน คือ

2.1 ทักษะจับใจความ เมื่ออ่านปัญหาหลาย ๆ ครั้งแล้ว สามารถจับใจความได้ว่าเป็นเรื่องอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง ปัญหาต้องการทราบอะไร

2.2 ทักษะตีความ เมื่ออ่านปัญหาแล้ว สามารถตีความและแปลความได้ เช่น แปลความจากปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ และการหารได้

2.3 ทักษะแปลความ ประโยคสัญลักษณ์ที่ได้จากการแปลความ จากปัญหานั้น ต้องสามารถสร้างปัญหาใหม่ในลักษณะเดียวกันได้อีกมากมายและหลากหลาย

3. การคิดคำนวณ นักเรียนจะต้องมีทักษะการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวน การยกกำลัง การแก้สมการเป็นอย่างไร สามารถบวก ลบ คูณ หารจำนวนยกกำลังจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องรวดเร็ว

4. การย่อความสรุปความ นักเรียนจะต้องฝึกฝนทักษะ 2 ด้านคือ

4.1 ทักษะการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากปัญหาในลักษณะย่อความให้รัดกุม ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะการสรุปความ สามารถสรุปความจากสิ่งที่กำหนดให้มาเป็นความรู้ใหม่ ถูกต้อง สามารถเขียนแสดงวิธีทำได้ทุกบรรทัดอย่างชัดเจน รัดกุมและสื่อความหมายแก่ผู้ตรวจสอบ

5. ฝึกทักษะการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องฝึกฝนทักษะตามตัวอย่างตามหนังสือเรียน และจากการแปลความปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์

นอกจากความรู้พื้นฐานข้างต้นแล้ว นักเรียนที่แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี ต้องมีความสามารถต่อไปนี้

5.1 ความสามารถในการจำแนก หมายถึง ความสามารถในการบอกความแตกต่างหรือแยกประเภทข้อมูลทางคณิตศาสตร์ โดยยึดเกณฑ์ใดเกณฑ์หนึ่งในการบอกความแตกต่าง

5.2 ความสามารถในการจัดกลุ่ม หมายถึง ความสามารถในการบอกความเหมือน จัดเข้าพวกได้โดยมีเกณฑ์การจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการจัดกลุ่มทำได้หลายรูปแบบ

5.3 ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป ว่ามีความเกี่ยวข้องในลักษณะใดหรือเป็นการนำความเกี่ยวข้องไปเชื่อมโยงเพื่อหาคำตอบ

5.4 ความสามารถในการสร้างข้อสรุปที่มีเหตุผล หมายถึง ความสามารถในการนำข้อมูลมาจำแนกจัดกลุ่มหรือหาความสัมพันธ์แล้วลงความเห็นข้อมูลตามประเด็นสำคัญอย่างมีเหตุผล ในการสร้างข้อสรุปที่มีเหตุผลนั้นเป็นการตรวจสอบความสามารถของนักเรียน ในการนำข้อมูลมาจำแนกและจัดกลุ่มหรือหาความสัมพันธ์แล้วลงความเห็นข้อมูลตามประเด็นสำคัญอย่างมีเหตุผล

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

7. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังต่อไปนี้

บาร์ดีย์ (Baroody, 1993 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 168) ได้กล่าวว่าการสอนการแก้ปัญหามี 3 ทาง ได้แก่

1. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching by using problem solving) เป็นการสอนที่มุ่งเน้นการประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหา คณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหากับโลกที่เป็นจริง และใช้ปัญหาในการแนะนำทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย การใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

2. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหของโพลยาซึ่งมี 4 ขั้นตอน

3. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์และฝึกฝนแนวคิดและทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่าง ๆ ก่อน แล้วจึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อย ๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 72-78) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาภาคคณิตศาสตร์ โดยนำขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยามาเป็นแนวทางในการนำเสนอวิธีการพัฒนา ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 พัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาก่อน ที่จะมุ่งไปที่วิธีทำ เพื่อหาคำตอบซึ่งอาจจะฝึกเป็นรายบุคคล หรือเป็นกลุ่มโดยให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน ถึงสาระสำคัญของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนด

1.2 ใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา เพื่อช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ ซึ่งมีกลวิธีหลายกลวิธีที่ช่วยให้เข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น เช่น ใช้กลวิธีเขียนภาพ เขียนแผนภาพ สร้างแบบจำลองเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ ทำให้เห็นปัญหาเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้นและช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น

1.3 ใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริง มาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ นักเรียนที่ฝึกทำความเข้าใจ ปัญหาที่พบในชีวิตจริงนั้นมีปัจจัยมากมายที่เกี่ยวข้อง ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักเลือกเฉพาะปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหามาพิจารณา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

2.1 ครูไม่ควรบอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามนำ โดยใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ ถามแล้วเว้นระยะให้นักเรียนคิดหาคำตอบ

2.2 ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามาก ๆ อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นรู้ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ครูควรปลูกฝังลักษณะนิสัยของนักเรียนให้ฝึกคิด วางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้เห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา และสามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหาคงเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้น สำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 ครูควรจัดหาปัญหาที่น่าสนใจ และท้าทายความสามารถมาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหานั้น ครูควรส่งเสริมให้นักเรียน ใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา มากกว่า 1 วิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ติดอยู่ในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งโดยเฉพาะ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

ในชั้นลงมือปฏิบัติตามแผน มักจะมีปัญหาอยู่ที่การคิดคำนวณ ครูควรช่วยพัฒนาทักษะการคิดคำนวณให้กับนักเรียน เพราะเป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนหาคำตอบตามแผนที่วางไว้ได้ การวางแผนเป็นการจัดลำดับแนวความคิดหลักในการแก้ปัญหา เพื่อที่จะลงมือดำเนินการตามแผน นักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจน ตามลำดับขั้นตอน ซึ่งครูสามารถฝึกฝนนักเรียนได้จากการทำแบบฝึกหัดนั้นเอง โดยฝึกให้นักเรียนวางแผน จัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบ ตามลำดับความคิดนั้น นอกจากนี้ควรให้นักเรียนฝึกตรวจสอบความถูกต้อง ความเป็นไปได้ของแผนที่วางไว้ ก่อนที่จะลงมือดำเนินการตามแผน

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ

ขั้นการตรวจสอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ ปรับปรุงและพัฒนาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น อีกประเด็นหนึ่งคือ การมองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีแนวทางดังนี้

4.1 ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบได้ ให้เคยชิน จนเป็นนิสัย นักเรียนไม่ควรพึงพอใจอยู่เพียงคำตอบที่ได้ แต่จะต้องฝึกตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและคำตอบที่ได้

4.2 ครูควรฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณหลังจากวางแผนแล้วก่อนลงมือคำนวณ ควรฝึกให้นักเรียนกะประมาณ คาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นจึงลงมือคิดคำนวณ แล้วเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับคำตอบที่คาดคะเนไว้

4.3 ครูควรฝึกแปลความหมายของคำตอบ เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้ว การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพียงอย่างเดียวนั้น ไม่เพียงพอ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักแปลความหมายของคำตอบว่าสอดคล้องกับสิ่งที่ปัญหากล่าวหรือไม่

4.4 ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบคำตอบของปัญหาว่าถึงแม้จะใช้วิธีการที่ต่างกัน คำตอบที่ได้ยังเป็นคำตอบเดียวกัน

4.5 ครูควรเน้นให้นักเรียนฝึกสร้างปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ซึ่งช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถ
 สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991, p. 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิด และความรู้สึกรักของนักเรียน
2. ให้อเวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา
5. ให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานสำคัญในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ มีโอกาสเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่ท้าทายและที่น่าสนใจ เหมาะสมกับระดับพัฒนาการของผู้เรียน มีหลายรูปแบบ มีทั้งระดับยาก ปานกลาง และง่าย ซึ่งการฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหานั้น อาจให้นักเรียนฝึกเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มก็ได้ ควรให้เวลาแก่นักเรียนแก้ปัญหอย่างเหมาะสม โดยการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยึดตามขั้นตอนการแก้ปัญหของ Polya และใช้กลวิธีในการแก้ปัญหที่เหมาะสมกับปัญหาที่แตกต่างกันไป

8. องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนผู้ซึ่งได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ส่งผลโดยตรงต่อการเรียนคณิตศาสตร์โดยมีนักการศึกษาได้เสนอแนะดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 71-72) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญซึ่งส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา สิ่งส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากปัญหาจะอยู่ในรูปของข้อความที่เป็นตัวอักษร ซึ่งนักเรียนต้องอ่านและทำความเข้าใจ เพื่อพิจารณาสิ่งที่ปัญหาถามและสิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ ตลอดจนข้อมูลที่เป็นในการแก้ปัญหา สิ่งสำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพคือ ควรที่จะเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การจดบันทึก เพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา และการเขียนปัญหาใหม่ ด้วยคำพูดของตัวเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา การที่นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาหลายรูปแบบ และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและการใช้เหตุผล ทักษะการคิดคำนวณและใช้เหตุผลมักใช้ในการแก้ปัญหาเสมอ นักเรียนต้องได้รับการฝึกทักษะพื้นฐานด้านการคิดคำนวณ ซึ่งได้แก่ การบวก ลบ คูณ และหาร จนเกิดความชำนาญ สำหรับการใช้เหตุผลนั้น นักเรียนต้องศึกษากระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

4. แรงขับ ปัญหาบางข้ออาจอยู่ในระดับยาก ต้องใช้การคิดวิเคราะห์ และใช้พลังในการคิด นักเรียนต้องมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้ ต้องใช้ระยะเวลาในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นกับนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิดวิเคราะห์และใช้พลังในการคิด ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย เปิดโอกาสให้ตัวเองได้เรียนรู้ ยอมรับรูปแบบการคิด และวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ

สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 77) ที่ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนว่า ขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ ความเข้าใจที่มีอยู่มาใช้แปลความ ตีความ หรือวิเคราะห์ เพื่อให้มีความเข้าใจในปัญหา รวมถึงการเลือกใช้เทคนิคหรือกลวิธีที่จะช่วยทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่แนวทางการหาคำตอบ

2. ความรู้พื้นฐาน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีอยู่ เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนคิด และหาวิธีแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีพื้นฐานดี จะสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ

3. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาก็จะสามารถระลึกถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงกลวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลาย ทำให้สามารถตัดสินใจเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้อย่างรวดเร็ว

4. เจตคติต่อการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีเจตคติดีต่อการแก้ปัญหา จะมีความพยายามและความอดทนในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหานั้น ไม่ว่าจะได้คำตอบหรือไม่ ผู้เรียนจะได้เรียนรู้และพัฒนาประสบการณ์จากการคิดและการทำงานเพื่อแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 24) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญซึ่งส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา
 - 1.1 ความรู้ ความคิด ประสบการณ์
 - 1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ
 - 1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
 - 1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการ และทักษะทางคณิตศาสตร์
 - 1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อ และเจตคติต่อการแก้ปัญหา
 - 1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม
 - 2.1 การพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา
 - 2.2 มีเวลาในการพัฒนาอย่างเพียงพอ
 - 2.3 สถานการณ์ที่นำมาใช้เป็นสื่อในการพัฒนา เป็นสถานการณ์ที่ดีก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาน่าสนใจ ทำลายความสามารถและความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

Adams, Ellis and Beeson (1977) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence)

การแก้ปัญหามักจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา คือ องค์ประกอบทางปริมาณ (Quantitative factors) ดังนั้น นักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบทางด้านภาษา (Verbal factors) แต่อาจด้อยในด้านความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือด้านปริมาณ
2. การอ่าน (Reading)

การอ่านเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพราะการแก้ปัญหามักต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่า ควรจะทำอะไรและอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้
3. ทักษะพื้นฐาน (Basic skills)

หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้ว ก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือ นักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่าง ๆ ที่จำเป็น ซึ่งก็คือ ทักษะพื้นฐานนั่นเอง

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหาเอง ได้แก่ระดับสติปัญญา ความรู้ในเนื้อหา ประสบการณ์ ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ องค์ประกอบสภาพแวดล้อม ได้แก่การพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา สถานการณ์ที่นำมาใช้เป็นสื่อในการพัฒนาเป็นสถานการณ์ที่ดีก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะ ต่าง ๆ เป็นปัญหที่น่าสนใจ ทำทลายความสามารถและความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน การจัด บรรยากาศที่ทำให้นักเรียนมีอิสระในการคิด การสำรวจ สืบค้น และมีเวลาเพียงพอในการแก้ปัญหา ดังนั้น สิ่งที่สำคัญอีกประการหนึ่งที่ผู้วิจัยจะต้องคำนึงถึงในการทำวิจัยครั้งนี้ก็คือองค์ประกอบทั้งสองอย่างที่มีอิทธิพลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

9. การจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัจจัยอย่างหนึ่งที่มีความสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ บทบาทของครู ครูจะต้องมีบทบาทจากการเป็นผู้แสดงตัวอย่างให้นักเรียนดู แล้วให้นักเรียนทำตาม เป็นผู้คอยซักถามปัญหา กระตุ้นให้นักเรียนคิด และต้องเป็นผู้คอยอำนวยความสะดวก ให้คำแนะนำให้นักเรียนได้คิดเอง ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2556, หน้า 80-81)

นอกจากนี้ การจัดกิจกรรมพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างกิจกรรมการแก้ปัญหาจากเนื้อหาสาระที่นักเรียนคุ้นเคยอยู่แล้ว (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2556, หน้า 83-95) ดังต่อไปนี้

1. การใช้แบบฝึกหัดพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ฝึกการแก้ปัญหาจากแบบฝึกหัดธรรมดา แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนหรือแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้นเอง โดยทั่วไป มักมีโครงสร้างคล้ายกับตัวอย่างที่ได้นำเสนอไปแล้วในบทเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถแสดงการหาคำตอบได้โดยใช้วิธีการทำนองเดียวกับตัวอย่าง แบบฝึกหัดเหล่านี้ ผู้สอนสามารถนำมาใช้เพื่อฝึกการแก้ปัญหานักเรียนได้เพียงแค่เพิ่มกิจกรรมเข้าไปอีกเล็กน้อยเท่านั้นคือ เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จเรียบร้อยแล้ว หาคำตอบได้แล้ว ครูควรให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง และให้นักเรียนพิจารณาต่อไปว่าแบบฝึกหัดข้อดังกล่าวนี้มีวิธีการหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ วิธีการใหม่ของผู้สอนต้องการคือ วิธีการที่แตกต่างไปจากตัวอย่างหรือจากการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน

การศึกษาการแก้ปัญหาจากแบบฝึกหัดธรรมดา นอกจากการให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบด้วยวิธีการของนักเรียนแล้ว ยังสามารถใช้แบบฝึกหัดนั้นฝึกการมองไปข้างหน้า

โดยให้นักเรียนอาศัยประโยชน์จากวิธีการหาคำตอบของแบบฝึกหัดนั้นสร้างปัญหาหรือแบบฝึกหัดขึ้นเองใหม่ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยคิดแปลงวิธีการเดิม

การให้นักเรียนแสดงวิธีคิดแบบอื่น ๆ และการให้สร้างปัญหาหรือแบบฝึกหัดขึ้นเอง อาจทำให้กิจกรรมการเรียนการสอนเบี่ยงเบนจากจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนนั้นไปบ้าง แต่เมื่อมองโดยภาพรวม นักเรียนจะได้ฝึกการคิดแก้ปัญหาซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์ของหลักสูตรคณิตศาสตร์

1.2 สร้างปัญหาจากแบบฝึกหัด แบบฝึกหัด โดยทั่วไปมักจะมีคำตอบที่ชัดเจนไม่มากนัก แต่ถึงแม้ว่าจะมีความซับซ้อน นักเรียนก็จะสามารถคิดแปลงวิธีการที่เรียนมาในชั้นเรียน ให้หาคำตอบได้ ผู้สอนสามารถสร้างปัญหาขึ้นเองจากแบบฝึกหัดให้นักเรียนฝึกคิดต่อหลังจากที่ทำแบบฝึกหัดเสร็จสิ้นแล้ว ซึ่งปัญหาที่ผู้สอนสร้างขึ้นเองจากแบบฝึกหัดนี้จะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างเสรี

2. การใช้ข้อสอบแข่งขันพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อสอบแข่งขันหรือข้อสอบคัดเลือกวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันที่มีชื่อเสียงต่าง ๆ เช่น ข้อสอบแข่งขันของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ ข้อสอบคัดเลือกเข้ามหาวิทยาลัย ข้อสอบเหล่านี้ถือได้ว่าเป็นปัญหา ไม่ใช่เป็นโจทย์ปัญหาเหมือนอย่างเช่นในแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน เพราะเหตุว่าข้อสอบแทบทุกข้อของแต่ละฉบับค่อนข้างยาก มีความซับซ้อน ไม่สามารถหาวิธีคิดหาคำตอบได้โดยตรง นักเรียนมักไม่เคยเห็นหรือมีประสบการณ์มาก่อน ข้อสอบนั้นเหมาะที่จะนำมาให้นักเรียนฝึกคิดแก้ปัญหา แต่ข้อสอบบางข้อมีความซับซ้อน และยากที่จะแก้ปัญหาได้แต่โดยลำพัง ครูผู้สอนจะมีบทบาทในการใช้คำถามเพื่อช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดในการแก้ปัญหา

3. การใช้หลักการคิดเลขเร็วพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

หลักการคิดเลขเร็ว เป็นการแสดงหลักการคิดคำนวณขั้นพื้นฐาน เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง เพื่อให้ได้ผลลัพธ์อย่างรวดเร็ว ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาโดยนำหลักการคิดเลขเร็วมาเป็นสื่อได้ ดังนี้

3.1 กำหนดหลักการคิดเลขเร็ว หรือให้นักเรียนศึกษาค้นคว้ามานำเสนอ พร้อมทั้งอธิบายให้เหตุผล หรือพิสูจน์หลักการคิดเลขเร็วนี้ว่าเป็นจริง

3.2 กำหนดตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนค้นหารูปแบบ สรุปหลักการคิดเลขเร็ว โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย หลังจากนั้นให้แสดงการตรวจสอบกฎโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัย

3.3 จากหลักการคิดเร็วที่ครูกำหนดให้ หรือจากที่นักเรียนค้นพบและตรวจสอบแล้วให้นักเรียนขยายแนวคิดนั้นสร้างหลักการคิดเลขเร็วขึ้นมาใหม่

รูปแบบของการจัดกิจกรรมสามารถทำได้ในรูปாயนิเทศ บัตรกิจกรรม ซึ่งมีแต่เฉพาะตัวปัญหาแล้วให้นักเรียนคิดหาคำตอบเอง หรืออาจมีคำถามเพื่อชี้แนะแนวทางซึ่งนำไปสู่คำตอบของปัญหาก็ได้ อาจจัดเป็นกิจกรรมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล หรืออภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่ม

4. การใช้ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์อาจมีชื่อเรียกอย่างอื่น เช่น ของเล่นชวนคิด ของเล่นพัฒนาความคิด ของเล่นฝึกสมองลองปัญญา จัดได้ว่าเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่อยู่ในรูปแบบของเล่น ซึ่งผู้แก้ปัญหาสามารถจับต้องเพื่อทำความเข้าใจปัญหา วางแผน ทดลองเล่นและตรวจสอบได้ การที่ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์มีแบบจำลองที่เป็นรูปธรรมทำให้สามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนให้อยากสัมผัส อยากทดลองแก้ปัญหา ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์มีหลายชนิด เช่น ของเล่นประกอบรูปร่าง ของเล่นจัดลำดับ ของเล่นเชิงโทโพโลยี มีทั้งที่เป็นของไทยซึ่งสืบทอดกันมาแต่โบราณ และของต่างประเทศที่สามารถสร้างขึ้นเองได้ ทั้งนี้ รูปแบบของการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์เป็นสื่อมีแนวทางดังนี้

4.1 จัดทำอุปกรณ์ของเล่น พร้อมคำอธิบายประกอบการเล่นไว้ในมุมคณิตศาสตร์ ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนศึกษาและทดลองเล่นด้วยตนเองอย่างอิสระ

4.2 จัดทำอุปกรณ์ของเล่นแต่ละแบบให้มีจำนวนมากขึ้น เพื่อใช้เป็นสื่อในการร่วมอภิปรายเพื่อแก้ปัญหา ซึ่งอาจจัดอยู่ในรูปกลุ่มสนทนา ชุมนุมคณิตศาสตร์ หรือเป็นกิจกรรมเสริมในชั้นเรียนก็ได้

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ บทบาทของครู ครูจะต้องเป็นผู้แสดงตัวอย่างให้นักเรียนดูแล้วให้นักเรียนทำตาม ครูเป็นผู้คอยซักถามปัญหา กระตุ้นให้นักเรียนคิด และต้องเป็นผู้คอยอำนวยความสะดวก ให้คำแนะนำให้นักเรียนได้คิดเอง ลงมือแก้ปัญหาคด้วยตนเอง นอกจากนี้ ครูควรใช้แบบฝึกหัดพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า ฝึกการแก้ปัญหาจากแบบฝึกหัดธรรมดา สร้างปัญหาจากแบบฝึกหัด การใช้ข้อสอบแข่งขันพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้หลักการคิดเลขเร็วพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และการใช้ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

10. การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมบุญ ชิตพงษ์ (2538 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 169-170) ให้แนวคิดว่าการวัดความสามารถในการแก้ปัญหานั้นไม่ได้มุ่งหวังที่จะตรวจสอบว่าผลที่ได้จากพฤติกรรมหรือ

คุณลักษณะที่บุคคลเลือกกระทำหรือปฏิบัตินั้นจะถูกหรือผิด แต่มุ่งหวังว่าบุคคลจะเลือกกระทำหรือปฏิบัติในพฤติกรรมหรือคุณลักษณะที่มีประสิทธิภาพสูงต่อการที่จะจัดการกับปัญหาต่าง ๆ หรือสถานการณ์ที่ต้องเผชิญเท่านั้น ส่วนการที่บุคคลจะสามารถกระทำหรือปฏิบัติตามพฤติกรรมหรือคุณลักษณะที่ตนเลือกหรือไม่นั้นเป็นเรื่องของความสามารถที่ต้องฝึกฝนกันไป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 50) ได้กล่าวไว้ว่า เมื่อการแก้ปัญหาได้รับการเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การประเมินการแก้ปัญหาก็ควรจะได้รับการเน้นไปด้วย ในขณะเดียวกัน การประเมินควรแสดงถึงความสามารถของนักเรียนในการแสดงสาระสำคัญทั้งหมดของการแก้ปัญหา หลักฐานร่องรอยเกี่ยวกับความสามารถในการถามคำถาม การใช้ข้อสนเทศที่กำหนดให้ และการสร้างข้อคาดการณ์ การประเมินจะใช้หลักฐานของการใช้ยุทธวิธีและเทคนิคการแก้ปัญหา รวมทั้งความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายความหมายของผลลัพธ์ที่ได้ ตลอดจนความสามารถในการขยายสู่กรณีทั่วไปในมาตรฐานการประเมินของ NCTM มาตรฐานที่ 5 การแก้ปัญหา ระบุว่า การประเมินความสามารถของนักเรียนในการใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหามีการจัดหาหลักฐานร่องรอยที่นักเรียนสามารถ (1) สร้างปัญหา (2) ประยุกต์ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (3) แก้ปัญหา (4) ตรวจสอบความถูกต้องและอธิบายตีความหมายของผลลัพธ์และ (5) สร้างรูปทั่วไปของคำตอบ

วิลสันและคณะ (Wilson, et al, 1993) ได้มีแนวคิดในการวัดการแก้ปัญหาว่า การเก็บแต่เพียงคะแนนที่ได้จากจำนวนคำตอบที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือทำข้อสอบถูกต้อง โดยไม่ได้พิจารณาถึงวิธีการคิดและการให้เหตุผลที่นักเรียนใช้สร้างคำตอบ ไม่เพียงพอที่จะทำให้ทราบถึงความหมายที่นักเรียนสร้างมโนคติและวิธีการคิด การทราบถึงความหมายถึงนักเรียนสร้างมโนคติที่ใช้กำหนดแนวคิดทางคณิตศาสตร์นับว่าเป็นสาระสำคัญสำหรับผลของการเรียนการสอน เพื่อให้ครูทราบถึงวิธีการคิดของนักเรียนอย่างชัดเจน และสามารถค้นหาพฤติกรรมความคิดได้อย่างต่อเนื่อง ให้สามารถเข้าใจถึงสิ่งที่นักเรียนทำ และวิธีการที่นักเรียนสร้างและนำมาใช้แก้ปัญหา การประเมินควรได้จากกิจกรรมที่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน โดยครูเข้าไปมีส่วนร่วมกับการปฏิบัติกิจกรรมกับนักเรียนอย่างใกล้ชิด ครูสามารถใช้ข้อสนเทศนี้ในการประเมินกิจกรรมการเรียนการสอนและนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนอีกต่อไป

การวัดองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรจะแสดงผลที่เป็นข้อมูลที่มากกว่าทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งจะรวมถึงข้อสนเทศเกี่ยวกับองค์ความรู้ทางมโนคติ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ทักษะการแก้ปัญหาและการใช้เหตุผล การวัดทักษะการแก้ปัญหาคควรพิจารณาการหาหลักฐานและร่องรอยและความสามารถของนักเรียนในการถามคำถาม การใช้ข้อมูลที่กำหนดให้

การกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา การได้คำตอบของปัญหา การสร้างข้อความคาดการณ์และการหาคำตอบทั่วไป

อุษาวดี จันทรสุนธิ (2556, หน้า 12-41) ได้กล่าวว่า หลักสูตรและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันใช้ปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นศูนย์กลางของการจัดการเรียนการสอน ดังนั้น การวัดในชั้นเรียนจึงต้องให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ในลักษณะการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์ด้วยการให้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ และรวมถึงการประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์กับสถานการณ์จริงที่อยู่รอบตัว การวัดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต้องทำอย่างเป็นระบบ เก็บข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างละเอียดและต่อเนื่อง เพื่อให้สามารถให้ข้อมูลป้อนกลับแก่ผู้เรียนได้รอบด้าน

สำหรับเป้าหมายการวัดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ อุษาวดี จันทรสุนธิ (2556, หน้า 43) ได้กล่าวว่า การวัดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มุ่งวัดความสามารถของผู้เรียนในการประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ การใช้เหตุผลและยุทธวิธีคิดต่าง ๆ ในการหาหนทางเพื่อนำไปสู่ผลที่ต้องการของปัญหาหรืองานคณิตศาสตร์ การวัดจึงมุ่งรวบรวมข้อมูลและหลักฐานที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถ

- เสนอคำถาม ข้อสงสัยหรือข้อความคาดการณ์จากข้อมูลหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้
- ประยุกต์ยุทธวิธีคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาใช้หาหนทางไปสู่ผลที่ต้องการ
- แสดงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบและได้ผลที่ถูกต้อง
- ตีความและตรวจสอบผลที่ได้จากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- คิดต่อยอดหรือสรุปผลที่ได้จากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปสู่กรณีทั่วไป

นอกจากนี้ อุษาวดี จันทรสุนธิ (2556, หน้า 44) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการให้ความรู้ความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผล หลักการเขียนปัญหาเพื่อวัดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ปัญหาต้องสอดคล้องกับเป้าหมายการวัด ปัญหาจึงต้องมุ่งถามให้ผู้เรียนแสดงความสามารถดังที่ระบุไว้ในหัวข้อเป้าหมายการวัด นอกจากนี้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้
 - ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม
 - ใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

2. ปัญหาต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนได้เลือกและใช้ยุทธวิธีคิดแบบต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา
ปัญหาจึงควรมีลักษณะ

- ปัญหาแปลกใหม่และท้าทายให้คิด
- ปัญหาที่มีสถานการณ์ปัญหาและข้อมูลในปัญหาจำนวนมากพอสมควร โจทย์ใน

ปัญหาจึงยาว

- ประเด็นคำถามมุ่งหมายให้ผู้เรียนใช้ข้อเท็จจริง ความคิดรวบยอดและทักษะมา
ประยุกต์ในลักษณะการคิดขั้นสูง เช่น การวิเคราะห์ การประเมิน และการสังเคราะห์
- สถานการณ์ปัญหาและข้อมูลในปัญหามีรายละเอียด ผู้เรียนต้องใช้ความสามารถใน
การทำความเข้าใจปัญหา

- ประเด็นคำถามมุ่งเน้นให้ผู้เรียนพัฒนาและใช้ยุทธวิธีหลากหลายในการแก้ปัญหา
การวัดความสามารถของนักเรียน ควรให้นักเรียนได้ทำแบบทดสอบหลาย ๆ แบบ
ตลอดจนใช้การสัมภาษณ์และการใช้คำถามหลาย ๆ วิธี เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด
อย่างหลากหลาย ซึ่งเกณฑ์การแก้ปัญหาควรมีวิธีการที่มากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง
(สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 15)

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการวัด
ความสามารถของนักเรียนในการแสดงสาระสำคัญของปัญหา หลักฐานร่องรอย
เกี่ยวกับแก้ปัญหาสารสนเทศที่กำหนดให้ และการสร้างข้อคาดการณ์ การใช้ยุทธวิธีและเทคนิค
การแก้ปัญหา รวมทั้งความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายความหมายของ
ผลลัพธ์ที่ได้ ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้วิธีการในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามที่ได้สรุปไว้ดังกล่าวข้างต้น โดยมีรายละเอียดเกณฑ์การวัด
ดังที่จะเสนอในหัวข้อต่อไป

11. เกณฑ์การประเมินความสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 128-130) ได้ให้ตัวอย่างเกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบเกณฑ์ย่อย ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ตัวอย่างเกณฑ์การวัดผลแบบเกณฑ์ย่อยของ สสวท.

รายการวัด	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
ความเข้าใจ ปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
การเลือก ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
การใช้ยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้อย่างถูกต้อง แต่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
การสรุป คำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวถึงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกส่วน (Analytic rubric) ทั้ง 3 ด้าน คือ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ตัวอย่างเกณฑ์การวัดผลแบบแยกส่วนของสิริพร ทิพย์คง

รายการวัด	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	4	สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาได้แต่ส่วนของปัญหา
	0	สำหรับความเข้าใจโจทย์ปัญหาผิด
การวางแผนแก้ปัญหา	4	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
	2	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาบางส่วนได้ถูกต้อง
	0	สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาหรือวางแผนไม่เหมาะสม
การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้	3	สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับการดำเนินการตามแผนได้ถูกต้องแต่คำตอบผิด
	1	สำหรับการคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมาคิดไม่ถูกต้อง (ขาดความรอบคอบ ทำให้ลบกโจทย์มาคิดผิด) หรือมีบางส่วนของคำตอบถูก
	0	สำหรับคำตอบที่ผิดหรือไม่มีคำตอบ

จากการศึกษาตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยได้ปรับเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบเกณฑ์ย่อยของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และเกณฑ์การวัดผลแบบแยกส่วนของ สิริพร ทิพย์คง เพื่อเป็นเกณฑ์ในการทำวิจัย ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การวัดผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจ ปัญหา	2	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง สมบูรณ์ (ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้องและครบถ้วน)
	1	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน (ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ไม่สมบูรณ์)
	0	ไม่มีร่องรอยในการทำความเข้าใจปัญหา
การวางแผนแก้ปัญหา	2	วางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง (กำหนดตัวแปรและเขียนประโยคสัญลักษณ์หรือแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน)
	1	วางแผนแก้ปัญหบางส่วนได้ถูกต้อง (กำหนดตัวแปร เขียนประโยคสัญลักษณ์หรือแสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ แต่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจนหรือไม่ครบถ้วน)
	0	ไม่มีร่องรอยในการวางแผนแก้ปัญหา
การดำเนินการตามแผน	2	ดำเนินการตามแผนได้ถูกต้องสมบูรณ์ (ดำเนินการทางคณิตศาสตร์หรือแสดงวิธีทำตามขั้นตอนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน ครบถ้วน)
	1	ดำเนินการตามแผนได้ไม่สมบูรณ์ หรือดำเนินการตามแผนแต่ผิด
	0	ไม่มีร่องรอยในการดำเนินการตามแผนแก้ปัญหา
การตรวจสอบผล	2	แสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน และสรุปคำตอบของโจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์
	1	แสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ส่วนใดส่วนหนึ่ง แต่ไม่ได้สรุปคำตอบของโจทย์ปัญหาหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือสรุปคำตอบถูกต้องแต่แสดงการตรวจสอบคำตอบไม่ชัดเจน
	0	ไม่มีร่องรอยในการตรวจสอบผล

สรุป เกณฑ์การวัดผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบเกณฑ์ย่อยของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยวัด 4 รายการ คือ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบ แต่ละรายการให้คะแนน 1, 2 หรือ 3 ส่วน สิริพร ทิพย์คง วัด 3 รายการ คือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหาและแต่ละรายการให้คะแนน แต่ 0, 2 หรือ 4 และการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ ให้คะแนน 0, 1, 2, 3 หรือ 4 สำหรับ เกณฑ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วยรายการที่วัด 4 รายการ หรือวัดตาม

4 ขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya คือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผนและการตรวจสอบผล ซึ่งแต่ละขั้นตอน ให้คะแนน 0, 1 หรือ 2

เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์แล้ว สิ่งสำคัญที่ต้องพัฒนาควบคู่ไปด้วยคือ เจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากเจตคติเป็นตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับพฤติกรรมของผู้เรียน เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์จึงเกี่ยวข้องโดยตรงกับพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และมีผลต่อความสำเร็จในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตจริง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2555, หน้า 188) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ความหมายของเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2555, หน้า 189) ได้ให้ความหมายของเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ว่า เป็นความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่ส่งผลให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่ตอบสนองต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความชอบหรือไม่ชอบ พอใจหรือไม่พอใจ เห็นคุณค่าหรือไม่เห็นคุณค่า รวมทั้งพร้อมหรือไม่พร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2556, หน้า 16) ได้กล่าวว่า เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์เป็นความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นผลให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมในลักษณะต่าง ๆ เพื่อตอบสนองต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น ตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ ชอบหรือพอใจที่จะเรียนคณิตศาสตร์ พร้อมที่จะเรียนหรือแข่งขันทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์เป็นความรู้สึกนึกคิดของผู้เรียนที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่ส่งผลให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่ตอบสนองต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความชอบหรือไม่ชอบ พอใจหรือไม่พอใจ เห็นคุณค่าหรือไม่เห็นคุณค่า พร้อมหรือไม่พร้อมที่จะแข่งขัน หรือ พร้อมหรือไม่พร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์

2. องค์ประกอบของเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2555, หน้า 189) กล่าวว่า โดยทั่วไปแล้วเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการมองเห็นความสำคัญ คุณค่า หรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ในการศึกษาต่อ รวมทั้งในการพัฒนาความเจริญต่าง ๆ เช่น การเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทำให้คนมีเหตุผล หรือช่วยแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

2. ความรู้สึกต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกของผู้เรียนที่แสดงออกว่า ชอบหรือไม่ชอบ พอใจหรือไม่พอใจต่อคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนมีประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น ผู้เรียนชอบแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ทำทาย หรือมีความสุขเมื่อได้เรียนวิชาคณิตศาสตร์

3. ความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ เป็นความพร้อมของผู้เรียนที่จะเรียนหรือทำงานที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ หรือหลีกเลี่ยงที่จะกระทำสิ่งเหล่านั้นเมื่อมีโอกาส เช่น ผู้เรียนจะพยายามเข้าร่วมแข่งขันตอบปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อมีโอกาส หรือผู้เรียนพร้อมที่จะเข้าร่วมกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์ของโรงเรียน

อัมพร ม้าคนอง (2556, หน้า 16) ได้กล่าวไว้ว่า โดยทั่วไปแล้วเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ประกอบด้วยองค์ประกอบ 3 ด้าน ดังนี้

1. ด้านปัญญาหรือการรู้คิด (Cognitive component) เป็นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการตระหนักถึงความสำคัญ ประโยชน์ หรือคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความเจริญ ช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตจริง เป็นวิชาที่พัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้เป็นคนมีเหตุผล

2. ด้านความรู้สึกและอารมณ์ (Affective component) เป็นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้แสดงอารมณ์และความรู้สึกนั้นเมื่อเผชิญสถานการณ์ เช่น ชอบทำการบ้านคณิตศาสตร์ ชอบแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความสุขเมื่อได้เข้าค่ายคณิตศาสตร์

3. ด้านพฤติกรรม (Behavioral component) องค์ประกอบด้านนี้เกี่ยวกับความพร้อมของผู้เรียนที่จะทำงานหรือเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น การพยายามสมัครเข้าร่วมการแข่งขันทางคณิตศาสตร์เมื่อมีโอกาส การเข้าร่วมประกวดโครงงานคณิตศาสตร์

จากการศึกษาองค์ประกอบของเจตคติที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์มี 3 องค์ประกอบ ได้แก่ ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ (หรือ ปัญญาหรือการรู้คิด) ความรู้สึกต่อคณิตศาสตร์ (หรือ ความรู้สึกและอารมณ์) และความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ (หรือ พฤติกรรม)

3. การเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2555, หน้า 189-190) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ความสมดุล เป็นภาวะความคงที่ของความรู้สึกที่ไม่มีความกดดันหรือความไม่สอดคล้อง จึงทำให้เจตคติที่มีอยู่คงเดิม ไม่เปลี่ยนแปลง แต่หากมีความกดดันหรือความไม่กลมกลืนระหว่างความรู้สึกเดิมกับความรู้สึกใหม่ ผู้เรียนอาจปรับเปลี่ยนเจตคติใหม่ให้แตกต่างไปจากเดิม โดยจะมีการหาเหตุผลมาสนับสนุนหรืออธิบายความรู้สึกใหม่ที่เกิดขึ้นนั้น

2. การเสริมแรง การเสริมแรงโดยการชมเชย การยกย่อง ให้รางวัล หรือในรูปแบบที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ จะทำให้ผู้เรียนยอมรับข้อมูลข่าวสาร ซึ่งอาจทำให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนเจตคติตามสิ่งล่อใจ

3. การตัดสินทางสังคม เจตคติของกลุ่มคนในสังคมมีอิทธิพลต่อความรู้สึกของผู้เป็นสมาชิก การที่นักเรียนอยู่ในกลุ่มสังคมคนที่มีเจตคติแตกต่างจากตน อาจทำให้นักเรียนปรับเปลี่ยนเจตคติตามกลุ่มที่ตนสัมพันธ์อยู่ได้

อัมพร ม้าคนอง (2556, หน้า 16-17) ได้กล่าวว่า ผู้เรียนจะแสดงความรู้สึกหรือพฤติกรรมต่อการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไรนั้น ขึ้นอยู่กับว่าผู้เรียนมีเจตคติทางบวกหรือทางลบ หากมีเจตคติทางบวกซึ่งเป็นเจตคติที่ดีแล้ว พฤติกรรมการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ก็จะปรากฏในลักษณะที่พึงปรารถนา เช่น ตั้งใจเรียนคณิตศาสตร์ ชอบถามคำถามคณิตศาสตร์ ชอบเข้าร่วมกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชอบช่วยเพื่อนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แต่หากผู้เรียนมีเจตคติทางลบก็จะแสดงพฤติกรรมไปในทางตรงข้าม เช่น ไม่สนใจและไม่ตั้งใจเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พยายามหลีกเลี่ยงที่จะเรียนคณิตศาสตร์ ไม่ชอบทำการบ้านคณิตศาสตร์ ไม่ต้องการเข้าร่วมกิจกรรมหรือชมรมคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สามารถเปลี่ยนแปลงได้ ทั้งการเปลี่ยนแปลงทิศทางคือ เปลี่ยนจากเจตคติทางบวกเป็นเจตคติทางลบ หรือในทางกลับกัน และการเปลี่ยนแปลงระดับความเข้มข้น (Intensity) ของเจตคติ ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงที่คงทิศทางเดิมของเจตคติไว้ แต่เพิ่มหรือลดระดับความมากน้อยให้แตกต่างจากเดิม การเปลี่ยนแปลงเจตคติทำได้โดยการจัดบริบทหรือสถานการณ์ที่สามารถเปลี่ยนองค์ประกอบทั้ง 3 ด้านของเจตคติ คือ ด้านปัญญาหรือการรู้จัก ด้านความรู้สึกและอารมณ์ และด้านพฤติกรรม

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์สามารถเปลี่ยนแปลงได้ ทั้งการเปลี่ยนแปลงทิศทางคือ เปลี่ยนจากเจตคติทางบวกเป็นเจตคติทางลบ หรือในทางกลับกัน และการเปลี่ยนแปลงระดับความเข้มข้น (Intensity) โดยการจัดบริบทหรือสถานการณ์ที่สามารถเปลี่ยนองค์ประกอบทั้ง 3 ด้าน ของเจตคติ คือ ด้านปัญญาหรือการรู้จัก ด้านความรู้สึกและอารมณ์ และ

ด้านพฤติกรรม พร้อมกันนั้น ความสมดุล การเสริมแรง และการตัดสินใจทางสังคม ก็เป็นปัจจัยที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อคณิตศาสตร์ได้เช่นกัน

4. แนวทางการพัฒนาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคะนอง (2556, หน้า 18) ได้กล่าวถึงการสร้างเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่ง่าย ดังต่อไปนี้

1. การใช้คำถามหรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่ทำท่ายและอยู่ในความสนใจของผู้เรียน เช่น รอบ ๆ ตัวนักเรียนมีอะไรบ้างที่จัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมขนานเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือไม่ เพราะเหตุใด

2. การใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยี ช่วยในการสื่อให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น เช่น การใช้โปรแกรม จีเอสพี (The geometer's sketchpad, GSP) ในการสอนเรื่องวงกลม ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphic calculator) สอนเรื่องฟังก์ชัน

3. การยกตัวอย่างคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณดัชนีมวลกาย (Body mass index) เพื่อดูภาวะความอ้วนและความเสี่ยงต่อการเป็นโรค การใช้อัตราส่วนในการทำอาหาร การใช้ร้อยละเกี่ยวกับเงินฝากและเงินกู้

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาเจตคติของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์ได้แก่ การใช้คำถามหรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่ทำท่ายและอยู่ในความสนใจของผู้เรียน การใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยี ช่วยในการสื่อให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น และการยกตัวอย่างคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

5. การวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2556, หน้า 188) ได้กล่าวถึงการวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ว่า จะช่วยให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับความรู้สึกของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงกระบวนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น การวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ต้องให้ครอบคลุมองค์ประกอบทุกด้าน คือ ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ ความรู้สึกต่อคณิตศาสตร์และความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ ส่วนข้อความหรือรายการประเมินควรสร้างให้มีทั้งทางบวกและทางลบ

อัมพร ม้าคะนอง (2556, หน้า 17-18) ได้กล่าวถึงการที่ผู้สอนจะทราบว่า ผู้เรียนมีเจตคติอย่างไรต่อการเรียนคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจทำได้หลายวิธี ดังต่อไปนี้

1. การพูดคุยอย่างไม่เป็นทางการ เช่น การถามประโยคต่อไปนี้กับผู้เรียน

- นักเรียนชอบเรียนคณิตศาสตร์หรือไม่
- นักเรียนคิดว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์หรือไม่
- ถ้าจะส่งนักเรียนไปแข่งขันตอบปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะไปหรือไม่

2. การให้ผู้เรียนทำแบบวัดเจตคติ วิธีนี้ใช้เมื่อต้องการประเมินเจตคติของผู้เรียนอย่างเป็นทางการ ซึ่งข้อคำถามควรประกอบด้วยองค์ประกอบทั้ง 3 ด้านของเจตคติ และมีความสมดุลระหว่างจำนวนข้อความที่ให้ผู้เรียนประเมินในแต่ละด้าน และระหว่างข้อความทางบวกกับข้อความทางลบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1) องค์ประกอบด้านปัญญาหรือการรู้จัก

ข้อความทางบวก

- คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยให้ฉันเป็นคนมีเหตุผล

ข้อความทางลบ

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตจริง

2) องค์ประกอบด้านความรู้สึกและอารมณ์

ข้อความทางบวก

- ฉันรู้สึกสนุกเมื่อได้ทำกิจกรรมคณิตศาสตร์

ข้อความทางลบ

- ฉันไม่ชอบทำโจทย์คณิตศาสตร์

3) องค์ประกอบด้านพฤติกรรม

ข้อความทางบวก

- ฉันพร้อมจะอธิบายเนื้อหาคณิตศาสตร์ให้เพื่อนฟัง

ข้อความทางลบ

- ฉันหลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถามคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสรุปว่า การวัดเจตคติของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์ช่วยให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับความรู้สึกของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์ การวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ต้องให้ครอบคลุมทั้ง 3 องค์ประกอบ คือ ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์ ความรู้สึกต่อการเรียนคณิตศาสตร์และความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ ส่วนข้อความหรือรายการประเมินควรสร้างให้มีทั้งทางบวกและทางลบ และสำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยประเมินเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้แบบวัดเจตคติเพื่อวัดองค์ประกอบทั้ง 3 ด้านของเจตคติ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

วิชญะรัตน์ ธีระชนบุตรศรี (2556) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดการเรียนรู้มัลติมีเดียร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนสีคิ้วหนองหญ้าขาว และโรงเรียนห้วยลึก ผดุงวิทยา อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 40 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 20 คน โดยกลุ่มหนึ่งใช้เป็นกลุ่มทดลองและอีกกลุ่มหนึ่งใช้เป็นกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่า (1) ประสิทธิภาพของชุดมัลติมีเดียร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีค่า E_1/E_2 เท่ากับ $77.00/74.33$ เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ $75/75$ (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยชุด การเรียนรู้มัลติมีเดียร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ (3) ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีต่อการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้มัลติมีเดียร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD อยู่ในระดับมาก

คำม่วน สิดประเส็ด (2556) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสามัคคี อำเภอหลวงน้ำทา จังหวัดหลวงน้ำทา ประเทศสาธารณรัฐ ประชาธิปไตย ประชาชนลาว จำนวน 34 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 17 คน กลุ่มที่ 1 ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD และกลุ่มที่ 2 ได้การจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า (1) กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (2) เจตคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ ทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน และ (3) ความคงทนของการเรียนรู้ของกลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ไมตรี พุทธจันทร์ (2555) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศึกษาสงเคราะห์ อำนาจเจริญ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 29 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 2 ห้องเรียนรวม 70 คน โดยห้องหนึ่งใช้การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และอีกห้องหนึ่งใช้การจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนที่เรียนตามแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD สูงกว่านักเรียนที่ได้รับ

การจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ (2) เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยภาพรวม อยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.63, SD = .68$)

รัตนา พรหมเวช (2555) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนศรีสมเด็จพิภพพัฒนาวิทยา จำนวน 3 ห้อง รวม 126 คน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และการจัดการเรียนรู้แบบปกติตามลำดับ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT และการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีความสามารถในการในการคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และกลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4MAT สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

มลฤดี สิงห์นุกูล (2555) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ และความพึงพอใจในการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนวัดปากบึง สำนักงานเขตลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร 1 ห้องเรียนจำนวน 49 คน โดยจัดการเรียนการสอนตามแนวทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองร่วมกับวิธีเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ผลการวิจัยพบว่า (1) แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองร่วมกับวิธีเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มี ประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/ 80 ที่ระดับ 80.88/ 81.07 สูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยวิธี การจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองร่วมกับวิธีเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ (3) ความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองร่วมกับวิธีเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD โดยภาพรวมอยู่ในระดับความพึงพอใจมาก คิดเป็นระดับคะแนนเฉลี่ย 4.02

รัตนา เนื่องโนราช (2554) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนและทศนิยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบรบือวิทยาคาร อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 96 คน จากห้องเรียน 2 ห้อง ห้องละ 48 คน โดยห้องหนึ่งได้รับ

การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ประกอบการจัดลำดับเนื้อหาใหม่และอีกห้องหนึ่งได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วนและทศนิยมประกอบการจัดลำดับเนื้อหาใหม่และความพึงพอใจต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($p < 0.003$) แต่นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ไม่แตกต่างกัน

สมจิตร หงษ์ยา (2551) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนราชประชานุเคราะห์ 33 ตำบลคงคินแดง อำเภอหนองม่วง จังหวัดลพบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 80 คน แบ่งเป็นห้องทดลองและห้องควบคุม ผลการศึกษาพบว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ (5) เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาวิณี คำชาวี (2550) ศึกษา การเปรียบเทียบความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ทศนิยม และการคิดวิเคราะห์ระหว่างวิธีเรียนแบบร่วมมือ เทคนิค STAD สอดแทรกเมตาคอกนิชัน วิธีเรียนตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ วิธีเรียนตามคู่มือครู สสวท. ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านดงเมือง (ดงเมืองวิทยา) อำเภอกุมภวาปี จังหวัดอุดรธานี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษอุดรธานี เขต 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 120 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม เป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม ๆ ละ 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 3 วิธี คือ แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD สอดแทรกเมตาคอกนิชัน แผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ และแผนการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า (1) กลุ่มนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีเรียนตามคู่มือครู สสวท. วิธีเรียนตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ และวิธีเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD สอดแทรกเมตาคอกนิชัน มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการคิดวิเคราะห์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (2) กลุ่มนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD สอดแทรกเมตาคอกนิชัน มีความสามารถ

ในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนด้วยวิธี เรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01 และกลุ่มนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือ เทคนิค STAD สอดแทรกเมตาคอกนิชันกับ กลุ่มนักเรียนที่เรียนตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน แต่สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู สสวท.

2. งานวิจัยต่างประเทศ

Dat Tran (2013) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติของนักเรียนชั้น ม. 3 ของประเทศเวียดนามที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้เทคนิค STAD ซึ่งใช้เวลา ในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด 5 อาทิตย์กับนักเรียน 2 กลุ่ม (กลุ่มทดลองมีนักเรียน 36 คนและ กลุ่มควบคุมมีนักเรียน 38 คน) ผลการวิจัยพบว่าคะแนนหลังสอบของกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนน หลังสอบของกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ เช่นเดียวกันกับคะแนน ทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .05

Majoka, Dad and Mahmood (2010) ได้ศึกษาเพื่อหาหลักฐานเชิงประจักษ์ (Empirical Evidence) เกี่ยวกับประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ เทคนิค STAD ในรายวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 จำนวน 53 คน (กลุ่มทดลอง 28 คน และกลุ่มควบคุม 25 คน) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากกว่ากลุ่มควบคุม นอกจากนี้ กลุ่มทดลองยังมีคะแนนหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Zakaria, Chin and Daud (2010) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (อายุเฉลี่ย 13 ปี) จำนวน 82 คน (44 คนสำหรับกลุ่มทดลอง และ 38 คนสำหรับกลุ่มควบคุม) ในเขต Miri, Sarawak ประเทศมาเลเซีย ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ในการทำวิจัยในครั้งนี้ โดยหวังว่า จะเป็นช่องทางหนึ่งที่จะช่วยแก้ปัญหการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้มีสัมฤทธิ์ผล มีทักษะกระบวนการในการแก้ปัญหาและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ทั้งในระดับ โรงเรียน ระดับท้องถิ่น และระดับชาติ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวในครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-experimental research) ได้ออกแบบการวิจัยสองกลุ่มคือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยผู้วิจัยขอเสนอวิธีดำเนินการวิจัยตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 (เดือนกันยายน พ.ศ. 2558 ถึงมกราคม พ.ศ. 2559) โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ ดอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว 4 ห้อง จำนวน 140 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ ดอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว 2 ห้องเรียน จำนวน 68 คน โดยใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ด้วยการจับฉลากมา 2 ห้องเรียน จากทั้งหมด 4 ห้อง จากนั้น จึงทำการจับฉลากห้องเรียนอีกครั้งเพื่อเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนักเรียนห้องม. 3/1 จำนวน 36 คน ใช้เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนห้องม. 3/2 จำนวน 32 คน ใช้เป็นกลุ่มควบคุม จากนั้นทำการทดสอบก่อนเรียน พบว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 3 แผน แผนละ 4 ชั่วโมง รวม 12 ชั่วโมง
2. แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 6 แผน แผนละ 2 ชั่วโมง รวม 12 ชั่วโมง
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
4. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
5. แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะดำเนินการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแต่ละอย่าง ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 3 แผน แผนละ 4 ชั่วโมง รวม 12 ชั่วโมง ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรขั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 แบบเรียน คู่มือครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คู่มือฝึกอบรม เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

1.2 กำหนดโครงสร้างของแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งประกอบด้วยวัตถุประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนการสอน และประเมินผล ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 โครงสร้างของแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรม การเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
1 (4 ชั่วโมง)	- ระบุวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่กำหนดให้ได้ว่าเป็นวิธีจำกัดตัวแปรหรือ วิธีแทนค่า จัดลำดับวิธีจำกัดตัวแปรหรือ วิธีแทนค่า ได้อย่างถูกต้อง - ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วย วิธีจำกัดตัวแปรหรือวิธีแทนค่า ได้ถูกต้อง - หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร ได้ถูกต้อง - เปลี่ยนประโยคภาษาจากสถานการณ์ปัญหา เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง	1. ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร -แก้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร ด้วยวิธีจำกัดตัวแปร -แก้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร ด้วยวิธีแทนค่า	- แบบเรียน-คู่มือครุคณิตศาสตร์ ม. 3 - บัตรกิจกรรม - ใบความรู้ - ใบงาน - แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ แบบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับแผน 1 - สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector	1. ขึ้นสอน 2. ขึ้นฝึกปฏิบัติ เป็นกลุ่ม 3. ขึ้นทดสอบ 4. ขึ้น การรับรอง ผลงานกลุ่ม	- วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียน ทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนและแบบวัด ความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับแผน 1 - เครื่องมือวัดผลได้แก่ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนและ แบบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหา - ทางคณิตศาสตร์สำหรับ แผน 1 - เกณฑ์การประเมิน ผ่าน 70 %

ตารางที่ 6 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรม การเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
2 (4 ชั่วโมง)	- นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหา ที่กำหนด ได้ถูกต้อง - ระบุวิธีการแก้ระบบสมการที่กำหนด ได้ว่าเป็นวิธีใช้กราฟหรือวิธีเปรียบเทียบ จัดลำดับวิธีใช้กราฟหรือวิธีเปรียบเทียบ ได้ถูกต้อง - ตรวจสอบกระบวนการแก้ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟหรือ วิธีเปรียบเทียบได้ถูกต้อง - หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร ได้ถูกต้อง	1. ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร - แก่ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร ด้วยวิธีใช้กราฟ - แก่ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร ด้วยวิธี เปรียบเทียบ	- แบบเรียน-คู่มือครุคณิตศาสตร์ ม. 3 - บัตรกิจกรรม - ใบงาน - แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์สำหรับแผน 2 - สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector	1. ขึ้นสอน 2. ขึ้นฝึกปฏิบัติ เป็นกลุ่ม 3. ขึ้นทดสอบ 4. ขึ้น การรับรอง ผลงานกลุ่ม	- วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียน ทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนและ แบบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ สำหรับแผน 1

ตารางที่ 6 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรมการ เรียนรู้	การวัดและประเมินผล
3 (4 ชั่วโมง)	<ul style="list-style-type: none"> - เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่กำหนด เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง - กำหนดระบบสมการหรือหาคำตอบของระบบสมการจากกราฟของระบบสมการ ได้ถูกต้อง - ระบุข้อความที่แสดงด้วยระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ถูกต้อง - หาคำตอบของระบบสมการที่กำหนดได้ถูกต้อง - ตรวจสอบกระบวนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ถูกต้อง 	<ul style="list-style-type: none"> . ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบเรียน-คู่มือครูคณิตศาสตร์ ม. 3 - บัตรกิจกรรม - ใบงาน - แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับแผน 3 	<ul style="list-style-type: none"> . ขั้นสอน . ขั้นฝึกปฏิบัติในกลุ่ม . ขั้นทดสอบ . ขั้นการรับรองผลงานกลุ่ม 	<ul style="list-style-type: none"> - เครื่องมือวัดผลได้แก่แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับแผน 2 - เกณฑ์การประเมินผ่าน 70 % - วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียนทำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับแผน 1

ตารางที่ 6 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรมการ เรียนรู้	การวัดและประเมินผล
	<ul style="list-style-type: none"> - เขียนระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง - เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหา ที่เกี่ยวข้องกับระบบสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเป็นประโยคสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์/แก้ปัญหาค้นหาได้ถูกต้อง 		<ul style="list-style-type: none"> - สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector 		<ul style="list-style-type: none"> - เครื่องมือวัดผลได้แก่ แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนและแบบวัด ความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับแผน 2 - เกณฑ์การประเมิน ผ่าน 70 %

1.3 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตาม โครงสร้างที่กำหนดไว้ในข้อ 2

1.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ จากนั้น ก็ดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามความเห็นของคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ได้แก่ ปรับวิธีการวัดและประเมินผล และการใช้ภาษาให้ถูกต้อง

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ ด้านหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน ได้แก่

- | | |
|---------------------------------|--|
| 1) ผศ. ดร. สพลณภัทร์ ศรีแสนยงค์ | ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน |
| 2) ดร. คมสัน ศรีไพบูลย์ | ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและ
การสอนคณิตศาสตร์ |
| 3) อาจารย์รัชชัย นาเจริญ | ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ |
| 4) Dr. Khamphoui KHAMDYPAPHAN | ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน/
คณิตศาสตร์ของลาว |
| 5) Mr. Bounsoung PHENGYSOMBOUN | ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและ
การสอนคณิตศาสตร์ของลาว |

เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษาที่ใช้ และ ความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินที่มีลักษณะเป็นมาตราส่วน ประเมินค่า 5 ระดับ (Rating scale) ดังนี้

- 5 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด
- 4 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก
- 3 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง
- 2 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย
- 1 หมายถึงมีความเหมาะสมมีความเหมาะสมน้อยที่สุด

แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำค่าเฉลี่ยมาแปลความหมาย โดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์ในการแปลความหมาย (พงค์เทพ จิระโร, 2558, หน้า 15) ดังนี้

- ค่าเฉลี่ยระหว่าง 4.50-5.00 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.50-4.49 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 2.50-3.49 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมปานกลาง
 ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.50-2.49 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมน้อย
 ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.00-1.49 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมน้อยที่สุด
 โดยยึดเกณฑ์การตัดสิน จากคะแนนเฉลี่ย 3.50 ขึ้นไป และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 ไม่เกิน 1.00 ถือว่าเป็นแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ได้ ซึ่งผลการประเมิน
 ได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.83 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.53 ซึ่งถือว่าสามารถนำไปใช้ได้
 รายละเอียดผลการประเมินความเหมาะสมปรากฏในภาคผนวก ข ตารางที่ 20 หน้า 174

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ
 มีรายละเอียดดังนี้

(1) ควรตรวจสอบการใช้ภาษาให้ถูกต้อง
 (2) ควรใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียน
 คณิตศาสตร์อย่างเป็นรูปธรรม และ ณ ที่นี้ผู้วิจัยเลือกใช้โปรแกรม GeoGebra 5.0 ช่วยในการเรียน
 การสอน

(3) สำหรับแผนจัดการเรียนรู้ที่ 3 ควรเพิ่มเวลาในการทบทวนความรู้เกี่ยวกับ
 อสมการจาก 10 นาที เป็น 20 นาที

(4) การใช้เวลาในแต่ละกิจกรรมควรมีการยืดหยุ่น

แล้วนำเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาเป็นครั้งสุดท้าย

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD
 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไปทดลองใช้กับ
 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดอนหูน นครหลวงเวียงจันทน์ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน
 1 ห้อง เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลา ภาษาที่ใช้ ขั้นตอนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ และคุณภาพ
 ของสื่อการเรียนรู้ หลังจากการทดลองใช้แล้วพบว่าเวลาในการดำเนินกิจกรรมขั้นสอนและขั้นฝึก
 ปฏิบัติเป็นกลุ่มไม่เพียงพอเพราะนักเรียนใช้เวลาในการบันทึกเนื้อหามากเกินไป ดังนั้น ผู้วิจัย จึงได้
 จัดหาเอกสารเรียนให้นักเรียนทุกคนและปรับเวลาในการดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ให้มีความยืดหยุ่น
 และเหมาะสม โดยลดเวลาในขั้นสอนและเพิ่มเวลาในขั้นฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่ม นอกจากนี้ผู้วิจัย
 ได้ปรับปรุงเอกสารประกอบการเรียนรู้แต่ละครั้งในส่วนที่พิมพ์ผิดให้มีความถูกต้อง

1.8 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD
 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ฉบับสมบูรณ์
 เพื่อนำไปใช้ในการวิจัยต่อไป

2. แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 6 แผน แผนละ 2 ชั่วโมง รวม 12 ชั่วโมง ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตาม
ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

2.1 ศึกษาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
คริสต์ศักราช 2010 แบบเรียน คู่มือครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คู่มือฝึกอบรมการนำใ้การ
นำใ้หลักสูตร แบบเรียนและคู่มือครู เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดการเรียนรู้แบบ
ปกติ

2.2 กำหนดโครงสร้างของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้น
สองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้
สาระการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 โครงสร้างของแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรมการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
1 (2 ชั่วโมง)	<ul style="list-style-type: none"> - ระบุวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่กำหนดให้ได้ว่าเป็นวิธีกำจัดตัวแปร จัดลำดับวิธีกำจัดตัวแปรได้อย่างถูกต้อง - บอกตำแหน่งที่ผิดของการแสดงวิธีการแก้ระบบสมการ - หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้อย่างถูกต้อง - เปลี่ยนประโยคภาษาจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง 	<ul style="list-style-type: none"> การแก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธีกำจัดตัวแปร 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบเรียน-คู่มือครุคณิตศาสตร์ ม. 3 - สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector - ใบความรู้ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน 2. ขั้นดำเนินการสอน 3. ขั้นสรุป 	<ul style="list-style-type: none"> - วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียนทำแบบทดสอบสำหรับแผนที่ 1 - เครื่องมือวัดผลได้แก่แบบทดสอบสำหรับแผนที่ 1 - เกณฑ์การประเมินผ่าน 70 %

ตารางที่ 7 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรม การเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
2 (2 ชั่วโมง)	<p>- นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหา ที่กำหนดได้ถูกต้อง</p> <p>- ระบุวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่กำหนดให้ได้ว่าป็นวิธีแทนค่า จัดลำดับ วิธีแทนค่า ได้อย่างถูกต้อง</p> <p>- บอกตำแหน่งที่ผิดของการแสดงวิธีการแก้ ระบบสมการ</p> <p>- หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร ได้อย่างถูกต้อง</p>	<p>การแก้ระบบ สมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วย วิธีแทนค่า</p>	<p>- แบบเรียน-คู่มือครุคณิตศาสตร์ ม. 3 - สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector</p>	<p>1. ช้้นนำเข้าสู่ บทเรียน 2. ช้้นดำเนิน การสอน 3. ช้้นสรุป</p>	<p>- วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียน ทำแบบทดสอบสำหรับ แผนที่ 2 - เครื่องมือวัดผลได้แก่ แบบทดสอบสำหรับ แผนที่ 2 - เกณฑ์การประเมิน ผ่าน 70 %</p>

ตารางที่ 7 (ต่อ)

แผนการ	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรมการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
จัดการเรียนรู้ที่	<ul style="list-style-type: none"> - เปลี่ยนประโยคภาษาจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง - นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ได้ถูกต้อง 				

ตารางที่ 7 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรม การเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
3 (2 ชั่วโมง)	<ul style="list-style-type: none"> - ระบุวิธีการแก้ระบบสมการที่กำหนดมาให้ ได้ว่าเป็นวิธีใช้กราฟ จัดลำดับวิธีใช้กราฟ ได้ถูกต้อง - ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ระบบ สมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ ได้ถูกต้อง - หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรได้ถูกต้อง - เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหา เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่กำหนดเป็นประโยคสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์/แก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง - กำหนดระบบสมการหรือหาคำตอบ ของระบบสมการจากกราฟ ของระบบสมการ ได้ถูกต้อง 	<ul style="list-style-type: none"> การแก้ระบบ สมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วย วิธีใช้กราฟ 	<ul style="list-style-type: none"> -แบบเรียน-คู่มือครูคณิตศาสตร์ ม. 3 -สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector 	<ul style="list-style-type: none"> 1. ชี้นำเข้าสู่ บทเรียน 2. ชี้นำดำเนิน การสอน 3. ชี้นำสรุป 	<ul style="list-style-type: none"> - วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียน ทำแบบทดสอบสำหรับ แผนที่ 3 - เครื่องมือวัดผลได้แก่ แบบทดสอบสำหรับ แผนที่ 3 - เกณฑ์การประเมิน ผ่าน 70 %

ตารางที่ 7 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรม การเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
4 (2 ชั่วโมง)	<ul style="list-style-type: none"> - ระบุวิธีการแก้ระบบสมการที่กำหนดมาให้ ได้ว่าเป็นวิธีเปรียบเทียบ จัดลำดับวิธีเปรียบเทียบ ได้ถูกต้อง - ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ระบบ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ด้วยวิธีเปรียบเทียบได้ถูกต้อง - หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรได้ถูกต้อง - เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหา เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่กำหนดเป็นประโยคสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์/แก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง 	<ul style="list-style-type: none"> การแก้ระบบ สมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธี เปรียบเทียบ 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบเรียน-คู่มือครูคณิตศาสตร์ ม. 3 - สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector 	<ul style="list-style-type: none"> 1. ช้่นนำเข้าสู่ บทเรียน 2. ช้่นดำเนิน การสอน 3. ช้่นสรุป 	<ul style="list-style-type: none"> - วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียน ทำแบบทดสอบสำหรับ แผนที่ 4 - เครื่องมือวัดผลได้แก่ แบบทดสอบสำหรับ แผนที่ 4 - เกณฑ์การประเมิน ผ่าน 70 %

ตารางที่ 7 (ต่อ)

แผนการจัดการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรม การเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
5 (2 ชั่วโมง)	- ระบุข้อความที่แสดงด้วยระบบอสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง - หาคำตอบของระบบอสมการที่กำหนด ได้ถูกต้อง - ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ระบบ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง - เขียนระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง	1. ระบบอสมการ เชิงเส้น ตัวแปรเดียว	- แบบเรียน-คู่มือครูคณิตศาสตร์ ม. 3 - สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector	1. ชี้นำเข้าสู่ บทเรียน 2. ชี้นำเน้น การสอน 3. ชี้นำสรุป	- วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียน ทำแบบทดสอบสำหรับ แผนที่ 5 - เครื่องมือวัดผลได้แก่ แบบทดสอบสำหรับ แผนที่ 5 - เกณฑ์การประเมิน ผ่าน 70 %

ตารางที่ 7 (ต่อ)

แผนการจัดการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	สื่อและแหล่งการเรียนรู้	กิจกรรม การเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
6 (2 ชั่วโมง)	<ul style="list-style-type: none"> - ระบุข้อความที่แสดงด้วยระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง - เขียนระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง - เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์/แก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง 	1. ระบบสมการ เชิงเส้นตัวแปร เดียว	<ul style="list-style-type: none"> -แบบเรียน-คู่มือครูคณิตศาสตร์ ม. 3 -สื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector 	1. ชี้นำเข้าสู่ บทเรียน 2. ชี้นำ การสอน 3. ชี้นำสรุป	<ul style="list-style-type: none"> - วิธีวัดผล คือ ให้นักเรียนทำแบบทดสอบสำหรับแผนที่ 6 - เครื่องมือวัดผลได้แก่แบบทดสอบสำหรับแผนที่ 6 - เกณฑ์การประเมินผ่าน 70 %

2.3 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตาม โครงสร้างที่กำหนดไว้ในข้อ 2.2

2.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ จากนั้นดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามความเห็นของคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เช่น ปรับวิธีการวัดและประเมินผล และการใช้ภาษาให้ถูกต้อง

2.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ ด้านหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ท่าน (ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกันกับชุดที่พิจารณาแผนจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD) เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษาที่ใช้ และความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินที่มีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating scale) ดังนี้

- 5 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด
- 4 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก
- 3 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง
- 2 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย
- 1 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำค่าเฉลี่ยมาแปลความหมาย โดยเปรียบเทียบกับเกณฑ์ในการแปลความหมาย (พงศ์เทพ จิระโร, 2558, หน้า 15) ดังนี้

- ค่าเฉลี่ยระหว่าง 4.50-5.00 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมมากที่สุด
- ค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.50-4.49 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมมาก
- ค่าเฉลี่ยระหว่าง 2.50-3.49 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมปานกลาง
- ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.50-2.49 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมน้อย
- ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.00-1.49 หมายถึง ผลการประเมินมีความเหมาะสมน้อยที่สุด

โดยยึดเกณฑ์การตัดสิน จากคะแนนเฉลี่ย 3.50 ขึ้นไป และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าเป็นแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถนำไปใช้ได้ ซึ่งผลการประเมินได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.91 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.46 ซึ่งถือว่าสามารถนำไปใช้ได้ รายละเอียดผลการประเมินความเหมาะสมปรากฏในภาคผนวก ข ตารางที่ 27 หน้า 181

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ มีรายละเอียดดังนี้

(1) ควรตรวจสอบการใช้ภาษาให้ถูกต้อง โดยเฉพาะการสะกดคำให้ถูกต้อง

(2) ควรใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์อย่างเป็นรูปธรรม และ ณ ที่นี้ผู้วิจัยเลือกใช้โปรแกรม GeoGebra 5.0 ช่วยในการเรียนการสอนแล้วนำเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาเป็นครั้งสุดท้าย

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติทั้ง 6 แผนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนคอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้อง เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลา ภาษาที่ใช้ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และคุณภาพของสื่อการเรียนรู้ หลังจากการทดลองใช้แล้วพบว่าเวลาในการดำเนินกิจกรรมชั้นสอนไม่เพียงพอเพราะนักเรียนใช้เวลาในการบันทึกเนื้อหามากเกินไป ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้จัดหาเอกสารประกอบการเรียนให้นักเรียนทุกคนและปรับเวลาในการดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ให้มีความยืดหยุ่นและเหมาะสม นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ปรับปรุงเอกสารประกอบการเรียนรู้แต่ละครั้งในส่วนที่พิมพ์ผิดให้มีความถูกต้อง

1.8 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ปกติเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ในการวิจัยต่อไป

3. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกตอบถูกต้อง 1 คะแนน ตอบผิดหรือไม่ตอบได้ 0 คะแนน จำนวน 31 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ ดังนี้

3.1 ศึกษาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คริสต์ศักราช 2010 ตำราเรียน คู่มือครูคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คู่มือฝึกอบรม เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

3.2 กำหนดโครงสร้างของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบที่จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัยของ Wilson ใน 4 ระดับ คือ ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 โครงสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อแบ่งตามระดับพฤติกรรม								รวม	
			ความรู้ ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		การ วิเคราะห์		สร้าง	ใช้จริง
			สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง		
1 (4 ชั่วโมง)	ระบุวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่กำหนดให้ได้ว่าเป็นวิธีกำจัดตัวแปรหรือ วิธีแทนค่าได้อย่างถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธี กำจัดตัวแปรและวิธีแทนค่า	2	1	-	-	-	-	-	-	2	1
	จัดลำดับวิธีกำจัดตัวแปรหรือวิธีแทนค่า ได้อย่างถูกต้อง	.แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธี กำจัดตัวแปร และวิธีแทนค่า	2	1	-	-	-	-	-	-	2	1
	ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วย วิธีกำจัดตัวแปรหรือวิธีแทนค่าได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธี กำจัดตัวแปร และวิธีแทนค่า	-	-	-	-	-	-	2	1	2	1

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แผนการจัดการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อแบ่งตามระดับพฤติกรรม								รวม	
			ความรู้ ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		การ วิเคราะห์		สร้าง	ใช้จริง
			สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง		
1 (4 ชั่วโมง)	หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร ได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธี กำจัดตัวแปร และวิธีแทนค่า	-	-	-	-	3	2	-	-	3	2
	เปลี่ยนประโยคภาษาจากสถานการณ์ปัญหา เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธี กำจัดตัวแปร และวิธีแทนค่า	-	-	3	2	-	-	-	-	3	2
	นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาใช้ ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธี กำจัดตัวแปร และวิธีแทนค่า	-	-	-	-	2	1	2	1	4	2

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แผนการจัดการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อแบ่งตามระดับพฤติกรรม								รวม	
			ความรู้ ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		การ วิเคราะห์		สร้าง	ใช้จริง
			สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง		
2 (4 ชั่วโมง)	ระบุวิธีการแก้ระบบสมการที่กำหนด ได้ว่า เป็นวิธีใช้กราฟหรือวิธีเปรียบเทียบ ได้ถูกต้อง จัดลำดับวิธีใช้กราฟหรือวิธีเปรียบเทียบ ได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟและ วิธีเปรียบเทียบ แก้ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟและ วิธีเปรียบเทียบ	2	1	-	-	-	-	-	-	2	1
	ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ระบบ สมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ หรือวิธีเปรียบเทียบได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟและ วิธีเปรียบเทียบ	-	-	-	-	-	-	3	2	3	2

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อแบ่งตามระดับพฤติกรรม								รวม	
			ความรู้ ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		การ วิเคราะห์		รวม ราย	รวม ใช้ไป
			ง่าย	ใช้จริง	ง่าย	ใช้จริง	ง่าย	ใช้จริง	ง่าย	ใช้จริง		
2 (4 ชั่วโมง)	หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ และวิธีเปรียบเทียบ	-	-	-	-	3	2	-	-	3	2
	เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหา เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่กำหนดเป็นประโยคสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ และวิธีเปรียบเทียบ	-	-	3	2	-	-	-	-	3	2
	กำหนดระบบสมการหรือหาคำตอบของ ระบบสมการจากกราฟของระบบสมการ ได้ถูกต้อง	แก้ระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ	-	-	2	1	2	1	-	-	4	2

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อแบ่งตามระดับพฤติกรรม								รวม	
			ความรู้ ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		การ วิเคราะห์		สร้าง	ใช้
			สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง		
3 (4 ชั่วโมง)	ระบุข้อความที่แสดงด้วยระบบสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง	ระบบสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	2	1	-	-	-	-	-	-	2	1
	หาคำตอบของระบบสมการที่กำหนดให้ ได้ถูกต้อง	ระบบสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	-	-	-	-	3	2	3	2	6	4
	ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ระบบ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง	ระบบสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	-	-	-	-	-	-	2	1	2	1
	เขียนระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง	ระบบสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	-	-	-	-	-	-	3	2	3	2

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แผนการ จัดการ เรียนรู้ที่	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อแบ่งตามระดับพฤติกรรม								รวม	
			ความรู้ความจำ		ความเข้าใจ		การนำไปใช้		การวิเคราะห์		สร้าง	ใช้จริง
			สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง	สร้าง	ใช้จริง		
3 (4 ชั่วโมง)	เปลี่ยนประโยคภาษาจาก โจทย์ปัญหา ที่เกี่ยวข้องกับระบบสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวเป็นประโยคสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง	ระบบสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	-	-	3	2	-	-	-	-	3	2
	แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระบบ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง	ระบบสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	-	-	-	-	3	2	-	-	3	2
รวม			10	5	11	7	16	10	15	9	52	31

3.3 สร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 52 ข้อ ตามโครงสร้างแบบทดสอบที่กำหนดไว้ในข้อ 3.2

3.4 นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ แล้วดำเนินการแก้ไขตามความเห็นของคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เช่น ปรับแก้ไขข้อสอบที่มีข้อความไม่ชัดเจน ตัวลวงของคำตอบไม่เหมาะสม เป็นต้น

3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา จำนวน 5 ท่าน (ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกันกับชุดที่พิจารณาแผนจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD) เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างข้อสอบที่จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัยของ Wilson กับจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้น นำความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญมาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item objective congruence: *IOC*) โดยค่า *IOC* จะต้องมากกว่า .50 ขึ้นไป ซึ่งค่า *IOC* ที่ได้อยู่ระหว่าง 0.60-1.00 จำนวน 52 ข้อ ดังรายละเอียดปรากฏในภาคผนวก ข ตารางที่ 28 หน้า 182 และปรับปรุงแก้ไขตามความเห็นของผู้เชี่ยวชาญเพื่อใช้เป็นแบบทดสอบที่สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ดังนี้

(1) ผู้เชี่ยวชาญบางท่านให้คำแนะนำว่าโจทย์บางข้อไม่สอดคล้องกับระดับการวัด

ข้อ	ระดับพฤติกรรม (เดิม)	ระดับพฤติกรรม (ใหม่)	ข้อ	ระดับพฤติกรรม (เดิม)	ระดับพฤติกรรม (ใหม่)
9	วิเคราะห์	นำไปใช้	33	นำไปใช้	เข้าใจ
10	วิเคราะห์	นำไปใช้	39	วิเคราะห์	นำไปใช้
11	วิเคราะห์	นำไปใช้	40	วิเคราะห์	นำไปใช้
12	วิเคราะห์	นำไปใช้	41	วิเคราะห์	นำไปใช้

(2) ควรตรวจสอบการใช้ภาษาให้ถูกต้อง โดยเฉพาะการสะกดคำ

3.6 นำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้ว นำเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาอีกครั้งหนึ่ง

3.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนทูน นครหลวงเวียงจันทน์ที่เคยเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาก่อนแล้ว จำนวน 40 คน จากนั้นก็ตรวจให้คะแนน

3.8 นำคะแนนที่ได้จากการสอบมาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบซึ่งเป็นแบบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก เป็นรายชื่อ คำนวณหาค่าความยาก ซึ่งค่าความยากที่ยอมรับ มีค่าตั้งแต่ .20-.80 และคำนวณค่าอำนาจจำแนก ซึ่งค่าอำนาจจำแนกที่ยอมรับมีค่าตั้งแต่ .20-1.00 โดยใช้เทคนิค 27% แล้วทำการคัดเลือกข้อสอบที่เข้าเกณฑ์ไว้ จำนวน 31 ข้อ ซึ่งข้อสอบที่ผู้วิจัยได้คัดเลือกไว้มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.23-0.77 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.27-0.82 ดังรายละเอียดปรากฏในภาคผนวก ค ตาราง 31 หน้า 190

3.9 ทำการคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับด้วยโปรแกรมทางสถิติสำเร็จรูป ค่าความเชื่อมั่นที่ยอมรับ คือตั้งแต่ .70 ขึ้นไป ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ เท่ากับ 0.85 ดังรายละเอียดปรากฏในภาคผนวก ค หน้า 191

3.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ถูกคัดเลือกไปให้คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ตรวจสอบเป็นครั้งสุดท้าย

3.11 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นฉบับสมบูรณ์สำหรับใช้ในการวิจัยต่อไป

4. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง ผู้วิจัยดำเนินการสร้างและหาคุณภาพตามขั้นตอน ดังนี้

4.1 ศึกษาแนวคิด เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหามathematics พร้อมทั้งศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4.2 กำหนดโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อ	
		ออกข้อสอบ	ใช้จริง
เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาให้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง	1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 1.1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีกำจัดตัวแปร 1.2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีแทนค่า 1.3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ 1.4 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธี	8	3
เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาให้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง	2. ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	3	2
	รวม	11	5

4.3 ดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามโครงสร้างที่กำหนดในข้อ 4.2

4.4 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนเป็นรายด้าน ด้านความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์ ด้านความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา ด้านความสามารถในการดำเนินการตามแผน ด้านความสามารถในการตรวจสอบผล ซึ่งแต่ละด้านคะแนนเต็ม 2 ดังตารางที่ 5 หน้า 96

4.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 11 ข้อที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความสมบูรณ์ขององค์ความรู้หรือทักษะ/ ความสามารถในการแก้ปัญหาที่สำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่ต้องการ

วัด จากนั้นดำเนินการแก้ไขตามความคิดเห็นและข้อเสนอแนะของคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ เช่น เปลี่ยนข้อสอบบางข้อเนื่องจากขั้นตอนการหาคำตอบซับซ้อน และการใช้สำนวนภาษา

4.6 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขปรับปรุงเรียบร้อยแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน (ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกันกับชุดที่พิจารณาแผนจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD) เพื่อให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาให้คะแนนดังนี้ (พงศ์เทพ จิระโร, 2558, หน้า 15)

- +1 หมายถึงแน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 หมายถึงไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่
- 1 หมายถึงแน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

จากนั้น นำผลที่ได้มาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item objective congruence: *IOC*) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยค่า *IOC* จะต้องมากกว่า .50 ขึ้นไป ซึ่งค่า *IOC* ที่ได้อยู่ระหว่าง 0.80-1.00 จำนวน 11 ข้อ ดังรายละเอียดปรากฏในภาคผนวก ข ตาราง 29 หน้า 185 และปรับปรุงแก้ไขตามความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อให้เป็นแบบทดสอบที่สมบูรณ์ยิ่งขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

- (1) ควรตรวจสอบการใช้ภาษาให้ถูกต้อง
- (2) มีโจทย์บางข้อการคำนวณผิด

4.7 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้วนำเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาอีกครั้ง

4.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ที่เคยเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาก่อนแล้วจำนวน 40 คน

4.9 นำคะแนนที่ได้จากการสอบมาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบวัดซึ่งเป็นแบบอัตนัย แสดงวิธีทำ เป็นรายข้อ คำนวณหาค่าความยากง่ายโดยค่าความยากง่ายที่ยอมรับ ตั้งแต่ .20-.80 และ คำนวณค่าอำนาจจำแนก โดยค่าอำนาจจำแนกที่ยอมรับ ตั้งแต่ .20-1.00 แล้วทำการคัดเลือกข้อสอบที่เข้าเกณฑ์ไว้ จำนวน 5 ข้อ ซึ่งข้อสอบที่ถูกคัดเลือก มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง

0.44-0.58 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.60-0.73 ดังรายละเอียดปรากฏในภาคผนวก ค ตารางที่ 32 หน้า 192

4.10 ทำการคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ ด้วยโปรแกรมทางสถิติสำเร็จรูป ค่าความเชื่อมั่นที่ยอมรับ คือตั้งแต่ .70 ขึ้นไป ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ เท่ากับ 0.94 ดังรายละเอียดปรากฏในภาคผนวก ค หน้า 192

4.11 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกไปให้ คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ตรวจสอบเป็นครั้งสุดท้าย

4.12 จัดพิมพ์แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นฉบับ สมบูรณ์สำหรับการใช้การวิจัยต่อไป

5. แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบสอบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตามขั้นตอนดังนี้

5.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

5.2 กำหนดโครงสร้างของแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2555, หน้า 191) ครอบคลุมทั้ง 3 องค์ประกอบของเจตคติ ได้แก่ ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ ความรู้สึกรักต่อคณิตศาสตร์และความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 โครงสร้างของแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

องค์ประกอบ	จำนวนข้อ	
	ออกข้อสอบ	ใช้จริง
ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์	7	5
ความรู้สึกรักต่อการเรียนคณิตศาสตร์	7	5
ความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์	7	5
รวม	21	15

แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ชนิด 5 ตัวเลือก (บุญชม ศรีสะอาด, 2546, หน้า 160-162) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

กรณีที่ 1 สำหรับข้อความที่มีความหมายทางบวก

- 5 หมายถึง มีเจตคติในระดับมากที่สุด
- 4 หมายถึง มีเจตคติในระดับมาก
- 3 หมายถึง มีเจตคติในระดับปานกลาง
- 2 หมายถึง มีเจตคติในระดับน้อย
- 1 หมายถึง มีเจตคติในระดับน้อยที่สุด

กรณีที่ 2 สำหรับข้อความที่มีความหมายทางลบ

- 1 หมายถึง มีเจตคติในระดับมากที่สุด เทียบเท่ากับระดับ 5 ในข้อความทางบวก
- 2 หมายถึง มีเจตคติในระดับมากเทียบเท่ากับระดับ 4 ในข้อความทางบวก
- 3 หมายถึง มีเจตคติในระดับปานกลางเทียบเท่ากับระดับ 3 ในข้อความทางบวก
- 4 หมายถึง มีเจตคติในระดับน้อยเทียบเท่ากับระดับ 2 ในข้อความทางบวก
- 5 หมายถึง มีเจตคติในระดับน้อยที่สุดเทียบเท่ากับระดับ 1 ในข้อความทางบวก

เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาผลการวัดในกรณีค่าเฉลี่ย (พงค์เทพ จิระโร, 2558, หน้า

15) ดังนี้

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 4.50-5.00 หมายถึง มีเจตคติในระดับมากที่สุด

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 3.50-4.49 หมายถึง มีเจตคติในระดับมาก

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 2.50-3.49 หมายถึง มีเจตคติในระดับปานกลาง

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.50-2.49 หมายถึง มีเจตคติในระดับน้อย

ค่าเฉลี่ยระหว่าง 1.00-1.49 หมายถึง มีเจตคติในระดับน้อยที่สุด

5.3 ดำเนินการสร้างแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ตามโครงสร้างที่กำหนด

ไว้ในข้อ 5.2

5.4 นำแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ จากนั้นดำเนินการแก้ไขตามความเห็นของคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ได้แก่ เปลี่ยนข้อถามบางข้อที่ใช้สำนวนภาษาไม่ถูกต้อง

5.5 นำแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจการใช้ภาษา ข้อความ เนื้อหาและโครงสร้างของแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

โดยผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณาและตรวจสอบความสอดคล้องในแต่ละด้านกับข้อคำถามของแบบวัด เจตคติต่อคณิตศาสตร์หรือไม่ (พงศ์เทพ จิระโร, 2558, หน้า 18) ดังนี้

- +1 หมายถึง ถ้าแน่ใจว่ารายการตรวจสอบนั้นมีความสอดคล้องเหมาะสม
- 0 หมายถึง ถ้าไม่แน่ใจว่ารายการตรวจสอบนั้นมีความสอดคล้องเหมาะสม
- 1 หมายถึง ถ้าแน่ใจว่ารายการตรวจสอบนั้นไม่มีความสอดคล้องเหมาะสม

จากนั้น นำผลที่ได้มาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item objective congruence: *IOC*) ของแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยค่า *IOC* จะต้องมากกว่า .50 ขึ้นไป ซึ่งค่า *IOC* อยู่ระหว่าง 0.80-1.00 จำนวน 21 ข้อ และปรับปรุงแก้ไขตามความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ การใช้สำนวนภาษาและการสะกดคำต่าง ๆ ให้ถูกต้อง เพื่อให้เป็นแบบวัดที่สมบูรณ์ยิ่งขึ้น จากนั้นทำการคัดเลือก 15 ข้อตาม โครงสร้างที่กำหนดไว้ในตารางที่ 10 ดังรายละเอียดปรากฏในภาคผนวก ข ตารางที่ 30 หน้า 186

5.6 นำแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาเป็นครั้งสุดท้าย

5.7 จัดพิมพ์แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ในการวิจัย

การเก็บรวบรวมข้อมูล

รูปแบบการทดลอง

ผู้วิจัยจะดำเนินการทดลองโดยใช้รูปแบบการทดลอง คือ

E	R	O ₁	X ₁	O ₃
C	R	O ₂	X ₂	O ₄

E หมายถึง กลุ่มทดลอง (Experimental group)

C หมายถึง กลุ่มควบคุม (Control group)

R หมายถึง การสุ่มตัวอย่าง (Random)

O₁ หมายถึง การสอบก่อนเรียนของกลุ่มทดลอง (E)

O₂ หมายถึง การสอบก่อนเรียนของกลุ่มควบคุม (C)

X₁ หมายถึงการจัดกระทำโดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

เทคนิค STAD

X₂ หมายถึง การจัดกระทำโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบปกติ

O₃ หมายถึง การสอบหลังเรียนของกลุ่มทดลอง (E)

O₄ หมายถึง การสอบหลังเรียนของกลุ่มควบคุม (C)

ขั้นตอนการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยจะดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. ให้นักเรียนทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ดำเนินการสอน โดยผู้วิจัยใช้แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมตามลำดับ ด้วยผู้วิจัยเอง
3. ให้นักเรียนทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับเดียวกับที่ทดสอบก่อนเรียน
4. วัดเจตคติของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยจะดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. การวิเคราะห์ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

1.1 วิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD)

1.2 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้และระดับพฤติกรรมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item objective congruence: IOC)

1.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านกับข้อคำถามของแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง

2. การหาคุณภาพเครื่องมือ แบ่งตามประเภทของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

2.1 หาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น

2.2 หากคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น

3. การวิเคราะห์คะแนนก่อนการจัดการเรียนรู้และหลังการจัดการเรียนรู้

3.1 วิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3.2 วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ค่าเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3.3 วิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3.4 วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3.5 วิเคราะห์คะแนนเฉลี่ยเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

4. การทดสอบสมมติฐานการวิจัย

4.1 ทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการจัดการเรียนรู้ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการทดสอบค่า t แบบ t -Independent

4.2 ทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการจัดการเรียนรู้ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการทดสอบค่า t แบบ t -independent

4.3 ทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการจัดการเรียนรู้ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการทดสอบค่า t แบบ t -independent

4.5 ทดสอบความแตกต่างของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการทดสอบค่า t แบบ t -independent

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 2 ส่วน คือ สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลสำหรับการวิจัย ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

1.1 หาค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2555, หน้า 263)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์และระดับพฤติกรรมของแบบทดสอบ
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

1.2 หาค่าความยากของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้สูตรที่ Ebel ได้เสนอไว้ (Mehrens & Ebel, 1967, p. 379) โดยใช้เทคนิค 27 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$p = \frac{R_u + R_l}{2f}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยากของข้อสอบ
	R_u	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$f = 0.27N$$

1.3 หาค่าความยากของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 27 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดซึ่งคำนวณจากสูตร (Whitney & Sabers, 1970 อ้างถึงใน ไพศาล วรคำ, 2555, หน้า 293)

$$p = \frac{S_H + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	p	แทน	ค่าความยากของข้อสอบ
	S_H	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
	S_L	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

1.4 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้สูตรที่ Ebel ได้เสนอไว้ (Mehrens & Ebel, 1967, p. 377)

$$r = \frac{R_u - R_l}{f}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
	R_u	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง
	R_l	แทน	จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$f = 0.27N$$

1.5 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยคำนวณจากสูตร (Whitney & Sabers, 1970 อ้างถึงใน ไพศาล วรคำ, 2555, หน้า 302)

$$D = \frac{S_H - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
	S_H	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง
	S_L	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

2.6 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัย โดยคำนวณจากสูตร $R-R_{20}$ ของ Kuder-Richardson (Ebel, 1967, p. 318)

$$r = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบถูก
q	แทน	สัดส่วนของผู้ตอบผิด
S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

การใช้สูตร $R-R_{20}$ ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder–Richardson Method) มีข้อตกลงพื้นฐานว่าข้อสอบต้องมีวิธีการให้คะแนนแบบศูนย์หนึ่ง คือ ถ้าตอบถูกในแต่ละข้อ ได้ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดในแต่ละข้อ ได้ 0 คะแนน

2.7 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (α -coefficient) จากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2555, หน้า 282)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน	จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบ
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนข้อที่ i
	S^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรวม

การใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (α -coefficient) ในการหาความเชื่อมั่นสามารถใช้ได้ทั้งของสองประเภทที่มีวิธีการให้คะแนนแบบศูนย์หนึ่ง และวิธีการให้คะแนนแบบไม่เป็นศูนย์หนึ่ง หรือข้อสอบที่มีการให้คะแนนเต็มแต่ละข้อ ไม่เท่ากัน แต่ต้องวัดข้อมูลต่อเนื่อง

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในการคำนวณค่าสถิติและการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยทั้งหมด

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเสนอผลการวิจัย ดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
SD	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าสถิติทดสอบที่มีการแจกแจงแบบที
p	แทน	ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อน
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งออกเป็น 4 ตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์คะแนนเบื้องต้นของของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

ตอนที่ 5 ผลการศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม ดังตารางที่ 11 และตารางที่ 12

ตารางที่ 11 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

กลุ่ม	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือใช้เทคนิค STAD	36	31	8.78	2.57	.783	.437
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ	32	31	8.31	2.31		

* $p > .05$

จากตารางที่ 11 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 12 แสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน
ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

กลุ่ม	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือใช้เทคนิค STAD	36	40	3.33	1.71	.683	.497
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ	32	40	3.06	1.54		

* $p > .05$

จากตารางที่ 12 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์คะแนนเบื้องต้นของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD (กลุ่มทดลอง) และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ (กลุ่มควบคุม)

ตัวแปร	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>SD</i>
กลุ่มทดลอง				
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	36	31	21.31	4.19
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	36	40	26.50	4.52
กลุ่มควบคุม				
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	32	31	17.94	3.35
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	32	40	21.13	4.28

จากตารางที่ 13 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เท่ากับ 21.31 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.19 ส่วนนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติมีคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17.94 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.33 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เท่ากับ 26.50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.52 ส่วนนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 21.13 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.28

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ดังตาราง 14

ตารางที่ 14 แสดงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่ม	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือใช้เทคนิค STAD	36	31	21.31	4.19	3.628*	.0003
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ	32	31	17.94	3.35		

* $p < .05$

จากตารางที่ 14 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียน ($\bar{X} = 21.31$, $SD = 4.19$) สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ($\bar{X} = 17.49$, $SD = 3.35$) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ดังตาราง 15

ตารางที่ 15 แสดงการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน
ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD
กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

กลุ่ม	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	\bar{X}	<i>SD</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือใช้เทคนิค STAD	36	40	26.50	4.52	5.019*	.000
นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ	32	40	21.13	4.28		

* $p < .05$

จากตารางที่ 15 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ($\bar{X} = 26.50$, $SD = 4.52$) สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ($\bar{X} = 21.13$, $SD = 4.28$) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 5 ผลการศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 แสดงผลการศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

ข้อที่	ข้อความ	\bar{X}	SD	ระดับเจตคติ
1.	ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์			
1.1	การเรียนคณิตศาสตร์มีประโยชน์และน่าเรียน	4.67	0.48	มากที่สุด
1.2	การเรียนคณิตศาสตร์ส่งเสริมการให้เหตุผล	4.25	0.60	มาก
1.3	ความรู้ที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้	4.67	0.48	มากที่สุด
1.4	การเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จะช่วยฝึกการคิดอย่างเป็นระบบได้	4.22	0.54	มาก
1.5	ความรู้ที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น	4.53	0.51	มากที่สุด
	รวมด้านที่ 1	4.47	0.30	มาก
2.	ความรู้สึกต่อการเรียนคณิตศาสตร์			
2.1	ชอบแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์	4.03	0.51	มาก
2.2	มีความสุขกับการเรียนคณิตศาสตร์	4.25	0.55	มาก
2.3	สนุกกับการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์	4.33	0.48	มาก
2.4	ชอบเรียนเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่น	3.72	0.74	มาก
2.5	รู้สึกผิดหวังมากหากทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี	4.00	0.59	มาก
	รวมด้านที่ 2	4.07	0.39	มาก

ตารางที่ 16 (ต่อ)

ข้อที่	ข้อความ	\bar{X}	SD	ระดับเจตคติ
3.	ความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์			
3.1	ขณะเรียนคณิตศาสตร์จะหลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม	4.22	0.54	มาก
3.2	ยินดีที่จะอธิบายเนื้อหาคณิตศาสตร์ให้เพื่อน ๆ ฟัง	4.25	0.44	มาก
3.3	เข้าร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์	4.25	0.44	มาก
3.4	กระตือรือร้นในการค้นคว้าหาความรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมอยู่เสมอ	4.17	0.51	มาก
3.5	ถ้ามีการปฏิบัติกิจกรรมฉันจะไม่ให้เพื่อนทำแทน	4.72	0.45	มากที่สุด
	รวมด้านที่ 3	4.32	0.30	มาก
	รวมทุกด้าน	4.29	0.27	มาก

จากตารางที่ 16 พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD โดยรวมมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.29, SD = 0.27$) ถ้าดูเป็นรายด้าน พบว่าด้านความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมากเป็นอันดับหนึ่ง ($\bar{X} = 4.47, SD = 0.30$) ตามด้วยด้านความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์ ($\bar{X} = 4.32, SD = 0.33$) และด้านความรู้สึกลึกต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ($\bar{X} = 4.07, SD = 0.39$)

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวในครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ และเพื่อศึกษาเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD รูปแบบการวิจัยเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง ได้ออกแบบการวิจัยเป็นสองกลุ่มคือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์ ดอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว 4 ห้อง จำนวน 140 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้อง จำนวน 68 คน ซึ่งได้มาด้วยการสุ่มแบบกลุ่มด้วยการจับสลากมา 2 ห้อง จากนั้น จึงจับสลากห้องเรียนอีกครั้งเพื่อเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนักเรียนห้องม. 3/1 จำนวน 36 คน ใช้เป็นกลุ่มทดลองและนักเรียนห้องม. 3/2 จำนวน 32 คน ใช้เป็นกลุ่มควบคุม โดยนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ตัวแปรที่ศึกษาประกอบด้วย ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 3 แผน ใช้เวลา 12 ชั่วโมง ซึ่งมีผลการประเมินความเหมาะสมของแผนอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.83, SD = 0.53$) 2) แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 6 แผน ใช้เวลา 12 ชั่วโมง ซึ่งมีผลการประเมินความเหมาะสมของแผนอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.91, SD = 0.46$) 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 31 ข้อ มีค่าดัชนี

ความสอดคล้องอยู่ระหว่าง 0.60-1.00 ค่าความยากง่าย อยู่ระหว่าง 0.23-0.77 ค่าอำนาจจำแนก อยู่ระหว่าง 0.27-0.82 และ ค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.85 4) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย แสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง อยู่ระหว่าง 0.80-1.00 ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.44-0.58 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.60-0.73 และค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.94 และ 5) แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่าแบบ 5 ระดับ จำนวน 15 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องอยู่ระหว่าง 0.80-1.00 ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเองตามตารางเรียนของโรงเรียน หลังจากสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ทั้ง 12 ชั่วโมง ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบชุดเดิม วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาและวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (เฉพาะกลุ่มทดลอง) วิเคราะห์หาค่าสถิติพื้นฐานและทดสอบค่าที่

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของ นักเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. เจตคติที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD อยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.29, SD = 0.27$)

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและ

ระบบอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีขั้นตอนการสอน คือ ขั้นสอน ครอบคลุมทั้ง การนำเข้าสู่บทเรียน การพัฒนาความรู้ใหม่ และการชี้แนะแนวทางปฏิบัติ ซึ่งในขั้นนี้ ครู เป็นการนำเสนอความคิดรวบยอดของเนื้อหาและจะเน้นไปที่กรอบเนื้อหาที่สำคัญมากกว่า ทำให้นักเรียนได้ตระหนักเห็นความสำคัญของการสอนของครูและสมควรแก่การติดตาม เพราะจะช่วยให้ตนเองทำข้อสอบได้ดี และคะแนนทดสอบของคนเป็นตัวกำหนดคะแนนของกลุ่ม ดังนั้น นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ในระดับหนึ่ง เมื่อถึงขั้นฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่ม นักเรียนภายในกลุ่มที่มีสมาชิก 4 คน ซึ่งมีความสามารถต่างกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกันในทุกวิธีทาง นักเรียนทุกคนจะฝึกปฏิบัติเพื่อรับประกันว่า ตนมีความพร้อมในการทำข้อสอบให้ได้ดีที่สุด เพื่อความสำเร็จของกลุ่ม หลังจากขั้นตอนการฝึกปฏิบัติภายในกลุ่ม จะมีการทดสอบผู้เรียนเป็นรายบุคคล โดยไม่เปิดโอกาสให้ปรึกษากันในระหว่างทำการทดสอบและผู้เรียนระลึกเสมอว่า ตนมีความรับผิดชอบต่อความสำเร็จของกลุ่ม จากนั้น ครูจะหาคะแนนพัฒนาการรายบุคคล คะแนนของกลุ่มแล้วเสริมแรงกลุ่มที่ทำคะแนนผ่านเกณฑ์ โดยการให้รางวัล ซึ่งเราจะพบว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือนอกจากนักเรียนรับการถ่ายทอดความรู้โดยตรงจากครูแล้ว นักเรียนยังมีโอกาสได้รับความรู้จากเพื่อนผ่านการเรียนหรือการสอนเพื่อน และที่สำคัญ คือ นักเรียนได้มีโอกาสได้ฝึกปฏิบัติด้วยตนเองและมีความพร้อมในการทำข้อสอบ จึงทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ สอดคล้องกับกฎแห่งการฝึกหัด (Law of exercise) ที่ว่า การฝึกหัดหรือการทำบ่อย ๆ ด้วยความเข้าใจจะทำให้การเรียนรู้นั้นคงทนถาวร ถ้าไม่ได้กระทำซ้ำบ่อย ๆ การเรียนรู้จะไม่นคงทนถาวร และในที่สุดอาจลืมได้ และกฎแห่งความพร้อม (Law of readiness) ที่ว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ดีถ้าผู้เรียนมีความพร้อมทั้งร่างกายและจิตใจ ในทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ (Thorndike's classical connection) (ทิสนา เขมมณี, 2557) และทฤษฎีกิจกรรมการเรียนรู้ทางสังคม (Learning as a social activity) ของวิกอตสกี (Vygotsky, 1962 cited in Krulik, Rudnick & Milou, 2003) ที่ว่า เด็กจะเรียนรู้ปัญหาที่ยากได้ผ่านการทำกิจกรรมร่วมและการอภิปราย ครูผู้สอนมีบทบาทช่วย โดยการใช้คำถามที่ดีของครูหรืออาจกล่าวได้ว่า นักเรียนสร้างความรู้จากความรู้เดิมของตน และแนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ของ Knowles ที่ว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้มากหากมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งต่างจากการจัดการเรียนรู้แบบปกติที่ครูเป็นผู้มีบทบาทในการถ่ายทอดบทเรียนให้แก่แก่นักเรียนผ่าน 3 ขั้นตอนที่สำคัญได้แก่ (1) ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (2) ขั้นตอนการสนทนา และ (3) ขั้นสรุป โดยที่ทั้ง 3 ขั้นตอนไม่แตกต่างจากขั้นตอนการสอนของการเรียนรู้แบบร่วมมือ เพียงแต่ว่าครูจะใช้เวลาส่วนมาก

บรรยาย และการสาธิตวิธีการแก้ปัญหาต่างให้แก่ นักเรียน โอกาสที่นักเรียนจะฝึกด้วยตนเองหรือจากเพื่อน ๆ มีน้อย จึงทำให้มีนักเรียนจำนวนน้อยที่เข้าใจเนื้อหาที่ครูสอนได้ ส่งผลให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติต่ำกว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของคำม่วน สิดประเลิด (2556) และไมตรี พุทธจันทร์ (2555) และมลฤดีสิงห์นุกูล (2555) และรัตนา เนื่องโนราช (2554) และ Dat Tran (2013) ที่ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาสองกลุ่มคือกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD และกลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์

ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD นอกจากผู้เรียนศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ขั้นตอนของ Polya จากครูผ่านขั้นตอนการสอนแล้ว นักเรียนยังต้องได้ร่วมกันศึกษาอย่างมีความรับผิดชอบต่อตนเองและต่อกลุ่ม โดยมีเพื่อนเป็นผู้สอน ให้คำปรึกษา ตรวจสอบข้อผิดพลาด แล้วช่วยกันทำความเข้าใจข้อผิดพลาดดังกล่าวและทำให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน นอกจากนักเรียนที่ทำหน้าที่ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มแล้ว ยังมีครูที่คอย ตรวจสอบและให้คำแนะนำ กล่าวคือนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีโอกาสในการศึกษา ลงมือทำ ตรวจสอบปรับปรุงข้อผิดพลาดต่าง ๆ ของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งยึดครูเป็นสำคัญและขั้นตอนการสอนไม่แตกต่างจากขั้นตอนการสอนของการเรียนรู้แบบร่วมมือ เพียงแต่ว่าครูจะใช้เวลาส่วนมากบรรยาย และสาธิตกระบวนการแก้ปัญหาให้แก่ นักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับกฎแห่งการฝึกหัดในทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ (ทิสนา แคมมณี, 2557, หน้า 51) ที่ว่า การฝึกหัดหรือการทำบ่อย ๆ ด้วยความเข้าใจจะทำให้การเรียนรู้นั้นคงทนถาวร ถ้าไม่ได้กระทำซ้ำบ่อย ๆ การเรียนรู้จะไม่นคงทนถาวร และในที่สุดอาจลืมได้ และทฤษฎีกิจกรรมการเรียนรู้ทางสังคมของวิกอตสกี (Vygotsky, 1962 cited in Krulik, Rudnick and Milou, 2003, p. 6) ที่ว่า เด็กจะเรียนรู้

ปัญหาที่ยากได้ได้ผ่านการทำกิจกรรมร่วมกันและการอภิปราย ครูผู้สอนมีบทบาทช่วย โดยการใช้คำถามที่ดีของครูหรืออาจกล่าวได้ว่า นักเรียนสร้างความรู้จากความรู้เดิมของตน และ แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ของ Knowles ที่ว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้มากหากมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ด้วยตนเอง และสอดคล้องกับงานวิจัยของภาวณี คำชารี (2550) ที่ได้ศึกษาการเปรียบเทียบ ความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ทศนิยมและการคิดวิเคราะห์ระหว่าง วิธี เรียนแบบร่วมมือ เทคนิค STAD สอดแทรกเมตาคอกนิชัน วิธีเรียนตามแนวทฤษฎี คอนสตรัคติวิสต์ วิธีเรียนตามคู่มือครู สสวท. ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD สอดแทรกเมตาคอกนิชันมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู สสวท. นอกจากนี้ กระบวนการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือยังมีการเสริมแรงที่ทุกคนทุกกลุ่มมีโอกาสที่ ประสบผลสำเร็จได้เท่า ๆ กัน จึงทำให้นักเรียนมีกำลังใจในการร่วมกันทำให้กลุ่มของตนสัมฤทธิ์ ผล สอดคล้องกับกฎแห่งผลที่พึงพอใจ ในทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ (ทิสนา แคมมณี, 2557, หน้า 51) ที่ว่า เมื่อบุคคลได้รับผลที่พึงพอใจย่อมอยากจะเรียนรู้ต่อไป แต่ถ้าได้รับผลที่ไม่ พึงพอใจ จะไม่อยากจะเรียนรู้ ดังนั้น การได้รับผลที่พึงพอใจ จึงเป็นปัจจัยที่สำคัญในการเรียนรู้

3. ผลการศึกษาพบว่า เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ แบบร่วมมือเทคนิค STAD อยู่ในระดับมาก อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เป็นรูปที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงคุณค่าของคณิตศาสตร์ ผ่านกระบวนการแก้ปัญหา ที่สมาชิกกลุ่มทุกคนต้องทำเพื่อความสำเร็จของกลุ่ม การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันในการแสวงหา ความรู้ทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของตนเองและบุคคลอื่นมากขึ้น ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น ที่จะเรียนรู้และคิดหาแนวทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งคิดว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มากในชีวิตประจำวันและเป็นวิชาที่ควรค่าแก่การเรียนรู้ เป็นวิชาที่ไม่ยากถ้าใช้ความพยายาม นักเรียนจึงเกิดความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับกฎแห่งผลที่พึงพอใจ ในทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ (ทิสนา แคมมณี, 2557) ที่ว่า เมื่อบุคคลได้รับผลที่พึงพอใจ ย่อมอยากจะเรียนรู้ต่อไป แต่ถ้าได้รับผลที่ไม่พึงพอใจ จะไม่อยากจะเรียนรู้ ดังนั้น การได้รับผล ที่พึงพอใจ จึงเป็นปัจจัยที่สำคัญในการเรียนรู้และเป็นการเพิ่มแรงจูงใจในการเรียนให้แก่ นักเรียน นอกจากนี้ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ยังมีการเสริมแรง โดยการให้รางวัลแก่กลุ่มที่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ ซึ่งทุกกลุ่มมีโอกาสเท่ากัน จึงทำให้นักเรียนชอบการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของ Skinner

(ทิสนา เขมมณี, 2557) ที่ว่า การกระทำใด ๆ ถ้าได้รับการเสริมแรง จะมีแนวโน้มที่จะเกิดขึ้นอีก ส่วนการกระทำที่ไม่มีการเสริมแรง แนวโน้มที่ความถี่ของการกระทำนั้นจะลดลงและหายไป ในที่สุด การเสริมแรงที่แปรเปลี่ยนทำให้การตอบสนองคงทนกว่าการเสริมแรงที่ตายตัว การให้ แรงเสริมหรือให้รางวัล สามารถช่วยปรับหรือปลุกฝังนิสัยที่ต้องการได้ ดังนั้น นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวนี้ในวิชาคณิตศาสตร์ จึงทำให้นักเรียนมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ในระดับมาก และสอดคล้องกับงานวิจัยของไมตรี พุทธจันทร์ (2555) ได้ทำการเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD อยู่ในระดับมาก

จากการวิจัยครั้งนี้สามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้วิธีหนึ่งที่มีความเหมาะสมกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แก่นักเรียน เพราะการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD มีความสอดคล้องกับวัยและธรรมชาติ ของนักเรียน สามารถช่วยพัฒนาศักยภาพที่จำเป็นของนักเรียน รวมถึงทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

การวิจัยครั้งนี้พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ทำให้นักเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสูงกว่าการจัดการเรียน การเรียนรู้แบบปกติ นอกจากนั้นเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการ เรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD อยู่ในระดับมาก ดังนั้น เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติที่ดีต่อ การเรียนคณิตศาสตร์ ผู้มีส่วนเกี่ยวข้องควรนำผลการวิจัยไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูผู้สอนควรพิจารณาใช้การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ในบางสาระ ที่มีความเหมาะสมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นกลุ่ม เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ได้

2. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD บางเนื้อหาอาจไม่สามารถดำเนินการให้ครบทุก ๆ ขั้นตอนในหนึ่งคาบ ดังนั้นอาจเกิดปัญหาเรื่องความต่อเนื่องของการดำเนินกิจกรรม ครูผู้สอนควรใช้เทคนิคต่าง ๆ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้เดิมออกมาใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมต่อไปให้เกิดการเรียนรู้สูงสุด

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนอื่น ๆ ของประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่มีต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสารและสื่อความหมาย ความสามารถในการเชื่อมโยง เป็นต้น

3. ควรมีการศึกษาเปรียบเทียบผลของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD กับเทคนิคอื่น ๆ ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เช่น เทคนิคเช่น Jigsaw, TGT, TAI เป็นต้น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2540). *เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เรื่องทักษะการแก้ปัญหา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2008). *กฎหมายการศึกษาแห่งชาติ (ฉบับปรับปรุง)*. เวียงจันทน์: โรงพิมพ์ศึกษา.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา กรมมัธยมศึกษา. (2014). *รายงานผลการสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2013-2014*. เวียงจันทน์: กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2010). *หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น*. เวียงจันทน์: โรงพิมพ์ศึกษา.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2010). *รายงานการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ครั้งที่ 2*. เวียงจันทน์: โรงพิมพ์ศึกษา.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2012). *หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย*. เวียงจันทน์: โรงพิมพ์ศึกษา.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2012). *ตำราเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้น ม. 3*. เวียงจันทน์: โรงพิมพ์ศึกษา.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2012). *คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ชั้น ม. 3*. เวียงจันทน์: โรงพิมพ์ศึกษา.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2012). *คู่มือฝึกอบรมการนำใช้ตำราเรียนและคู่มือครูคณิตศาสตร์ชั้น ม. 3*. เวียงจันทน์: โรงพิมพ์ศึกษา.
- กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา สถาบันค้นคว้าวิทยาศาสตร์การศึกษา กระทรวงศึกษาธิการและกีฬา. (2014). *คู่มือฝึกอบรมการส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2*. เวียงจันทน์: โรงพิมพ์ศึกษา.

- แคทลียา ใจมูล. (2549). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนห้วยสำนายาวิทยา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาเชียงราย เขต 2. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.
- คำม่วน ลิดประเส็ด. (2556). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค STAD และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.
- ฉวีวรรณ เสวตมลัย. (2545). การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทิสนา แจมมณี. (2557). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 18). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2553). การวิจัยสำหรับครู (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2556). หน่วยที่ 9 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ในประมวลสาระชุดวิชา สาระดัดและวิทยาวิธีทางคณิตศาสตร์ =Foundations and methodologies of mathematic instruction หน่วยที่ 6-10 (พิมพ์ครั้งที่ 2). นนทบุรี: สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2542). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชาสาระดัดและวิทยาวิธีทางคณิตศาสตร์. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปิยรัตน์ จาตุรันตบุตร. (2547). หลักการคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เปรมจิตต์ ขจรภัยลาเช่น (2536). วิธีสอนการเรียนรู้ร่วมกัน. เอกสารประกอบบรรยาย คณะศึกษาศาสตร์ (หน้า 4-9). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พงศ์เทพ จิระโร. (2558). หลักการวิจัยทางการศึกษา. ชลบุรี: ภาควิชาวิจัยและจิตวิทยาประยุกต์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.

- ไพศาล วรรคำ. (2555). *การวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 5). มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.
- ภาวิณี คำขารี. (2550). *การเปรียบเทียบความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน ทศนิยม และการคิดวิเคราะห์ ระหว่างวิธีเรียนแบบร่วมมือ เทคนิค STAD สอดแทรก เมตาคอกนิชัน วิธีเรียนตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์วิธีเรียนตามคู่มือครู สสวท. ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวิจัยการศึกษา, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.*
- มลฤดี สิงห์นุกูล. (2555). *การศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ และความพึงพอใจในการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามแนวทฤษฎีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ร่วมกับวิธีเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยรามคำแหง.*
- ไมตรี พุทธจันทร์. (2555). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิว และปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดการเรียนแบบร่วมมือตาม รูปแบบ STAD กับวิธีการสอนแบบปกติ. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันราชภัฏอุบลราชธานี.*
- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์คอนนูน. (2015). *บทสรุปประจำปี*. นครหลวงเวียงจันทน์: คอนนูน.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2546). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542*. กรุงเทพฯ: นานมีบุ๊คพับลิเคชั่น.
- รัตนา เนื่องโนราช. (2554). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความพึงพอใจต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนและทศนิยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบ STAD ประกอบการจัดลำดับเนื้อหาใหม่และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.*
- รัตนา พรหมเวช. (2555). *ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ 4 MAT การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ (STAD) และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิจัยและประเมินผลการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.*

- วิษณุรัตน์ ธีระธนบุตรศรี. (2556). ผลการใช้ชุดการเรียนรู้มัลติมีเดียร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา, มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.
- เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอน และการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 *Teaching Behavior in Mathematics 2 CMA 4102 (TL 462)* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตร และการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2555). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สาขาประเมินมาตรฐาน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สมจิตร หงส์ษา. (2551). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่ 4 โดยการการสอนด้วยเทคนิค เอส.ที.เอ.ดี (STAD) และกับการสอนปกติ. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2543). *การแก้ปัญหา. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันราชภัฏพระนคร*.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. วิทยานิพนธ์การศึกษาคุณวุฒิบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร
- สมนึก ภัททิยชนี. (2551). *การวัดผลการศึกษา*. (พิมพ์ครั้งที่ 5). กทม: ประสานการพิมพ์.
- สมนึก ภัททิยชนี. (2549). *เทคนิคการสอนและรูปแบบการเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบ*. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กทม: ประสานการพิมพ์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2556). *หน่วยที่ 14 การวิจัยเพื่อพัฒนาศักยภาพผู้เรียนและพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. ในประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยาวิธีทางคณิตศาสตร์ =Foundations and methodologies of mathematics instruction หน่วยที่ 11-15 (พิมพ์ครั้งที่ 2). นนทบุรี: สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น*. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. (2544). *วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุษาวดี จันทรสุนธิ. (2556). *หน่วยที่ 12 การประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์*. ในประมวลสาระชุดวิชา สาระตติและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์=Foundations and methodologies of mathematics instruction หน่วยที่ 11–15 (พิมพ์ครั้งที่ 2). นนทบุรี: สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- อัมพร ม้าคอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2556). *หน่วยที่ 5 การวิจัยเพื่อพัฒนาศักยภาพผู้เรียนและพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. ในประมวลสาระชุดวิชา สาระตติและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์=Foundations and methodologies of mathematic instruction หน่วยที่ 1-5 (พิมพ์ครั้งที่ 2). นนทบุรี: สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). *คณิตศาสตร์ การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Adams, S., Ellis, L., & Beeson, B. F. (1977). *Teaching mathematics: With emphasis on the diagnostic approach*. New York: Harper & Row.
- Alabekee, E. C., Samuel, A., & Osaat, S. D. (2015). Effect of cooperative learning strategy on students learning experience and achievements in mathematics. *International Journal of Education Learning and Development*, 3(4), 67-75. Retrieved from <http://goo.gl/EL1Nwl>
- Baroody, A. J. (1993). *Children's mathematical thinking*. New York: Teacher college press.
- Bell, H. F. (1981). *Teaching and learning mathematics (in Secondary School)*. Dubuque, Iowa: WmC. Brown Company Publi shers.
- Beswick, T., & Muir, K. (n.d.). *Where did I go wrong? students' success at various stages of the problem-solving process*. Retrieved from <http://goo.gl/L6dtkr>

- Bitter, G. G., Hatfield, M. M., & Edwards, N. T. (1989). *Mathematics method for elementary and secondary school: A comprehensive approach*. Boston: Allyn and Bacon.
- Charles, R., Lester, F., O'Daffer, P. (1987). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: NCTA
- Carpenter, T. P. (1989). *Teaching as problem solving: The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston, VA: NCTA.
- Carrol, J. B. (1963). *A model of school learning*. *Teacher College Record*, 64, 723-733.
- Clyde, C. G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York: Ronald Press.
- Dat Tran, V. (2013). Effects of Student Teams Achievement Division (STAD) on Academic Achievement, and Attitudes of Grade 9th Secondary School Students towards Mathematics. *International Journal of Sciences*, 2(April).
- Dimarakis, N., Bobis, J., Way, J., & Anderson, J. (2014). "I just need to believe in myself more". Retrieved from <https://goo.gl/D3yCPS>
- Ebel, R. L. (1972). *Measuring educational achievement* (2nd ed). Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall
- EGGEN, P. D., & KAUCHAK, D. P. (2006). *Strategies and models for teachers: teaching content and thinking skills* (5th ed). Pearson Education, Inc.
- Evans, B. R. (2012). *Problem solving abilities and perceptions in alternative certification mathematics teachers*. NERA. Conference proceedings. Paper 1. Retrieved from http://digitalcommons.uconn.edu/nera_2012/1.
- James, A. O., & Adewale, O. A. (2012). Relationship between senior secondary schools students' achievement in mathematical problem-solving and intellectual abilities tests. *European Scientific Journal*, 8(15).
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1999). Making cooperative learning work. theory into practice. Building community through cooperative learning. *Lawrence Erlbaum Associates (Taylor & Francis Group)*, 2(38), 67-73. Retrieved from <http://goo.gl/EL1Nwl>
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1991). *Learning together and alone*. Boston: Allyn and Bacon.

- Kayan, F. (2007). *A study on preservice elementary mathematics teachers' mathematical problem solving beliefs*. Thesis of the Graduate School of Social Sciences of Middle East Technical University.
- Kennedy, M. (1984). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont, California: Wadsworth Inc.
- Krulik, S., & Reys, P. (1980). *Problem solving in school mathematics: National council of teachers of mathematics year book*. Reston, VA: Allyn and Bacon National Council of Teachers of Mathematics.
- Hogan, M., & Alejandre, S. (2010). *Problem solving-it has to begin with noticing and wondering*. Retrieved from <http://mathforum.org/articles/communicator>.
- Krulik, S., Rudnick, J., & Milou, E. (2003). *Teaching mathematics in middle school: A practical guide*. Pearson Education, Inc.
- Leikin, R. & Zaslavsky, O. (1999). Cooperative learning in mathematics. National council of teachers of mathematics. *The Mathematics Teacher*, 3(92), pp. 240-246. Retrieved from <http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT7050/Students/Dwyer/27970923.pdf>.
- Mehrens, W. A., & Ebel, R. L. (1967). *Principles of educational and psychological measurement*. Chicago, Illinois: Rand McNally & company.
- Ministry of Education and Sports, Research Institute for Educational Science. (2014). *National Assessment of Student Learning Outcome (ASLO III) Grade 3*. Vientiane: Educational Publishing House.
- Majoka, M. I., Dad, M. H., & Mahmood, T. (2010). Student team achievement division (STAD) as an active learning strategy: Empirical evidence from mathematics classroom. *Journal of education & sociology*, (4), 16-20.
- Mohamed, L., & Waheed, H. (2011). *Secondary students' attitude towards mathematics in a selected school of maldives*. *International Journal of Humanities and Social Science*, 1(15).
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- O'Brien, N. P., Collins, J. W., & Credo Reference, (Firm). (2011). *The greenwood dictionary of education*. Santa Barbara, Calif: Greenwood Publishing Group.

- OECD. (2014). *PISA 2012 results: creative problem solving: students' skills in tackling real-life problems*. (Volume V). PISA, OECD Publishing. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en>.
- Orehovec, J. P. (1984). Implications of the development of mathematical problem solving, 1894-1983. *Dissertation abstract international*, 45A, 1062.
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving* (combined edition). New York: John Winley & Sons, Inc.
- Polya, G. (1980). *On solving mathematical problems in high school*. In S. Krulik (Ed). *Problem Solving in School Mathematics*, (pp.1-2). Reston, Virginia: NCTM.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed). New York: Doubleday & company, Inc.
- Prescott, D. A. (1961). *Education bulletin: Report of conference on child study*. Faculty of Education, Chulalongorn University.
- Rasiman, M. Pd. (2015). Leveling of students' critical ability in solving mathematics problem based on gender differences. *International Journal of Education and Research*, 3(4). Retrieved from www.ijern.com/journal/2015/April-2015/26.pdf
- Rawat, D. S. & Gupta. S. L. (1970). *Educational wastage at the primary level: a handbook for teachers*. New Delhi: S.K. Kitchula at Nulanda Press.
- Reys, R. E., Sudam, M. N., & Lindquist, M. M. (1995). *Helping children learning mathematics* (4th ed). Boston: Allyn and Bacon.
- Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning: Theory, research and practice* (2nd ed). Massachusetts: A Simon & Schuster Company.
- Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of learning in secondary school mathematics, in handbook on formative and summative evaluation of student learning* (pp. 643-696). New York: McGraw-Hill Book.
- Wilson, J. M., Fernandez, M. L., Hadaway, N. (1993). *Mathematical problem solving*. In research ideas for classroom, high school (PP. 57-78). New York: Macmillan.
- Zakaria, E., Chin, L. C., & Daud, M. Y. (2010). The effects of cooperative learning on students' mathematics achievement and attitude towards mathematics. *Journal of Social Sciences*, 6(2), 272-275.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
จดหมายขอความอนุเคราะห์

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผศ. ดร. สพลณภัทร์ ศรีแสนยงค์	อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน
ดร. คมสัน ตรีไพบูลย์	อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน/ คณิตศาสตร์
นายราชัย นาเจริญ	อาจารย์สอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์
Dr. Khamphoui Khamdypaphan	อาจารย์ประจำหน่วยวิชาสร้างครูคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน/ คณิตศาสตร์
Mr. Bounsoung Phengsysomboun	ผู้อำนวยการ โรงเรียนมัธยมศึกษาสมบูรณ์คอนหนูน นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตย ประชาชนลาว ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและการสอนคณิตศาสตร์

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว-๒๐๑๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ. ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๑๑

๒๑ ตุลาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย
เรียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย Mr. Boualy KEOVONGSA นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ลงชื่อ เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๕-๕๐๓๐๓๐๕๑

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ว-๒๐๑๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข
อ. เมือง จ. ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๑ ตุลาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ
เรียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย Mr. Boualy KEOVONGSA นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว” ในความควบคุมดูแลของ ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนาจความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ จำนวน ๑ ห้องเรียน และนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ ๔ จำนวน ๔๐ คน ระหว่างวันที่ ๗ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ ถึงวันที่ ๑๑ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่ง โครงการวิจัยนี้ ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมกานวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะ
ได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ลงชื่อ เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๕-๕๐๗๐๗๐๕๑

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๖-๒๐๑๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ. ลาดยาวบางแสน ต.แสนสุข
อ. เมือง จ. ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๑ ตุลาคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมเพื่อการวิจัย

เรียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วย Mr. Boualy KEOVONGSA นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ นครหลวงเวียงจันทน์ ประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว” อยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ จำนวน ๖๘ คน ระหว่างวันที่ ๑๒ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ - ๘ มกราคม พ.ศ. ๒๕๕๙ การขณื่อนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้ คณะศึกษาศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

ลงชื่อ เชษฐ ศิริสวัสดิ์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๕-๕๐๓๐๓๐๕๑

ภาคผนวก ข
ผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ

ตารางที่ 17 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD แผนที่ 1

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	4	5	5	4.8	มากที่สุด
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	4	3	5	4.4	มาก
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	4.88	4.5	5	4.88	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน				0.46			
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด		มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 18 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD แผนที่ 2

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	4	3	5	4.4	มาก
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	4	3	5	4.4	มาก
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.8	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.8	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	4	3	5	4.4	มาก
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	4	5	5	4.8	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	4	3	5	4.4	มาก
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	4.88	4.5	5	4.88	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.54						
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด		มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 19 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD แผนที่ 3

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	5	4.13	5	4.83	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.58						
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก	มาก ที่สุด		มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 20 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD ทั้ง 3 แผน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ผลการประเมิน	
	1	2	3	4	5				
1	5.00	5.00	4.88	4.50	5.00	4.88	0.46	มากที่สุด	ใช้ได้
2	5.00	5.00	4.56	4.38	5.00	4.79	0.54	มากที่สุด	ใช้ได้
3	5.00	5.00	5.00	4.13	5.00	4.83	0.57	มากที่สุด	ใช้ได้
เฉลี่ยทั้งหมด			4.83				0.53	มากที่สุด	ใช้ได้

ตารางที่ 21 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบปกติแผนที่ 1

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.00						
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 22 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบปกติแผนที่ 2

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน				0.00			
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด		มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 23 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบปกติแผนที่ 3

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.00						
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด	มากที่สุด		มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 24 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบปกติแผนที่ 4

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	5	4.13	5	4.83	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.57						
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก	มาก ที่สุด		มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 25 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบปกติแผนที่ 5

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	4	5	4.8	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	5	4.19	5	4.84	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.57						
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก	มาก ที่สุด		มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 26 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบปกติแผนที่ 6

รายการประเมิน	ผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ระดับ เหมาะสม
	1	2	3	4	5		
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
1.2 ระบุพฤติกรรมที่ต้องการวัดได้ชัดเจน	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2. สาระการเรียนรู้							
2.1 เนื้อหามีความถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.2 เรียงลำดับความง่ายเหมาะสม	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
2.3 เวลาเรียนเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3. กิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.2 ครอบคลุมสาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
3.3 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.4 เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
3.5 เวลาในการจัดกิจกรรมเหมาะสม	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
4. สื่อการเรียนรู้							
4.1 เหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้และ สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.2 ให้สาระการเรียนรู้ที่ถูกต้อง	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
4.3 เหมาะสมกับความสามารถและความ สนใจของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
5. การวัดผลประเมินผล							
5.1 ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	มากที่สุด
5.2 การประเมินใช้ข้อมูลที่หลากหลาย	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
5.3 เครื่องมือวัดผลเหมาะสมกับระดับ ความสามารถของผู้เรียน	5	5	5	3	5	4.6	มากที่สุด
เฉลี่ยคะแนนของผู้เชี่ยวชาญ	5	5	5	4.13	5	4.83	มากที่สุด
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน				0.57			
สรุปผลการประเมินความเหมาะสมของ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก ที่สุด	มาก	มาก ที่สุด		มากที่สุด ใช้ได้

ตารางที่ 27 การวิเคราะห์ความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อแผนการจัดการ
เรียนรู้แบบปกติทั้ง 6 แผน

แผนการจัดการ เรียนรู้ที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					เฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	ผลการประเมิน	
	1	2	3	4	5				
1	5	5	5	5	5	5.00	0	มากที่สุด	ใช้ได้
2	5	5	5	5	5	5.00	0	มากที่สุด	ใช้ได้
3	5	5	5	5	5	5.00	0	มากที่สุด	ใช้ได้
4	5	5	5	4.13	5	4.83	0.57	มากที่สุด	ใช้ได้
5	5	5	5	4.19	5	4.84	0.54	มากที่สุด	ใช้ได้
6	5	5	5	4.13	5	4.83	0.57	มากที่สุด	ใช้ได้
เฉลี่ย	5	5	5	4.56	5	4.91	0.46	มากที่สุด	ใช้ได้

ตารางที่ 28 ผลการวิเคราะห์และการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบ จุดประสงค์การ
เรียนรู้และระดับพฤติกรรมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน

ข้อ	ระดับพฤติกรรม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการประเมิน
		1	2	3	4	5			
1	รู้-จำ	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.6	ใช้ได้
2	รู้-จำ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
3	รู้-จำ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
4	รู้-จำ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
5	รู้-จำ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
6	รู้-จำ	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.6	ใช้ได้
7	รู้-จำ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
8	รู้-จำ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
9	วิเคราะห์	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
10	วิเคราะห์	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
11	วิเคราะห์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
12	วิเคราะห์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
13	วิเคราะห์	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
14	นำไปใช้	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.6	ใช้ได้
15	นำไปใช้	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.6	ใช้ได้
16	นำไปใช้	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.6	ใช้ได้
17	นำไปใช้	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.6	ใช้ได้
18	นำไปใช้	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.6	ใช้ได้
19	นำไปใช้	+1	+1	+1	-1	+1	3	0.6	ใช้ได้

ตารางที่ 28 (ต่อ)

ข้อ	ระดับพฤติกรรม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการประเมิน
		1	2	3	4	5			
20	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
21	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
22	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
23	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
24	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
25	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
26	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
27	นำไปใช้	+1	+1	+1	0	+1	4	0.8	ใช้ได้
28	วิเคราะห์	+1	+1	+1	0	+1	4	0.8	ใช้ได้
29	วิเคราะห์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
30	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
31	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
32	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
33	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
34	รู้-จำ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
35	รู้-จำ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
36	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
37	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
38	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
39	วิเคราะห์	+1	+1	+1	0	+1	4	0.8	ใช้ได้
40	วิเคราะห์	+1	+1	+1	0	+1	4	0.8	ใช้ได้
41	วิเคราะห์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
42	วิเคราะห์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้

ตารางที่ 28 (ต่อ)

ข้อ	ระดับพฤติกรรม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการประเมิน
		1	2	3	4	5			
43	วิเคราะห์	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
44	วิเคราะห์	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
45	วิเคราะห์	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
46	วิเคราะห์	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
47	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
48	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
49	เข้าใจ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
50	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
51	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
52	นำไปใช้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้

ตารางที่ 29 ผลการวิเคราะห์และการประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบและจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน

ข้อ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการประเมิน
	1	2	3	4	5			
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
6	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
9	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
10	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้

ตารางที่ 30 ผลการวิเคราะห์และการประเมินความสอดคล้องระหว่างเจตคติต่อการเรียน
คณิตศาสตร์ในแต่ละด้านกับข้อความของแบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ โดย
ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน

ข้อ	ข้อความ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการ ประเมิน
		1	2	3	4	5			
1.	ความตระหนักในคุณค่าหรือ ประโยชน์ของการเรียน คณิตศาสตร์								
1.1	การเรียนคณิตศาสตร์มี ประโยชน์และน่าเรียน	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
1.2	การเรียนคณิตศาสตร์ส่งเสริม การให้เหตุผล	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
1.3	ความรู้ที่ได้จากการเรียน คณิตศาสตร์ไม่สามารถนำไปใช้ ในชีวิตประจำวันได้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
1.4	การเรียนคณิตศาสตร์ยากมาก และมีความซับซ้อน	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
1.5	การเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ จะช่วยฝึกการคิด อย่างเป็นระบบได้	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
1.6	ความรู้ที่ได้จากการเรียน คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการ เรียนวิชาอื่น	+1	+1	0	+1	+1	4	0.8	ใช้ได้
1.7	การเรียนคณิตศาสตร์ทำให้คน ขาดความเชื่อมั่นตนเอง	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้

ตารางที่ 30 (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการประเมิน
		1	2	3	4	5			
2.	ความรู้สึกรู้สึกต่อการเรียนคณิตศาสตร์								
2.1	ฉันชอบแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2.2	ฉันไม่มีความสุขกับการเรียนคณิตศาสตร์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2.3	ฉันสนุกกับการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2.4	ฉันรู้สึกกังวลกับการเรียนคณิตศาสตร์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2.5	ฉันชอบเรียนวิชาอื่นมากกว่าเรียนคณิตศาสตร์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2.6	ฉันไม่สนใจว่าใครจะเก่งหรืออ่อนกว่าฉัน	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
2.7	ฉันรู้สึกผิดหวังมากหากฉันทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้

ตารางที่ 30 (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC	ผลการประเมิน
		1	2	3	4	5			
3.	ความพร้อมที่จะกระทำหรือ เรียนคณิตศาสตร์								
3.1	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันหลีกเลี่ยง ที่จะตอบคำถาม	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
3.2	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันยินดีที่จะ อธิบายเนื้อหาคณิตศาสตร์ ให้เพื่อน ๆ ฟัง	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
3.3	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันชอบเข้า ร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับ คณิตศาสตร์	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
3.4	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉัน กระตือรือร้นในการค้นคว้าหา ความรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมอยู่เสมอ	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
3.5	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันจะ พยายามจัดเวลาว่างการทำกิจกรรมการ เรียนคณิตศาสตร์ในห้องเรียน	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
3.6	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันจะ พยายามรณรงค์ให้เพื่อน ๆ ช่วยกันรักษาอุปกรณ์การเรียน	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้
3.7	ถ้ามีการปฏิบัติกิจกรรมฉันจะให้ เพื่อนทำแทน	+1	+1	+1	+1	+1	5	1	ใช้ได้

ภาคผนวก ค

การทดลองใช้และการหาคุณภาพเครื่องมือ

ตารางที่ 31 การวิเคราะห์ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการประเมิน	ถูกเลือกเป็นข้อ
1	0.68	0.27	ผ่านเกณฑ์	1
2	0.77	0.09	ไม่ผ่านเกณฑ์	-
3	0.95	-0.09	ไม่ผ่านเกณฑ์	-
4	0.64	0.55	ผ่านเกณฑ์	2
5	0.82	0.18	ไม่ผ่านเกณฑ์	-
6	0.45	0.36	ผ่านเกณฑ์	-
7	0.77	0.27	ผ่านเกณฑ์	3
8	0.55	0.18	ไม่ผ่านเกณฑ์	-
9	0.45	0.36	ผ่านเกณฑ์	4
10	0.23	0.45	ผ่านเกณฑ์	-
11	0.55	0.36	ผ่านเกณฑ์	-
12	0.23	0.45	ผ่านเกณฑ์	5
13	0.50	0.45	ผ่านเกณฑ์	6
14	0.64	0.36	ผ่านเกณฑ์	7
15	0.55	0.55	ผ่านเกณฑ์	8
16	0.55	0.73	ผ่านเกณฑ์	9
17	0.59	0.45	ผ่านเกณฑ์	10
18	0.45	0.73	ผ่านเกณฑ์	11
19	0.27	0.55	ผ่านเกณฑ์	-
20	0.68	0.45	ผ่านเกณฑ์	12
21	0.50	0.45	ผ่านเกณฑ์	13
22	0.50	0.27	ผ่านเกณฑ์	-
23	0.36	0.55	ผ่านเกณฑ์	-
24	0.55	0.36	ผ่านเกณฑ์	14
25	0.59	0.27	ผ่านเกณฑ์	15
26	0.36	0.73	ผ่านเกณฑ์	-
27	0.50	0.64	ผ่านเกณฑ์	16
28	0.55	0.36	ผ่านเกณฑ์	17
29	0.41	-0.09	ไม่ผ่านเกณฑ์	-

ตารางที่ 31 (ต่อ)

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการประเมิน	ถูกเลือกเป็นข้อ
30	0.41	0.64	ผ่านเกณฑ์	18
31	0.36	0.55	ผ่านเกณฑ์	-
32	0.55	0.55	ผ่านเกณฑ์	19
33	0.55	0.36	ผ่านเกณฑ์	-
34	0.55	0.55	ผ่านเกณฑ์	20
35	0.41	0.64	ผ่านเกณฑ์	-
36	0.41	0.82	ผ่านเกณฑ์	21
37	0.55	0.36	ผ่านเกณฑ์	22
38	0.14	0.09	ไม่ผ่านเกณฑ์	-
39	0.64	0.18	ไม่ผ่านเกณฑ์	-
40	0.41	0.27	ผ่านเกณฑ์	23
41	0.27	0.36	ผ่านเกณฑ์	24
42	0.18	0.18	ไม่ผ่านเกณฑ์	-
43	0.41	0.27	ผ่านเกณฑ์	25
44	0.36	0.55	ผ่านเกณฑ์	26
45	0.41	0.27	ผ่านเกณฑ์	27
46	0.14	0.27	ผ่านเกณฑ์	-
47	0.50	0.27	ผ่านเกณฑ์	-
48	0.50	0.45	ผ่านเกณฑ์	28
49	0.41	0.45	ผ่านเกณฑ์	29
50	0.55	0.36	ผ่านเกณฑ์	-
51	0.32	0.45	ผ่านเกณฑ์	30
52	0.32	0.45	ผ่านเกณฑ์	31

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ
(ฉบับใช้จริง 31 ข้อ) เท่ากับ 0.85

ตารางที่ 32 การวิเคราะห์ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการประเมิน	ถูกเลือกเป็นข้อ
1	0.48	0.60	ผ่านเกณฑ์	1
2	0.50	0.27	ผ่านเกณฑ์	-
3	0.47	0.73	ผ่านเกณฑ์	2
4	0.58	0.70	ผ่านเกณฑ์	3
5	0.43	0.50	ผ่านเกณฑ์	-
6	0.45	0.48	ผ่านเกณฑ์	-
7	0.43	0.30	ผ่านเกณฑ์	-
8	0.44	0.56	ผ่านเกณฑ์	-
9	0.48	0.65	ผ่านเกณฑ์	-
10	0.51	0.69	ผ่านเกณฑ์	4
11	0.44	0.70	ผ่านเกณฑ์	5

ผลการวิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปการคำนวณ

Reliability

Scale: ALL VARIABLES

		N	%
Cases	Valid	40	100.0
	Excluded ^a	0	.0
	Total	40	100.0

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha <input type="checkbox"/> Based on Standardized Items	N of Items
.940	.939	5

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ
มีค่าเท่ากับ 0.94

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STAD

วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทที่ 15 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟและวิธีเปรียบเทียบ เวลา 4 ชั่วโมง
สอนวันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2558 เวลา.....น. ถึง.....น. ผู้สอน นายบัวลี แก้ววงสา

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ระบุวิธีการแก้ระบบสมการที่กำหนดมาให้ได้ว่าเป็นวิธีใช้กราฟหรือวิธีเปรียบเทียบ
- จัดลำดับวิธีใช้กราฟหรือวิธีเปรียบเทียบ ได้ถูกต้อง
- ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟหรือวิธีเปรียบเทียบได้ถูกต้อง
- หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง
- เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่กำหนด เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
- กำหนดระบบสมการหรือหาคำตอบของระบบสมการจากกราฟของระบบสมการได้ถูกต้อง

สาระการเรียนรู้

- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟและวิธีเปรียบเทียบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

- แบบเรียน-คู่มือครูคณิตศาสตร์ ม. 3
- ใบงาน และสื่ออิเล็กทรอนิกส์ เช่น computer, projector
- แบบวัดสำหรับแผน 2

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1-2 (100 mins)

1. ชั้นสอน (Teach)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>1. การนำเข้าสู่บทเรียน (Opening)</p> <p>1. กำหนดคะแนนมาตรฐานของแต่ละคนสำหรับแผนจัดการเรียนรู้ที่ 2</p> <p>2. ให้นักเรียนเล่นเกม “ทำนายอายุ” โดยครูเป็นอ่านคำสั่ง นักเรียนปฏิบัติตาม</p> <p>1) ให้นักเรียนเลือกจำนวนหนึ่งตั้งแต่ 1-100 แล้วคูณด้วย 2</p> <p>2) นำผลคูณ บวกกับ 5</p> <p>3) นำผลบวก คูณกับ 50</p> <p>4) นำผลคูณ บวกกับ 1765 (ถ้าวันที่ถูกถามเลขวันเกิดมาแล้ว), 1764 (ถ้าวันที่ถูกถามยังไม่ถึงวันเกิด)</p> <p>5) นำผลลบ ลบด้วยปีเกิดของตน</p> <p>6) ตัวเลขในหลักสิบและหน่วย คืออายุของตน ส่วน</p>	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนรับทราบคะแนนมาตรฐานของตน นักเรียนเล่นคำนวณ $(\dots \times 2 + 5) \times 50 + 1765 - \text{year of birth} = \dots$ หรือ $(\dots \times 2 + 5) \times 50 + 1764 - \text{year of birth} = \dots$ นักเรียนบอกอายุ และจำนวนที่ตนเลือกตอนแรกนักเรียนสนทนา นักเรียนติดตาม ถาม หรือให้ครูอธิบายเพิ่มเติมถ้าไม่เข้าใจ 	10 mins	Computer, projector เครื่องคิดเลข

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้						
<p>1. การนำเข้าสู่บทเรียน (Opening) (ต่อ)</p> <p>6) ตัวเลขในหลักสิบและหน่วย คืออายุของตน ส่วนตัวเลขในหลักร้อยและ/หรือหลักพัน คือตัวเลขที่นักเรียนเลือกตอนแรก</p> <ul style="list-style-type: none"> - ให้นักเรียนบอกอายุ และจำนวนที่ตนเลือกตอนแรก - สรุปรูปเกม พร้อมทบทวนการแก้สมการในบทเรียนที่ผ่านมา <p>3. ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับระบบสมการที่เรียนมาโดยการถามตอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีกำจัดตัวแปร - แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีแทนค่า - ทบทวนความรู้เกี่ยวกับ Afine Function หรือฟังก์ชันเส้นตรงที่ไม่ผ่าน (0,0) โดยให้นักเรียนเขียนกราฟของ $y = 2x + 1$ บนพิกัดฉาก 	<ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการที่เรียนมา - แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีกำจัดตัวแปร - แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีแทนค่า <p>ทบทวนความรู้เกี่ยวกับ Afine Function หรือฟังก์ชันเส้นตรงที่ไม่ผ่าน (0,0) โดยการเขียนกราฟของ $y = 2x + 1$ บนพิกัดฉาก ดังนี้</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D: y = 2x + 1$ ดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="1005 1007 1377 1114" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </tbody> </table>	x	0	1	y	1	3		
x	0	1							
y	1	3							

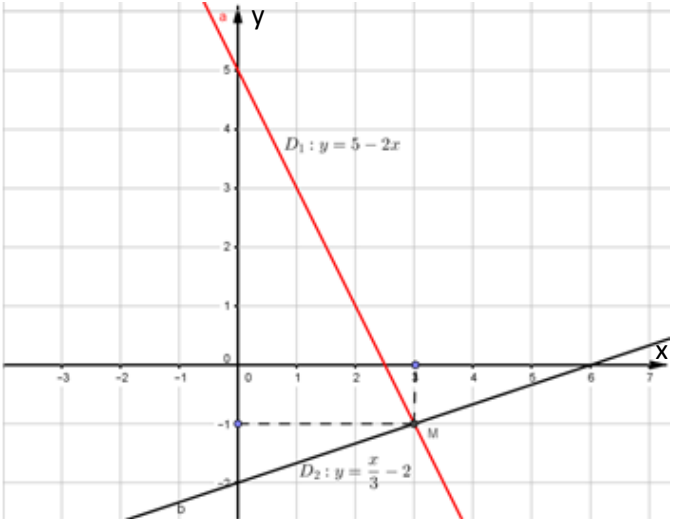
1. ^{ขั้น}สอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p><u>1. การนำเข้าสู่บทเรียน (Opening) (ต่อ)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - ติดตาม และให้คำแนะนำ <ul style="list-style-type: none"> - สรุปการเขียนกราฟของ $y = 2x + 1$ <p>4. เสนอโดยย่อเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร</p> <ul style="list-style-type: none"> - แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ - แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีเปรียบเทียบ 	<p>วางจุดบนระบบพิกัดฉาก และเขียนกราฟ</p>		

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>2. การพัฒนาความรู้ใหม่ (Development)</p> <p>กิจกรรมที่ 1</p> <ul style="list-style-type: none"> ครูเสนอกิจกรรมข้อที่ 1 (แบบเรียนหน้า 113) ต่อนักเรียน ครูถาม : ข้อมูลในโจทย์มีอะไรบ้าง โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไร สนทนากับนักเรียน ใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสามารถเกิดแนวคิด หรือเห็นหนทางในการแก้ปัญหาได้ 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนศึกษากิจกรรมข้อที่ 1 นักเรียนตอบระบบสมการ $\begin{cases} 2x + y = 5 & (1) \\ x - 3y = 6 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x & (1) \\ y = \frac{x - 6}{3} & (2) \end{cases}$ <p>กำหนดให้</p> $D_1: y = 5 - 2x \quad D_2: y = \frac{x}{3} - 2$ <p>โจทย์ต้องการให้หา</p> <p>ก) เขียนกราฟของ D_1 และ D_2 บนพิกัดฉาก (Ox, Oy), M คือจุดตัดของ D_1 และ D_2</p> <p>ข) กำหนดพิกัดของ M (.....,.....) จากนั้นแทนค่าของจุด M ในระบบสมการ แล้วเห็นอะไร</p>	<p>10 mins</p>	<p>Computer, projector,</p> <p>แบบเรียน-คู่มือครูคณิตศาสตร์ ม.3</p> <p>กระดาษแผ่นใหญ่ และ Markers, Scotch tape, cutter</p>

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>กิจกรรมที่ 1 (ต่อ)</p> <ul style="list-style-type: none"> • ครูถาม : เราจะเขียนกราฟของ D_1 และ D_2 ได้อย่างไร • ครูติดตาม อธิบายเพิ่มเติมให้แก่ นักเรียนผู้ที่ไม่เข้าใจ • ครูให้นักเรียนเขียนกราฟและให้ บอกพิกัดของจุด M • ให้นักเรียนแต่ละคนช่วยตรวจงานของเพื่อน สันทะนา เปรียบเทียบ • ให้นักเรียนนำค่าของพิกัด $M(3,-1)$ แทนระบบสมการ แล้วให้ข้อสรุป 	<ul style="list-style-type: none"> • เราต้องกำหนดจุดบนเส้นตรงแต่ละเส้นให้ได้อย่างน้อย 2 จุด ในระบบพิกัด จาก จากนั้นขีดเส้นตรงผ่านสองจุดจะได้กราฟที่ต้องการ • นักเรียนสนทนากันและช่วยกันเขียนกราฟ ดังนี้  <p>ตัวประสารของ $M(3,-1)$</p>		

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>กิจกรรมที่ 1 (ต่อ)</p> <ul style="list-style-type: none"> ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรม และวิธีการใหม่ในการแก้ระบบสมการ <p>กิจกรรมที่ 2</p> <ul style="list-style-type: none"> ครูเสนอกิจกรรมข้อที่ 2 (แบบเรียนหน้า 113) ให้นักเรียนศึกษา ครูถาม : ข้อมูลในโจทย์มีอะไรบ้าง โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไร สนทนากับนักเรียน เกี่ยวกับคำสั่งต่าง ๆ ในกิจกรรม 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนแทนค่าของพิกัด $M(3, -1)$ ในระบบสมการดังนี้ $\begin{cases} (2 \times 3) + (-1) = 5 \\ 3 - 3(-1) = 6 \end{cases} \checkmark$ สรุปว่า $(3, -1)$ เป็นคำตอบของระบบสมการ นักเรียนรับทราบวิธีการใหม่ในแก้ระบบสมการ นักเรียนศึกษากิจกรรมข้อที่ 2 นักเรียนตอบ $\text{ระบบสมการ } \begin{cases} y = 3x - 4 & (1) \\ y = -x + 8 & (2) \end{cases}$ หาค่าของ x โดยให้ $(1) = (2)$ 	10 mins	<p>Computer, projector,</p> <p>แบบเรียน- คู่มือครู คณิตศาสตร์ ม. 3</p>

1. **ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)**

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>กิจกรรมที่ 2 (ต่อ)</p> <ul style="list-style-type: none"> • สุ่มเอาตัวแทนนักเรียน 1 คน ขึ้นแก้ปัญหา • ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรมและวิธีการใหม่ในการแก้ระบบสมการ 	<ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนร่วมกันแก้ระบบสมการ โดยปฏิบัติตามคำสั่งในกิจกรรม ดังนี้ $3x - 4 = -x + 8$ $x = 3$ แทนค่าของ $x = 3$ ใส่ (2) ได้ $y = 5$ ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ (3,5) • ตัวแทนนักเรียนขึ้นแก้ปัญหา • นักเรียนรับทราบวิธีการใหม่ในแก้ระบบสมการ 		
<p>กิจกรรมที่ 3</p> <ul style="list-style-type: none"> • ครูสรุปสาระสำคัญของบทเรียนตามเนื้อหาในแบบเรียนหน้า 113-117 พร้อมยกตัวอย่างประกอบ ดังนี้ <i>การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ มีขั้นตอนที่สำคัญดังนี้</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนติดตาม และบันทึกสาระสำคัญ 	15 mins	Computer, projector, แบบเรียน- คู่มือครู คณิตศาสตร์ ม. 3

1. ขั้นสอน (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้						
<p>กิจกรรมที่ 3 (ต่อ)</p> <p>ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน</p> <p>ขั้นตอนที่ 2 หาจุดตัดของกราฟทั้งสอง</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบผล</p> <p>ตัวอย่าง : แก้ระบบสมการ</p> $\begin{cases} 2x + y = 4 & (1) \\ x - 3y = -5 & (2) \end{cases}$ <p>วิธีทำ</p> <p>ขั้นตอนที่ 1</p> <p>สำหรับ $2x + y = 4$ ได้ $y = 4 - 2x$</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 4 - 2x$ ดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="331 978 703 1082"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	x	0	1	y	4	2			
x	0	1							
y	4	2							

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้						
<p>กิจกรรมที่ 3 (ต่อ)</p> <p>สำหรับ $x - 3y = -5$ ได้ $y = \frac{x+5}{3}$</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = \frac{x+5}{3}$ ดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="331 612 703 718"> <tr> <td>x</td> <td>-5</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>เขียนกราฟของ D_1 และ D_2</p> <p>ขั้นตอนที่ 2 พบว่า D_1 ตัด D_2 ที่จุด $E(1, 2)$</p>	x	-5	-2	y	0	1			
x	-5	-2							
y	0	1							

1. **ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)**

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>กิจกรรมที่ 3 (ต่อ)</p> <p>ขั้นตอนที่ 3</p> <p>ตรวจสอบดูว่า $x=1, y=2$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x=1, y=2$ ใส่ระบบสมการ ดังนี้</p> $\begin{cases} 2 \times 1 + 2 = 4 \\ 1 - 3 \times 2 = -5 \end{cases} \checkmark \text{ ดังนั้น } (1, 2) \text{ เป็นคำตอบของระบบ}$ <p>การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีเปรียบเทียบมี</p> <p>ขั้นตอนที่สำคัญดังนี้</p> <p>ขั้นตอนที่ 1 เขียน x หรือ y ในรูป y หรือ x</p> <p>ขั้นตอนที่ 2 นำสมการใหม่ที่ได้มาเท่ากันแล้วแก้สมการ</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 แทนค่าของตัวแปรที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 ใส่ขั้นตอนที่ 1 แล้วแก้สมการ</p> <p>ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบผล</p>			

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>กิจกรรมที่ 3 (ต่อ)</p> <p>ตัวอย่าง</p> <p>แก้ระบบสมการ $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 & (1) \\ y = 4x - 4 & (2) \end{cases}$</p> <p>วิธีทำ</p> <p>ขั้นตอนที่ 1 สังเกตพบว่า ระบบสมการที่ให้มานี้เขียน y ในรูป x</p> <p>ขั้นตอนที่ 2</p> <p>ให้ $(1) = (2)$ ได้</p> $\frac{1}{2}x + 3 = 4x - 4$ $x + 6 = 8x - 8$ $x + 8x = -8 - 6$ $-7x = -14$ $x = \frac{-14}{-7} = 2$ <p>แทนค่าของ $x = 2$ ใน (2) ได้</p>			

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>กิจกรรมที่ 3 (ต่อ)</p> <p>แทนค่าของ $x = 2$ ใน (2) ได้</p> $y = 4 \times 2 - 4$ $= 6$ <p>ขั้นตอนที่ 3</p> <p>ตรวจสอบดูว่า $x = 2, y = 4$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = 2, y = 4$ ใส่ระบบสมการ ดังนี้</p> $\begin{cases} 4 = \frac{1}{2} \times 2 + 3 \\ 4 = 4 \times 2 - 4 \end{cases} \quad \checkmark$ <p>ดังนั้น $(2, 6)$ เป็นคำตอบของระบบสมการ</p>			

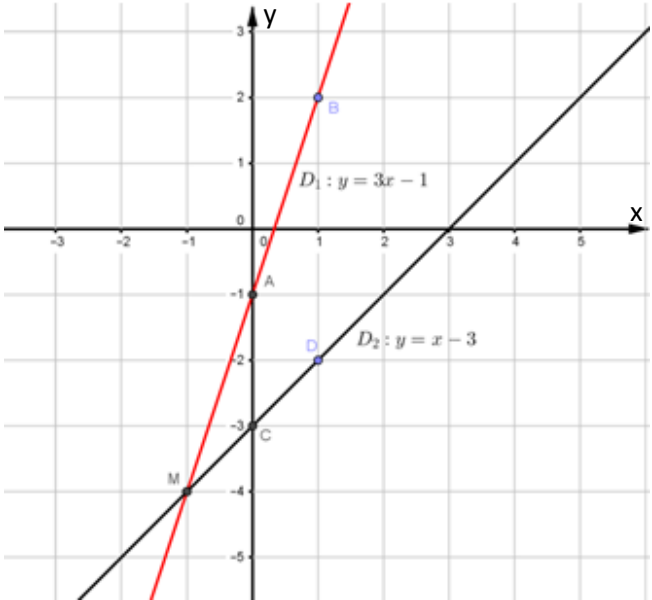
1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>3. การชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided Practice)</p> <p>1) ให้นักเรียนแก้ระบบสมการ</p> $\begin{cases} x+3y=8 & (1) \\ x-2y=3 & (2) \end{cases} \text{ ด้วยวิธีเปรียบเทียบ}$ <p>ครูติดตาม ช่วยแนะนำ ให้การช่วยเหลือ</p>	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนแต่ละคนกันแก้ระบบสมการ ดังนี้ <p>ขั้นตอนที่ 1</p> $\begin{cases} x+3y=8 & (1) \\ x-2y=3 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=8-3y & (3) \\ x=3+2y & (4) \end{cases}$ <p>ขั้นตอนที่ 2</p> <p>ให้ (3) = (4) ได้</p> $8-3y=3+2y$ $-3y-2y=3-8$ $-5y=-5$ $y=\frac{-5}{-5}=1$ <p>แทนค่าของ $y=1$ ใน (3) ได้</p> $x=8-(3 \times 1)=5$ <p>ขั้นตอนที่ 3</p> <p>ตรวจสอบดูว่า $x=5, y=1$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วย</p>	<p>30 Mins</p>	<p>Computer, projector,</p> <p>แบบเรียน- คู่มือครู คณิตศาสตร์ ม. 3</p>

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้												
<p>3. การชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided Practice) (ต่อ)</p> <p>2) ให้นักเรียนแก้ระบบสมการ</p> $\begin{cases} 3x - y = 1 & (1) \\ x - y = 3 & (2) \end{cases} \text{ ด้วยวิธีใช้กราฟ}$ <p>• ครูติดตาม ช่วยแนะนำ ให้การช่วยเหลือ</p>	<p>แทนค่าของ $x=5, y=1$ ในระบบสมการ ดังนี้</p> $\begin{cases} 5 + 3 \times 1 = 8 \\ 5 - 2 \times 1 = 3 \end{cases} \checkmark$ <p>ดังนั้น $(5,1)$ คือคำตอบของระบบสมการ</p> <ul style="list-style-type: none"> นักเรียนแต่ละคนแก้ระบบสมการ $\begin{cases} 3x - y = 1 & (1) \\ x - y = 3 & (2) \end{cases} \text{ ดังนี้}$ <p>ขั้นตอนที่ 1</p> <p>สำหรับ $3x - y = 1$ ได้ $y = 3x - 1$</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 3x - 1$ ดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="1028 914 1400 1019"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-1</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>สำหรับ $x - y = 3$ ได้ $y = x - 3$</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = x - 3$ ดังนี้</p> <table border="1" data-bbox="1028 1121 1400 1227"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-3</td> <td>-2</td> </tr> </table>	x	0	1	y	-1	2	x	0	1	y	-3	-2		
x	0	1													
y	-1	2													
x	0	1													
y	-3	-2													

1. **ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)**

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>3. การชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided Practice) (ต่อ)</p>	<p>เขียนกราฟของ D_1 และ D_2 จากนั้นหาจุดตัด ดังนี้</p>  <p>ขั้นตอนที่ 2 จุดตัดของ D_1 และ D_2 คือ $(-1, -4)$</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบดูว่า $x = -1, y = -4$ เป็นคำตอบของระบบสมการ</p>		

1. ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>3. การชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided Practice) (ต่อ)</p> <ul style="list-style-type: none"> • สุ่มนักเรียน 2 คน ขึ้นแก้สมการ <p>คนที่ 1 แก้สมการ</p> $\begin{cases} x + 3y = 8 & (1) \\ x - 2y = 3 & (2) \end{cases} \text{ ด้วยวิธีเปรียบเทียบ}$ <p>คนที่ 2 แก้ระบบสมการ</p> $\begin{cases} 3x - y = 1 & (1) \\ x - y = 3 & (2) \end{cases} \text{ ด้วยวิธีใช้กราฟ}$ <ul style="list-style-type: none"> • สรุปการแก้ปัญหา (สมการ) และการฝึกปฏิบัติของนักเรียน 	<p>ขั้นตอนที่ 2</p> <p>จุดตัดของ D_1 และ D_2 คือ $(-1, -4)$</p> <p>ขั้นตอนที่ 3</p> <p>ตรวจสอบดูว่า $x = -1, y = -4$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = -1, y = -4$ ในระบบสมการ ดังนี้</p> $\begin{cases} 3(-1) - (-4) = 1 \\ -1 - (-4) = 3 \end{cases} \checkmark$ <p>ดังนั้น $(-1, -4)$ คือคำตอบของระบบสมการ</p> <ul style="list-style-type: none"> • นักเรียน 2 คน แก้สมการ <p>นักเรียนในห้องติดตาม ถามและสนทนา</p>		

1. **ขั้นสอน (Teach) (ต่อ)**

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<p>3. การชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided Practice) (ต่อ)</p> <p>3) ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้</p> <p>กีฬาเบสบอลเป็นกีฬาที่ได้รับความนิยมเป็นอย่างมากในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก โดยอัตราค่าเข้าชมการแข่งขันเป็นดังนี้</p> <p>ผู้ใหญ่คนละ 100,00 กีบ และเด็กคนละ 25,000 กีบ ซึ่งปรากฏว่ามีผู้เข้าชมทั้งหมด 5,000 คน และขายบัตรเข้าชมได้เงิน 425,750,000 กีบ</p> <p>อยากทราบว่าในการแข่งขันครั้งนี้มีผู้ใหญ่และเด็กเข้าชมอย่างละกี่คน</p>	<p>นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p><i>(รายละเอียดที่คาดว่านักเรียนจะทำได้เสนออยู่ตอนท้ายแผน)</i></p>		

2. ขั้นฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่ม (Team Study)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<ul style="list-style-type: none"> จัดนักเรียนที่ละความสามารถเข้ากลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (กลุ่มเดิม) แจกใบงานและเฉลยใบงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษา ติดตาม อำนวยความสะดวกให้เกิดการเรียนรู้แก่นักเรียน ช่วยแนะนำหรืออธิบายถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาที่นั้นได้ 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนเข้ากลุ่มตามที่กำหนดให้ รับใบงานและเฉลยใบงาน แต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษา อภิปราย ทำความเข้าใจ ฝึกแก้ปัญหาตามใบงาน นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องจากคำเฉลย ถ้าสมาชิกในกลุ่มไม่เข้าใจ ให้สมาชิกคนอื่นในกลุ่มช่วยอธิบาย แต่ถ้าทุกคนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ให้ ถามครู สมาชิกกลุ่มที่ถูกถาม ตอบหรือแก้ปัญหาที่นั้น สนทนา ถามเพื่อน ถามครูต่อปัญหาที่สงสัย 	25 mins	Computer, projector, ใบงานและเฉลยใบงาน แบบเรียน-คู่มือครู คณิตศาสตร์ ม. 3

ชั่วโมง 2-3 (100 mins)

2. ขั้นฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่ม (Team Study) (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<ul style="list-style-type: none"> ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม (กลุ่มเดิม) ดำเนินการศึกษาใบงานจากคาบที่แล้ว ติดตาม อำนวยความสะดวกให้เกิดการเรียนรู้แก่นักเรียน ช่วยแนะนำหรืออธิบายถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูกล่าวขำให้แต่ละกลุ่มเข้าใจว่า ผลสำเร็จของกลุ่มได้จากผลสำเร็จของสมาชิกทุกคน เมื่อสังเกตเห็นว่านักเรียนแต่ละกลุ่มเข้าใจและมีความพร้อมที่จะทดสอบ ครูสุ่มถามกลุ่มละ 1 คน ให้อธิบายหรือเลือกแก้ข้อใดข้อหนึ่งในใบงานเพื่อประเมินความพร้อมในการทดสอบข้ออื่นต่อไป ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาที่เรียนมาจากการนำเสนอของแต่ละกลุ่มและสาระการเรียนรู้ที่สำคัญโดยใช้ Mind Mapping 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนแต่ละกลุ่มดำเนินการศึกษาใบงานจากคาบที่แล้ว ถ้าสมาชิกในกลุ่มไม่เข้าใจ ให้สมาชิกคนอื่นในกลุ่มช่วยอธิบาย แต่ถ้าทุกคนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ให้ ถามครู กลุ่มต้องมั่นใจว่าสมาชิกทุกคนเข้าใจเนื้อหา สามารถทำข้อสอบได้ เพราะผลสำเร็จของกลุ่มได้จากผลสำเร็จของสมาชิกทุกคน สมาชิกกลุ่มที่ถูกถาม ตอบหรือแก้ปัญหา สนทนา ถามเพื่อน ถามครูเกี่ยวกับปัญหาที่สงสัย 	50 mins	Computer, projector, ใบงานและเฉลยใบงานแบบเรียน-คู่มือครูคณิตศาสตร์ ม. 3

3. ขั้นทดสอบ (Test)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
ให้นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคล (Individual Quiz) โดยไม่อนุญาตให้นักเรียนปรึกษากัน หรือช่วยเหลือกัน	นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคล	20 mins	แบบวัด สำหรับแผน 2

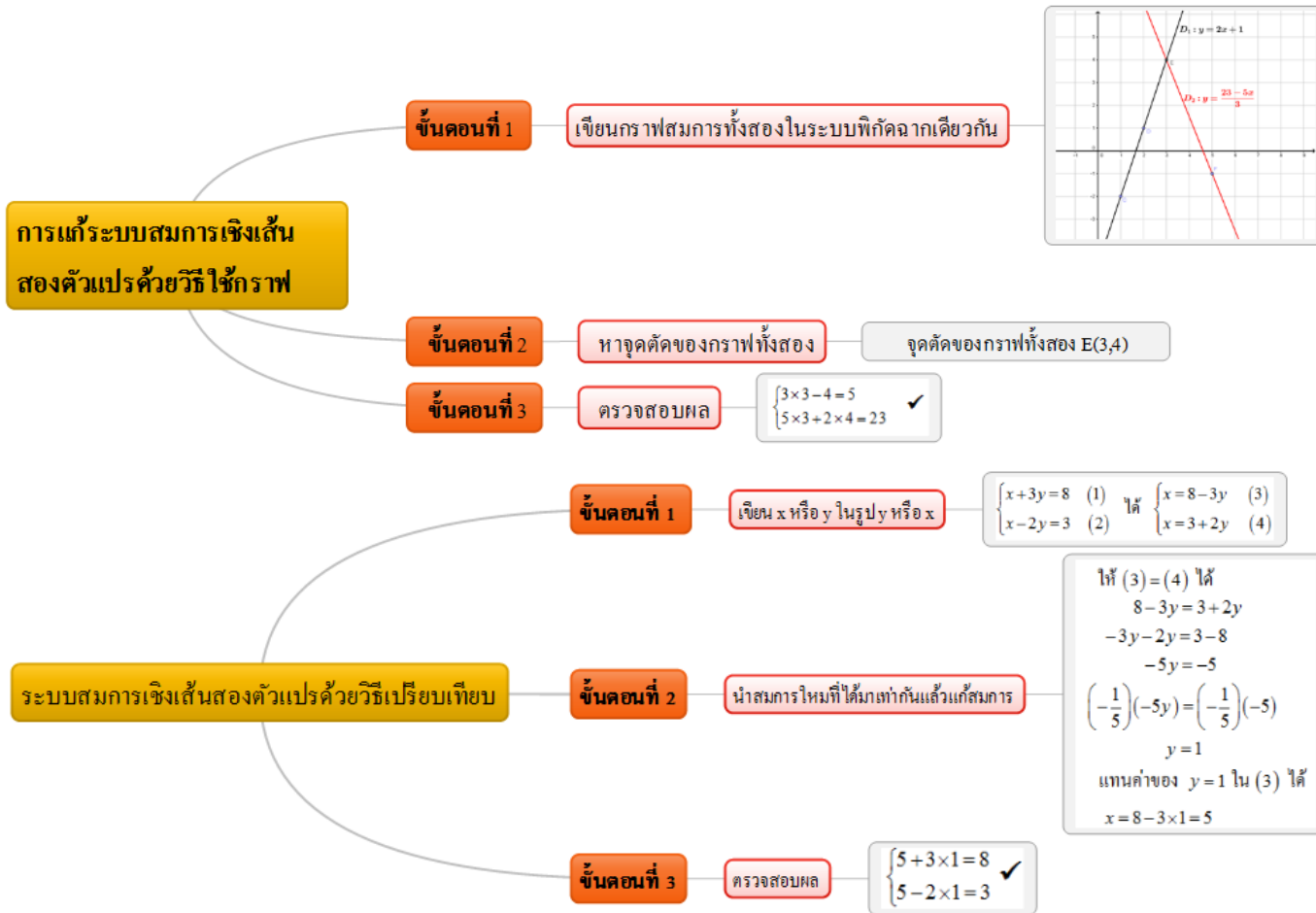
4. ขั้นการรับรองผลงานกลุ่ม (Team Recognition)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้
<ul style="list-style-type: none">• ตรวจสอบและให้คะแนนของแต่ละคน โดยให้นักเรียน ช่วยตรวจ• นำคะแนนแต่ละคนมาหาคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคน• นำคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนมาหาคะแนนของกลุ่ม โดยการหาคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มจากคะแนนความก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคน• ประกาศและให้รางวัลกลุ่ม	<ul style="list-style-type: none">• ตรวจสอบและให้คะแนนเพื่อน• ติดตามการคำนวณคะแนนความก้าวหน้าของตน และผู้อื่น• คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตนและกลุ่มอื่น• กลุ่มที่ผ่านเกณฑ์รับของรางวัล และให้กำลังใจกลุ่มที่คะแนนกลุ่มไม่ผ่านเกณฑ์	30 mins	Computer, projector, ของรางวัล

การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีวัดผลและประเมินผล	เครื่องมือวัดผลและประเมินผล	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้	ตรวจแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สำหรับแผนที่ 2	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียน สำหรับแผนที่ 2	คะแนนที่ได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนหลังเรียน สำหรับแผนที่ 2 ต้องไม่น้อยกว่า 70 จึงถือว่าผ่านเกณฑ์
ด้านทักษะ/กระบวนการ	ตรวจแบบวัดผลความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน สำหรับแผนที่ 2	ตรวจแบบวัดผลความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน สำหรับแผนที่ 2	คะแนนที่ได้จากแบบวัดผล ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์หลังเรียน สำหรับแผนที่ 2 ต้องไม่น้อยกว่า 70 จึงถือว่าผ่านเกณฑ์
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์/ทัศนคติ และค่านิยม	สังเกตพฤติกรรมขณะทำงานร่วมกับกลุ่ม	แบบสังเกต	ความร่วมมือ การแสดงความคิดเห็น การรับฟังความคิดเห็น การตั้งใจทำงาน การร่วมปรับปรุงผลงานกลุ่ม โดย คะแนนรวมต้องได้ไม่น้อยกว่า 13 จึงถือว่าผ่านเกณฑ์

ตัวอย่างการใช้แผนผังมโนทัศน์เพื่อสรุปเนื้อหาสำคัญ



บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ/ แนวทางแก้ไข

.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอนและบันทึก

นายบัวลี แก้ววงศา

วันที่ เดือน.....พ.ศ.2558

ตัวอย่างคำเฉลยการแก้โจทย์ในขั้นการชี้แนะแนวทางปฏิบัติ (Guided Practice)

3. กีฬาเบสบอลเป็นกีฬาที่ได้รับความนิยมเป็นอย่างมากในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก โดยอัตราค่าเข้าชมการแข่งขันเป็นดังนี้ ผู้ใหญ่คนละ 100,000 กีบ และเด็กคนละ 25,000 กีบ ซึ่งปรากฏว่ามีผู้เข้าชมทั้งหมด 5,000 คน และขายบัตรเข้าชม ได้เงิน 425,750,000 กีบ อยากทราบว่าในการแข่งขันครั้งนี้มีผู้ใหญ่และเด็กเข้าชมอย่างละกี่คน

วิธีทำ

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ให้มา : อัตราค่าเข้าชมการแข่งขันเป็นดังนี้ ผู้ใหญ่คนละ 100,000 กีบ
เด็กคนละ 25,000 กีบ ผู้เข้าชมทั้งหมด 5,000 คน
ขายบัตรเข้าชม ได้เงิน 425,750,000 กีบ

สิ่งที่โจทย์ให้หา : ในการแข่งขันครั้งนี้มีผู้ใหญ่และเด็กเข้าชมอย่างละกี่คน

2) ขึ้นวางแผนแก้ปัญห

กำหนดตัวแปร ให้ x เป็นจำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมการแข่งขัน และ y เป็นจำนวนเด็กที่เข้าชมการแข่งขัน

เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
เงินที่ได้จากผู้ใหญ่ x คน คนละ 100,000 กีบ	$100000x$
เงินที่ได้จากเด็ก y คน คนละ 25,000 กีบ	$25000y$
เงินที่ได้จากผู้ใหญ่ x คน คนละ 100,000 กีบบวกกับ เงินที่ได้จากเด็ก y คน คนละ 25,000 กีบ เท่ากับ 425,750,000 กีบ	$100000x + 25000y = 425750000$ (1)
จำนวนผู้ใหญ่บวกจำนวนเด็กเท่ากับ 5,000 คน	$x + y = 5000$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} 100000x + 25000y = 425750000 & (1) \\ x + y = 5000 & (2) \end{cases}$$

3) ขึ้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผน

ดำเนินการแก้ระบบสมการ

$$\begin{cases} 100000x + 25000y = 425750000 & (1) \\ x + y = 5000 & (2) \end{cases} \quad \text{หรือ} \quad \begin{cases} x = \frac{425750 - 25y}{100} & (3) \\ x = 5000 - y & (4) \end{cases}$$

ให้ (3) = (4) ได้

$$\frac{425750 - 25y}{100} = 5000 - y$$

$$100 \left(\frac{425750 - 25y}{100} \right) = 100(5000 - y)$$

$$425750 - 25y = 500000 - 100y$$

$$425750 - 425750 - 25y + 100y = 500000 - 425750 - 100y + 100y$$

$$75y = 74250$$

$$\frac{1}{75} \times 75y = \frac{1}{75} \times 74250$$

$$y = 990$$

แทนค่าของ $y = 990$ ใน (4)

$$x = 5000 - 990$$

$$= 4010$$

ค่าที่ได้หมายถึง ผู้ใหญ่มี 4010 คน และเด็กมี 990 คน

4) ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบ ด้วยการแทนค่าของ $x = 4010$ และ $y = 990$ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด เช่น จากคำตอบจำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมกีฬาเบสบอลจำนวน 4,010 คน คิดเป็นเงิน

$$100000 \times 4010 = 401000000$$

จำนวนเด็กที่เข้าชมการแข่งขัน 990 คน คิดเป็นเงิน $25000 \times 990 = 24750000$

จำนวนเงินทั้งหมดที่ได้ $401000000 + 24750000 = 425750000$

จำนวนผู้ชมที่เข้าชมการแข่งขันทั้งหมด คือ $4010 + 990 = 5000$

เพราะฉะนั้น จำนวนผู้ใหญ่ที่เข้าชมการแข่งขัน 4,010 คน และจำนวนเด็กที่เข้าชมการแข่งขัน 990 คน

ตัวอย่างใบงานสำหรับแผนที่ 2

แก้ระบบสมการด้วยวิธีใช้กราฟ

$$1. \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 3x - y = -3 \\ 2x + y = -2 \end{cases}$$

2) แก้ระบบสมการด้วยวิธีเปรียบเทียบ

$$1. \begin{cases} x - 2y = -2 & (1) \\ 2x - y = 2 & (2) \end{cases} \quad 2. \begin{cases} y = 3x - 1 & (1) \\ y = -x + 3 & (2) \end{cases}$$

โจทย์ปัญหา

- ฟิลิป ต้องการที่จะออกกำลังกายที่สถานที่ออกกำลังกายแห่งหนึ่ง ฟิลิปต้องเลือกแผนในการเข้าเป็นสมาชิกของสถานที่ออกกำลังกาย แผนแรก ฟิลิป สามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 80 และ \$ 1 ต่อครั้ง แผนที่สองสามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 40 และ \$ 5 ต่อครั้ง ฟิลิป เลือกทั้งสองแผน เมื่อใช้บริการไปได้ระยะหนึ่งปรากฏว่าจำนวนครั้งที่เข้าใช้บริการทั้งสองแผนเท่ากันในวงเงินเท่ากัน อยากทราบว่า จำนวนครั้งที่ ฟิลิป ได้เข้าใช้สถานที่บริการออกกำลังกายและจำนวนเงินที่จ่ายในแต่ละแผนมีเท่าไร
- ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 43 และสามเท่าของจำนวนที่สองมากกว่าสองเท่าของจำนวนที่หนึ่งอยู่ 23 จงหาสองจำนวนนั้น

เฉลยตัวอย่างใบงานสำหรับแผนที่ 2

แก้ระบบสมการด้วยวิธีใช้กราฟ

$$1. \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

วิธีทำ

สำหรับ $2x - y = 3$ ได้ $y = 2x - 3$

กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 2x - 3$ ดังนี้

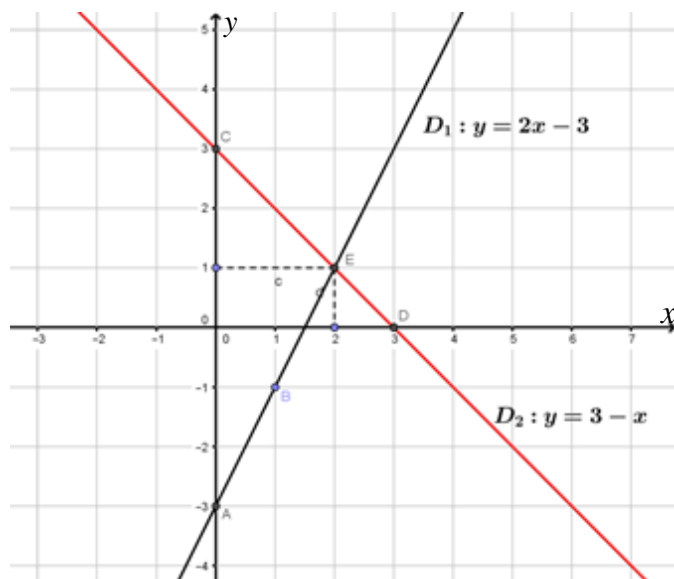
x	0	1
y	-3	-1

สำหรับ $x + y = 3$ ได้ $y = 3 - x$

กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = 3 - x$ ดังนี้

x	0	3
y	3	0

เขียนกราฟของ D_1 และ D_2 จากนั้นหาจุดตัด ดังนี้



จุดตัดของ D_1 และ D_2 คือ $(2, 1)$

ตรวจสอบดูว่า $x = 2$, $y = 1$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = 2$, $y = 1$ ในระบบสมการ ดังนี้

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 1 = 3 \\ 2 + 1 = 3 \end{cases} \quad \checkmark \text{ ดังนั้น } (2, 1) \text{ คือคำตอบของระบบสมการ}$$

$$2. \begin{cases} 3x - y = -3 \\ 2x + y = -2 \end{cases}$$

วิธีทำ

สำหรับ $3x - y = -3$ ได้ $y = 3x + 3$

กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 3x + 3$ ดังนี้

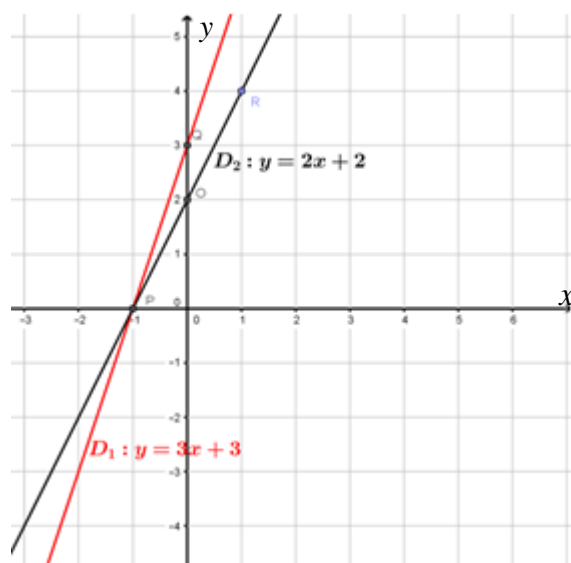
x	0	-1
y	3	0

สำหรับ $2x + y = -2$ ได้ $y = -2x - 2$

กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = -2x - 2$ ดังนี้

x	0	1
y	-2	-4

เขียนกราฟของ D_1 และ D_2 จากนั้นหาจุดตัด ดังนี้



จุดตัดของ D_1 และ D_2 คือ $(-1, 0)$

ตรวจสอบดูว่า $x = -1$, $y = 0$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = -1$, $y = 0$ ในระบบสมการ ดังนี้

$$\begin{cases} 3(-1) - 0 = -3 & \checkmark \\ 2(-1) + 0 = -2 \end{cases}$$

ดังนั้น $(-1, 0)$ คือคำตอบของระบบสมการ

แก้ระบบสมการด้วยวิธีเปรียบเทียบ

$$1. \begin{cases} x - 2y = -2 & (1) \\ 2x - y = 2 & (2) \end{cases}$$

วิธีทำ :

$$\text{จาก } \begin{cases} x - 2y = -2 & (1) \\ 2x - y = 2 & (2) \end{cases} \text{ ไปได้ } \begin{cases} x = 2y - 2 & (3) \\ x = \frac{y+2}{2} & (4) \end{cases}$$

ให้ $(3) = (4)$ ได้

$$2y - 2 = \frac{y+2}{2}$$

$$2(2y - 2) = 2 \times \frac{y+2}{2}$$

$$4y - 4 = y + 2$$

$$4y - y - 4 + 4 = y - y + 2 + 4$$

$$3y = 6$$

$$\frac{1}{3} \times 3y = \frac{1}{3} \times 6$$

$$y = 2$$

แทนค่าของ $y = 2$ ใน (3) ได้

$$x = (2 \times 2) - 2 = 2$$

ตรวจสอบดูว่า $x = 2, y = 2$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = 2, y = 2$ ในระบบสมการ ดังนี้

$$\begin{cases} 2 - (2 \times 2) = -2 & \checkmark \\ (2 \times 2) - 2 = 2 \end{cases}$$

ดังนั้น $(2, 2)$ คือคำตอบของระบบสมการ

$$2. \begin{cases} y = 3x - 1 & (1) \\ y = -x + 3 & (2) \end{cases}$$

วิธีทำ:

ให้ (1) = (2) ได้

$$3x - 1 = -x + 3$$

$$3x + x - 1 + 1 = -x + x + 3 + 1$$

$$4x = 4$$

$$\frac{1}{4} \times 4x = \frac{1}{4} \times 4$$

$$x = 1$$

แทนค่าของ $x = 1$ ใน (2) ได้

$$y = -1 + 3 = 2$$

ตรวจสอบดูว่า $x = 1, y = 2$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = 1, y = 2$ ในระบบสมการ ดังนี้

$$\begin{cases} 2 = (3 \times 1) - 1 & \checkmark \\ y = -1 + 3 \end{cases} \quad \text{ดังนั้น } (1, 2) \text{ คือคำตอบของระบบสมการ}$$

โจทย์ปัญหา

1. ฟิลิป ต้องการที่จะออกกำลังกายที่สถานที่ออกกำลังกายแห่งหนึ่ง ฟิลิปต้องเลือกแผนในการเข้าเป็นสมาชิกของสถานที่ออกกำลังกาย แผนแรก ฟิลิป สามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 80 และ \$ 1 ต่อครั้ง แผนที่สองสามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 40 และ \$ 5 ต่อครั้ง ฟิลิป เลือกทั้งสองแผน เมื่อใช้บริการไปได้ระยะหนึ่งปรากฏว่าจำนวนครั้งที่เข้าใช้บริการทั้งสองแผนเท่ากันในวงเงินเท่ากัน อยากทราบว่าจำนวนครั้งที่ ฟิลิปได้เข้าใช้สถานที่บริการออกกำลังกายและจำนวนเงินที่จ่ายในแต่ละแผนมีเท่าไร

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ให้มา : แผนแรก ฟิลิป สามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 80 และ \$ 1 ต่อครั้ง

แผนที่สองสามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 40 และ \$ 5 ต่อครั้ง

จำนวนครั้งที่ใช้บริการและจำนวนเงินที่จ่ายแต่ละแผนเท่ากัน

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา : ฟิลิปเข้าใช้บริการแต่ละแผนกี่ครั้ง และจ่ายเงินในแต่ละแผนเท่าไร

2) วางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นจำนวนครั้งที่เข้าใช้บริการแต่ละแผน

ให้ y เป็นจำนวนเงินที่จ่ายแต่ละแผน

สร้างสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
จำนวนเงินแผนที่ 1 คือ ค่าสมาชิก \$ 80 และ \$ 1 ต่อครั้ง	$y = x + 80$ (1)
จำนวนเงินแผนที่ 2 คือ ค่าสมาชิก \$ 40 และ \$ 5 ต่อครั้ง	$y = 5x + 40$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} y = x + 80 & (1) \\ y = 5x + 40 & (2) \end{cases}$$

3) คำเนิการแก้ปัญหา

$$\text{แก้ระบบสมการ } \begin{cases} y = x + 80 & (1) \\ y = 5x + 40 & (2) \end{cases}$$

ด้วยวิธีใช้กราฟ

สำหรับ $y = x + 80$

กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = x + 80$ ดังนี้

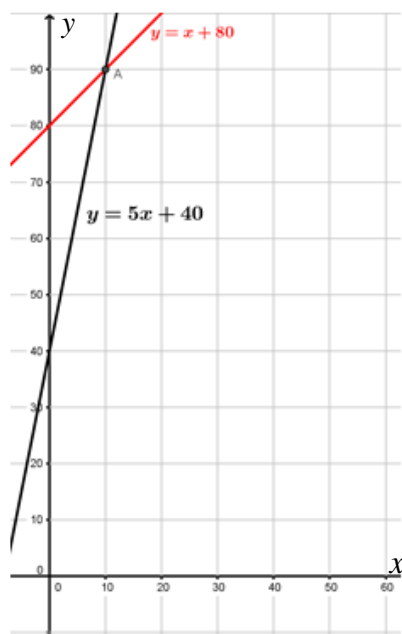
x	0	10
y	80	90

สำหรับ $y = 5x + 40$

กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = 5x + 40$ ดังนี้

x	0	10
y	40	90

เขียนกราฟของ D_1 และ D_2



พบว่า D_1 ตัด D_2 ที่จุด $A(10, 90)$

ค่าที่ได้หมายถึง ฟิลิป เข้าใช้บริการในสถานที่ออกกำลังกาย แต่ละแผน 10 ครั้ง และจ่ายเงินในแต่ละแผน \$90

4) ตรวจสอบผล

ตรวจสอบ ด้วยการแทนค่า $x = 10$, $y = 90$ ตามเงื่อนไขของโจทย์ปัญหาที่กำหนด ดังนี้
สำหรับแผน ที่ 1

เมื่อจำนวนครั้งที่ฟิลิป เข้าใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายได้ 10 ครั้ง

ต้องจ่ายเงิน $10 + 80 = 90$

สำหรับแผน ที่ 2

เมื่อจำนวนครั้งที่ฟิลิป เข้าใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายได้ 10 ครั้ง

ต้องจ่ายเงิน $(5 \times 10) + 40 = 90$

เพราะฉะนั้น ฟิลิป เข้าใช้บริการในสถานที่ออกกำลังกาย แต่ละแผน 10 ครั้ง และจ่ายเงินใน
แต่ละแผน \$90

2. ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 43 และสามเท่าของจำนวนที่สองมากกว่าสองเท่าของจำนวนที่หนึ่งอยู่ 23 จงหาสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- สิ่ง โจทย์ให้มา คือ ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 43 และสามเท่าของจำนวนที่สองมากกว่าสองเท่าของจำนวนที่หนึ่งอยู่ 23

- สิ่ง โจทย์ให้หา คือ หาสองจำนวนนั้น (จำนวนที่หนึ่งและจำนวนที่สอง)

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นจำนวนที่หนึ่ง และ y เป็นจำนวนที่สอง

สร้างระบบสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
ครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 43	$\frac{1}{2}(x + y) = 43$ (1)
สามเท่าของจำนวนที่สองมากกว่าสองเท่าของจำนวนที่หนึ่งอยู่ 23	$3y = 2x + 23$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x + y) = 43 & (1) \\ 3y = 2x + 23 & (2) \end{cases}$$

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ระบบสมการ (สามารถแก้ได้หลายวิธี)

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x + y) = 43 & (1) \\ 3y = 2x + 23 & (2) \end{cases} \quad \text{หรือ} \quad \begin{cases} y = 86 - x & (3) \\ y = \frac{2x + 23}{3} & (4) \end{cases}$$

ให้ (3) = (4) ได้

$$\begin{aligned}
 86 - x &= 3 \frac{2x + 23}{3} \\
 3(86 - x) &= 3 \left(\frac{2x + 23}{3} \right) \\
 258 - 3x &= 2x + 23 \\
 258 - 3x - 258 - 2x &= 2x + 23 - 258 - 2x \\
 -5x &= -235 \\
 \left(-\frac{1}{5} \right) (-5x) &= \left(-\frac{1}{5} \right) (-235) \\
 x &= 47
 \end{aligned}$$

แทนค่าของ $x = 47$ ใน (3) ได้

$$\begin{aligned}
 y &= 86 - 47 \\
 &= 39
 \end{aligned}$$

ค่าที่ได้หมายถึง จำนวนที่หนึ่งเท่ากับ 47 และจำนวนที่สองเท่ากับ 39

4) ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบด้วยการแทนค่าของ $x = 47$ และ $y = 39$ ตามเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด
เช่น

$$\text{ครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนสองจำนวน } \frac{1}{2}(47 + 39) = \frac{1}{2}(86) = 43 \checkmark$$

$$\text{สามเท่าของจำนวนที่สอง } 3 \times 39 = 117$$

$$\text{สองเท่าของจำนวนที่หนึ่ง } 2 \times 47 = 94$$

$$\text{ได้ } 117 = 94 + 23$$

หมายความว่า สามเท่าของจำนวนที่สองมากกว่าสองเท่าของจำนวนที่หนึ่งอยู่ 23

เพราะฉะนั้น จำนวนที่หนึ่งเท่ากับ 47 และจำนวนที่สองเท่ากับ 39

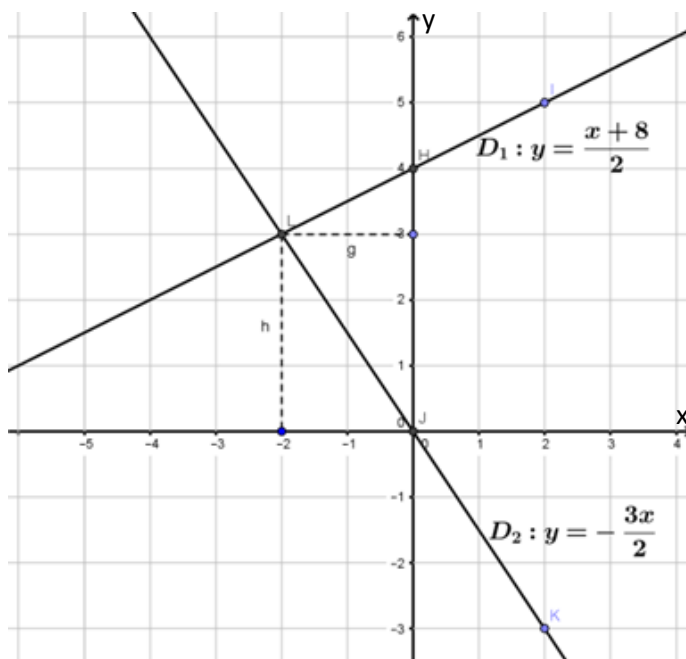
แบบทดสอบสำหรับแผนี่ 2 (20 นาที)

ชื่อ-สกุล

ภาคที่ 1 จงวงกลมล้อมรอบคำตอบที่ถูกต้อง

1. กำหนดให้ระบบสมการ
$$\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

และกราฟ ดังนี้



ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

- ก. $(3, -2)$
- ข. $(0, 4)$
- ค. $(0, 0)$
- ง. $(-2, 3)$

2. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการ

$$\begin{cases} y = x - 3 & (1) \\ y = 2x - 5 & (2) \end{cases}$$

- ก. $(2, -1)$
- ข. $(1, 2)$
- ค. $(2, 1)$
- ง. $(-2, 1)$

ภาคที่ 2 จงแก้ปัญหาต่อไปนี้โดยการแสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่กำหนดให้

สุขสมพร สะสมเหรียญชนิด 5 บาท และ 2 บาท รวมกันได้ทั้งหมด 250 เหรียญ คิดเป็นเงินรวมกัน 1,220 บาท อยากทราบว่า สุขสมพร มีเหรียญแต่ละชนิดกี่เหรียญ

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

4) ขั้นตรวจสอบผล

$$250 - x = \frac{1220 - 5x}{2}$$

$$2(250 - x) = 2\left(\frac{1220 - 5x}{2}\right)$$

$$500 - 2x = 1220 - 5x$$

$$500 - 2x - 500 + 5x = 1220 - 5x + 5x - 500$$

$$3x = 720$$

$$\frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times 720$$

$$x = 240$$

แทนค่าของ $x = 240$ ใน (3)

$$y = 250 - 240$$

$$= 10$$

ค่าที่ได้หมายถึง เหรียญ 5 บาท มี 240 เหรียญและเหรียญ 2 บาท มี 10 เหรียญ

4) ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบด้วยการแทนค่าของ $x = 240$ และ $y = 10$ ที่ได้ ในตามเงื่อนไขของโจทย์ ดังนี้

จากคำตอบ สุขสมพรมีเหรียญ 5 บาทจำนวน 240 เหรียญ

สุขสมพรมีเหรียญ 2 บาทจำนวน 10 เหรียญ

รวมสุขสมพรมีเหรียญ 5 บาทและเหรียญ 2 บาท จำนวน $240 + 10 = 250$ เหรียญ

สุขสมพรมีเหรียญ 5 บาท จำนวน 240 เหรียญ คิดเป็นเงิน $5 \times 240 = 1200$ บาท

สุขสมพรมีเหรียญ 2 บาท จำนวน 10 เหรียญ คิดเป็นเงิน $2 \times 10 = 20$ บาท

รวมสุขสมพรมีเงิน เท่ากับ $1200 + 20 = 1220$ บาท

เป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

เพราะฉะนั้น สุขสมพรมีเหรียญ 5 บาท จำนวน 240 เหรียญและมีเหรียญ 2 บาท

จำนวน 10 เหรียญ

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

ลำดับ ที่	ชื่อ- สกุล	ความร่วมมือ				การแสดง ความคิดเห็น				การรับฟัง ความคิดเห็น				การตั้งใจ ทำงาน				การร่วม ปรับปรุง ผลงานกลุ่ม				รวม 20 คะแนน	
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1		

เกณฑ์การให้คะแนน

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

ดีมาก = 4

...../...../.....

ดี = 3

พอใช้ = 2

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน ระดับคุณภาพ

17 – 20 ดีมาก

13 – 16 ดี

9 – 12 พอใช้

5 – 8 ปรับปรุง

การแบ่งกลุ่มนักเรียนของกลุ่มทดลอง

คะแนนเฉลี่ย 3 เดือน					จัดลำดับนักเรียนแล้วแบ่งกลุ่ม						ผลการแบ่งกลุ่ม	
No.	Sep	Oct	Nov	เฉลี่ย	No.	Sep	Oct	Nov	จัดลำดับ	กลุ่ม	กลุ่ม	No.
1.	2	5	6	4.33	25.	7	8	7	7.33	A	A	25.
2.	5	7	5	5.67	33.	7	8	7	7.33	B		2.
3.	7	8	5	6.67	12.	6	8	7	7.00	C		6.
4.	2	6	5	4.33	13.	7	8	6	7.00	D		26.
5.	2	6	5	4.33	19.	6	7	8	7.00	E	B	33.
6.	3	7	7	5.67	24.	6	7	8	7.00	F		30.
7.	5	6	5	5.33	31.	7	8	6	7.00	G		8.
8.	5	6	6	5.67	3.	7	8	5	6.67	H		23.
9.	3	5	5	4.33	15.	7	7	6	6.67	I	C	12.
10.	5	6	7	6.00	22.	6	7	7	6.67	I		18.
11.	3	5	4	4.00	36.	6	8	6	6.67	H		7.
12.	6	8	7	7.00	20.	6	7	6	6.33	G		17.
13.	7	8	6	7.00	29.	5	8	6	6.33	F	D	13.
14.	5	7	6	6.00	10.	5	6	7	6.00	E		14.
15.	7	7	6	6.67	14.	5	7	6	6.00	D		21.
16.	3	5	4	4.00	18.	5	7	6	6.00	C		35.
17.	3	5	2	3.33	30.	5	6	7	6.00	B	E	19.
18.	5	7	6	6.00	2.	5	7	5	5.67	A		10.
19.	6	7	8	7.00	6.	3	7	7	5.67	A		28.
20.	6	7	6	6.33	8.	5	6	6	5.67	B		16.
21.	4	6	6	5.33	7.	5	6	5	5.33	C	F	24.
22.	6	7	7	6.67	21.	4	6	6	5.33	D		29.
23.	0	3	7	3.33	28.	5	6	5	5.33	E		32.
24.	6	7	8	7.00	32.	4	7	5	5.33	F		11.

การแบ่งกลุ่มนักเรียนของกลุ่มทดลอง (ต่อ)

คะแนนเฉลี่ย 3 เดือน					จัดลำดับนักเรียนแล้วแบ่งกลุ่ม						ผลการแบ่งกลุ่ม	
No.	Sep	Oct	Nov	เฉลี่ย	No.	Sep	Oct	Nov	จัดลำดับ	กลุ่ม	กลุ่ม	No.
25.	7	8	7	7.33	27.	3	6	6	5.00	G	G	31.
26.	2	0	4	2.00	34.	2	6	6	4.67	H		20.
27.	3	6	6	5.00	1.	2	5	6	4.33	I		27.
28.	5	6	5	5.33	4.	2	6	5	4.33	I		9.
29.	5	8	6	6.33	5.	2	6	5	4.33	H	H	3.
30.	5	6	7	6.00	9.	3	5	5	4.33	G		36.
31.	7	8	6	7.00	11.	3	5	4	4.00	F		34.
32.	4	7	5	5.33	16.	3	5	4	4.00	E		5.
33.	7	8	7	7.33	35.	2	5	5	4.00	D	I	15.
34.	2	6	6	4.67	17.	3	5	2	3.33	C		22.
35.	2	5	5	4.00	23.	0	3	7	3.33	B		1.
36.	6	8	6	6.67	26.	2	0	4	2.00	A		4.

แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

วิชา : วิชาคณิตศาสตร์

ชั้นเรียน : มัธยมศึกษาปีที่ 3

บทที่ : 15 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ

วันที่.....

เวลา 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ระบุวิธีการแก้ระบบสมการที่กำหนดมาให้ได้ว่าเป็นวิธีใช้กราฟ จัดลำดับวิธีใช้กราฟ
ได้ถูกต้อง

- ตรวจสอบกระบวนการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ
ได้ถูกต้อง

- หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง
- เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ที่กำหนด เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์/แก้ปัญหาคำตอบได้ถูกต้อง

- กำหนดระบบสมการหรือหาคำตอบของระบบสมการจากกราฟของระบบสมการ
ได้ถูกต้อง

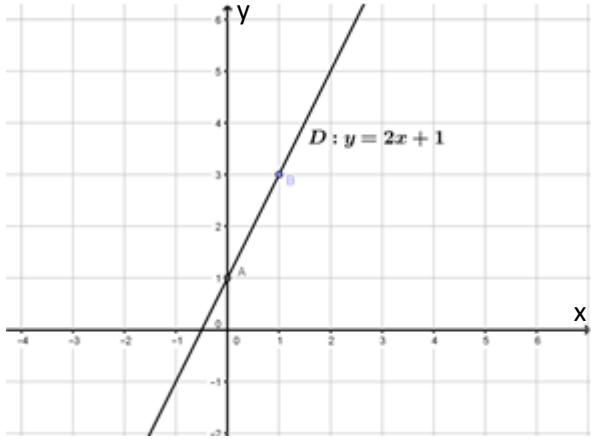
สาระการเรียนรู้

- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ

1. ขั้นการนำเข้าสู่บทเรียน

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมผล
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน			
<p>1. ให้นักเรียนเล่นเกม “ทำนายอายุ” โดยครูเป็นอ่านคำสั่งนักเรียนปฏิบัติตาม</p> <p>1) ให้นักเรียนเลือกจำนวนหนึ่งตั้งแต่ 1-100 แล้วคูณด้วย 2</p> <p>2) นำผลคูณ บวกกับ 5</p> <p>3) นำผลบวก คูณกับ 50</p> <p>4) นำผลคูณ บวกกับ 1765 (ถ้าวันที่ถูกถามเลขวันเกิดมาแล้ว), 1764 (ถ้าวันที่ถูกถามยังไม่ถึงวันเกิด)</p> <p>5) นำผลลบ ลบด้วยปีเกิดของตน</p> <p>6) ตัวเลขในหลักสิบและหน่วย คืออายุของตน ส่วนตัวเลขในหลักร้อยและ/หรือหลักพัน คือตัวเลขที่นักเรียนเลือกตอนแรก</p> <ul style="list-style-type: none"> • ให้นักเรียนบอกอายุ และจำนวนที่ตนเลือกตอนแรก • สรุปรูปเกม พร้อมทบทวนการแก้สมการในบทเรียนที่ผ่านมา <p>2. ทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับระบบสมการที่เรียนมาโดยการถามตอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> - แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีกำจัดตัวแปร - แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีแทนค่า 	<p>- นักเรียนรับทราบคะแนนมาตรฐานของตน</p> <p>- นักเรียนเล่นคำนวณ</p> $(\dots\dots \times 2 + 5) \times 50 + 1765 - \text{year of birth} = \dots\dots$ <p>หรือ</p> $(\dots\dots \times 2 + 5) \times 50 + 1764 - \text{year of birth} = \dots\dots$ <p>- นักเรียนบอกอายุ และจำนวนที่ตนเลือกตอนแรกนักเรียนสนทนา</p> <p>- นักเรียนติดตาม ถาม หรือให้ครูอธิบายเพิ่มเติมถ้าไม่เข้าใจ</p> <p>- นักเรียนทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการที่เรียนมา</p> <p>- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีกำจัดตัวแปร</p> <p>- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีแทนค่า</p>	10 mins	Computer, projector	<ul style="list-style-type: none"> • ความใส่ใจ และช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียน • คำตอบและถามจากนักเรียน

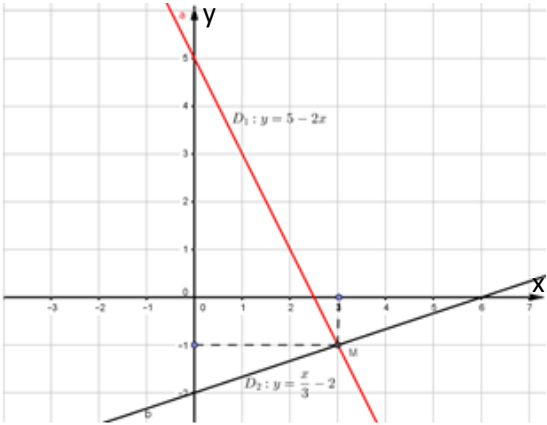
1. ขั้นการนำเข้าสู่บทเรียน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมินผล						
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน									
<p>- ทบทวนความรู้เกี่ยวกับ Afine Function หรือฟังก์ชันเส้นตรงที่ไม่ผ่าน $(0,0)$ โดยให้นักเรียนเขียนกราฟของ $y = 2x + 1$ บนพิกัดฉาก</p> <p>- ติดตาม และให้คำแนะนำ</p> <p>- สรุปการเขียนกราฟของ $y = 2x + 1$</p> <p>3. เสนอโดยย่อเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ</p>	<p>- ทบทวนความรู้เกี่ยวกับ Afine Function หรือฟังก์ชันเส้นตรงที่ไม่ผ่าน $(0,0)$ โดยการเขียนกราฟของ $y = 2x + 1$ บนพิกัดฉาก ดังนี้</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D: y = 2x + 1$ ดังนี้</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> </table> <p>วางจุดบนระบบพิกัดฉาก และเขียนกราฟ</p> 	x	0	1	y	1	3			
x	0	1								
y	1	3								

2. ขั้นตอนการสอน

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมินผล
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน			
<p>กิจกรรมที่ 1</p> <ul style="list-style-type: none"> ครูเสนอกิจกรรมข้อที่ 1 (แบบเรียนหน้า 113) ต่อนักเรียน ครูถาม : ข้อมูลในโจทย์มีอะไรบ้าง โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไร สนทนากับนักเรียน ใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสามารถเกิดแนวคิด หรือเห็นหนทางในการแก้ปัญหาได้ เราจะเขียนกราฟของ D_1 และ D_2 ได้อย่างไร ครูติดตาม อธิบายเพิ่มเติมให้แก่แก่นักเรียนผู้ที่ไม่เข้าใจ 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนศึกษากิจกรรมข้อที่ 1 (แบบเรียนหน้า 113) นักเรียนตอบระบบสมการ $\begin{cases} 2x + y = 5 & (1) \\ x - 3y = 6 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 - 2x & (1) \\ y = \frac{x - 6}{3} & (2) \end{cases}$ <p>กำหนดให้</p> $D_1: y = 5 - 2x \quad D_2: y = \frac{x}{3} - 2$ <p>โจทย์ต้องการให้หา</p> <p>ก) เขียนกราฟของ D_1 และ D_2 บนพิกัดฉาก (Ox, Oy), M คือจุดตัดของ D_1 และ D_2</p> <p>ข) กำหนดพิกัดของ M (.....,.....) จากนั้นแทนค่าของจุด M ในระบบสมการ แล้วเห็นอะไร</p> <ul style="list-style-type: none"> เราต้องกำหนดจุดบนเส้นตรงแต่ละเส้นให้ได้อย่างน้อย 2 จุด ในระบบพิกัดฉาก จากขีดเส้นตรงผ่านสองจุดจะได้กราฟที่ต้องการ 	15 mins	Computer, projector, แบบเรียน - คู่มือครู คณิตศาสตร์ ม.3	<ul style="list-style-type: none"> ความใส่ใจและช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียน คำตอบและถามจากนักเรียน

2. ขั้นตอนการสอน (ต่อ)

กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน	เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมินผล
<p>กิจกรรมที่ 1 (ต่อ)</p> <ul style="list-style-type: none"> ครูให้นักเรียนเขียนกราฟของ D_1 และ D_2 พร้อมบอกพิกัดของจุด M ให้นักเรียนผลัดเปลี่ยนกันตรวจงาน สนทนา เปรียบเทียบ ให้นักเรียนนำค่าของพิกัด $M(3, -1)$ แทนระบบสมการ แล้วให้ข้อสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรม และวิธีการใหม่ในการแก้ระบบสมการ 	<p>นักเรียนสนทนากันและช่วยกันเขียนกราฟ ดังนี้</p>  <p>ค่าของพิกัด $M(3, -1)$</p> <ul style="list-style-type: none"> นักเรียนผลัดเปลี่ยนกันตรวจงาน สนทนา เปรียบเทียบ นักเรียนแทนค่าของพิกัด $M(3, -1)$ ในระบบสมการ ดังนี้ $\begin{cases} 2 \times 3 + (-1) = 5 & \checkmark \\ 3 - 3(-1) = 6 \end{cases}$ <p>สรุปว่า $(3, -1)$ เป็นคำตอบของระบบสมการ</p>			

2. ขั้นตอนการสอน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมผล
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน			
<p>กิจกรรมที่ 2</p> <ul style="list-style-type: none"> ครูเสนอสาระสำคัญของบทเรียนตามเนื้อหาในแบบเรียนหน้า 113-117 พร้อมยกตัวอย่างประกอบ ดังนี้ <p><u>วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ</u></p> <p>การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ มีขั้นตอนที่สำคัญดังนี้</p> <p>ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน</p> <p>ขั้นตอนที่ 2 หาจุดตัดของกราฟทั้งสอง</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบผล</p> <p>ตัวอย่าง 1. แก้ระบบสมการ</p> $\begin{cases} 2x + y = 4 & (1) \\ x - 3y = -5 & (2) \end{cases}$ <p>วิธีทำ</p> <p>ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน</p> <p>สำหรับ $2x + y = 4$ ได้ $y = 4 - 2x$</p>	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนติดตาม และบันทึกสาระสำคัญ 	15 mins	Computer, projector แบบเรียน - คู่มือครู คณิตศาสตร์ ม.3	<ul style="list-style-type: none"> ความใส่ใจและช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียน คำตอบและถามจากนักเรียน

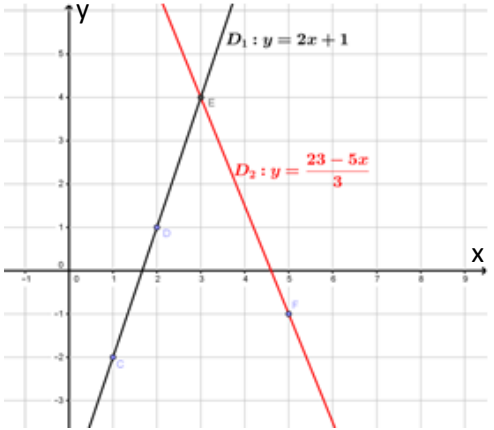
2. ขั้นตอนการสอน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมินผล												
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน															
<p>กิจกรรมที่ 2 (ต่อ)</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 4 - 2x$ ดังนี้</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>สำหรับ $x - 3y = -5$ ได้ $y = \frac{x+5}{3}$</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = \frac{x+5}{3}$ ดังนี้</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-5</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>เขียนกราฟของ D_1 และ D_2</p>	x	0	1	y	4	2	x	-5	-2	y	0	1				
x	0	1														
y	4	2														
x	-5	-2														
y	0	1														

2. ขั้นตอนการสอน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมินผล						
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน									
<p><u>กิจกรรมที่ 2 (ต่อ)</u></p> <p>ขั้นตอนที่ 2 พบว่า D_1 ตัด D_2 ที่จุด $E(1,2)$</p> <p>ขั้นตอนที่ 3</p> <p>ตรวจสอบดูว่า $x=1, y=2$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x=1, y=2$ ในระบบสมการ ดังนี้</p> $\begin{cases} 2 \times 1 + 2 = 4 \\ 1 - 3 \times 2 = -5 \end{cases} \checkmark$ <p>ดังนั้น $(1,2)$ คือคำตอบของระบบ</p> <p>ตัวอย่าง 2. แก้ระบบสมการ $\begin{cases} 3x - y = 5 & (1) \\ 5x + 2y = 23 & (2) \end{cases}$</p> <p>วิธีทำ</p> <p>ขั้นตอนที่ 1</p> <p>สำหรับ $3x - y = 5$ ได้ $y = 3x - 5$</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 3x - 5$ ดังนี้</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		x	1	2	y	-2	1			
x	1	2								
y	-2	1								

2. ขั้นตอนการสอน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมินผล						
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน									
<p><u>กิจกรรมที่ 2 (ต่อ)</u></p> <p>สำหรับ $5x + 2y = 23$ ได้ $y = \frac{23 - 5x}{2}$</p> <p>กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = \frac{23 - 5x}{2}$ ดังนี้</p> <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>x</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>4</td> <td>-1</td> </tr> </table> <p>เขียนกราฟของ D_1 และ D_2</p>  <p>ขั้นตอนที่ 2 พบว่า D_1 ตัด D_2 ที่จุด $E(3, 4)$</p>	x	3	5	y	4	-1				
x	3	5								
y	4	-1								

2. ขั้นตอนการสอน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมผล
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน			
<p><u>กิจกรรมที่ 2 (ต่อ)</u> ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบค่า $x = 3, y = 4$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = 3, y = 4$ ในระบบสมการ ดังนี้</p> $\begin{cases} 3 \times 3 - 4 = 5 \\ 5 \times 3 + 2 \times 4 = 23 \end{cases} \quad \checkmark$ <p>ดังนั้น $(3, 4)$ คือคำตอบของระบบ</p>				
<p><u>กิจกรรมที่ 3</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ <p>สุพล เป็นครูพลศึกษา จับคู่นักเรียนวิ่งแข่งกัน สุวิด วิ่งได้ 4 เมตรต่อวินาที และศรีพร วิ่งได้ 5 เมตรต่อวินาที ครูสุพลตัดสินใจให้สุวิด วิ่งได้ 10 เมตร จึงให้ศรีพรออกวิ่ง เนื่องจากสุวิดวิ่งช้ากว่า อยากทราบว่า ศรีพรจะใช้เวลาเท่าไรจึงทันสุวิด และขณะนั้นเขาไปได้ไกลเท่าไร</p> <ul style="list-style-type: none"> ครูช่วยคำแนะนำถ้านักเรียนมีปัญหา ครูเฉลยการแก้โจทย์ปัญหาพร้อมสรุปกิจกรรม 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนถามเพื่อน หรือครูเมื่อมีปัญหา เปรียบเทียบคำตอบกับสิ่งที่ตนทำ <p>(รายละเอียดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาได้เสนอไว้ต่อท้ายของแผน)</p>	15 mins	Computer, projector	<ul style="list-style-type: none"> ความใส่ใจและช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียน คำตอบและถามจากนักเรียน ผลการปฏิบัติกิจกรรม

2. ขั้นตอนการสอน (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมผล
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน			
<p>กิจกรรมที่ 4</p> <ul style="list-style-type: none"> จัดนักเรียนเข้ากลุ่มตามความเหมาะสม ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกเก็บที่ฝึกหัดในแบบเรียน หน้า 118 ข้อที่ 1 กลุ่มละ 1 ข้อ และแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้อีกอีก 1 ข้อ สองพี่น้องได้ตัดสินใจเช่าหนังสือ (Korean Series) มาดู พี่สาวดูไปแล้ว 6 ตอน และจะสืบทอดดูต่อไปวันละ 1 ตอน ส่วนน้องสาว ยังไม่ได้ดู แต่กำลังจะเริ่มดู โดยดูวันละ 4 ตอน สองพี่น้องวางแผนจะดูหนังตอนจบวันเดียวกัน อยากทราบว่าเขาจะใช้เวลากี่วันจากนี้ดูทั้งหมดก็ตอน ครูติดตาม ช่วยแนะนำ ให้การช่วยเหลือ ให้นักเรียนนำผลงานของกลุ่มไปติดที่ฝาห้องเรียน สรุปการแก้ที่ฝึกหัดของนักเรียน 	<ul style="list-style-type: none"> นักเรียนเข้ากลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกเก็บที่ฝึกหัดในแบบเรียน หน้า 118 และแก้โจทย์ปัญหาพร้อมแสดงวิธีทำใส่กระดาษแผ่นใหญ่ นักเรียนนำผลงานของกลุ่มไปติดที่ฝาห้องเรียน (รายละเอียดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาได้เสนอไว้ต่อท้ายของแผน) 	20 mins	แบบเรียน คู่มือครู คณิตศาสตร์ ม.3 กระดาษแผ่นใหญ่ และ Markers	<ul style="list-style-type: none"> ความใส่ใจและช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียน คำตอบและถามจากนักเรียน ผลการปฏิบัติกิจกรรม

3. ขั้นสรุป

กิจกรรมการเรียนรู้		เวลา	สื่อการเรียนรู้	ประเมผล
กิจกรรมครู	กิจกรรมนักเรียน			
<p>1) สรุปเนื้อหาสำคัญเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ โดยย่อ ดังนี้</p> <p>ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน</p> <p>ขั้นตอนที่ 2 หาจุดตัดของกราฟทั้งสอง</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบผล</p> <p>โดยใช้ Mind Mapping</p> <p>2) ให้นักเรียนทำแบบทดสอบ (quiz) โดยการแสดงวิธีทำในการแก้ระบบสมการ $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ด้วยวิธีใช้กราฟ</p> <p>3) ให้นำบทฝึกหัดในแบบเรียน หน้า 118 ทุกข้อที่ยังไม่ได้ทำในห้องเรียนเป็นการบ้าน</p> <p>4) ศึกษาอบรมเรื่องคุณธรรมจริยธรรมแก่นักเรียน</p>	<ul style="list-style-type: none"> • นักเรียนติดตาม บันทึกสำคัญเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ • นักเรียนทำแบบทดสอบ (quiz) • บันทึกการบ้าน • รับฟังการศึกษอบรมเรื่องคุณธรรมจริยธรรม ของครู 	25 mins	Computer, projector, แบบเรียน คู่มือครู คณิตศาสตร์ ม. 3	<ul style="list-style-type: none"> • ความใส่ใจ และช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียน • คำตอบและถามจากนักเรียน • ผลการทดสอบ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้น
สองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ

ขั้นตอนที่ 1

เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน



ขั้นตอนที่ 2

หาจุดตัดของกราฟทั้งสอง

จุดตัดของกราฟทั้งสอง E(3,4)

ขั้นตอนที่ 3

ตรวจสอบผล

$$\begin{cases} 3 \times 3 - 4 = 5 \\ 5 \times 3 + 2 \times 4 = 23 \end{cases} \quad \checkmark$$

บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....
.....
.....
.....
.....
.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....
.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอนและบันทึก

นายบัวดี แก้ววงสา

วันที่ เดือน.....พ.ศ.2558

เฉลยกิจกรรมนักเรียน (กิจกรรม 3)

สุพล เป็นครูพลศึกษา จับคู่ให้นักเรียนวิ่งแข่งกัน สุวิด วิ่งได้ 4 เมตร ต่อวินาที และศรีพร วิ่งได้ 5 เมตร ต่อวินาที ครูสุพลตัดสินใจให้สุวิด วิ่งได้ 10 เมตร จึงให้ศรีพรออกวิ่ง เนื่องจากสุวิดวิ่งช้ากว่า อยากทราบว่า ศรีพรจะใช้เวลาเท่าไรจึงทันสุวิด และขณะนั้นเขาไปได้ไกลเท่าไร

วิธีทำ

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ให้มา : สุวิด วิ่งได้ 4 เมตร ต่อวินาที และศรีพร วิ่งได้ 5 เมตร ต่อวินาที

สุวิด วิ่งได้ 10 เมตร จึงให้ศรีพรออกวิ่ง

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา : ศรีพรจะใช้เวลาเท่าไรจึงทันสุวิด และขณะนั้นเขาไปได้ไกลเท่าไร

2) วางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นระยะเวลาที่ศรีพรใช้ในการวิ่ง (วินาที)

ให้ y เป็นระยะทางที่วิ่งได้ตอนที่ทั้งสองพบกัน (เมตร)

สร้างสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
ระยะทางที่สุวิดวิ่งได้ (สุวิด วิ่งไปก่อนศรีพรได้ 10 เมตร ด้วยความเร็ว 4 เมตร ต่อวินาที)	$y = 4x + 10$ (1)
ระยะทางที่ ศรีพรวิ่งได้ (ศรีพรออกวิ่งด้วยความเร็ว 5 เมตร ต่อวินาที)	$y = 5x$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} y = 4x + 10 & (1) \\ y = 5x & (2) \end{cases}$$

3. คำการแก้ปัญหา

$$\text{แก้ระบบสมการ } \begin{cases} y = 4x + 10 & (1) \\ y = 5x & (2) \end{cases} \text{ ด้วยวิธีใช้กราฟ}$$

สำหรับ $y = 4x + 10$

กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 4x + 10$ ดังนี้

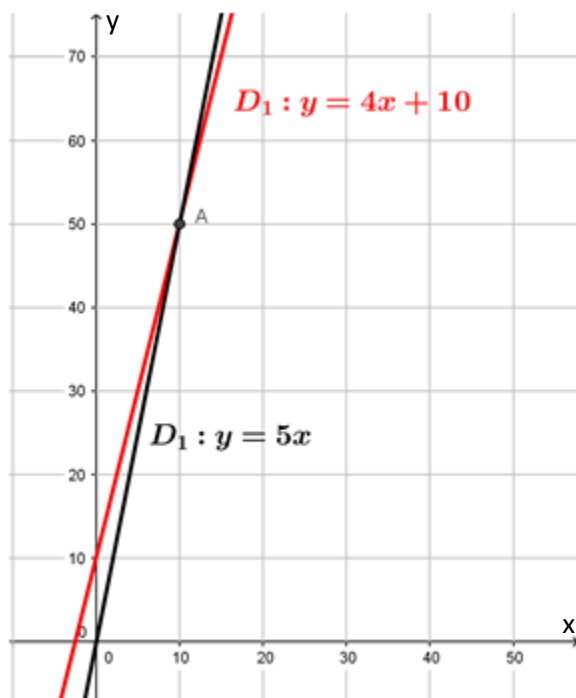
x	0	1
y	10	14

สำหรับ $y = 5x$

กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = 5x$ ดังนี้

x	0	1
y	0	5

เขียนกราฟของ D_1 และ D_2



พบว่า D_1 ตัด D_2 ที่จุด $A(10,50)$

ดังนั้น ใช้เวลา 10 วินาที และพบกันเมื่อทั้งสองไปได้ 50 เมตร

4. ตรวจสอบผล

ตรวจสอบด้วยการแทนค่าของ $x = 10$, $y = 50$ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด เช่น

ในระยะเวลา 10 วินาที ศรีพร วิ่งได้ $5 \times 10 = 50$ เมตร

ในระยะเวลา 10 วินาที สุวิด วิ่งได้ $4 \times 10 = 40$ เมตร แต่สุวิด วิ่งไปก่อน ศรีพร 10 เมตร

ดังนั้น รวมระยะทางที่ สุวิด ไปได้ คือ

$$40 + 10 = 50$$

เพราะฉะนั้น ศรีพรจะใช้เวลา 10 วินาที จึงทันสุวิด และขณะนั้นเขาไปได้ 50 เมตร

เฉลยกิจกรรมนักเรียน (กิจกรรม 4)

สองพี่น้องได้ตัดสินใจเช่าหนังสือ (Korean Series) มาดู พี่สาวดูไปแล้ว 6 ตอน และจะสืบทอดดูต่อไปวันละ 1 ตอน ส่วนน้องสาว ยังไม่ได้ดู แต่กำลังจะเริ่มดู โดยดูวันละ 4 ตอน สองพี่น้องวางแผนจะดูหนังสือจบวันเดียวกัน อยากทราบว่าเขาจะใช้เวลากี่วันจากนี้และดูหนังสือคนละกี่ตอน

วิธีทำ

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ให้มา : พี่สาวดูไปแล้ว 6 ตอน และจะสืบทอดดูต่อไปวันละ 1 ตอน

น้องสาว ยังไม่ได้ดู แต่กำลังจะเริ่มดู โดยดูวันละ 4 ตอน

สองพี่น้องวางแผนจะดูหนังสือจบวันเดียวกัน

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา : เขาจะใช้เวลากี่วันจากนี้และดูหนังสือคนละกี่ตอน

2) วางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นระยะเวลาที่ใช้ในการดูหนังสือโดยเริ่มจากวันที่น้องสาวดู (วัน)

ให้ y เป็นจำนวนตอนที่สองพี่น้องดู

สร้างสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
จำนวนตอนที่พี่สาวดู (ดูแล้ว 6 ตอน และจะสืบทอดดูต่อไปวันละ 1 ตอน)	$y = x + 6$ (1)
จำนวนตอนที่น้องสาวดู (ดูวันละ 4 ตอน)	$y = 4x$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} y = x + 6 & (1) \\ y = 4x & (2) \end{cases}$$

3. คำการแก้ปัญหา

แก้ระบบสมการ $\begin{cases} y = x + 6 & (1) \\ y = 4x & (2) \end{cases}$ ด้วยวิธีใช้กราฟ

สำหรับ $y = x + 6$

กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = x + 6$ ดังนี้

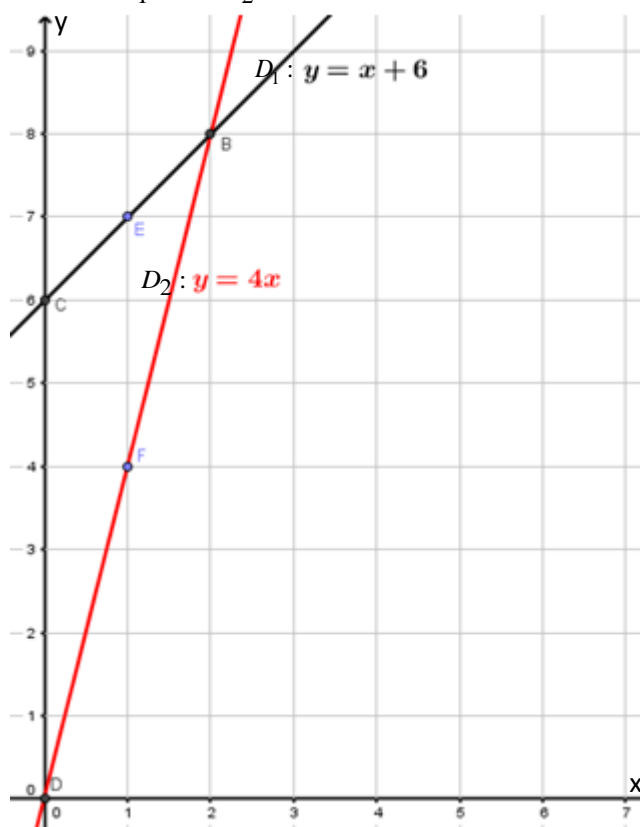
x	0	1
y	6	7

สำหรับ $y = 4x$

กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = 4x$ ดังนี้

x	0	1
y	0	4

เขียนกราฟของ D_1 และ D_2



พบว่า D_1 ตัด D_2 ที่จุด $B(2, 8)$

ค่าที่ได้หมายถึง สองพี่น้องใช้เวลาดูหนัง 2 วัน และดูหนังทั้งหมด 8 ตอน

4. ตรวจสอบผล

ตรวจสอบด้วยการแทนค่าของ $x = 2, y = 8$ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด เช่น
ภายในระยะเวลา 2 วัน เริ่มจากวันที่น้องสาวดู

$$\text{พี่สาวดูได้} \quad 2 + 6 = 8 \text{ ตอน}$$

$$\text{น้องสาวดูได้} \quad 4 \times 2 = 8 \text{ ตอน}$$

หมายความว่า ทั้งสองพี่น้องดูหนังได้ 8 ตอนเท่ากัน

เพราะฉะนั้น เขาจะใช้เวลา 2 วัน เริ่มจากวันที่น้องสาวดูและดูทั้งหมดคนละ 8 ตอน

ตัวอย่างการบ้าน 15-1

แก้ระบบสมการด้วยวิธีใช้กราฟ

$$1. \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 3x - y = -3 \\ 2x + y = -2 \end{cases}$$

โจทย์ปัญหา

1. ฟิลิป ต้องการที่จะออกกำลังกายที่สถานที่ออกกำลังกาย (gym) แห่งหนึ่ง ฟิลิปต้องเลือกแผนในการเข้าเป็นสมาชิกของสถานที่ออกกำลังกาย แผนแรก ฟิลิป สามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 80 และ \$ 1 ต่อครั้ง แผนที่สองสามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 40 และ \$ 5 ต่อครั้ง ฟิลิป เลือกทั้งสองแผน เมื่อใช้บริการไปได้ระยะหนึ่งปรากฏว่าจำนวนครั้งที่เข้าใช้บริการทั้งสองแผนเท่ากันในวงเงินเท่ากัน อยากทราบว่า จำนวนครั้งที่ ฟิลิปได้เข้าใช้สถานที่บริการออกกำลังกายและจำนวนเงินที่จ่ายในแต่ละแผนมีเท่าไร

เฉลยตัวอย่างการบ้าน 15-1

แก้ระบบสมการด้วยวิธีใช้กราฟ

$$1. \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

วิธีทำ

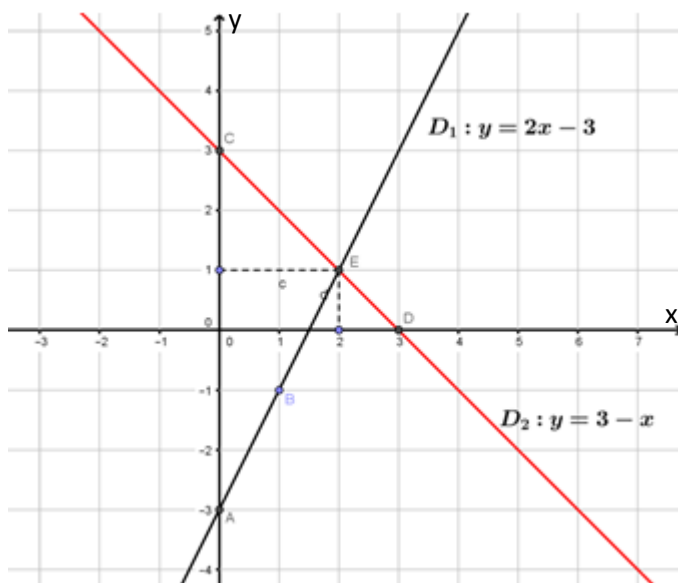
สำหรับ $2x - y = 3$ ได้ $y = 2x - 3$ กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 2x - 3$ ดังนี้

x	0	1
y	-3	-1

สำหรับ $x + y = 3$ ได้ $y = 3 - x$ กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = 3 - x$ ดังนี้

x	0	3
y	3	0

เขียนกราฟของ D_1 และ D_2 จากนั้นหาจุดตัด ดังนี้



จุดตัดของ D_1 และ D_2 คือ $(2, 1)$

ตรวจสอบดูว่า $x = 2, y = 1$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = 2, y = 1$ ใ้ระบบสมการ ดังนี้

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 1 = 3 \\ 2 + 1 = 3 \end{cases} \quad \checkmark \quad \text{ดังนั้น } (2, 1) \text{ คือคำตอบของระบบ}$$

$$2. \begin{cases} 3x - y = -3 \\ 2x + y = -2 \end{cases}$$

วิธีทำ

สำหรับ $3x - y = -3$ ได้ $y = 3x + 3$

กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = 3x + 3$ ดังนี้

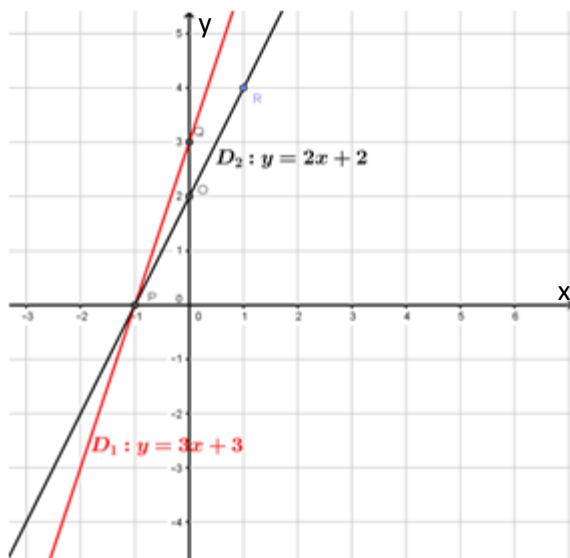
x	0	-1
y	3	0

สำหรับ $2x + y = -2$ ได้ $y = -2x - 2$

กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = -2x - 2$ ดังนี้

x	0	1
y	-2	-4

เขียนกราฟของ D_1 และ D_2 จากนั้นหาจุดตัด ดังนี้



จุดตัดของ D_1 และ D_2 คือ $(-1, 0)$

ตรวจสอบดูว่า $x = -1$, $y = 0$ เป็นคำตอบของระบบสมการด้วยการแทนค่าของ $x = -1$, $y = 0$ ในระบบสมการ ดังนี้

$$\begin{cases} 3(-1) - 0 = -3 \\ 2(-1) + 0 = -2 \end{cases} \quad \checkmark$$

ดังนั้น $(-1, 0)$ คือคำตอบของระบบ

โจทย์ปัญหา

1. ฟิลิป ต้องการที่จะออกกำลังกายที่สถานที่ออกกำลังกาย (gym) แห่งหนึ่ง ฟิลิปต้องเลือกแผนในการเข้าเป็นสมาชิกของสถานที่ออกกำลังกาย แผนแรก ฟิลิป สามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 80 และ \$ 1 ต่อครั้ง แผนที่สองสามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 40 และ \$ 5 ต่อครั้ง ฟิลิป เลือกทั้งสองแผน เมื่อใช้บริการไปได้ระยะหนึ่งปรากฏว่าจำนวนครั้งที่เข้าใช้บริการทั้งสองแผนเท่ากันในวงเงินเท่ากัน อยากทราบว่า จำนวนครั้งที่ ฟิลิป ได้เข้าใช้สถานที่บริการออกกำลังกายและจำนวนเงินที่จ่ายในแต่ละแผนมีเท่าไร

วิธีทำ

1) ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ให้มา : แผนแรก ฟิลิป สามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 80 และ \$ 1 ต่อครั้ง

แผนที่สองสามารถจ่ายค่าสมาชิก \$ 40 และ \$ 5 ต่อครั้ง

จำนวนครั้งที่ใช้บริการและจำนวนเงินที่จ่ายแต่ละแผนเท่ากัน

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา : ฟิลิปเข้าใช้บริการแต่ละแผนกี่ครั้ง และจ่ายเงินในแต่ละแผนเท่าไร

2) วางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นจำนวนครั้งที่เข้าใช้บริการแต่ละแผน

ให้ y เป็นจำนวนเงินที่จ่ายแต่ละแผน

สร้างสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
จำนวนเงินแผนที่ 1 คือ ค่าสมาชิก \$ 80 และ \$ 1 ต่อครั้ง	$y = x + 80$ (1)
จำนวนเงินแผนที่ 2 คือ ค่าสมาชิก \$ 40 และ \$ 5 ต่อครั้ง	$y = 5x + 40$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} y = x + 80 & (1) \\ y = 5x + 40 & (2) \end{cases}$$

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

$$\text{แก้ระบบสมการ } \begin{cases} y = x + 80 & (1) \\ y = 5x + 40 & (2) \end{cases}$$

ด้วยวิธีใช้กราฟ

สำหรับ $y = x + 80$

กำหนด 2 จุด บน $D_1 : y = x + 80$ ดังนี้

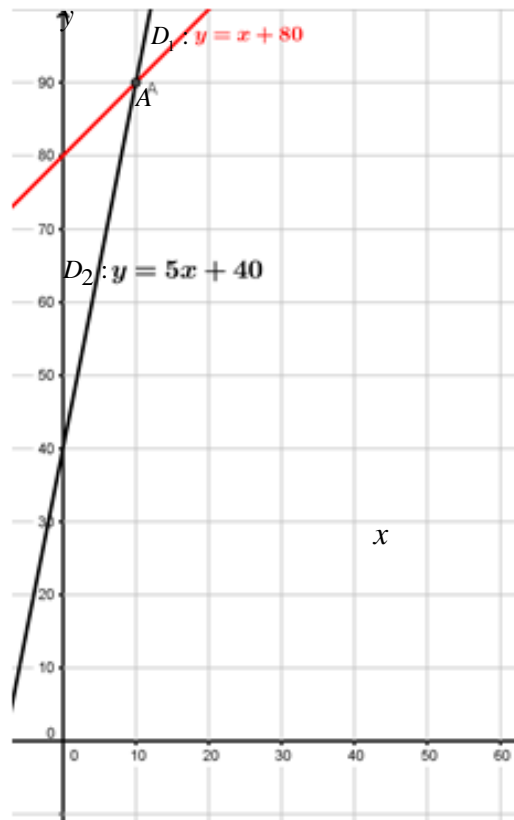
x	0	10
y	80	90

สำหรับ $y = 5x + 40$

กำหนด 2 จุด บน $D_2 : y = 5x + 40$ ดังนี้

x	0	10
y	40	90

เขียนกราฟของ D_1 และ D_2



พบว่า D_1 ตัด D_2 ที่จุด $A(10, 90)$

ค่าที่ได้หมายถึง ฟิลิป เข้าใช้บริการในสถานที่ออกกำลังกาย แต่ละแผน 10 ครั้ง และจ่ายเงินในแต่ละแผน \$90

4) ตรวจสอบผล

ตรวจสอบ ด้วยการแทนค่า $x = 10, y = 90$ ตามเงื่อนไขของโจทย์ปัญหาที่กำหนด ดังนี้
สำหรับแผน ที่ 1

เมื่อจำนวนครั้งที่ฟิลิป เข้าใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายได้ 10 ครั้ง
ต้องจ่ายเงิน $10 + 80 = 90$

สำหรับแผน ที่ 2

เมื่อจำนวนครั้งที่ฟิลิป เข้าใช้บริการสถานที่ออกกำลังกายได้ 10 ครั้ง
ต้องจ่ายเงิน $(5 \times 10) + 40 = 90$

เพราะฉะนั้น ฟิลิป เข้าใช้บริการในสถานที่ออกกำลังกาย แต่ละแผน 10 ครั้ง และจ่ายเงินในแต่ละแผน \$90

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

วันที่.....ใช้เวลา 90 นาที

ชื่อ-สกุล

คำชี้แจง : จงวงกลมล้อมรอบคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จากขั้นตอนการแก้ระบบสมการที่กำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งของวิธีใดในการแก้ปัญหา

$$\begin{cases} x - 2y = -2 & (1) \\ 2x - y = 2 & (2) \end{cases}$$

วิธีทำ

$$\text{จาก } \begin{cases} x - 2y = -2 & (1) \\ 2x - y = 2 & (2) \end{cases} \text{ ได้ } \begin{cases} x = 2y - 2 & (3) \\ x = \frac{y+2}{2} & (4) \end{cases}$$

ให้ (3) = (4) ได้

ก. วิธีแทนค่า

ข. วิธีเปรียบเทียบ

ค. วิธีจำกัดตัวแปร

ง. วิธีใช้กราฟ

2. การแก้ระบบสมการต่อไปนี้ใช้นำวิธีใด

$$\begin{cases} 3x + y = 3 & (1) \\ x - 2y = 1 & (2) \end{cases}$$

วิธีทำ คูณ 2 ตลอดสมการ (1) ได้สมการ (3) จากนั้นนำ (3) + (2) ได้

ก. วิธีแทนค่า

ข. วิธีเปรียบเทียบ

ค. วิธีจำกัดตัวแปร

ง. วิธีใช้กราฟ

3. ข้อใดแสดงลำดับขั้นตอนที่ถูกต้องในการการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีใช้กราฟ
- ก. 1. หาจุดตัดของกราฟทั้งสอง
2. เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน
3. ตรวจสอบผล
- ข. 1. ตรวจสอบผล
2. เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน
3. หาจุดตัดของกราฟทั้งสอง
- ค. 1. เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน
2. หาจุดตัดของกราฟทั้งสอง
3. ตรวจสอบผล
- ง. 1. หาจุดตัดของกราฟทั้งสอง
2. ตรวจสอบผล
3. เขียนกราฟสมการทั้งสองในระบบพิกัดฉากเดียวกัน
4. จากระบบสมการที่กำหนดให้ข้อใดเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา
- $$\begin{cases} 2x + y = -2 & (1) \\ 2x - 3y = 6 & (2) \end{cases}$$
- ก. คูณ (-1) ตลอดสมการ (1) ได้สมการ (3) จากนั้นนำ (3) $-$ (2)
- ข. คูณ (-1) ตลอดสมการ (1) ได้สมการ (3) จากนั้นนำ (3) $+$ (2)
- ค. คูณ 3 ตลอดสมการ (1) ได้สมการ (3) จากนั้นนำ (3) $+$ (1)
- ง. คูณ 3 ตลอดสมการ (1) ได้สมการ (3) จากนั้นนำ (3) $-$ (1)
5. จากระบบสมการที่กำหนดให้ข้อใดเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา
- $$\begin{cases} x - y = -5 & (1) \\ 2x + y = -1 & (2) \end{cases}$$
- ก. จาก (1) ได้ $y = 2x - 1$
- ข. ให้ (1) = (2) ได้
- ค. คูณ (-2) ตลอดสมการ (1) ได้สมการ (3) จากนั้นนำ (3) $+$ (1)
- ง. นำ (1) $+$ (2)

6. จากระบบสมการที่กำหนดให้ข้อใดเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา

$$\begin{cases} 2x - y = 3 & (1) \\ x + 3y = 9 & (2) \end{cases}$$

ก. คูณ 3 ตลอดสมการ (1) ได้สมการ (3) จากนั้นนำ (3)+(2)

ข. จาก (2) ได้ $x = 9 - 3y$

ก. เขียน y ในรูป x ได้ $\begin{cases} x = \frac{y+3}{2} & (3) \\ x = 9 - 3y & (4) \end{cases}$

ง. เขียนกราฟของ $D_1 : y = 2x + 3$

7. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} 4x + 3y = -4 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases}$$

ก. $\left(\frac{1}{2}, -2\right)$

ข. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

ค. $\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$

ง. $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$

8. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} 3x + 4y = 35 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$$

ก. (7,0)

ข. (0,15)

ค. (1,8)

ง. (5,5)

9. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} \frac{3}{5}x + \frac{2}{3}y = 14 \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}y = 14 \end{cases}$$

ก. (3,20)

ข. (20,3)

ค. (15,5)

ง. (5,15)

10. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

ก. (4,4)

ข. (6,3)

ค. (18,-3)

ง. (0,8)

11. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} -0.03x + 0.5y = 0.47 \\ 0.01x + 0.4y = 0.41 \end{cases}$$

ก. (-1,-1)

ข. (1,1)

ค. (1,-1)

ง. (-1,1)

12. ข้อใดเป็นการแสดงระบบสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

ผลบวกของสองจำนวนที่หนึ่งและจำนวนที่สองเท่ากับ -42 จำนวนที่หนึ่งลบจำนวนที่สองเท่ากับ 52 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

ก. $\begin{cases} x + y = -42 \\ x - y = 52 \end{cases}$

ข. $\begin{cases} x + y = 52 \\ x - y = -45 \end{cases}$

ค. $\begin{cases} x + y = 42 \\ x - y = 52 \end{cases}$

ง. $\begin{cases} x + y = 42 \\ x - y = -52 \end{cases}$

13. ข้อใดเป็นการแสดงระบบสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

ผลของสองจำนวนเท่ากับ 16 สามเท่าของจำนวนที่มากกว่าเท่ากับห้าเท่าของจำนวนที่น้อยกว่า จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

ก. $\begin{cases} x + y = 16 \\ 3x = 5y \end{cases}$

ข. $\begin{cases} x - y = 16 \\ 3x = 5y \end{cases}$

ค. $\begin{cases} x + y = 16 \\ 3x + 5y = 0 \end{cases}$

ง. $\begin{cases} x - y = 16 \\ 3x = 2y \end{cases}$

14. ข้อใดเป็นการแสดงระบบสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

เตี้ยล่าได้รับการปลูกต้นไม้ในสวนของเธอ ต้นไม้เมเปิ้ล (Maple) สูง 10 นิ้ว มีการเติบโต 3 นิ้วต่อเดือน ในขณะที่ต้นโอ๊ค (oak) ที่สูง 20 นิ้ว มีการเติบโต 2 นิ้วต่อเดือน ในไม่กี่เดือนต่อมาต้นไม้ทั้งคู่มิมีความสูงเท่ากัน อยากทราบว่า จะใช้เวลากี่เดือนและต้นไม้สูงเท่าไร

ก. $\begin{cases} y = 3x + 20 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$

ข. $\begin{cases} y = 3x + 10 \\ y = 2x + 20 \end{cases}$

ค. $\begin{cases} y + 3x = 20 \\ y + 2x = 10 \end{cases}$

ง. $\begin{cases} y + 3x = 10 \\ y + 2x = 20 \end{cases}$

15. ข้อใดเป็นการแสดงระบบสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

วันหนึ่งร้านค้าขายปากกาได้ 45 ด้าม ชนิดที่หนึ่งราคาด้ามละ 1,700 กีบ และอีกชนิดหนึ่งราคาด้ามละ 1,950 กีบ ได้เงินทั้งหมด 79,750 กีบ ถามว่าร้านค้าขายปากกาได้อย่างละกี่ด้าม

ก.
$$\begin{cases} x - y = 45 \\ 1700x + 1950y = 79750 \end{cases}$$

ข.
$$\begin{cases} x - y = 45 \\ 1700x - 1950y = 79750 \end{cases}$$

ค.
$$\begin{cases} x + y = 45 \\ 1700x - 1950y = 79750 \end{cases}$$

ง.
$$\begin{cases} x + y = 45 \\ 1700x + 1950y = 79750 \end{cases}$$

16. เมื่อ 10 ปีที่ผ่านมา บิดามีอายุเป็น 4 เท่าของบุตร ถ้าอีก 6 ปีข้างหน้าบิดามีอายุเป็น 2 เท่าของบุตร จงหาอายุของบิดาและอายุของบุตรปัจจุบันคือข้อใด

ก. ปัจจุบันอายุของบิดาได้ 40 ปีและอายุของบุตรได้ 16 ปี

ข. ปัจจุบันอายุของบิดาได้ 42 ปีและอายุของบุตรได้ 18 ปี

ค. ปัจจุบันอายุของบิดาได้ 44 ปีและอายุของบุตรได้ 18 ปี

ง. ปัจจุบันอายุของบิดาได้ 46 ปีและอายุของบุตรได้ 22 ปี

17. จำนวนหนึ่งมีเลขสองหลัก เลขโดดของหลักสิบมีค่ามากกว่าเลขโดดของหลักหน่วยอยู่ 6 ถ้าสลับเลขโดดกันจะได้จำนวนใหม่ที่มีค่าน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนเดิมอยู่ 13 จำนวนนั้นคือข้อใด

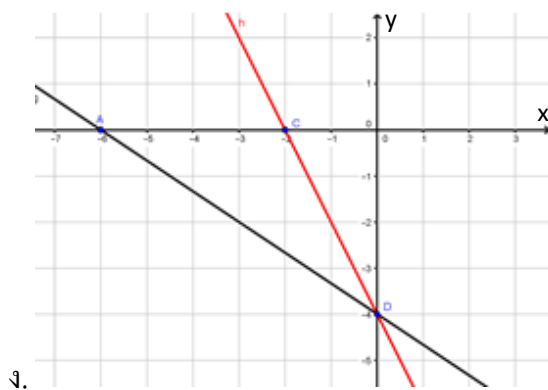
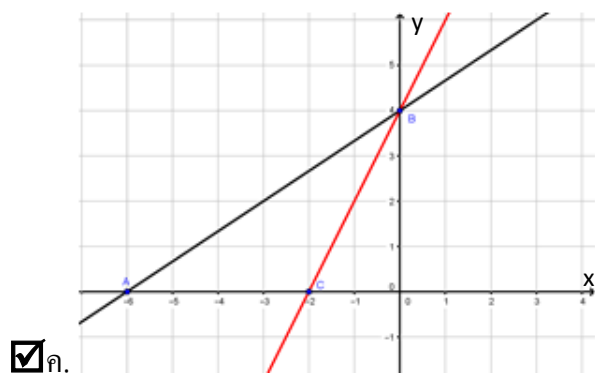
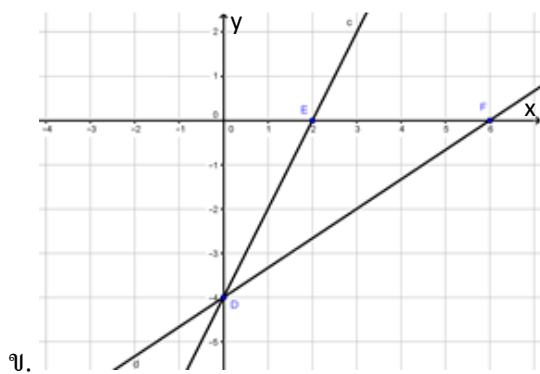
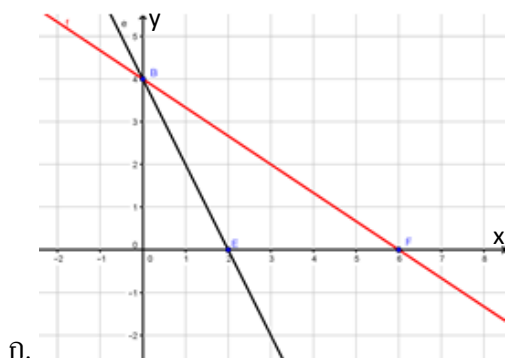
ก. 48

ข. 84

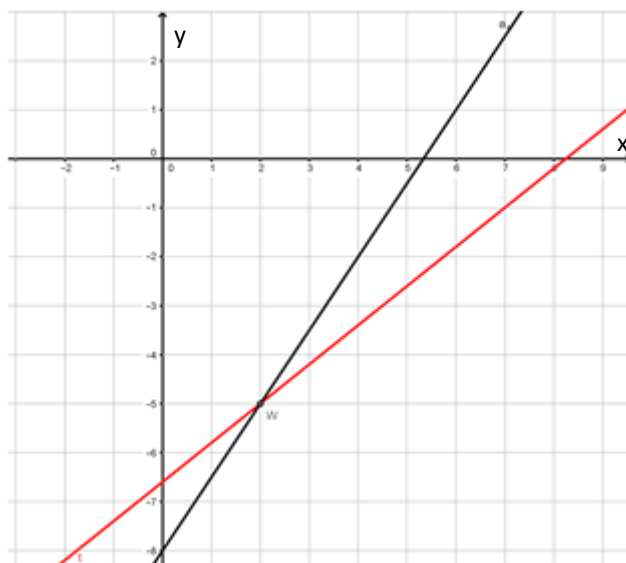
ค. 28

ง. 82

18. ข้อใดเป็นกราฟของ $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$



19. จากกราฟที่กำหนดให้ ข้อใดคือคำตอบของระบบสมการ



ก. $(-2, -5)$

ข. $(2, 5)$

ค. $(-2, 5)$

ง. $(2, -5)$

20. ข้อความต่อไปนี้ ข้อใดคือระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก.
$$\begin{cases} x = \frac{y-1}{2} \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

ข. $x + 5 \leq 7$

ค.
$$\begin{cases} x - 5 \leq 8 \\ x + 1 > 4 \end{cases}$$

ง.
$$\begin{cases} x - y \leq 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

21. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} x - 8 < 0 \\ x + 4 < 3 \end{cases}$$

ก. $x < -1$

ข. $x < 8$

ค. $-1 < x < 8$

ง. $-8 < x < -1$

22. ข้อใดเป็นคำตอบของระบบอสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} \frac{x}{3} \leq \frac{x+2}{4} \\ x-1 > \frac{x-21}{2} \end{cases}$$

ก. $-19 \leq x \leq 6$

ข. $-19 < x \leq 6$

ค. $-19 < x < 6$

ง. $-19 \leq x < 6$

23. ข้อใด ไม่ เป็นคำตอบของระบบอสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{1}{4} \geq \frac{27}{4} & (1) \\ \frac{x}{3} - x < 8 & (2) \end{cases}$$

ก. $x > \frac{65}{2}$

ข. $x \geq \frac{65}{2}$

ค. $x > 40$

ง. $x > 100$

24. ข้อใด ไม่ เป็นคำตอบของระบบอสมการต่อไปนี้

$$\begin{cases} \frac{2x}{3} - 4 \leq x + 5 \\ -2(x-1) \leq 2(5-2x) \end{cases}$$

ก. $x = 4$

ข. $7 \leq x \leq 4$

ค. $-27 \leq x \leq 4$

ง. $x < -27$

25. จากระบบสมการที่กำหนดให้ข้อใดเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา

$$\begin{cases} 8-x \leq 3x & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x \leq 9-5x & (2) \end{cases}$$

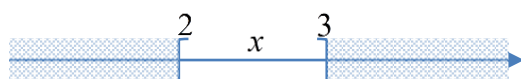
ก. สำหรับ (1) ได้ $2 \leq x$

ข. สำหรับ (2) ได้ $x \geq \frac{9}{4}$

ค. จาก (1) และ (2) ได้ $\frac{9}{4} \leq x$

ง. จาก (1) และ (2) ได้ $2 \leq x$

26. ระบบสมการต่อไปนี้ข้อใดมีคำตอบในอยู่ในช่วงที่กำหนดให้



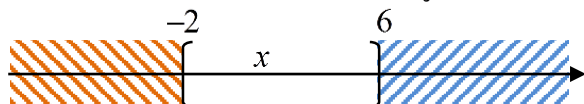
ก. $\begin{cases} 2 \leq 3x-4 \\ 2+8x \geq 7x+5 \end{cases}$

ข. $\begin{cases} 10+x \leq 6x \\ 6x-10 \leq 5+x \end{cases}$

ค. $\begin{cases} 12+7x \leq 13x \\ 9+x \leq 8x-12 \end{cases}$

ง. $\begin{cases} 8-x \leq 3x \\ -x \leq 9-5x \end{cases}$

27. ระบบสมการต่อไปนี้ข้อใดมีคำตอบในอยู่ในช่วงที่กำหนดให้



ก. $\begin{cases} x-7 < 3 \\ x+2 \geq 7 \end{cases}$

ข. $\begin{cases} 3x+6 \leq 12 \\ 5x+5 > 10 \end{cases}$

ค. $\begin{cases} x-2 < 3 \\ x+8 \geq 7 \end{cases}$

ง. $\begin{cases} x-5 < 1 \\ x+2 \geq 7 \end{cases}$

28. ข้อใดเป็นการแสดงระบบสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

ที่ร้านขายหนังสือ คนขายบอกว่า ตอนนี้ ถ้าซื้อหนังสือการ์ตูน 20 เล่ม ในร้านจะมีหนังสือมากกว่า 80 เล่ม แต่ถ้าไม่ได้หนังสือเพิ่มและมีลูกค้ามาซื้อหนังสือนำร้าน 15 เล่ม ทางร้านจะเหลือหนังสือไม่ถึง 50 เล่ม ถามว่า ร้านมีหนังสือการ์ตูนกี่เล่ม

ก. $\begin{cases} x + 20 > 80 \\ x - 15 < 50 \end{cases}$

ข. $\begin{cases} x + 20 \geq 80 \\ x - 15 \leq 50 \end{cases}$

ค. $\begin{cases} x + 20 \geq 80 \\ x - 15 < 50 \end{cases}$

ง. $\begin{cases} x + 20 > 80 \\ x - 15 \leq 50 \end{cases}$

29. ข้อใดเป็นการแสดงระบบสมการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

เมื่อนำ 3 เท่าของจำนวนหนึ่งลบออก $\frac{2}{3}$ ของจำนวนนั้นพบว่า ค่าที่ได้เริ่มจาก 20 แต่ถ้านำ 2 เท่าของจำนวนนั้นลบออก $\frac{1}{3}$ ของจำนวนนั้นพบว่า ค่าที่ได้น้อยกว่า 20 อยากทราบว่าจำนวนนั้นมีค่าเท่าไร

ก. $\begin{cases} 3x - \frac{2}{3}x \geq 20 \\ 2x - \frac{1}{3}x \leq 20 \end{cases}$

ข. $\begin{cases} 3x - \frac{2}{3}x > 20 \\ 2x - \frac{1}{3}x < 20 \end{cases}$

ค. $\begin{cases} 3x - \frac{2}{3}x \geq 20 \\ 2x - \frac{1}{3}x < 20 \end{cases}$

ง. $\begin{cases} 3x - \frac{2}{3}x > 20 \\ 2x - \frac{1}{3}x \leq 20 \end{cases}$

30. น้ำในถัง ถ้ำตักออก 10 ลิตร พบว่าน้ำยังเหลือมากกว่า 25 ลิตร แต่ถ้ำตักออก 30 ลิตร พบว่าน้ำยังเหลือไม่ถึง 7 ลิตร อยากทราบว่าน้ำในถังมีกี่ลิตร
- ก. มากกว่า 25 ลิตร แต่น้อยกว่า 30 ลิตร
 - ข. มากกว่า 30 ลิตร แต่น้อยกว่า 32 ลิตร
 - ค. มากกว่า 32 ลิตร แต่น้อยกว่า 35 ลิตร
 - ง. มากกว่า 35 ลิตร แต่น้อยกว่า 37 ลิตร
31. ส้ม เลี้ยงเปิดจำนวนหนึ่ง ถ้ำส้มขายออก $\frac{2}{3}$ ของเปิดทั้งหมดพบว่าเปิดเหลือมากกว่า 20 วั แต่ถ้ำขายออก 20 ตัว ส้มเหลือเปิดไม่ถึง 42 ตัว ส้มมีเปิดกี่ตัว อยากทราบว่า ส้มเลี้ยง ใก่กี่ตัว
- ก. มากกว่า 60 โต
 - ข. 61 โต
 - ค. น้อยกว่า 62 โต
 - ง. มากกว่า 20 โต แต่น้อยกว่า 42 โต

กระดาษคำตอบ

คำชี้แจง จงหมาย X ลงในช่องคำตอบที่ถูกต้อง

ข้อที่	คำตอบ			
1	ก	ข	ค	ง
2	ก	ข	ค	ง
3	ก	ข	ค	ง
4	ก	ข	ค	ง
5	ก	ข	ค	ง
6	ก	ข	ค	ง
7	ก	ข	ค	ง
8	ก	ข	ค	ง
9	ก	ข	ค	ง
10	ก	ข	ค	ง
11	ก	ข	ค	ง
12	ก	ข	ค	ง
13	ก	ข	ค	ง
14	ก	ข	ค	ง
15	ก	ข	ค	ง
16	ก	ข	ค	ง

ข้อที่	คำตอบ			
17	ก	ข	ค	ง
18	ก	ข	ค	ง
19	ก	ข	ค	ง
20	ก	ข	ค	ง
21	ก	ข	ค	ง
22	ก	ข	ค	ง
23	ก	ข	ค	ง
24	ก	ข	ค	ง
25	ก	ข	ค	ง
26	ก	ข	ค	ง
27	ก	ข	ค	ง
28	ก	ข	ค	ง
29	ก	ข	ค	ง
30	ก	ข	ค	ง
31	ก	ข	ค	ง

เฉลย

ข้อที่	คำตอบ			
1	ก	✓ข	ค	ง
2	ก	ข	✓ค	ง
3	ก	ข	✓ค	ง
4	ก	✓ข	ค	ง
5	ก	ข	ค	✓ง
6	ก	ข	✓ค	ง
7	✓ก	ข	ค	ง
8	ก	ข	ค	✓ง
9	ก	✓ข	ค	ง
10	✓ก	ข	ค	ง
11	ก	✓ข	ค	ง
12	✓ก	ข	ค	ง
13	✓ก	ข	ค	ง
14	ก	✓ข	ค	ง
15	ก	ข	ค	✓ง
16	ก	✓ข	ค	ง

ข้อที่	คำตอบ			
17	ก	ข	ค	✓ง
18	ก	ข	✓ค	ง
19	ก	ข	ค	✓ง
20	ก	ข	✓ค	ง
21	✓ก	ข	ค	ง
22	ก	✓ข	ค	ง
23	✓ก	ข	ค	ง
24	ก	ข	✓ค	ง
25	✓ก	ข	ค	ง
26	ก	ข	ค	✓ง
27	ก	ข	✓ค	ง
28	✓ก	ข	ค	ง
29	ก	ข	✓ค	ง
30	ก	ข	ค	✓ง
31	ก	✓ข	ค	ง

หมายเหตุ: ก มี 8 ข้อ
 ข มี 8 ข้อ
 ค มี 8 ข้อ
 ง มี 7 ข้อ

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่..... เวลา 90 นาที

ชื่อ-สกุล.....

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1. ถ้าครึ่งหนึ่งของจำนวนที่หนึ่งเป็นสามเท่าของจำนวนที่สอง และสี่เท่าของผลต่างของทั้งสองจำนวนเป็น 180 จงหาสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์ให้มา

- สิ่งที่โจทย์ให้หา

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผน

4) ขั้นตรวจสอบผล

2. มะลิซื้อส้มโอลูกเล็กลูกละ 7500 กีบ และลูกใหญ่ลูกละ 8750 กีบ คิดเป็นเงิน 237,500 กีบ เมื่อนำมารวมกัน มะลิขายลูกละ 10,000 กีบ ได้เงินทั้งหมด 300,000 กีบ ถ้ามว่า มะลิซื้อส้มโออย่างละกี่ลูก

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์ให้มา

- สิ่งที่โจทย์ให้หา

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

4) ขั้นตรวจสอบผล

3. นักเรียนสองกลุ่มหารายได้เข้าโรงเรียนโดยการบริการล้างรถ ทีม A มีเงินสะสมอยู่แล้ว \$ 40 และเก็บค่าบริการล้างรถคันละ \$ 3 ส่วนทีม B มีเงินสะสมอยู่แล้ว \$ 60 และเก็บค่าบริการล้างรถคันละ \$ 2 เมื่อทั้งสองทีมล้างรถไปได้ระยะหนึ่งพบว่าพวกเขาได้เงินเท่ากันและจำนวนรถที่ให้บริการก็เท่ากัน อยากทราบว่า ณ ตอนนั้นแต่ละทีมล้างรถได้กี่คันและได้เงินเท่าไร

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์ให้มา

- สิ่งที่โจทย์ให้หา

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

4) ขั้นตรวจสอบผล

4. เบ มีเงินจำนวนหนึ่ง ถ้าเบ ซื้อหนังสือเรียน 1,500 บาท เบจะเหลือเงินมากกว่า 7,500 บาท แต่ถ้าเบซื้อโทรศัพท์ 9,000 บาท เบจะเหลือเงินน้อยกว่า 10,000 บาท ถามว่าเดิม เบมีเงินเท่าไร

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์ให้มา

- สิ่งที่โจทย์ให้หา

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

4) ขั้นตรวจสอบผล

5. แก้ม เลี้ยงไก่จำนวนหนึ่ง ถ้าแก้มขายไก่ $\frac{1}{3}$ ของไก่ทั้งหมดพบว่าไก่เหลือมากกว่า 50 ตัว แต่ถ้าซื้อไก่เพิ่ม $\frac{1}{11}$ ของไก่ทั้งหมด แก้มจะมีไก่อีกกว่า 84 ตัว อยากทราบว่าเดิมแก้มเลี้ยงไก่ไว้กี่ตัว

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจโจทย์

- สิ่งที่โจทย์ให้มา

- สิ่งที่โจทย์ให้หา

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน

4) ขั้นตรวจสอบผล

เคล็ดลับวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ถ้าครึ่งหนึ่งของจำนวนที่หนึ่งเป็นสามเท่าของจำนวนที่สอง และสี่เท่าของผลต่างของทั้งสองจำนวนเป็น 180 จงหาสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

- 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ให้มา: ครึ่งหนึ่งของจำนวนที่หนึ่งเป็นสามเท่าของจำนวนที่สอง
สี่เท่าของผลต่างของทั้งสองจำนวนเป็น 180

สิ่งที่โจทย์ให้หา: สองจำนวนนั้น

- 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นจำนวนที่หนึ่ง และ y เป็นจำนวนที่สอง

สร้างระบบสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
ครึ่งหนึ่งของจำนวนที่หนึ่งเป็นสามเท่าของจำนวนที่สอง	$\frac{1}{2}x = 3y$ (1)
สี่เท่าของผลต่างของทั้งสองจำนวนเป็น 180	$4(x - y) = 180$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x = 3y & (1) \\ 4(x - y) = 180 & (2) \end{cases}$$

- 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ระบบสมการ

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x = 3y & (1) \\ 4(x - y) = 180 & (2) \end{cases} \quad \text{หรือ} \quad \begin{cases} x = 6y & (3) \\ x - y = 45 & (4) \end{cases}$$

แทน (3) ใน (4) ได้ $6y - y = 45$

$$5y = 45$$

$$\frac{1}{5} \times 5y = \frac{1}{5} \times 45$$

$$y = 9$$

แทนค่าของ $y = 9$ ใน (3) ได้ $x = 6 \times 9 = 54$

ดังนั้น สองจำนวนนั้น คือ 54 และ 9

4) ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบด้วยการแทนค่าของ $x = 54$ และ $y = 9$ ตามเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด เช่น

$$\text{ครึ่งหนึ่งของจำนวนที่หนึ่ง } \frac{1}{2}(54) = 27$$

$$\text{สามเท่าของจำนวนที่สอง } 3 \times 9 = 27$$

$$\text{ได้ ครึ่งหนึ่งของจำนวนที่หนึ่งเป็นสามเท่าของจำนวนที่สอง } 27 = 27 \quad \checkmark$$

$$\text{สี่เท่าของผลต่างของทั้งสองจำนวน } 4(54 - 9) = 180$$

$$\text{ได้ สี่เท่าของผลต่างของทั้งสองจำนวนเป็น } 180 \quad \checkmark$$

เพราะฉะนั้น จำนวนที่หนึ่งเท่ากับ 54 และจำนวนที่สองเท่ากับ 9

2. มะลิซื้อส้มโอลูกเล็กลูกละ 7500 กีบ และลูกใหญ่ลูกละ 8750 กีบ คิดเป็นเงิน 237,500 กีบ เมื่อนำมารวมกัน มะลิขายลูกละ 10,000 กีบ ได้เงินทั้งหมด 300,000 กีบ ถามว่า มะลิซื้อส้มโออย่างละกี่ลูก

วิธีทำ

1) ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ให้มา: ส้มโอลูกเล็กลูกละ 7500 กีบ และลูกใหญ่ลูกละ 8750 กีบ คิดเป็นเงิน

237500 กีบ นำมารวมกัน ขายลูกละ 10000 กีบ ได้เงินทั้งหมด 300000 กีบ

สิ่งที่โจทย์ให้หา: ส้มโออย่างละกี่ลูก

2) ขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นจำนวนส้มโอลูกเล็ก (ลูก) และ y เป็นจำนวนส้มโอลูกใหญ่ (ลูก)

- สร้างสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
มะลิซื้อส้มโอลูกเล็กลูกละ 7500 กีบ และลูกใหญ่ลูกละ 8750 กีบ คิดเป็นเงิน 237500 กีบ	$7500x + 8750y = 237500$ (1)
เมื่อนำมารวมกัน มะลิขายลูกละ 10000 กีบ ได้เงินทั้งหมด 300000 กีบ	$10000x + 10000y = 300000$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} 7500x + 8750y = 237500 & (1) \\ 10000x + 10000y = 300000 & (2) \end{cases}$$

3) ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน

ดำเนินการแก้ระบบสมการ

$$\begin{cases} 7500x + 8750y = 237500 & (1) \\ 10000x + 10000y = 300000 & (2) \end{cases}$$

คูณ (-100) ตลอดสมการ (1) ได้สมการ (3) และคูณ 75 ตลอดสมการ (2) ได้สมการ (4) จากนั้น บวกสมการ (3) กับ (4) ได้

$$\begin{array}{r} -750000x - 875000y = -23750000 & (3) \\ + \quad 750000x + 750000y = 22500000 & (2) \\ \hline \end{array}$$

$$-125000y = -1250000$$

$$\left(-\frac{1}{125000}\right)(-125000y) = \left(-\frac{1}{125000}\right)(-1250000)$$

$$y = 10$$

แทนค่า $y = 10$ ใน (2)

$$10000x + 10000 \times 10 = 300000$$

$$10000x + 100000 = 300000$$

$$10000x + 100000 - 100000 = 300000 - 100000$$

$$10000x = 200000$$

$$\frac{1}{10000} \times 10000x = \frac{1}{10000} \times 200000$$

$$x = 20$$

ดังนั้น ส้มโอลูกเล็กมี 20 ลูก และจำนวนส้มโอลูกใหญ่มี 10 ลูก

4) ขั้นตอนตรวจสอบผล

ตรวจสอบ ด้วยการแทนค่าของ $x = 20$ และ $y = 10$ ตามเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด

เช่น

ส้มโอลูกเล็ก 20 ลูก ลูกละ 7500 กีบ และลูกใหญ่ 10 ลูก ลูกละ 8750 กีบ คิดเป็นเงิน

$$(7500 \times 20) + (8750 \times 10) = 237500 \text{ กีบ } \checkmark$$

ส้มโอลูกเล็ก 20 ลูก ลูกละ 10000 กีบ และลูกใหญ่ 10 ลูก ลูกละ 10000 กีบ คิดเป็นเงิน

$$10000 \times 20 + 10000 \times 10 = 300000 \text{ กีบ } \checkmark$$

ดังนั้น จำนวนส้มโอลูกเล็กลูก 20 และจำนวนส้มโอลูกใหญ่ 10 ลูก

3. นักเรียนสองกลุ่มหารายได้เข้าโรงเรียนโดยการบริการล้างรถ ทีม A มีเงินสะสมอยู่แล้ว \$ 40 และเก็บค่าบริการล้างรถคันละ \$ 3 ส่วนทีม B มีเงินสะสมอยู่แล้ว \$ 60 และเก็บค่าบริการล้างรถคันละ \$ 2 เมื่อทั้งสองทีมล้างรถไปได้ระยะหนึ่งพบว่าพวกเขาได้เงินเท่ากันและจำนวนรถที่ให้บริการก็เท่ากัน อยากทราบว่า ณ ตอนนั้นแต่ละทีมล้างรถได้กี่คันและได้เงินเท่าไร

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ให้มา: ทีม A มีเงินสะสมอยู่แล้ว \$ 40 และเก็บค่าบริการล้างรถคันละ \$ 3
 ทีม B มีเงินสะสมอยู่แล้ว \$ 60 และเก็บค่าบริการล้างรถคันละ \$ 2
 ทั้งสองทีมล้างรถได้เงินเท่ากันและจำนวนรถที่ให้บริการก็เท่ากัน

สิ่งที่โจทย์ให้หา : แต่ละทีมล้างรถได้กี่คันและได้เงินเท่าไร

2) ขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นจำนวนรถที่แต่ละทีมล้างได้ (คัน)

y เป็นจำนวนเงินที่แต่ละทีมได้รับ (\$)

สร้างสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
จำนวนเงินที่เงินที่ทีม A ได้รับเท่ากับ เงินสะสม \$ 40 และเก็บค่าบริการล้างรถคันละ \$ 3	$y = 3x + 40$ (1)
จำนวนเงินที่เงินที่ทีม B ได้รับเท่ากับ เงินสะสม \$ 60 และเก็บค่าบริการล้างรถคันละ \$ 2	$y = 2x + 60$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} y = 3x + 40 & (1) \\ y = 2x + 60 & (2) \end{cases}$$

3) ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหา

ดำเนินการแก้ระบบสมการ

$$\begin{cases} y = 3x + 40 & (1) \\ y = 2x + 60 & (2) \end{cases}$$

ให้ (1) = (2) ได้

$$3x + 40 = 2x + 60$$

$$3x + 40 - 2x - 40 = 2x + 60 - 2x - 40$$

$$x = 20$$

แทนค่าของ $x = 20$ ใน (1)

$$y = 3(20) + 40 = 100$$

ดังนั้นแต่ละทีมล้างรถได้ 20 คันและได้เงิน \$100

4) ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบด้วยการแทนค่าของ $x = 20$ และ $y = 100$ ตามเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด
เช่น

ทีม A ล้างรถได้ 20 คัน ได้เงิน $(3 \times 20) + 40 = 100$

ทีม B ล้างรถได้ 20 คัน ได้เงิน $(2 \times 20) + 60 = 100$

เพราะฉะนั้น แต่ละทีมล้างรถ 20 คันและได้เงิน \$100

4. เบ มีเงินจำนวนหนึ่ง ถ้าเบ ซื้อหนังสือเรียน 1,500 บาท เบจะเหลือเงินมากกว่า 7,500 บาท แต่ถ้าเบซื้อโทรศัพท์ 9,000 บาท เบจะเหลือเงินน้อยกว่า 10,000 บาท ถามว่าเดิม เบมีเงินเท่าไร

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้: ถ้าเบ ซื้อหนังสือเรียน 1,500 บาท เบจะเหลือเงินมากกว่า 7,500 บาท
ถ้าเบซื้อโทรศัพท์ 9,000 บาท เบจะเหลือเงินน้อยกว่า 1,000 บาท

สิ่งที่โจทย์ต้องการ: เดิมเบมีเงินเท่าไร

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นจำนวนเงินที่สายเบมี (บาท)

สร้างระบบสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
ถ้าเบ ซื้อหนังสือเรียน 1,500 บาท เบจะเหลือเงินมากกว่า 7,500 บาท	$x - 1500 > 7500$ (1)
ถ้าเบซื้อโทรศัพท์ 9,000 บาท เบจะเหลือเงินน้อยกว่า 1,000 บาท	$x - 9000 < 1000$ (2)

หรือ ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} x - 1500 > 7500 & (1) \\ x - 9000 < 1000 & (2) \end{cases}$$

3) ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน

$$\text{แก้ระบบสมการ } \begin{cases} x-1500 > 7500 & (1) \\ x-9000 < 1000 & (2) \end{cases}$$

สำหรับ (1)

$$x-1500 > 7500$$

$$x-1500+1500 > 7500+1500$$

$$x > 9000$$

จาก (1) และ (2) ได้

$$9000 < x < 10000$$

4) ขั้นตรวจค้นคำตอบ

ตรวจสอบด้วยการแทนค่าของ x ใดหนึ่งที่ตอบสนอง $9000 < x < 10000$ ตามเงื่อนไขของ โจทย์ปัญหาที่กำหนด เช่น เมื่อ $x = 9500$

$$\text{เบซื้อหนังสือเรียน 1500 บาท เบจะเหลือเงิน } 9500-1500 = 8000 > 7500 \quad \checkmark$$

$$\text{เบซื้อโทรศัพท์ 9,000 บาท เบจะเหลือเงิน } 9500-9000 = 500 < 1000 \quad \checkmark$$

หรือ $x = 9900$

$$\text{เบซื้อหนังสือเรียน 1500 บาท เบจะเหลือเงิน } 9900-1500 = 8400 > 7500 \quad \checkmark$$

$$\text{เบซื้อโทรศัพท์ 9,000 บาท เบจะเหลือเงิน } 9900-9000 = 900 < 1000 \quad \checkmark$$

เพราะฉะนั้น เดิมเบมีเงินมากกว่า 9,000 บาท แต่น้อยกว่า 10,000 บาท

5. แก้ม เลี้ยงไก่จำนวนหนึ่ง ถ้าแก้มขายไก่ $\frac{1}{3}$ ของไก่ทั้งหมดพบว่าไก่เหลือมากกว่า 50 ตัว แต่ถ้าซื้อไก่เพิ่ม $\frac{1}{11}$ ของไก่ทั้งหมด แก้มจะมีไก่น้อยกว่า 84 ตัว อยากทราบว่า เดิมแก้มเลี้ยงไก่ไว้กี่ตัว

วิธีทำ

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้: ถ้าแก้มขายไก่ $\frac{1}{3}$ ของไก่ทั้งหมดพบว่าไก่เหลือมากกว่า 50 ตัว

แต่ถ้าซื้อไก่เพิ่ม $\frac{1}{11}$ ของไก่ทั้งหมด แก้มจะมีไก่น้อยกว่า 84 ตัว

สิ่งที่โจทย์ต้องการ: เดิมแก้มเลี้ยงไก่ไว้กี่ตัว

2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

กำหนดตัวแปร : ให้ x เป็นจำนวนไก่ที่แก้มเลี้ยง (ตัว)

สร้างระบบสมการ (เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
ถ้าแก้มขายออก $\frac{1}{3}$ ของไก่ทั้งหมดพบว่าไก่เหลือมากกว่า 50 ตัว	$x - \frac{1}{3}x > 50$ (1)
แต่ถ้าซื้อไก่เพิ่ม $\frac{1}{11}$ ของไก่ทั้งหมด แก้มจะมีไก่น้อยกว่า 84 ตัว	$x + \frac{1}{11}x < 84$ (2)

ได้ระบบสมการ

$$\begin{cases} x - \frac{1}{3}x > 50 & (1) \\ x + \frac{1}{11}x < 84 & (2) \end{cases}$$

3) ขั้นตอนการแก้ปัญหาตามแผน

$$\text{แก้ระบบสมการ } \begin{cases} x - \frac{1}{3}x > 50 & (1) \\ x + \frac{1}{11}x < 84 & (2) \end{cases}$$

สำหรับ (1)

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{3}x &> 50 \\ 3\left(x - \frac{1}{3}x\right) &> 3 \times 50 \\ 3x - x &> 150 \\ 2x &> 150 \\ \frac{1}{2} \times 2x &> \frac{1}{2} \times 150 \\ x &> 75 \end{aligned}$$

จาก (1) และ (2) ได้

$$75 < x < 77 \text{ ดังนั้นแก้มเลี้ยงไก่ 76 ตัว}$$

สำหรับ(2)

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{11}x &< 84 \\ 11\left(x + \frac{1}{11}x\right) &< 11 \times 84 \\ 12x &< 924 \\ \frac{1}{12} \times 12x &< \frac{1}{12} \times 924 \\ x &< 77 \end{aligned}$$

4) ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบด้วยการแทนค่าของ $x = 76$ ตามเงื่อนไขที่โจทย์ปัญหากำหนด ดังนี้

ถ้าแก้มมีไก่มากกว่า 75 ตัวแต่น้อยกว่า 77 ตัว หมายความว่าแก้มมีไก่ 76 ตัว

แก้มขายไก่ $\frac{1}{3}$ ของ 76 ตัว หรือ $76 - \frac{1}{3}(76) \approx 51$ ตัว แก้มยังเหลือไก่มากกว่า 50 ตัว

แต่ถ้าซื้อไก่เพิ่ม $\frac{1}{11}$ ของ 76 ตัว หรือ $76 + \frac{1}{11}(76) \approx 83$ แก้มจะมีไก่น้อยกว่า 84 ตัว

เพราะฉะนั้น เดิมแก้มเลี้ยงไก่ไว้ 76 ตัว

แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์

ชื่อ-สกุล.....

คำชี้แจง: จากการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค STA เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นหรือความรู้สึกของนักเรียนเกี่ยวกับข้อความนั้น ดังตัวอย่าง

ข้อ	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1.	ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์					
0	ความรู้ที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไม่มีประโยชน์				✓	
1.1	การเรียนคณิตศาสตร์มีประโยชน์และน่าเรียน					
1.2	การเรียนคณิตศาสตร์ส่งเสริมการให้เหตุผล					
1.3	ความรู้ที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้					
1.4	การเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จะช่วยฝึกการคิดอย่างเป็นระบบได้					
1.6	ความรู้ที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น					
2.	ความรู้สึกต่อการเรียนคณิตศาสตร์					
2.1	ฉันชอบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนคณิตศาสตร์					
2.2	ฉันไม่มีความสุขกับการเรียนคณิตศาสตร์					
2.3	ฉันสนุกกับการทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์					
2.4	ฉันรู้สึกกังวลกับการเรียนคณิตศาสตร์					
2.5	ฉันชอบเรียนวิชาอื่นมากกว่าเรียนคณิตศาสตร์					

แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
3.	ความพร้อมที่จะกระทำหรือเรียนคณิตศาสตร์					
3.1	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันหลีกเลี่ยงที่จะตอบคำถาม					
3.2	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันยินดีที่จะอธิบายเนื้อหา คณิตศาสตร์ให้เพื่อน ๆ ฟัง					
3.3	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันชอบเข้าร่วมกิจกรรมที่ เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์					
3.4	ขณะเรียนคณิตศาสตร์ฉันกระตือรือร้นในการค้นคว้า หาความรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมอยู่เสมอ					
3.5	ถ้ามีการปฏิบัติกิจกรรมฉันจะให้เพื่อนทำแทน					

ภาคผนวก จ
การวิเคราะห์ข้อมูล

ตารางที่ 33 คะแนนรวมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

กลุ่มทดลอง		กลุ่มควบคุม	
No.	คะแนน	No.	คะแนน
1	7	1	7
2	6	2	8
3	12	3	7
4	6	4	5
5	8	5	8
6	8	6	12
7	9	7	15
8	7	8	6
9	15	9	8
10	9	10	9
11	7	11	7
12	5	12	8
13	11	13	8
14	9	14	9
15	10	15	10
16	13	16	10
17	6	17	9
18	6	18	7
19	9	19	11
20	9	20	5
21	9	21	10
22	12	22	12
23	7	23	6
24	9	24	9
25	9	25	10
26	11	26	6
27	9	27	8
28	9	28	4
29	11	29	8
30	10	30	6
31	13	31	8
32	10	32	10
33	9		
34	9		
35	3		
36	4		

การวิเคราะห์คะแนนรวมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนสองกลุ่มด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

T-Test

Group Statistics

Group	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Score experiment group	36	8.78	2.565	.427
control group	32	8.31	2.306	.408

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Score	Equal variances assumed	.147	.702	.783	66	.437	.465	.594	-.722	1.652
	Equal variances not assumed			.788	65.988	.434	.465	.591	-.714	1.645

ตารางที่ 34 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

กลุ่มทดลอง		กลุ่มควบคุม	
นักเรียนคนที่	คะแนน	นักเรียนคนที่	คะแนน
1	4	1	3
2	3	2	3
3	2	3	3
4	3	4	3
5	2	5	2
6	2	6	2
7	3	7	2
8	2	8	7
9	2	9	4
10	3	10	1
11	2	11	2
12	2	12	4
13	2	13	2
14	4	14	2
15	8	15	4
16	3	16	6
17	3	17	4
18	2	18	1
19	2	19	2
20	3	20	5
21	2	21	7
22	4	22	3
23	1	23	3
24	4	24	2
25	5	25	1
26	4	26	4
27	6	27	4
28	3	28	3
29	4	29	3
30	2	30	2
31	4	31	2
32	2	32	2
33	2		
34	8		
35	6		
36	6		
คะแนนเฉลี่ย	3.33	คะแนนเฉลี่ย	3.06
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.71	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.54

ผลการวิเคราะห์คะแนนรวมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน
สองกลุ่มด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

T-Test

Group Statistics

Group	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Score experiment group	36	3.33	1.707	.285
control group	32	3.06	1.544	.273

Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances	t-test for Equality of Means								
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Score	Equal variances assumed	.433	.513	.683	66	.497	.271	.397	-.521	1.063
	Equal variances not assumed			.687	65.976	.495	.271	.394	-.516	1.058

ตารางที่ 35 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็ม 31 คะแนน)
1	15
2	19
3	20
4	21
5	19
6	20
7	20
8	19
9	24
10	23
11	21
12	21
13	18
14	20
15	16
16	23
17	17
18	13
19	15
20	22
21	24
22	30
23	15
24	21
25	25
26	21
27	22
28	21
29	24
30	19
31	20
32	29
33	27
34	30
35	27
36	26
คะแนนเฉลี่ย	21.31
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	4.19

ตารางที่ 36 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มควบคุม

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็ม 31 คะแนน)
1	18
2	20
3	18
4	15
5	14
6	18
7	10
8	21
9	15
10	13
11	18
12	19
13	16
14	24
15	19
16	18
17	24
18	20
19	19
20	15
21	18
22	17
23	25
24	17
25	20
26	17
27	17
28	21
29	14
30	21
31	20
32	13
คะแนนเฉลี่ย	574
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	17.94

ผลการวิเคราะห์คะแนนรวมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนสองกลุ่ม
ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

T-Test

Group Statistics					
Group	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	
Score	Group 1	36	21.31	4.194	.699
	Group 2	32	17.94	3.350	.592

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Score	Equal variances assumed	1.380	.244	3.628	66	.001	3.368	.928	1.515	5.221
	Equal variances not assumed			3.676	65.295	.000	3.368	.916	1.539	5.198

หมายเหตุ : สำหรับการทดสอบทางเดียวได้ $p \approx 0.0003$

ตารางที่ 37 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็ม 31 คะแนน)
1	22
2	24
3	22
4	20
5	21
6	24
7	22
8	24
9	26
10	30
11	32
12	24
13	26
14	18
15	26
16	24
17	25
18	25
19	22
20	26
21	19
22	30
23	24
24	28
25	36
26	30
27	26
28	30
29	28
30	30
31	28
32	30
33	32
34	30
35	36
36	34
คะแนนเฉลี่ย	26.50
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	4.52

ตารางที่ 38 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุม

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง (คะแนนเต็ม 31 คะแนน)
1	20
2	14
3	24
4	22
5	22
6	18
7	26
8	26
9	20
10	22
11	18
12	20
13	36
14	24
15	12
16	16
17	22
18	22
19	24
20	20
21	20
22	26
23	24
24	22
25	22
26	16
27	22
28	20
29	20
30	20
31	18
32	18
คะแนนเฉลี่ย	21.13
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	4.28

ผลการวิเคราะห์คะแนนรวมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน
สองกลุ่มด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

T-Test

[DataSet2] D:\Master degree in Burapha University Thailand\Second Term\Dr. Wimonrath\Thesis\Propose to the subject matter
experts\ส่งผู้เชี่ยวชาญ\post-prob.sav

Group Statistics

group	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
score Group 1	36	26.5000	4.51980	.75330
Group 2	32	21.1250	4.27860	.75636

Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances	t-test for Equality of Means								
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Score	Equal variances assumed	1.072	.304	5.019	66	.000	5.37500	1.07099	3.2367	7.51330
	Equal variances not assumed			5.035	65.724	.000	5.37500	1.06749	3.24352	7.50648

หมายเหตุ : สำหรับการทดสอบทางเดียว ได้ $p \approx 0.000$