

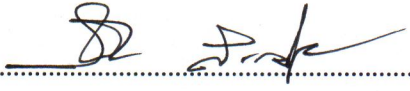
ชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอน  
โดยอาศัยการชนบนระนาบ

สุนันทา เอี่ยมประเสริฐ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา  
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา  
มิถุนายน 2559  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา  
วิทยานิพนธ์ของ สุนันทา เอี่ยมประเสริฐ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

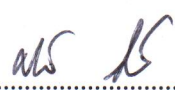
  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สรไกร ศรีสุภผล)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


  
..... ประธาน  
(ดร.มิญช์ เมธีสุวกุล)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สรไกร ศรีสุภผล)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.สรายุทธ เดชะปัญญา)

  
..... กรรมการ  
(ดร.ศรัณย์ กิบาลชนม์)

คณะวิทยาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา

  
..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เอกรัง ศรีสุข)

วันที่ 21 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2559

การวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษา  
โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์  
จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี  
ระดับปริญญาโท ปีการศึกษา 2556

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สรไกร ศรีศุภผล อาจารย์ที่ปรึกษา ที่กรุณาให้คำแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อจรัส-คุณแม่สำราญ เอี่ยมประเสริฐ และครอบครัว ตลอดจนเพื่อน ๆ หลักสูตร วท.ม.ฟิสิกส์ศึกษา ทุกคนที่ให้กำลังใจ และสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษา และการวิจัย ตลอดหลักสูตร

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่ บุพการีบูรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษา และประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

สุนันทา เอี่ยมประเสริฐ

56920174: สาขาวิชา: ฟิสิกส์ศึกษา; วท.ม. (ฟิสิกส์ศึกษา)

คำสำคัญ: สัมประสิทธิ์การกระดอน

สุนันทา เอี่ยมประเสริฐ: ชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัยการชนบนระนาบ (A SIMPLE EXPERIMENTAL KIT FOR FINDING COEFFICIENT OF RESTITUTION WITH THE COLLISION ON A PLAN) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สรไกร ศรีศุภผล, ปร.ด. 65 หน้า. ปี พ.ศ. 2559.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ และศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนจากการชนกันในระบบสองวัตถุบนพื้นผิวต่าง ๆ สัมประสิทธิ์การกระดอนใช้ตรวจสอบการชนกันของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวทั่วไปซึ่งมีความเสียดทาน โดยดำเนินการทดลองบนพื้นผิวต่าง ๆ ผู้วิจัยได้แสดงให้เห็นว่าแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวและวัตถุสัมผัสกันไม่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ซึ่งสอดคล้องกับการพิจารณาในทางทฤษฎี

56920174: MAJOR: PHYSICS EDUCATION; M.Sc. (PHYSICS EDUCATION)

KEYWORDS: COEFFICIENT OF RESTITUTION

SUNANTHA IAMPRASERT: A SIMPLE EXPERIMENTAL KIT FOR FINDING  
COEFFICIENT OF RESTITUTION WITH THE COLLISION ON A PLAN.

ADVISORY COMMITTEE: SORAKRAI SRISUPHAPHON, Ph.D. 65 P. 2016.

The purposes of this research are to construct a simple experimental kit for finding coefficient of restitution with the collision on a plane. We study the coefficient of restitution in two objects system on a several surfaces. The coefficient of restitution (COR) has been investigated with the collision of the two objects on a plane included the friction. Our demonstrated experiments were performed with several surfaces. We show that even the friction due to the contact surfaces exists, it does not impact on the outcome of the COR number. The experimental results are in good agreement with our theoretical consideration.

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	จ
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	ฉ
สารบัญ .....	ช
สารบัญตาราง .....	ฌ
สารบัญภาพ .....	ฉ
บทที่	
1 บทนำ .....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	2
ขอบเขตของการวิจัย .....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ .....	3
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	4
เอกสารที่เกี่ยวข้อง .....	4
โมเมนตัมและกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตันในรูปแบบ โมเมนตัม .....	4
ทฤษฎีการคลและโมเมนตัม .....	5
กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม .....	6
การชนกัน (collision) ในระบบ 2 วัตถุในหนึ่งมิติ .....	11
การชนกัน (collision) ในระบบ 2 วัตถุในสองมิติ .....	16
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	18
3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	19
ศึกษาค้นคว้าและสำรวจข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย.....	19
การออกแบบและสร้างเครื่องมือในการวิจัย.....	20
ดำเนินการทดลองและเก็บข้อมูล .....	25
รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล .....	33

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิจัย.....	34
ผลการทดสอบชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดย อาศัยการชนบนแนวระนาบ .....	34
5 สรุปผลและอภิปรายผล.....	40
สรุปผล .....	40
อภิปรายผล .....	41
ข้อเสนอแนะ.....	42
บรรณานุกรม.....	43
ภาคผนวก.....	45
ภาคผนวก ก .....	46
ภาคผนวก ข .....	52
ประวัติย่อของผู้วิจัย .....	65



## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4-1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ ) ของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 เมตร.....	35
4-2 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน( $\epsilon$ ) ของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวระนาบ 2 เมตร.....	36
4-3 แสดงค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ ) ของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 เมตร.....	37
4-4 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน( $\epsilon$ ) ของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวระนาบ 2 เมตร.....	38
4-5 เปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ ) สำหรับการชนของระบบสองวัตถุ บนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ได้แก่ กระจก กระดาษ และไม้อัด ใน 1 เมตร และ 2 เมตร.....	39
ตารางภาคผนวก	
ก-1 บันทึกผลการทดลองการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิว แบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 เมตร.....	50
ก-2 บันทึกค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 เมตร.....	51
ข-1 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 25 กรัม.....	53
ข-2 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 50 กรัม.....	53
ข-3 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 50 กรัม.....	54
ข-4 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 25 กรัม.....	54
ข-5 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 25 กรัม.....	55
ข-6 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 50 กรัม.....	56
ข-7 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 50 กรัม.....	57
ข-8 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 25 กรัม.....	58
ข-9 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 25 กรัม.....	59
ข-10 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 50 กรัม.....	59
ข-11 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 50 กรัม.....	60

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางภาคผนวก	หน้า
ข-12 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 25 กรัม.....	60
ข-13 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 25 กรัม.....	61
ข-14 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 50 กรัม.....	62
ข-15 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 50 กรัม.....	63
ข-16 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 25 กรัม.....	64

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2-1 ระบบของ 2 วัตถุ.....	6
2-2 การชนแบบยืดหยุ่นใน 1 มิติ .....	9
2-3 การชนแบบยืดหยุ่นใน 2 มิติ .....	9
2-4 การชนแบบไม่ยืดหยุ่น .....	10
2-5 การทดลองหาความเร็วต้น ( $u_0$ ) ในการเคลื่อนที่ในระนาบ 1 มิติ.....	11
2-6 การชนกันของระบบ 2 วัตถุในระนาบหนึ่งมิติ.....	12
2-7 การชนกันของระบบ 2 วัตถุในระนาบสองมิติ .....	16
2-8 การชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ใน 2 มิติ เมื่อมวลเท่ากัน .....	17
3-1 วัตถุทดสอบจากทองเหลือง.....	20
3-2 วัตถุทดสอบหุ้มขอบด้วยยางมัตผม .....	20
3-3 วัตถุทดสอบแต่ละรูปแบบ.....	21
3-4 พื้นระนาบแต่ละชนิด .....	21
3-5 ออกแบบและสร้างเครื่องยิงวัตถุ .....	22
3-6 การออกแบบชุดทดลองอย่างง่าย สำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบ สองวัตถุโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ.....	23
3-7 ลักษณะการติดตั้งอุปกรณ์เพื่อทดสอบ .....	23
3-8 ผังร่างต้นแบบชุดทดลองอย่างง่าย สำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดย อาศัยการชนบนแนวระนาบ .....	24
3-9 วัสดุ-อุปกรณ์ที่ใช้ร่วมกับชุดทดลอง.....	25
3-10 วัสดุ-อุปกรณ์ที่ใช้ร่วมกับชุดทดลอง.....	26
3-11 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ.....	26
3-12 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ .....	27
3-13 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในระนาบ 2 มิติ .....	28
3-14 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในระนาบ 2 มิติ.....	28
3-15 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง .....	29
3-16 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง.....	30

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
3-17 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในระนาบ 2 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง .....	31
3-18 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในระนาบ 2 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง.....	31
ภาพภาคผนวก	
ก-1 ลักษณะการติดตั้งอุปกรณ์เพื่อทดสอบ.....	48
ก-2 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ .....	49
ก-3 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ.....	49
ก-4 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในแนวเส้นตรง 1 มิติโดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง .....	50

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น เป็นกฎเบื้องต้นข้อหนึ่งในวิชาฟิสิกส์ ซึ่งกล่าวว่า “กรณีที่แรงลัพธ์ภายนอกเป็นศูนย์ โมเมนตัมเชิงเส้นรวมของระบบจะมีค่าคงที่ ไม่ขึ้นอยู่กับเวลา และตำแหน่งของวัตถุในระบบ ไม่ว่าวัตถุเหล่านั้นจะชนกัน เสียดลกัน ในเวลาต่อๆ ไป เช่นไรก็ตาม” หรือกล่าวไว้อีกอย่างหนึ่งว่า “กรณีที่แรงลัพธ์ภายนอกที่กระทำกับระบบเป็นศูนย์ โมเมนตัมรวมก่อนชน เท่ากับ โมเมนตัมรวมหลังชน” และ โมเมนตัมคือ ผลคูณของมวลกับความเร็วที่มวลเคลื่อนที่ไปไม่ว่า การชนจะเป็นแบบยืดหยุ่นหรือไม่ก็ตาม (วุทธิพันธุ์ ปรัชญพุทธิ, 2554) หลักอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้นมีความจำเป็นที่ใช้ในการวิเคราะห์การชนกันของวัตถุ โมเมนตัมเชิงเส้นของระบบในจังหวะทันทีหลังชนต้องเท่ากับค่าทันทีก่อนชนเสมอ ในขณะที่พลังงานกลของระบบไม่จำเป็นต้องอนุรักษ์ เพราะว่าพลังงานกลของระบบอาจถูกเปลี่ยนรูปไปเป็นพลังงานรูปอื่นได้ เช่น เปลี่ยนเป็นพลังงานความร้อน แสง เสียง พลังงานศักย์ของการเสียรูปร่างของวัตถุที่ชน เป็นต้น และถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่น จะมีเงื่อนไขเพิ่มเติมเข้ามาอีกหนึ่งข้อ คือ จากหลักการอนุรักษ์พลังงานจนจบของการชน แต่ถ้าการชนเป็นแบบไม่ยืดหยุ่น นักฟิสิกส์นิยมนำเสนอโดยใช้ พารามิเตอร์ สัมประสิทธิ์การกระดอน (Coefficient of restitution)

สัมประสิทธิ์การกระดอน ถูกนิยามเป็น “ขนาดของความเร็วสัมพัทธ์หลังชนกันเทียบกับขนาดของความเร็วสัมพัทธ์ก่อนชน” ซึ่ง  $\varepsilon$  มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 กรณีที่  $\varepsilon = 1$  หมายถึง การชนกันเป็นแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ และ  $\varepsilon = 0$  หมายถึง การชนกันแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ ส่วนกรณีไม่ยืดหยุ่นทั่วไปนั้น  $0 < \varepsilon < 1$  (Meriam & Kraige, 1998) จากผลงานการวิจัยในการสอนในสาขาวิชาฟิสิกส์พบว่า สัมประสิทธิ์การกระดอน มีความสำคัญสำหรับการศึกษาด้านต่าง ๆ และมีความสำคัญอย่างยิ่งในการศึกษาระบบหลายวัตถุ (many body systems) ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนนั้นค่อนข้างยุ่งยากที่จะคำนวณเชิงทฤษฎีโดยตรงจากสมบัติของเนื้อสาร แต่สามารถทำการทดลองวัดค่าได้ ตัวอย่างเช่น ค่า  $\varepsilon$  สำหรับการกระดอนของลูกปิงปองจากพื้นแข็ง อาจประมาณได้โดยการปล่อยลูกปิงปองจากจุดหยุดนิ่งที่ความสูง  $h_0$  จากพื้นแข็ง แล้ววัดว่ากระดอนขึ้นได้สูงสุด  $h_1$  ซึ่งความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างลูกปิงปองกับพื้นแข็งก่อนชนมีขนาด  $v_0 = \sqrt{2gh_0}$  และความเร็วสัมพัทธ์หลังชนมีขนาด  $v_1 = \sqrt{2gh_1}$  ดังนั้น  $\varepsilon = \frac{v_1}{v_0} = \frac{h_1}{h_0}$  หรือจากผลงานวิจัยศึกษาการกระดอนของวัตถุของแข็งตกลงในของเหลวหนืด (Izard, Bonometti, & Lacaze, 2014) ซึ่งมีประโยชน์ในด้าน

อุตสาหกรรมและการประยุกต์อื่นๆ จากที่กล่าวมาข้างต้น การทดลองทั้งหมดอาศัยการตกของวัตถุในแนวตั้งทั้งสิ้น การวัดค่าอาจจะเกิดความคลาดเคลื่อนได้สูง เพราะวัตถุอาจจะตกเร็วเกินไป การจับเวลาโดยใช้สายตาคลาดเคลื่อนได้ ต้องใช้เซนเซอร์แบบแสง เครื่องนับเวลา และกล้องถ่ายวิดีโอ ความเร็วสูงมาช่วย (ศิริชัย พุทธวัฒนะ, 2538) หรือถ้าเป็นชุดทดลองการชนในแนวระนาบ ต้องใช้ชุดรางลมเพื่อลดแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวกับวัตถุ ประกอบไปด้วยปัมลม และเครื่องจับเวลา ซึ่งชุดอุปกรณ์ในการทดลองดังกล่าว มีราคาค่อนข้างสูงและการใช้งานค่อนข้างซับซ้อน

จากเหตุผลดังกล่าว ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยจะทำการวัดค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยการสร้างชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการศึกษากการชน รวมไปถึงผลของแรงจากภายนอกที่มีต่อการหาสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยอาศัยการชนบนแนวระนาบของพื้นผิวที่มีแรงเสียดทาน เป็นแรงจากภายนอกขณะเกิดการชน ซึ่งชุดทดลองที่ออกแบบสร้างขึ้นใช้อุปกรณ์จากวัสดุราคาถูก การติดตั้งอุปกรณ์ไม่ซับซ้อน และง่ายต่อการนำไปใช้ในการศึกษาและทำความเข้าใจ เหมาะสำหรับเป็นต้นแบบในการศึกษาเรียนรู้ในชั้นเรียนได้

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ
2. เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ และระนาบ 2 มิติ
3. เพื่อเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ และระนาบ 2 มิติ

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้ชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ
2. สามารถนำชุดทดลองไปใช้เป็นสื่อวัตกรรมการจัดการเรียนการสอนในห้องปฏิบัติการวิชาฟิสิกส์ในโรงเรียนหรือมหาวิทยาลัยชั้นปีที่ 1 ได้

### ขอบเขตของการวิจัย

1. การวิจัยนี้จะวิเคราะห์เฉพาะการชนกันในระบบสองวัตถุ ที่เป็นชนิดเดียวกัน รูปร่างเหมือนกัน มวลเท่ากันและมวลต่างกัน ในระบบ 1 มิติและระนาบ 2 มิติ เท่านั้น
2. การวิจัยนี้จะศึกษาทดลองการชนกันของระบบสองวัตถุ เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของวัตถุทั้งสอง
3. ตรวจสอบความเหมาะสมของชุดทดลอง โดยดูจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์การกระดอน

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. สัมประสิทธิ์การกระดอน (Coefficient of restitution) หมายถึง ขนาดของความเร็วสัมพัทธ์หลังชนกันเทียบกับขนาดของความเร็วสัมพัทธ์ก่อนชนในแนวของการชน หรือ

$$e = \frac{|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|}{|\vec{u}_2 - \vec{u}_1|}$$

2. ชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยอาศัยการชนบนระนาบ หมายถึง ชุดทดลองที่สร้างขึ้นเพื่อวัดค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $e$ ) จากการชนในแนวระนาบของวัตถุชนิดเดียวกัน รูปร่างเดียวกัน มวลเท่ากันและต่างกัน ใช้ในทดลองการชน 1 มิติ และ 2 มิติ โดยชุดทดลองสร้างจากอุปกรณ์และวัสดุราคาถูก หาง่าย คงทนถาวร การติดตั้งอุปกรณ์ไม่ซับซ้อน แต่ได้มาตรฐาน

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### เอกสารที่เกี่ยวข้อง

#### โมเมนตัมและกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตันในรูปแบบโมเมนตัม

ในการศึกษาพฤติกรรมของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ มวล  $m$  และความเร็ว  $\vec{v}$  ของวัตถุหนึ่ง ๆ จึงเป็นสิ่งที่ใช้บอกสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุได้เป็นอย่างดี ในสมัยของนิวตันได้เรียกผลคูณ  $m\vec{v}$  ว่าปริมาณการเคลื่อนที่ ในเวลาต่อมาผลคูณ  $m\vec{v}$  ก็คือโมเมนตัมนั่นเอง เมื่อกำหนดให้  $\vec{p}$  แทนโมเมนตัมของวัตถุ จะได้ว่า (พงษ์ศักดิ์ ชินนานบุญ, 2555)

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (2-1)$$

เนื่องจากความเร็ว  $\vec{v}$  เป็นเวกเตอร์ ดังนั้น โมเมนตัม  $\vec{p}$  จึงเป็นเวกเตอร์ด้วย โดยทิศของโมเมนตัมจะเป็นทิศเดียวกับทิศของความเร็ว ส่วนขนาดของโมเมนตัมหาได้จาก  $p = mv$  ในระบบเอสไอ โมเมนตัมมีหน่วยเป็น  $kg \cdot m/s$

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$  เป็นเพียงกรณีหนึ่งของรูปแบบดั้งเดิมที่นิวตันได้เสนอไว้ในรูปแบบของโมเมนตัม กล่าวคือ กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตันในรูปแบบโมเมนตัมเป็นกฎที่อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุกับการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุ ดังนี้ (พงษ์ศักดิ์ ชินนานบุญ, 2556)

“อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุเท่ากับแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ”

ถ้ากล่าวข้างต้นสามารถเขียนในรูปสมการได้ ดังนี้

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (2-2)$$

โดยที่  $\sum \vec{F}$  คือแรงสุทธิที่กระทำต่อวัตถุ และ  $\vec{p} = m\vec{v}$  คือโมเมนตัมของวัตถุ

จากสมการที่ (2-2) จะเห็นได้ว่า ถ้ามวล  $m$  ของวัตถุคงตัวแล้ว สมการ  $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$  จะเปลี่ยนรูป

เป็นสมการ  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$  โดยขั้นตอนการเปลี่ยนรูปเป็นดังนี้

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = d \left( \frac{m\vec{v}}{dt} \right) = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$



## ทฤษฎีการดลและโมเมนตัม

การเปลี่ยนโมเมนตัม หมายถึง ความเร็วของวัตถุมีการเปลี่ยนแปลง ซึ่งย่อมหมายถึง มีความเร่งด้วย และเนื่องจากความเร่งที่เกิดขึ้นมีผลจากแรง ดังนั้น ย่อมมีแรงกระทำมากเท่าใด ความเร็วก็ยิ่งเปลี่ยนมากขึ้น และย่อมมีผลให้โมเมนตัมเปลี่ยนไปด้วย แต่ในบางกรณีการเปลี่ยนโมเมนตัมก็ขึ้นอยู่กับปัจจัยอื่นนอกเหนือจากแรงที่มากระทำ สิ่งนั้นคือ ระยะเวลาที่แรงกระทำ ดังนั้น การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุย่อมได้รับผลทั้ง แรงและระยะเวลาที่แรงกระทำ จากการพิจารณาข้างต้นจึงกำหนดให้มีปริมาณหนึ่งซึ่งมีความหมายเดียวกับการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม โดยให้เรียกว่า การดล (impulse) และให้แทนสัญลักษณ์ด้วย  $\bar{I}$

การดลกับแรงมีความสัมพันธ์กัน กล่าวคือ เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุย่อมเกิดการดลบนวัตถุนั้นด้วย แต่ปริมาณทั้งสองมีความแตกต่างกัน แรงทำให้เกิดความเร่งแต่การดลทำให้โมเมนตัมเปลี่ยนแปลง ในการวิเคราะห์จึงควรแยกความแตกต่างของปริมาณทั้งสองให้ชัดเจน

ความสัมพันธ์ระหว่างการดลและการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมสร้างได้จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน โดยกำหนดให้  $\sum \bar{F}$  เริ่มกระทำวัตถุตั้งแต่วันที่  $t_1$  จนถึงเวลา  $t_2$  และโมเมนตัมมีการเปลี่ยนแปลงจาก  $\bar{p}_1$  เป็น  $\bar{p}_2$

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตันในรูป  $\sum \bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}$  นำไปหาปริพันธ์เทียบกับเวลา  $t$  ในช่วงเวลา  $t_1$  ถึง  $t_2$  ดังนี้

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum \bar{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\bar{p}}{dt} dt = \int_{\bar{p}_1}^{\bar{p}_2} d\bar{p} = \bar{p}_2 - \bar{p}_1 = \Delta\bar{p}$$

เนื่องจาก  $\int_{t_1}^{t_2} \sum \bar{F} dt$  คือผลคูณระหว่างแรงสุทธิ  $\sum \bar{F}$  กับเวลาที่แรงสุทธิกระทำต่อวัตถุ ดังนั้น ปริมาณนี้จึงเท่ากับการดล  $\bar{I}$  สมการข้างต้นจึงเปลี่ยนรูปได้ ดังนี้

$$\bar{I} = \Delta\bar{p} = \bar{p}_2 - \bar{p}_1 = \Delta\bar{p} = \Delta(m\bar{v}) \quad (2-3)$$

โดยที่

$$\bar{I} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \bar{F} dt \quad (2-4)$$

สมการที่ (2-3) คือ ทฤษฎีการดลและโมเมนตัม (impulse-momentum theorem) ซึ่งใช้ได้ทั้งกรณีที่แรงสุทธิ  $\sum \bar{F}$  คงตัว หรือมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยมีความหมายว่า “การเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุในช่วงเวลาหนึ่งเท่ากับการดลของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลานั้น”

ในบางครั้งแรงลัพธ์ที่ทำให้เกิดการดลเรียกว่า แรงดล (impulsive force) และเรียกแรงเฉลี่ยที่ทำให้เกิดการดลเป็นปริมาณที่เท่ากันว่า แรงดลเฉลี่ย

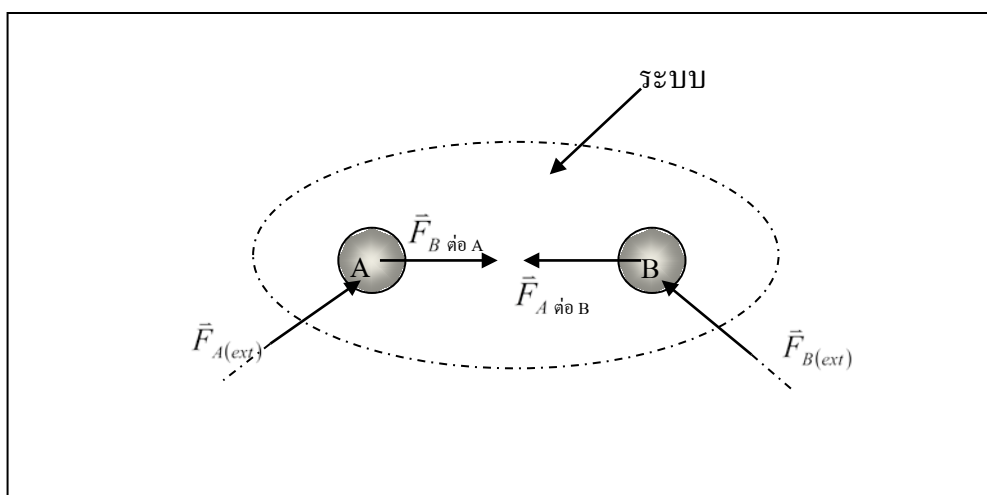
### กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

จากสมการที่ (2-4) ซึ่งให้เห็นว่า หากมีแรงลัพธ์  $\sum \vec{F}$  ไม่เท่ากับศูนย์แล้ว โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป  $\Delta \vec{p}$  จะไม่เท่ากับศูนย์ด้วย ดังนั้น โมเมนตัมของวัตถุจะคงตัวได้ต่อเมื่อ แรงลัพธ์บนวัตถุเท่ากับศูนย์ กล่าวคือ  $\vec{I} = 0(\Delta t) = 0 = \Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 \quad (2-5)$$

จากสมการที่ (2-5) โมเมนตัมไม่มีการเปลี่ยนแปลง จึงกล่าวได้ว่า โมเมนตัมมีการอนุรักษ์ ทำให้สามารถสรุปเป็นกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมสำหรับวัตถุได้ ดังนี้

“หากแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุเท่ากับศูนย์แล้ว โมเมนตัมของวัตถุจะมีการอนุรักษ์นั้นคือ  $\vec{p}_1 = \vec{p}_2$ ”



ภาพที่ 2-1 ระบบของ 2 วัตถุ

ในการพิจารณาระบบวัตถุ ระบบหมายถึง กลุ่มของวัตถุหรือวัตถุที่กำลังศึกษา ในที่นี้จะเริ่มจากระบบ 2 วัตถุ คือ วัตถุ A และ B ดังภาพที่ 2-1 เริ่มจาก สมการ  $\vec{I} = \Delta \vec{p}$  สร้างความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนโมเมนตัมของวัตถุ A และ B ทีละ วัตถุ ดังนี้

$$\text{วัตถุ A:} \quad \vec{I}_A = \Delta \vec{p}_A = \vec{p}_{2A} - \vec{p}_{1A} \quad (2-6)$$

$$\text{วัตถุ B:} \quad \vec{I}_B = \Delta \vec{p}_B = \vec{p}_{2B} - \vec{p}_{1B} \quad (2-7)$$

$\sum \vec{F}_A$  และ  $\sum \vec{F}_B$  ในสมการที่ (2-6) และ (2-7) หมายถึง แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ A และ B ตามลำดับ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุแต่ละตัวแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ แรงภายในระบบ และ แรงภายนอกระบบ

แรงภายในระบบ หมายถึง แรงที่วัตถุภายในระบบกระทำซึ่งกันและกัน ในภาพที่ 2-1 หมายถึง แรง  $\vec{F}_{A \text{ ต่อ } B}$  และแรง  $\vec{F}_{B \text{ ต่อ } A}$  เมื่อพิจารณาวัตถุภายในระบบคู่หนึ่ง แรงภายในระหว่างวัตถุคู่นั้นจะเป็นแรงตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 3 ของนิวตัน ดังนั้น  $\vec{F}_{A \text{ ต่อ } B} = -\vec{F}_{B \text{ ต่อ } A}$

แรงภายนอกในระบบ หมายถึง แรงจากวัตถุที่อยู่นอกระบบ กระทำกับวัตถุภายในระบบที่กำลังศึกษา ในภาพที่ 2-1 แรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุ A แทนด้วย  $\vec{F}_{A(ext)}$  (ext มาจากคำว่า external หมายถึง ภายนอก) แรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุ B แทนด้วย  $\vec{F}_{B(ext)}$  เมื่อแบ่งแรงกระทำแต่ละวัตถุออกเป็น 2 ส่วน ตามที่ได้กล่าวมาแล้ว สามารถเขียนแรงลัพธ์บนวัตถุ A และ B ได้ดังนี้

$$\sum \vec{F}_A = \vec{F}_{A(ext)} + \vec{F}_{B \text{ ต่อ } A} \quad (2-8)$$

$$\sum \vec{F}_B = \vec{F}_{B(ext)} + \vec{F}_{A \text{ ต่อ } B} \quad (2-9)$$

แทนสมการที่ (2-8) และ (2-9) ลงใน สมการที่ (2-6) และ (2-7) จะได้ว่า

$$(\vec{F}_{A(ext)} + \vec{F}_{B \text{ ต่อ } A}) \Delta t = \vec{p}_{2A} - \vec{p}_{1A} \quad (2-10)$$

$$(\vec{F}_{B(ext)} + \vec{F}_{A \text{ ต่อ } B}) \Delta t = \vec{p}_{2B} - \vec{p}_{1B} \quad (2-11)$$

นำสมการที่ (2-10) บวกกับสมการที่ (2-11) ดังนี้

$$(\vec{F}_{A(ext)} + \vec{F}_{B(ext)}) \Delta t = (\vec{p}_{2A} + \vec{p}_{2B}) - (\vec{p}_{1A} + \vec{p}_{1B}) \quad (2-12)$$

พิจารณาปริมาณแต่ละตัวในสมการที่ (2-12) ดังนี้

- $\vec{F}_{Aext} + \vec{F}_{Bext}$  คือผลรวมของแรงภายนอกที่กระทำต่อวัตถุ A และ B ดังนั้นจึง

กำหนดให้  $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_{A(ext)} + \vec{F}_{B(ext)}$

- เนื่องจากวัตถุ A และ B คือ ระบบ ดังนั้น

$$\vec{p}_{1A} + \vec{p}_{1B} = \vec{p}_{1 \text{ ระบบ}} \quad : \text{โมเมนตัมรวมของระบบที่เวลาเริ่มต้น}$$

$$\vec{p}_{2A} + \vec{p}_{2B} = \vec{p}_{2 \text{ ระบบ}} \quad : \text{โมเมนตัมรวมของระบบที่เวลาสุดท้ายในช่วงเวลา } \Delta t$$

แทนผลการพิจารณาลงในสมการที่ (2-12) จะได้ว่า

$$\left(\sum \vec{F}_{ext}\right) \Delta t = \vec{p}_{2 \text{ ระบบ}} - \vec{p}_{1 \text{ ระบบ}} = \Delta \vec{p}_{\text{ระบบ}} \quad (2-13)$$

จากสมการที่ (2-13) แสดงให้เห็นว่า ระบบหนึ่งมีการอนุรักษ์โมเมนตัม ซึ่งหมายถึง โมเมนตัมของระบบไม่มีการเปลี่ยนแปลงได้ก็ต่อเมื่อ แรงลัพธ์จากภายนอกที่กระทำต่อระบบเท่ากับศูนย์ สิ่งนี้คือกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมสำหรับระบบใด ๆ จากที่กล่าวมาสามารถให้คำจำกัดความของกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมได้ดังนี้ “เมื่อแรงลัพธ์จากภายนอกกระทำต่อระบบเท่ากับศูนย์แล้ว โมเมนตัมรวมของระบบจะคงตัวเสมอ”

ในกรณีที่แรงลัพธ์จากภายนอกไม่เท่ากับศูนย์ กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมจะใช้ไม่ได้ จึงต้องกลับไปใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน หรือใช้ทฤษฎีการดลและโมเมนตัม อย่างไรก็ดี หากขยายขอบเขตของระบบออกไปให้ครอบคลุมวัตถุที่ออกแรงลัพธ์จากภายนอก จะทำให้

แรงลัพธ์จากภายนอกกลายเป็นแรงภายในระบบ และทำให้ระบบที่ขยายออกไปมีการอนุรักษ์โมเมนตัมได้

### กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมกับการชน

การชนของวัตถุเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้เสมอในชีวิตประจำวัน การชนมีได้หลายรูปแบบ ในวัตถุที่มีขนาดใหญ่จะพบและสังเกตได้ง่าย เช่น รถชนกัน การเตะลูกบอล และการตอกตะปู เป็นต้น ในระดับอะตอมการชนกันมีรูปแบบแตกต่างกันออกไป อะตอมมักไม่ได้สัมผัสกันโดยตรง แต่แรงที่อะตอมทำต่อกันมีค่ามากและกระทำในช่วงเวลาสั้น ๆ จนทำให้ระบบสภาวะก่อนชนและหลังชนได้อย่างชัดเจน

โดยพื้นฐานแล้วการชนเป็นการกระทำระหว่างวัตถุที่แรงในการชนเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในช่วงเวลาสั้น ๆ และมีขนาดใหญ่ การชนส่วนใหญ่จึงมักไม่ทราบแรงเปลี่ยนตามเวลาอย่างไร ทำให้วิเคราะห์การชนโดยตรงด้วยกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตันได้ยากหรือแทบเป็นไปไม่ได้เลย หากใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมกับระบบที่ประกอบไปด้วยวัตถุที่ชนกันแล้วจะสามารถวิเคราะห์การชนได้โดยไม่ต้องทราบรายละเอียดของแรงที่เกิดขึ้น

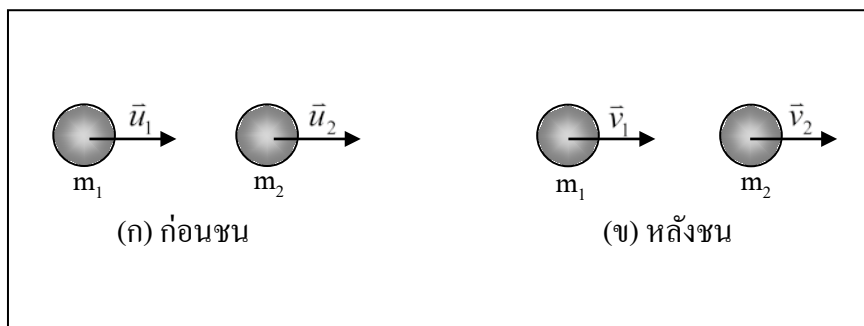
ระบบที่ใช้วิเคราะห์การชนจะประกอบด้วยวัตถุที่ชนกัน อาจจะเป็นการชนในแนวเส้นตรงหรือการชนแบบแฉลบก็ได้ แรงภายนอกที่กระทำต่อระบบซึ่งพบได้เสมอ คือ น้ำหนักของวัตถุ หากวัตถุชนกันบนพื้น แรงตั้งฉากจากพื้นจะรองรับน้ำหนักของวัตถุไว้ ทำให้มีแรงลัพธ์ในแนวตั้งเท่ากับศูนย์ แม้ว่ามีแรงเสียดทานและแรงภายนอกอื่น ๆ แต่มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับแรงที่เกิดขึ้นระหว่างวัตถุที่ชนกันในช่วงเวลาสั้น ๆ กล่าวอีกนัยหนึ่งว่า หากแรงลัพธ์จากภายนอกมีค่าน้อยกว่าแรงภายในระบบที่เกิดขึ้นระหว่างการชนมากแล้ว การเปลี่ยนโมเมนตัมของระบบจะน้อยมากเมื่อเทียบกับการถ่ายโอนโมเมนตัมของวัตถุภายในระบบจน โมเมนตัมรวมมีค่าคงตัว นั่นคือโมเมนตัมรวมก่อนชนเท่ากับโมเมนตัมรวมหลังชน

นอกจากการใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมในการวิเคราะห์การชนแล้ว จะพิจารณาพลังงานในการชนด้วย โดยจะใช้หลักเกณฑ์ด้านพลังงานนี้จำแนกประเภทการชน ได้แก่

1) การชนแบบยืดหยุ่น (elastic collision) เป็นการชนที่พลังงานจลน์รวมของระบบก่อนชนเท่ากับพลังงานจลน์รวมของระบบหลังชน นั่นคือ พลังงานจลน์รวมก่อนชนเท่ากับพลังงานจลน์รวมหลังชน

2) การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (inelastic collision) เป็นการชนที่พลังงานจลน์รวมของระบบก่อนชนไม่เท่ากับพลังงานจลน์รวมหลังชน โดยหลังชนวัตถุเคลื่อนที่ติดกันไปจะเรียกว่า การชนแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ (completely inelastic collision)

ข้อสรุปที่ได้จากการชนแบบไม่ยืดหยุ่นคือ การชนประเภทนี้วิเคราะห์ได้ด้วยสมการกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเพียงอย่างเดียว ไม่สามารถใช้พลังงานจลน์รวมคงตัวได้



ภาพที่ 2-2 การชนแบบยืดหยุ่นใน 1 มิติ

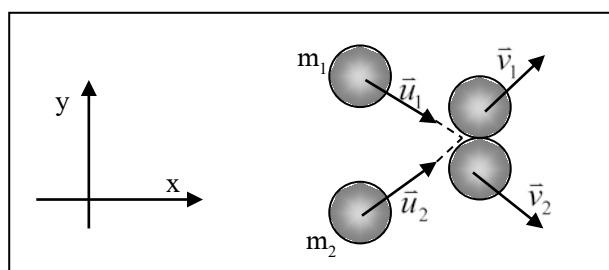
ภาพที่ 2-2 แสดงการชนแบบยืดหยุ่นใน 1 มิติ การชนเช่นนี้จะเกิดจากวัตถุเข้าชนในแนวผ่านจุดศูนย์กลางมวล ทำให้การเคลื่อนที่ของวัตถุทั้งสองก่อนชนและหลังชนอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน เนื่องจากการชนแบบยืดหยุ่น ดังนั้นจึงวิเคราะห์ได้ด้วยสมการกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม และสมการพลังงานจลน์รวมคงตัว ดังนี้

โมเมนตัมรวมก่อนชน = โมเมนตัมรวมหลังชน

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad (2-14)$$

พลังงานจลน์รวมก่อนชน = พลังงานจลน์รวมหลังชน

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2-15)$$



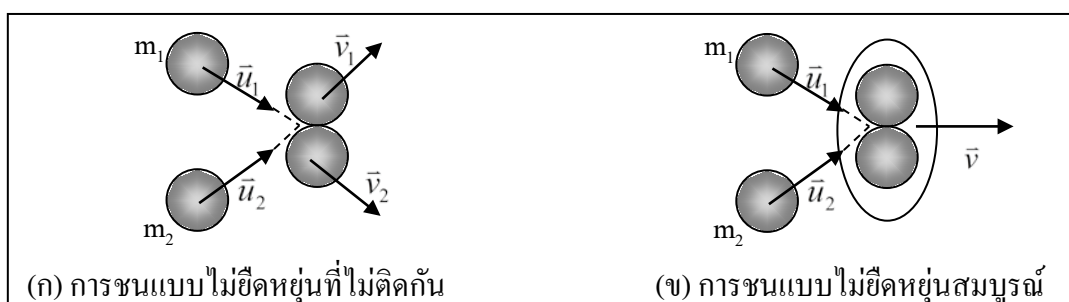
ภาพที่ 2-3 การชนแบบยืดหยุ่นใน 2 มิติ

ในกรณีที่เป็น การชนแบบยืดหยุ่นใน 2 มิติ ซึ่งหมายถึง วัตถุเคลื่อนที่บนระนาบตั้งภาพที่ 2-3 จะยังคงวิเคราะห์ได้ด้วยสมการกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม และสมการพลังงานจลน์รวมคงตัว แต่เนื่องจากโมเมนตัมเป็นเวกเตอร์ จึงสามารถแยกสมการกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ออกเป็นสมการตามแนวแกน x และ แกน y ได้ส่วนพลังงานจลน์เป็นปริมาณสเกลาร์ ดังนั้นสมการพลังงานจลน์รวมคงตัวจึงมีเพียง 1 สมการเช่นเดิมดังนี้

$$m_1\bar{u}_{1x} + m_2\bar{u}_{2x} = m_1\bar{v}_{1x} + m_2\bar{v}_{2x} \quad (2-16)$$

$$m_1\bar{u}_{1y} + m_2\bar{u}_{2y} = m_1\bar{v}_{1y} + m_2\bar{v}_{2y} \quad (2-17)$$

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad (2-18)$$



ภาพที่ 2-4 การชนแบบไม่ยืดหยุ่น

สำหรับการชนแบบไม่ยืดหยุ่น วิเคราะห์ได้ด้วยสมการอนุรักษ์โมเมนตัมเพียงสมการเดียว ในกรณีที่เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่นซึ่งหลังชนวัตถุไม่ได้เคลื่อนที่ติดกันไปดังภาพที่ 2-4 (ก) จะเขียนสมการดังกล่าวได้ดังนี้

$$m_1\bar{u}_1 + m_2\bar{u}_2 = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2$$

หากเป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ ดังภาพที่ 2-4 (ข) ภายหลังการชน วัตถุเคลื่อนที่ติดกันไปด้วยความเร็ว  $\bar{v}$  เท่ากัน ดังนั้นสมการอนุรักษ์โมเมนตัมใช้ได้เพียงสมการเดียว จึงเขียนได้ดังนี้

$$m_1\bar{u}_1 + m_2\bar{u}_2 = (m_1 + m_2)\bar{v}$$

ในกรณีเป็นการชนไม่ยืดหยุ่นใน 2 มิติ สมการกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ทั้งสองสมการที่ผ่านมาสามารถแยกเป็นสมการตามแนวแกน x และแกน y ได้เช่นเดียวกับการชนแบบยืดหยุ่นใน 2 มิติ

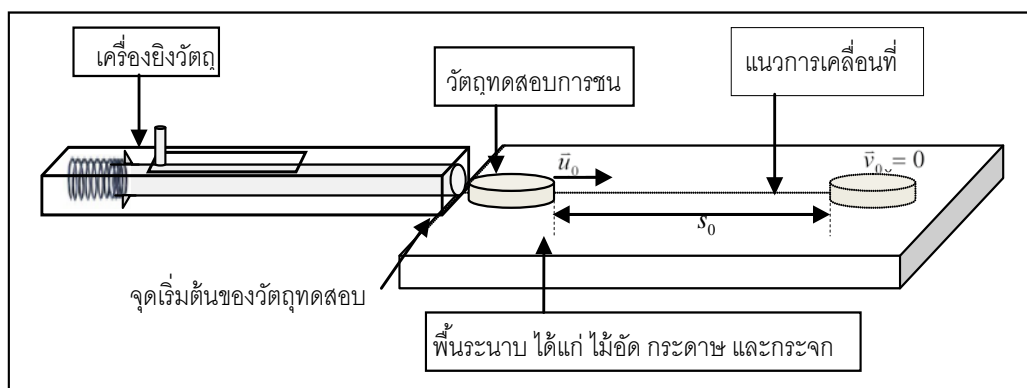
ปริมาณที่นิยมใช้เป็นตัวบ่งบอกถึงความไม่ยืดหยุ่นของการชนนั้นเราเรียกว่า สัมประสิทธิ์การกระดอน (coefficient of restitution) ใช้สัญลักษณ์  $\epsilon$  และหมายถึง ปริมาณในสมการที่ (2-19) นั่นคือ (วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ, 2554)

$$\varepsilon \equiv \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{-(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)} \quad (2-19)$$

ดังนั้น สำหรับการชนแบบไม่ยืดหยุ่น  $e$  จึงมีค่า  $0 < \varepsilon < 1$  และ  $\varepsilon = 0$  สำหรับการชนกันแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ แต่ในกรณีที่  $\varepsilon = 1$  พอดี การชนกันเป็นแบบยืดหยุ่น

## การชนกัน (collision) ในระบบ 2 วัตถุในหนึ่งมิติ

### ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชนในระนาบ 1 มิติ

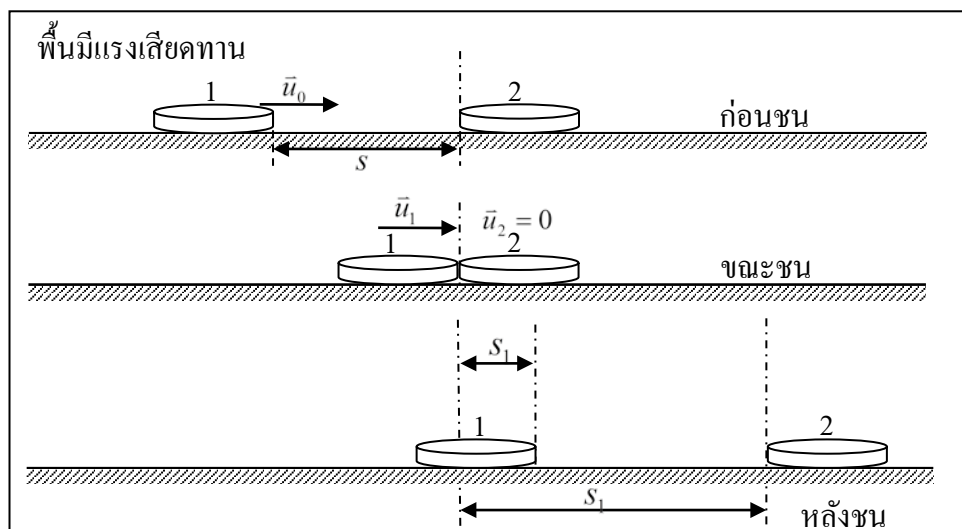


ภาพที่ 2-5 การทดลองหาความเร็วต้น ( $\vec{u}_0$ ) ในการเคลื่อนที่ในระนาบ 1 มิติ

จากภาพที่ 1 ยิงวัตถุมวล  $m$  ซึ่งอยู่นิ่ง ให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\vec{u}_0$  บนพื้นผิวเสียดทานที่มีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์เท่ากับ  $\mu$  ความเร็วของวัตถุจะค่อยๆ ลดลงอย่างต่อเนื่อง โดยมีความหน่วง  $\vec{a} = -\mu g$  โดย  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงโลก จนกระทั่งหยุดนิ่ง ( $\vec{v}_0 = 0$ ) โดยมีระยะการกระจัด  $s_0$  ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง จาก  $v^2 = u^2 + 2as$  จะได้

$$\vec{u}_0 = \sqrt{2\mu g s_0} \quad (2-20)$$

พิจารณาการชนกัน (collision) ในระบบ 2 วัตถุในหนึ่งมิติ



ภาพที่ 2-6 การชนกันของระบบ 2 วัตถุในระนาบหนึ่งมิติ

ภาพที่ 2-6 เมื่อยังวัตถุก้อนที่ 1 มวล  $m_1$  ด้วยความเร็วต้น  $\bar{u}_0$  ด้วยความหน่วง  $a = -\mu g$  ขณะวัตถุกำลังชนมวล  $m_1$  เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\bar{u}_1$  ได้ระยะการกระจัด  $s$  เข้าชนวัตถุก้อนที่ 2 มีมวล  $m_2$  ซึ่งอยู่นิ่ง ( $\bar{u}_2 = 0$ ) ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง จะได้

$$\bar{u}_1 = \sqrt{2\mu g(s_0 - s)} \quad (2-21)$$

พิจารณาผลรวมของโมเมนตัมก่อนชนใน 1 มิติ จะได้

$$\sum P_{before} = m_1 \bar{u}_1 = m_1 \sqrt{2\mu g(s_0 - s)} \quad (2-22)$$

เมื่อพิจารณาวัตถุทั้งสองหลังชน วัตถุก้อนที่ 1 และ 2 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\bar{v}_1$  และ  $\bar{v}_2$  และสามารถวัดค่าการกระจัดของวัตถุทั้งสองจะได้  $s_1$  และ  $s_2$  ตามลำดับ ถ้าพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง จะได้

$$\bar{v}_1 = \sqrt{2\mu g s_1} \quad (2-23)$$

$$\bar{v}_2 = \sqrt{2\mu g s_2} \quad (2-24)$$

พิจารณาผลรวมของโมเมนตัมหลังชนในระนาบ 1 มิติ จะได้

$$\sum P_{after} = m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = m_1 \sqrt{2\mu g s_1} + m_2 \sqrt{2\mu g s_2} \quad (2-25)$$

ดังนั้น จึงสามารถหาคำนวณค่าเปอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปใน 1 มิติ ได้จาก



$$\Delta P\% = \left| \frac{\sum P_{before} - \sum P_{after}}{\sum P_{before}} \right| \times 100\% \quad (2-26)$$

$$= \left| \frac{m_1 \sqrt{2\mu g (s_0 - s)} - (m_1 \sqrt{2\mu g s_1} + m_2 \sqrt{2\mu g s_2})}{m_1 \sqrt{2\mu g (s_0 - s)}} \right| \times 100\%$$

และสามารถพิจารณาผลของแรงเสียดทานจากพื้นผิวที่มีต่อค่า  $\mathcal{E}$  ได้โดย กำหนดให้วัตถุก้อนที่ 1 มีมวล  $m_1$  เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\vec{u}_1$  เข้าชนวัตถุก้อนที่ 2 มีมวล  $m_2$  ซึ่งอยู่นิ่ง ( $\vec{u}_2 = 0$ ) หลังชนกันแล้ววัตถุก้อนที่ 1 และ 2 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\vec{v}_1$  และ  $\vec{v}_2$  และเมื่อพิจารณาขณะที่วัตถุกระทบกัน จะมีแรงเสียดทานจากพื้นผิว  $f_k = \mu(m_1 + m_2)g$  กระทำต่อมวลทั้งสองวัตถุ ตั้งแต่ช่วงเวลา  $t_1 = 0$  จนถึงเวลา  $t_2 = t'$  โดยเป็นช่วงเวลาสั้น ๆ ระหว่างเกิดการชนในขณะนั้น จะได้การคลให้เป็น

$$\vec{\beta} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F} dt \quad (2-27)$$

จากสมการที่ (2-27) จะได้การคลจากแรงเสียดทานจากพื้นผิว  $\beta = \mu(m_1 + m_2)gt'$  และได้ช่วงเวลาทีวัตถุชนกัน

$$t' = \frac{\beta}{\mu(m_1 + m_2)g} \quad (2-28)$$

ขณะเกิดการชนในช่วงเวลาสั้น ๆ จะได้ค่าประมาณของระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ขณะชน

$$s' = \frac{1}{2} \mu g t'^2 \quad (2-29)$$

จึงเกิดงานจากแรงเสียดทานขณะชนซึ่งมีขนาดเท่ากับ

$$\delta f = \int_0^{s'} \sum f_k dr = \sum f_k s' = \mu(m_1 + m_2)gs' = \frac{1}{2} \mu^2 g^2 (m_1 + m_2) t'^2 \quad (2-30)$$

แทนสมการที่ (2-28) ลงใน สมการที่ (2-30) ถ้าในกรณี  $m_1 = m_2$  จะได้

$$\delta f = \frac{\beta^2}{4m} \quad (2-31)$$

ในระหว่างการชน ถ้าพิจารณาการชนของระบบโดดเดี่ยว แรงภายนอกที่กระทำต่อระบบเป็นศูนย์ จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น จะได้ว่า

$$m_1 \vec{u}_1 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad (2-32)$$

สำหรับการชนแบบไม่ยืดหยุ่น สัมประสิทธิ์การกระดอน จะถูกกำหนดด้วย

$$\mathcal{E} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\vec{u}_1} \quad (2-33)$$

ในทางปฏิบัติ ระหว่างการชนมีแรงภายนอกกระทำกับระบบ ถ้ามีแรงสุทธิเกิดขึ้นระหว่างการชน โมเมนตัมของระบบไม่คงที่ หรือได้ว่า

$$m_1\bar{u}_1 - \beta = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 \quad (2-34)$$

และมีการสูญเสียพลังงาน เนื่องจากแรงภายนอกกระทำ โดยกำหนดให้  $\delta f$  และ  $\delta E$  เป็นพลังงานที่เกิดจากการสูญเสียเนื่องแรงเสียดทานและการชน ตามลำดับ จะได้

$$\frac{1}{2}m_1u_1^2 - \delta f - \delta E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \quad (2-35)$$

จากนั้นแก้สมการที่ (2-35) และ (2-36) ร่วมกันทางวิธีการทางพีชคณิต ถ้าในกรณีที่มวลเท่ากัน  $m_1 = m_2 = m$  จะได้ผลเป็น

$$\bar{v}_1 = (m^2u - m\beta - \sqrt{m^4u^2 + 2m^3u\beta - m^2\beta^2 - 4m^3\delta E - 4m^3\delta f})/2m^2 \quad (2-36)$$

$$\bar{v}_2 = (m^2u - m\beta + \sqrt{m^4u^2 + 2m^3u\beta - m^2\beta^2 - 4m^3\delta E - 4m^3\delta f})/2m^2 \quad (2-37)$$

จากสมการที่ (2-36) และ (2-37) พิจารณากรณีที่การชนไม่มีแรงภายนอกกระทำ และไม่มีการสูญเสียพลังงาน ( $\beta \rightarrow 0, \delta f = 0, \delta E = 0$ ) จะได้

$$\bar{v}_2 - \bar{v}_1 = \bar{u} \quad (2-38)$$

ในทางทฤษฎี; พิจารณากรณีที่การชนไม่มีแรงภายนอกกระทำ แต่มีการสูญเสียพลังงาน ( $\beta \rightarrow 0, \delta f = 0, \delta E \neq 0$ ) จะได้

$$\Delta v_{theory} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1 = \sqrt{u^2 - \frac{4\delta E}{m}} = u\sqrt{1 - \frac{4\delta E}{mu^2}} \approx u\left(1 - \frac{2\delta E}{mu^2}\right) \quad (2-39)$$

ในทางปฏิบัติ; พิจารณากรณีที่การชนมีแรงภายนอกกระทำ และมีการสูญเสียพลังงาน ( $\beta \neq 0, \delta f = \beta^2/4m, \delta E \neq 0$ ) จะได้

$$\begin{aligned} \Delta v_{exp} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1 &= \sqrt{u^2 + \frac{2u\beta}{m} - \frac{2\beta^2}{m^2} - \frac{4\delta E}{m}} = \Delta v_{theory} \sqrt{1 + \frac{2\beta u}{m(\Delta v_{theory})^2} \left(1 - \frac{\beta}{mu}\right)} \\ \Delta v_{exp} &\approx \Delta v_{theory} \left(1 + \frac{\beta u}{m(\Delta v_{theory})^2} \left(1 - \frac{\beta}{mu}\right)\right) \end{aligned} \quad (2-40)$$

เมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของความเร็วสัมพัทธ์ในทางทฤษฎีและในทางปฏิบัติ จากสมการ (2-39) และ (2-40) จะได้

$$\Delta V = \Delta v_{exp} - \Delta v_{theory} = \Delta v_{theory} \left(1 + \frac{\beta u}{m\Delta v_{theory}^2} \left(1 - \frac{\beta}{mu}\right)\right) - \Delta v_{theory}$$

$$\Delta V = \frac{\beta u}{m\Delta v_{theory}} \left(1 - \frac{\beta}{mu}\right) \quad (2-41)$$

แทนค่า  $\Delta v_{theory}$  ลงในสมการที่ (2-41) จะได้

$$\Delta V = \Delta v_{\text{exp}} - \Delta v_{\text{theory}} = \frac{\beta}{m \left( 1 - \frac{\delta E}{1/2 \mu u^2} \right)} \left( 1 - \frac{\beta}{\mu u} \right) \quad (2-42)$$

จากสมการที่ (2-42) ถ้าพิจารณาในกรณีที่  $\beta \ll \mu u$  และ  $\delta E \ll \frac{1}{2} \mu u^2$  จะได้ความแตกต่างของความเร็วสัมพัทธ์ในทางทฤษฎีและในทางปฏิบัติ

$$\Delta V = \Delta v_{\text{exp}} - \Delta v_{\text{theory}} \approx \frac{\beta}{m} \quad (2-43)$$

ดังนั้นเมื่อพิจารณาสัมประสิทธิ์การกระดอนในทางปฏิบัติ จะได้

$$\mathcal{E}_{\text{exp}} = \frac{\Delta v_{\text{theory}} + \Delta V}{u} = \frac{\Delta v_{\text{theory}}}{u} + \frac{\beta}{\mu u} \quad (2-44)$$

จากสมการที่ (2-45) ในกรณีที่  $\beta \ll \mu u$

$$\mathcal{E}_{\text{exp}} = \frac{\Delta v_{\text{theory}}}{u} \quad (2-45)$$

ดังนั้นจึงสามารถทำให้ผลต่างความเร็วสัมพัทธ์ในทางทฤษฎีและในทางปฏิบัติมีค่าใกล้เคียงกันมากขึ้น โดยการให้โมเมนตัมของวัตถุก่อนชนมีค่ามาก ๆ และจากสมการที่ (2-45) จึงสามารถคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน จากสมการที่ (2-21), (2-23) และ (2-24)

กรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลเท่ากัน จากสมการ

$$\mathcal{E} = \frac{\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2} + \sqrt{S_1}} \quad (2-46)$$

กรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลไม่เท่ากัน กรณีมวลมากชนมวลน้อย;

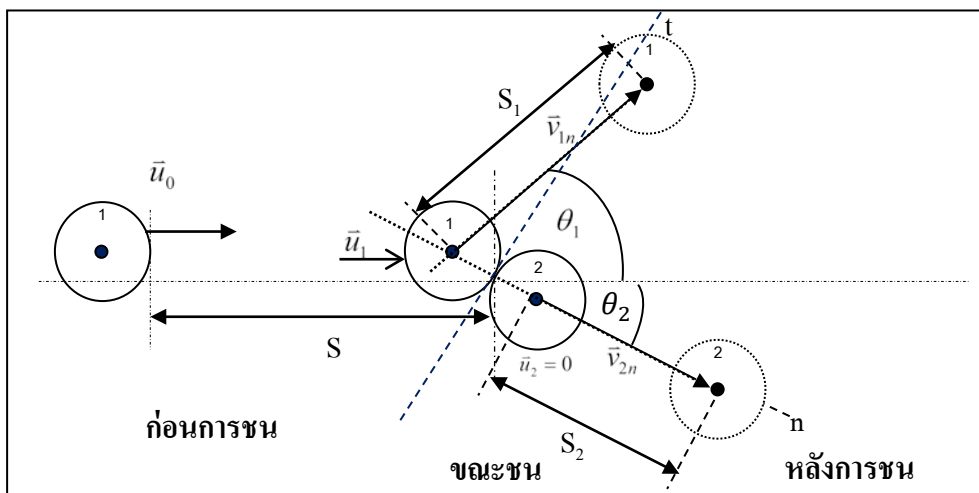
$$\mathcal{E} = \frac{(\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})m_1}{m_2\sqrt{S_2} + m_1\sqrt{S_1}} \quad (2-47)$$

กรณีมวลน้อยชนมวลมาก;

$$\mathcal{E} = \frac{(\sqrt{S_2} + \sqrt{S_1})m_1}{m_2\sqrt{S_2} - m_1\sqrt{S_1}} \quad (2-48)$$

และจะเห็นว่า ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนไม่ขึ้นอยู่กับ  $\mu$  ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจึงสามารถหาได้จากการกระจัดของวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ได้ โดยคำนวณได้จากระยะ  $S_1$  และ  $S_2$  ได้ โดยไม่จำเป็นต้องทราบค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

### การชนกัน (collision) ในระบบ 2 วัตถุในสองมิติ



ภาพที่ 2-7 การชนกันของระบบ 2 วัตถุในระนาบสองมิติ

ภาพที่ 2-7 แสดงการชนกันในระนาบ 2 มิติ โดยวัตถุก่อนที่ 1 มีมวล  $m_1$  เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\bar{u}_1$  เข้าชนวัตถุก่อนที่ 2 มีมวล  $m_2$  ซึ่งอยู่นิ่ง ( $\bar{u}_2 = 0$ ) หลังชนกันแล้ววัตถุก่อนที่ 1 และ 2 เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $\bar{v}_1$  และ  $\bar{v}_2$  ตามทิศทางในภาพที่ 2-7 ทำมุม  $\theta_1$  และ  $\theta_2$  กับแนวเดิมของ  $\bar{u}_1$  และสามารถวัดค่าการกระจัดของวัตถุทั้งสองจะได้  $S_1$  และ  $S_2$  ตามลำดับ (Meriam & Kraige, 1998) กรณีที่การชนไม่มีแรงภายนอกกระทำ ระบบมากระทำ ขณะวัตถุทั้งสองชนกัน วัตถุทั้งสองจะออกแรงกระทำต่อกันเฉพาะในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสเท่านั้น จะไม่มีแรงในแนวขนานกับผิวสัมผัส ในกรณีที่  $\theta_1, \theta_2 \neq 0$  จะได้สมการการอนุรักษ์โมเมนตัมในแต่ละแกนเป็น

$$m_1 \bar{u}_1 \hat{i} = m_1 \bar{v}_1 \cos \theta_1 \hat{i} + m_2 \bar{v}_2 \cos \theta_2 \hat{i} \quad (2-49)$$

$$m_1 \bar{v}_1 \sin \theta_1 \hat{j} = m_2 \bar{v}_2 \sin \theta_2 \hat{j} \quad (2-50)$$

เมื่อวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนในแนวที่มีการชนกัน (แนว n) เมื่อ  $v_{in}$  คือองค์ประกอบความเร็วในแนวแกน n และ พิกัด t ที่ตั้งฉากกัน ของมวล i

$$\varepsilon = \frac{\bar{v}_{2n} - \bar{v}_{1n}}{\bar{u}_{1n} - \bar{u}_{2n}} = \frac{\bar{v}_{2n} - \bar{v}_1 \cos(\theta_1 + \theta_2)}{\bar{u}_1 \cos \theta_2} \quad (2-51)$$

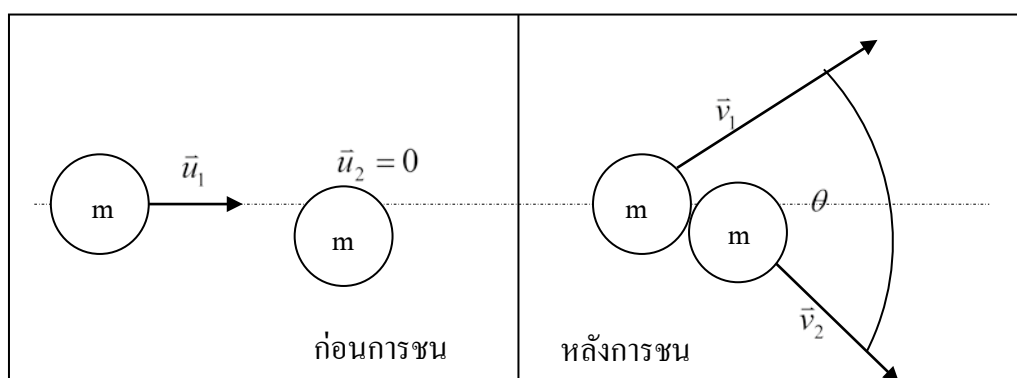
จากสมการที่ (2-50)  $\bar{v}_1 = \frac{m_2 \bar{v}_2 \sin \theta_2}{m_1 \sin \theta_1}$  แทนลงในสมการที่ (2-49) และ (2-51) จะได้

$$\varepsilon = \frac{m_1 \sin \theta_1 - m_2 \sin \theta_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)}{m_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \cos \theta_2} \quad (2-52)$$

กรณีที่ว่าวัตถุทั้งสองมีมวล  $m_1 = m_2$  จะได้ว่า

$$\varepsilon = \frac{\sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos \theta_2} \quad (2-53)$$

กรณีที่เป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ เมื่อวัตถุทั้งสองก้อนเท่ากัน พิจารณาผลการชน จากภาพที่ 2-8 กำหนดให้มวล  $m$  มีความเร็ว  $\vec{u}_1$  เข้าชนมวล  $m$  อีกก้อน ซึ่งอยู่นิ่งในแนวไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของมวล ทำให้วัตถุทั้งสองแยกออกจากกันทำมุม  $\theta$  มีความเร็ว  $\vec{v}_1$  และ  $\vec{v}_2$  ตามลำดับ (นิรันดร์ สุวรัตน์, 2553)



ภาพที่ 2-8 การชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ใน 2 มิติ เมื่อมวลเท่ากัน

ผลของการชนจะได้ว่า

พิจารณากฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

$$\begin{aligned} m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 &= m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \\ \vec{u}_1 &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ u_1^2 &= v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos \theta \end{aligned} \quad (2-54)$$

พิจารณากฎการอนุรักษ์พลังงาน

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \\ u_1^2 &= v_1^2 + v_2^2 \end{aligned} \quad (2-55)$$

จากสมการที่ (2-54) และ (2-55) ได้ว่า

$$\begin{aligned} 2v_1 v_2 \cos \theta &= 0 \\ \cos \theta &= 0 \text{ หรือ } \theta = 90^\circ \end{aligned}$$

จึงได้ข้อสรุปว่า “ ถ้ามวลเท่ากัน ชนกันแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ในแนวไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล และมวลที่ถูกชนอยู่นิ่ง หลังชนมวลทั้งสองแยกออกจากกันทำมุม  $90^\circ$  เสมอ”

กรณีมวลเท่ากัน ถ้ามวลชน  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$  ก็จะพบว่า  $\varepsilon = 1$  ซึ่งเป็นการชนแบบยืดหยุ่น

จะเห็นได้ว่า ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของการชนในระบบ 2 วัตถุ ในแนวระนาบ 2 มิติ สามารถคำนวณได้จาก มุม  $\theta_1$  และ  $\theta_2$  กับแนวเดิมของ  $\vec{n}_1$  โดยไม่จำเป็นต้องรู้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความเร็วก่อนชน และความเร็วหลังชน และนอกจากนี้ยังสามารถพิสูจน์ว่าเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่ ได้โดยพิจารณาจากการชน ถ้ามวลชนมวลทั้งสองแยกออกจากกันทำมุม  $90^\circ$  นั่นก็คือ  $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$  แสดงว่าเป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ศิริชัย พุทธวัฒน์ (2538) ได้สร้างและหาประสิทธิภาพชุดทดลอง เรื่องกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น โดยทำการทดลองเกี่ยวกับขนาดของความเร็วและทิศทางของวัตถุทั้งก่อนพุ่งเข้ากระทบและหลังกระทบกัน พร้อมทั้งหาสัมประสิทธิ์การกระดอนของวัตถุทั้งสอง โดยใช้อุปกรณ์การทดลองที่สำคัญ คือ บั๊มลม ท่อส่งลม และวิดีโอความเร็วสูงในการบันทึกภาพ โดยชุดทดลองที่สร้างขึ้นมีค่าประสิทธิภาพของชุดทดลอง 79.53%

Srisuphaphon, Temnuch, Pumptako, Dechapunya, and Phibanchon (2015) ศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบ 2 วัตถุ บนพื้นระนาบที่มีแรงเสียดทาน สัมประสิทธิ์การกระดอนเป็นปริมาณที่น่าสนใจสำหรับการชนของวัตถุโดยทดลองกับพื้นผิวหลายชนิด และผลการทดลองพบว่าแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวสัมผัสไม่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยค่าที่ได้สอดคล้องกับทางทฤษฎี

Haron and Ismail (2012) ได้ทำการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกบอลที่ใช้ประกอบในการเล่นกีฬา ได้แก่ ลูกกอล์ฟ ลูกปิงปอง ลูกชอกกี และคริกเก็ต โดยทดสอบบนพื้นผิวที่แข็งและนุ่ม โดยวัดค่าความเร็วของลูกบอลแล้วจึงนำมาคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน เครื่องมือที่ใช้ในการวัดคือ กล้องวิดีโอความเร็วสูงเพื่อบันทึกค่าการกระดอนได้สูงสุดแล้วจึงคำนวณหาค่าความเร็วของลูกบอล หรืออีกวิธีหนึ่ง ใช้เซนเซอร์เพื่อวัดอัตราเร็ว โดยในที่นี้จะไม่สนใจกรณีวัตถุมีการหมุน โดยผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบการสูญเสียพลังงานในรูปของค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกบอลชนิดต่าง ๆ ที่ทดสอบบนพื้นผิวแข็งและนุ่ม ซึ่งพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนบนพื้นแข็งจะมีค่ามากกว่าบนพื้นนุ่ม

## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการออกแบบและสร้างชุดทดลองอย่างง่าย สำหรับการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนการดำเนินงานดังต่อไปนี้

1. ศึกษาคั่นคว้าและสำรวจข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย
2. การออกแบบและสร้างเครื่องมือในการวิจัย
3. ดำเนินการทดลองและเก็บข้อมูล
4. รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล

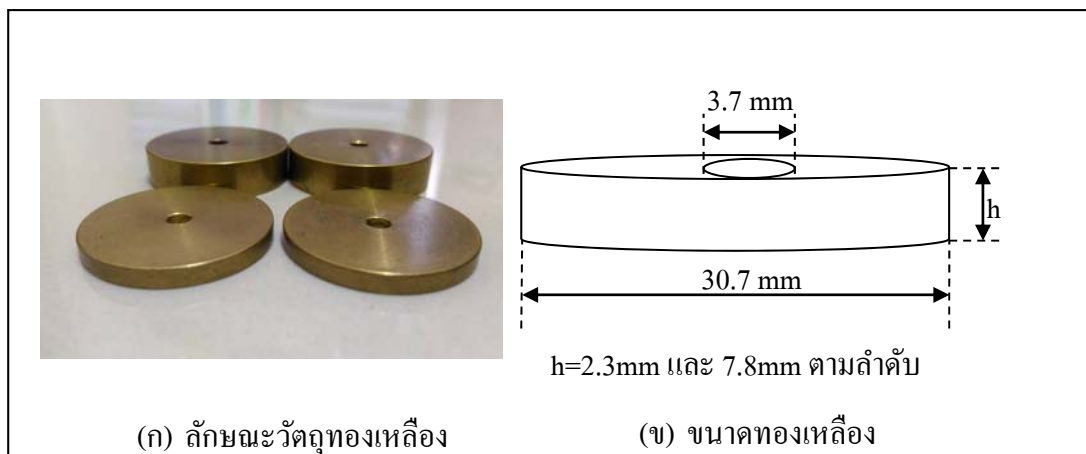
#### ศึกษาคั่นคว้าและสำรวจข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

1. ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับ ทฤษฎีโมเมนตัมและการชน กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น การชนแบบยืดหยุ่นและไม่ยืดหยุ่น การชนในหนึ่งมิติ การชนในสองมิติ และการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน
2. ศึกษาวิธีออกแบบการทดลอง การสร้างชุดทดลอง หน้าที่ของอุปกรณ์ในชุดทดลอง วัสดุที่นำมาใช้ในการทดสอบ เครื่องมือวัดประกอบการทดลอง และวิธีดำเนินการทดลอง
3. ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุในแนวระนาบ และการออกแบบและสร้างชุดการทดลอง
4. ศึกษาเปรียบเทียบและวิธีการวิจัยจากเอกสาร งานวิจัยต่าง ๆ

### การออกแบบและสร้างเครื่องมือในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ออกแบบและสร้างเครื่องมือในการวิจัย คือ ชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ ซึ่งมีรายละเอียดและขั้นตอนดังนี้

#### 1. กำหนดรูปร่าง ขนาด และ ชนิดของวัตถุทดสอบ

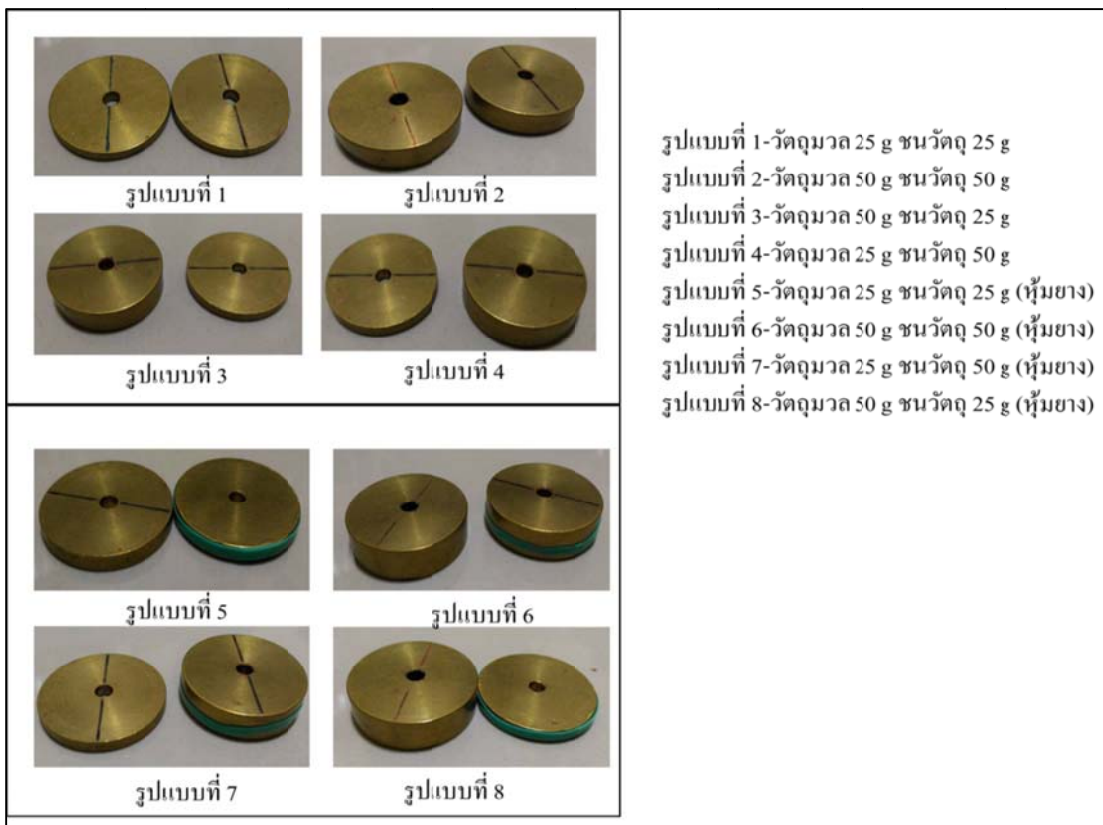


ภาพที่ 3-1 วัตถุทดสอบจากทองเหลือง



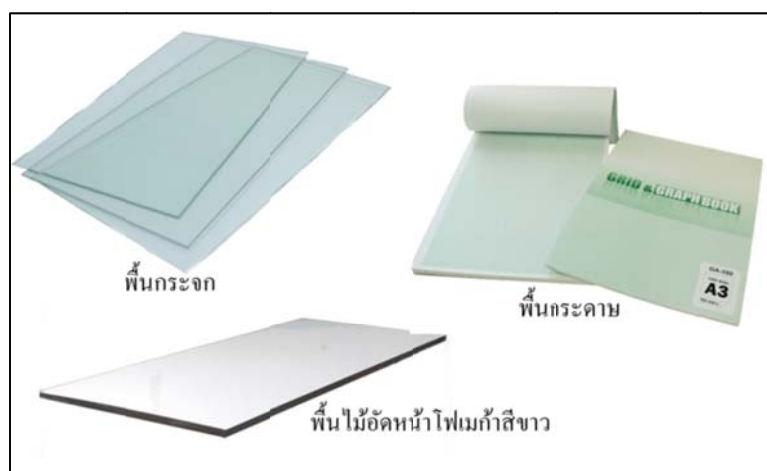
ภาพที่ 3-2 วัตถุทดสอบหุ้มขอบด้วยยางมัดผม





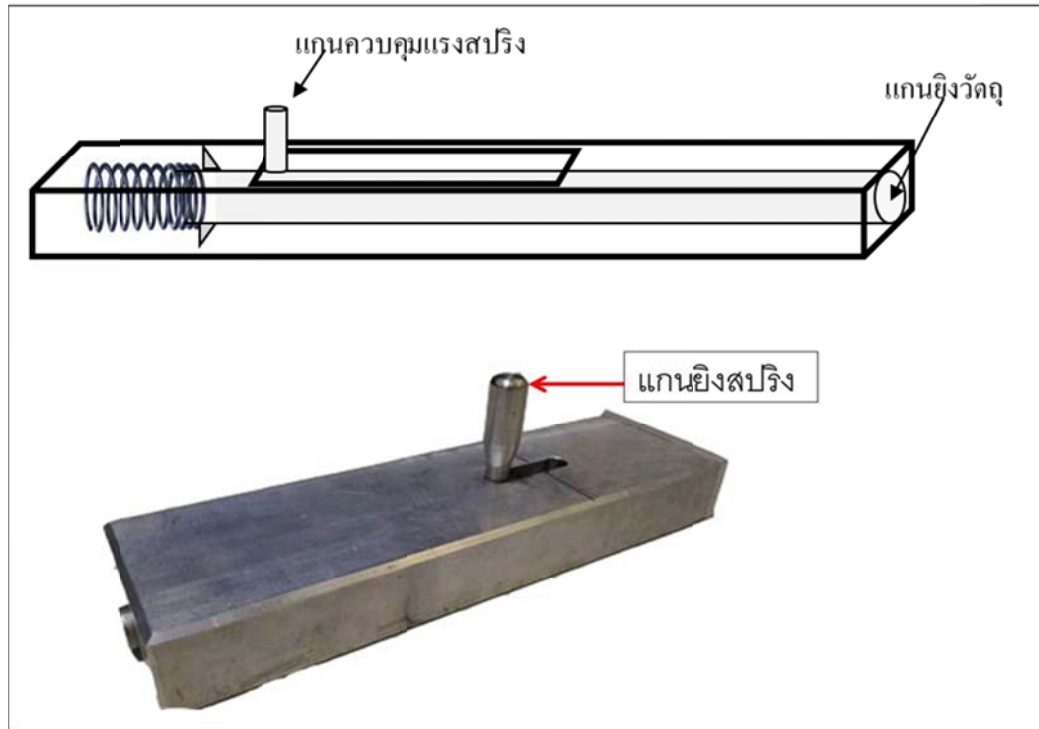
ภาพที่ 3-3 วัดถ่วงทดสอบแต่ละรูปแบบ

2. ออกแบบและสร้างพื้นผิวระนาบที่ใช้ในการทดลอง โดยกำหนดขนาดพื้นผิวระนาบชนิดพื้นผิวระนาบได้แก่ กระดาษ ไม้อัด และกระจก ซึ่งมีขนาด 29.7 cm x 42 cm



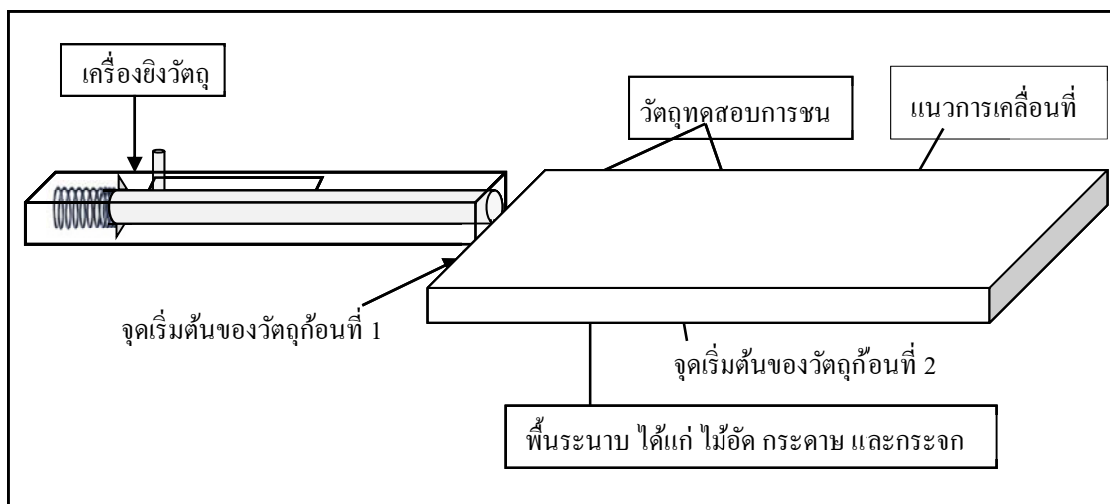
ภาพที่ 3-4 พื้นระนาบแต่ละชนิด

### 3. ออกแบบและสร้างชุดยิงวัตถุทดสอบบนพื้นระนาบ

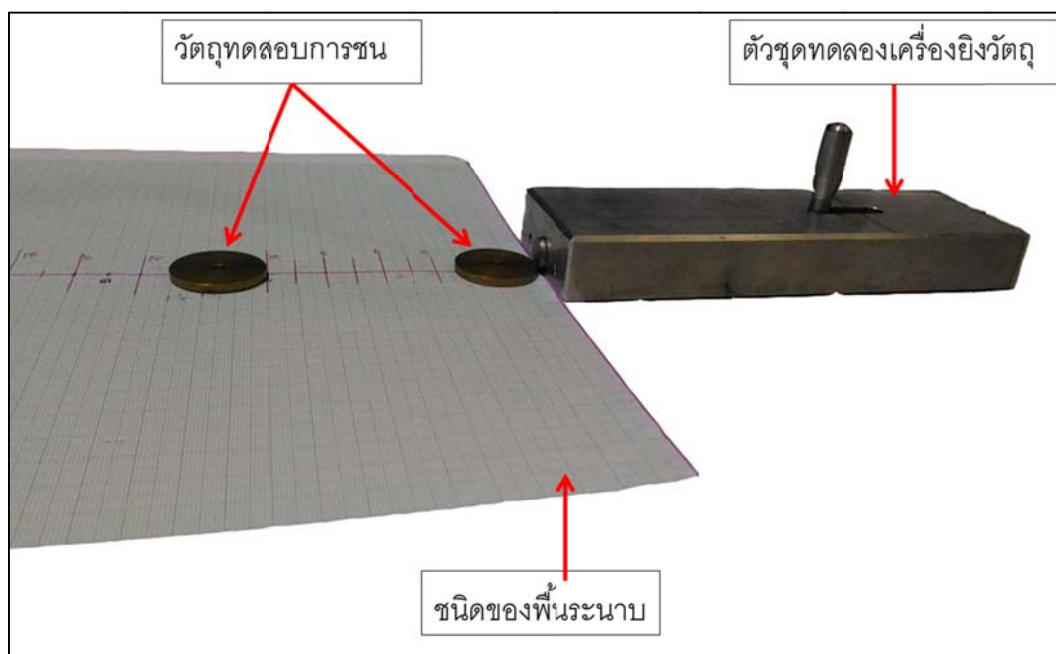


ภาพที่ 3-5 ออกแบบและสร้างเครื่องยิงวัตถุ

4. ออกแบบและสร้างชุดทดลองอย่างง่าย สำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ

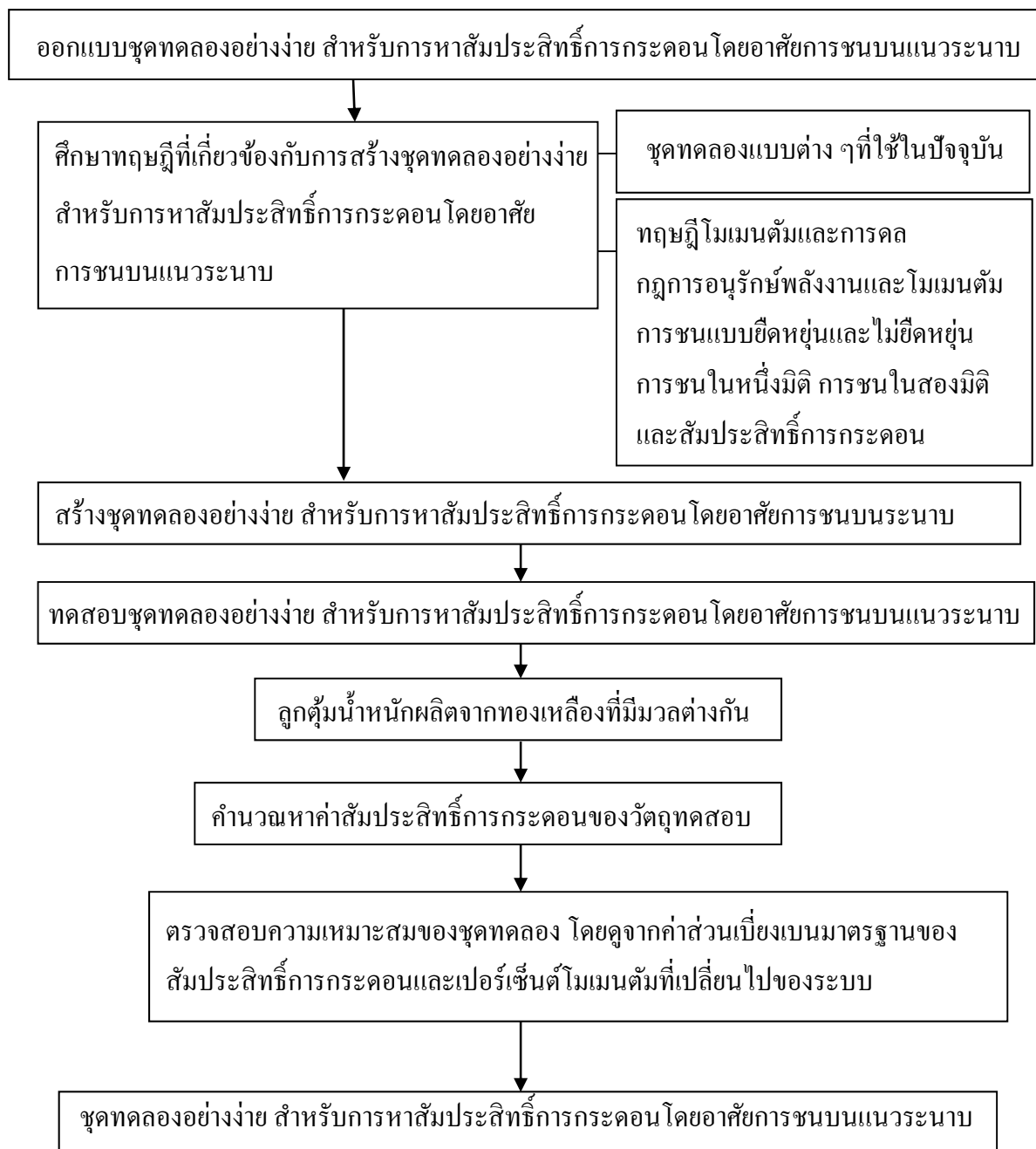


ภาพที่ 3-6 การออกแบบชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ



ภาพที่ 3-7 ลักษณะการติดตั้งอุปกรณ์เพื่อทดสอบ

แผนผังแสดงขั้นตอนการออกแบบและสร้างชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์  
การกระดอนโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ



ภาพที่ 3-8 ผังร่างต้นแบบชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัย  
การชนบนแนวระนาบ

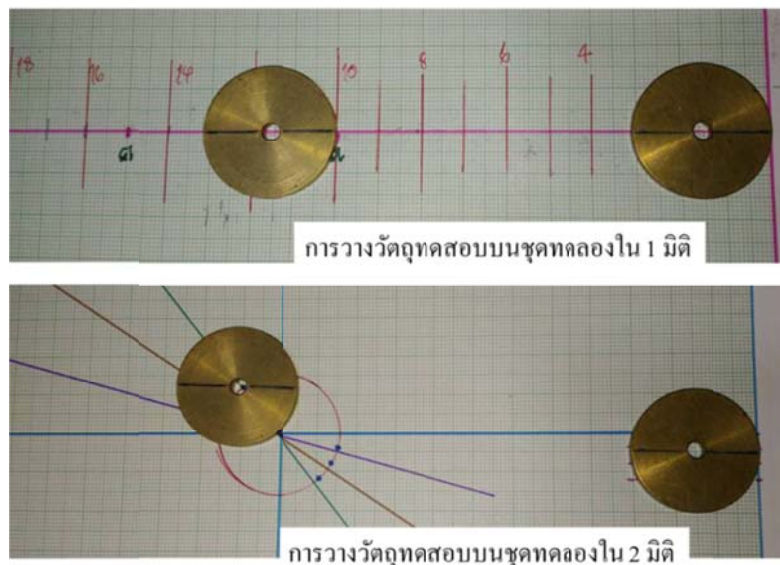
## ดำเนินการทดลองและเก็บข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บข้อมูล ดังนี้

1. จัดเตรียมวัสดุและอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่
  - 1.1 ชุดทดลองที่สร้างโดยประกอบด้วย วัตถุทดสอบ ชุดยิงวัตถุ และพื้นระนาบ 3 ชนิด ได้แก่ ไม้อัด กระดาษ และกระจก ดังภาพที่ 3-7
  - 1.2 ยางวงรัดผมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 10 mm
  - 1.3 ไม้บรรทัด 1 อัน
  - 1.4 เวอร์เนีย 1 อัน
  - 1.5 เครื่องชั่งดิจิตอล 1 เครื่อง
  - 1.6 ไม้โปรแทรกเตอร์แบบครึ่งวงกลม 1 อัน



ภาพที่ 3-9 วัสดุ-อุปกรณ์ที่ใช้ร่วมกับชุดทดลอง



ภาพที่ 3-10 การวางวัตถุทดสอบบนชุดทดลอง

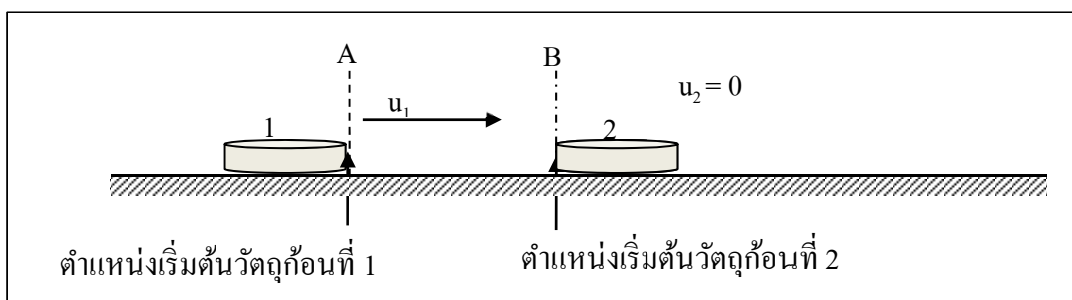
## 2. ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

### 2.1 หาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน

#### ตอนที่ 1 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบ

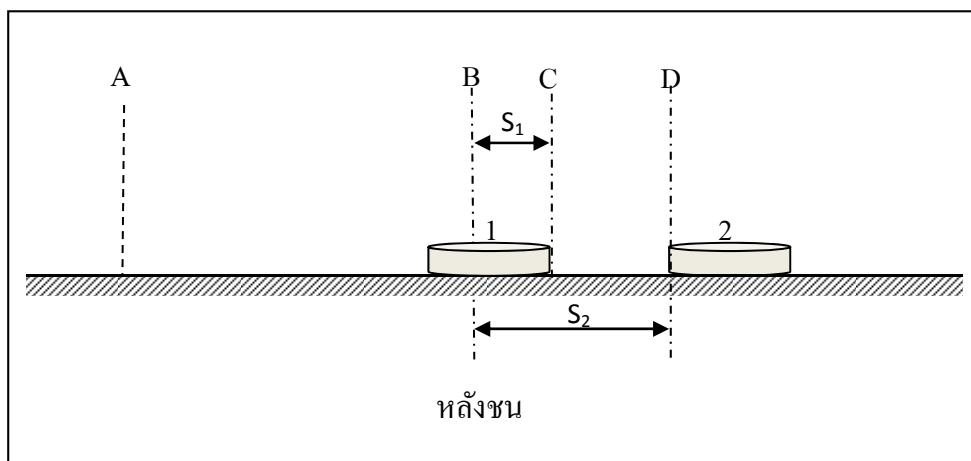
ต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ

- 1) วัดขนาด และมวลของวัตถุที่ต้องการทดสอบทั้งหมด พร้อมบันทึกค่า
- 2) ติดตั้งชุดทดลองดังภาพที่ 3-5 ใช้ไม้บรรทัดลากเส้นแนวเส้นตรง 1 เส้น
- 3) ให้วัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลเท่ากัน กำหนดจุดตำแหน่งเริ่มต้นของวัตถุทดสอบทั้งสอง โดยต้องอยู่บนแนวเส้นตรงที่กำหนดไว้ วางวัตถุทดสอบทั้งสองบนพื้นแนวระนาบไม้อัด ให้อยู่ในแนวเส้นตรงที่กำหนดดังภาพที่ 3-11



ภาพที่ 3-11 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ

4) ยิงวัตถุผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 1 พุ่งชนผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 2 หลังชนจะได้ดังภาพที่ 3-12

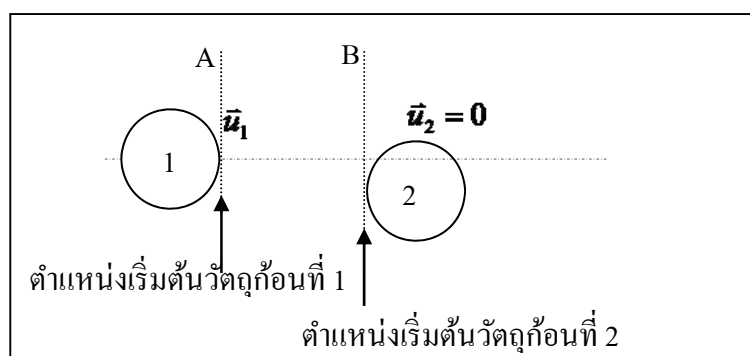


ภาพที่ 3-12 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในแนวเส้นตรง 1 เมตร

- 5) บันทึกค่าการกระจัดหลังชนของวัตถุก้อนที่ 1 ( $s_1$ ) และการกระจัดหลังชนของวัตถุก้อนที่ 2 ( $s_2$ ) โดยบันทึกเฉพาะการชนที่อยู่ในแนวเส้นตรงเท่านั้น
- 6) ทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 5) ให้ได้ข้อมูลที่แตกต่างกัน 5-10 ค่า
- 7) จากนั้นเปลี่ยนตำแหน่งเริ่มต้นที่วัตถุก้อนที่ 1 และตำแหน่งเริ่มต้นวัตถุก้อนที่ 2 ห่างกัน เป็นระยะต่าง ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 6)
- 8) เปลี่ยนวัตถุทดสอบเป็นชนิดอื่น ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 7)
- 9) เปลี่ยนชนิดของผิวระนาบเป็น กระจก และกระดาษ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 8)
- 10) เปลี่ยนมวลของวัตถุก้อนที่ 1 และวัตถุก้อนที่ 2 ให้มีขนาดที่ต่างกัน แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 9)
- 11) หาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ ) กรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลเท่ากัน จากสมการที่ (2-46) และ กรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลไม่เท่ากัน จากสมการ (2-47) และ (2-48)

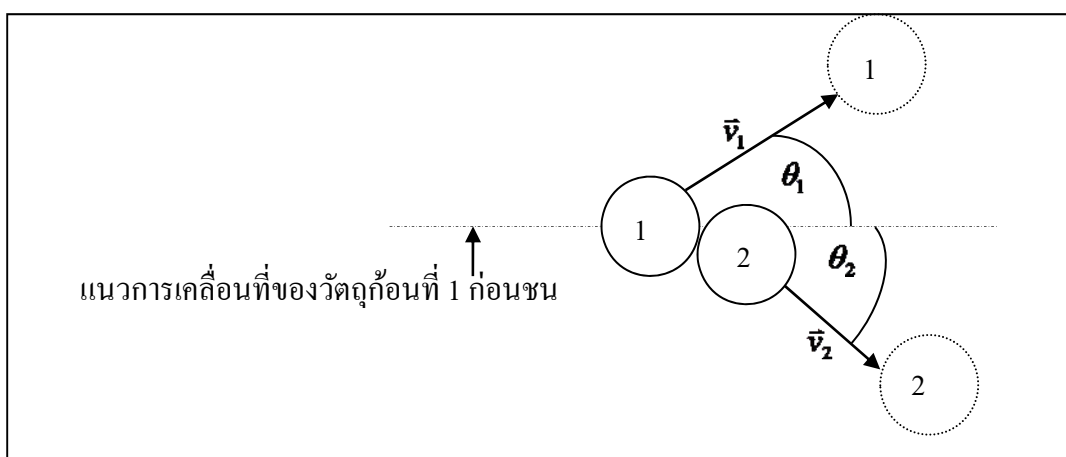
**ตอนที่ 2** การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวระนาบ 2 มิติ

- 1) คัดตั้งชุดทดลองดังภาพที่ 3-7 ใช้ไม้บรรทัดลากเส้นแนวเส้นตรง 1 เส้น
- 2) กำหนดจุดตำแหน่งเริ่มต้นของวัตถุทดสอบทั้งสอง โดยวัตถุต้องไม่อยู่บนแนวเส้นตรงเดียวกัน วางวัตถุทดสอบทั้งสองบนพื้นแนวระนาบให้อยู่ในแนวเอียงกันดังภาพที่ 3-13



ภาพที่ 3-13 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในระนาบ 2 มิติ

- 3) ยิงวัตถุผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 1 พุ่งชนโดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 2 หลังชนจะได้ดังภาพที่ 3-14



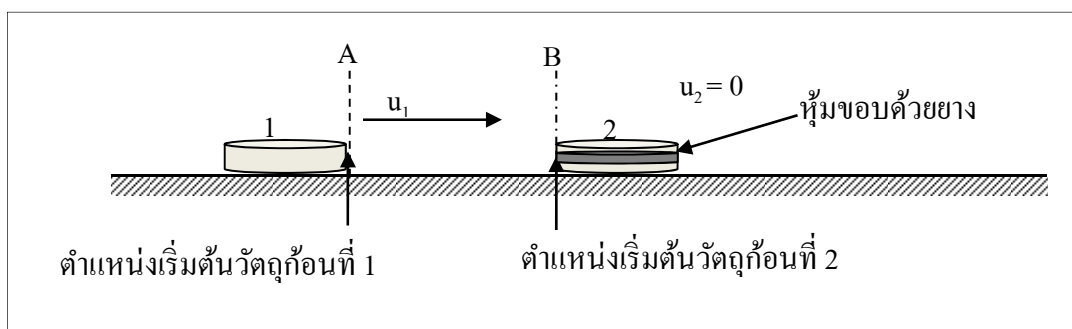
ภาพที่ 3-14 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในระนาบ 2 มิติ



- 4) บันทึกค่ามุมของวัตถุก้อนที่ 1 หลังชน ( $\theta_1$ ) และมุมของวัตถุก้อนที่ 2 หลังชน ( $\theta_2$ ) ทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 3) โดยเก็บข้อมูลให้ได้แตกต่างกัน 5-10 ค่า
- 5) จากนั้นเปลี่ยนตำแหน่งปะทะกันระหว่างวัตถุก้อนที่ 1 และวัตถุก้อนที่ 2 ห่างกันเป็นระยะต่าง ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 4)
- 6) เปลี่ยนวัตถุทดสอบเป็นชนิดอื่น ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 5)
- 7) เปลี่ยนชนิดของผิวระนาบเป็น กระจก และกระดาษ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 6)
- 8) นำมุม  $\theta_1$  และ  $\theta_2$  มาบวกกันเพื่อตรวจสอบว่าเป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์หรือไม่ และหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\varepsilon$ ) กรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลเท่ากันจากสมการที่ (2-53) และ กรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลไม่เท่ากันจากสมการที่ (2-52)

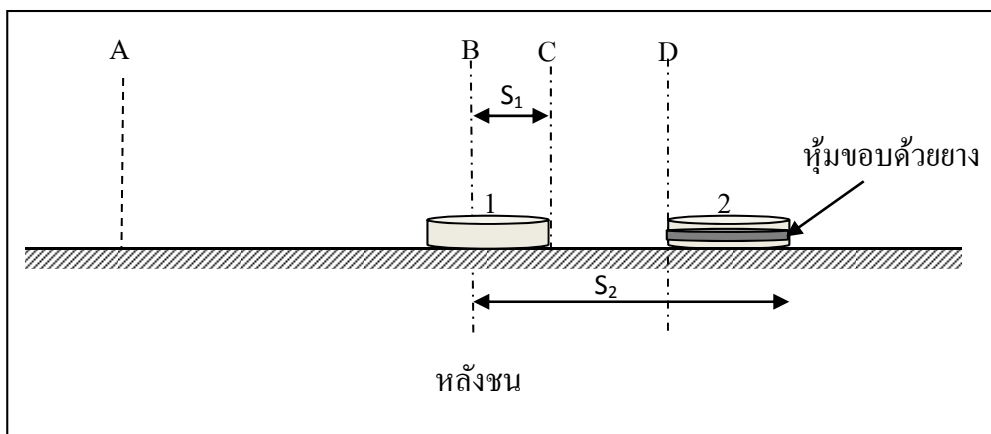
**ตอนที่ 3** เพื่อศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ

- 1) นำวัตถุที่ต้องการทดสอบก้อนหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางรัดผม
- 2) ติดตั้งชุดทดลองดังภาพที่ 3-7 ใช้ไม้บรรทัดลากเส้นแนวเส้นตรง 1 เส้น
- 3) กำหนดจุดตำแหน่งเริ่มต้นของวัตถุทดสอบทั้งสอง โดยต้องอยู่บนแนวเส้นตรงที่กำหนดไว้ วางวัตถุทดสอบทั้งสองบนพื้นแนวระนาบจากไม้อัดให้อยู่ในแนวเส้นตรงที่กำหนดดังภาพที่ 3-15



ภาพที่ 3-15 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง

4) ยิงวัตถุผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 1 พุ่งชนผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 2 หลังชนจะได้ดังภาพที่ 3-16

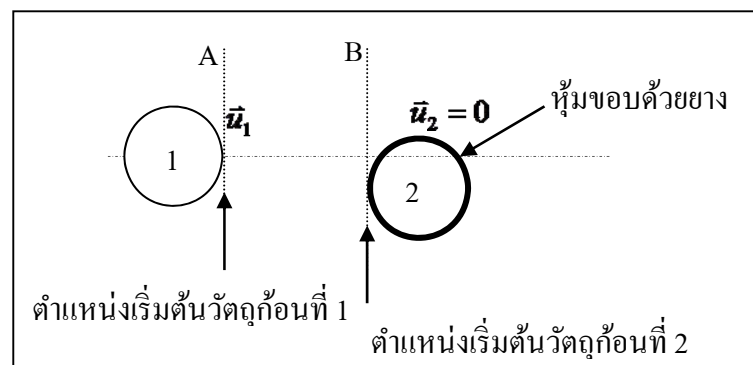


ภาพที่ 3-16 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง

- 5) บันทึกค่าการกระจัดหลังชนของวัตถุก้อนที่ 1 ( $s_1$ ) และการกระจัดหลังชนของวัตถุก้อนที่ 2 ( $s_2$ ) โดยบันทึกเฉพาะการชนที่อยู่ในแนวเส้นตรงเท่านั้น
- 6) ทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 5) ให้ได้ข้อมูลที่แตกต่างกัน 5-10 ค่า
- 7) จากนั้นเปลี่ยนตำแหน่งเริ่มต้นที่วัตถุก้อนที่ 1 และตำแหน่งเริ่มต้นวัตถุก้อนที่ 2 ห่างกัน เป็นระยะต่าง ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 6)
- 8) เปลี่ยนวัตถุทดสอบเป็นชนิดอื่น ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 7)
- 9) เปลี่ยนชนิดของผิวระนาบเป็น กระจก และกระดาษ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 8)
- 10) เปลี่ยนมวลของวัตถุก้อนที่ 1 และวัตถุก้อนที่ 2 ให้มีขนาดที่ต่างกัน แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึง ข้อ 9)
- 11) หาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ ) กรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลเท่ากันจากสมการที่ (2-46) และกรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลไม่เท่ากันด้วยสมการที่ (2-47) และ (2-48)

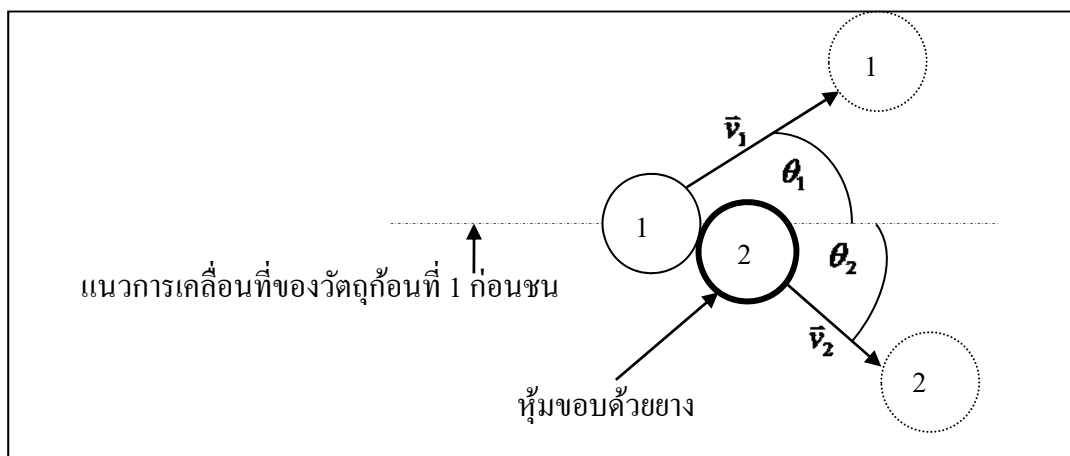
**ตอนที่ 4** เพื่อศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่นโดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวระนาบ 2 มิติ

- 1) นำวัตถุที่ต้องการทดสอบก่อนหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางรัดผม
- 2) ติดตั้งชุดทดลองดังภาพที่ 3-7 ใช้ไม้บรรทัดลากเส้นแนวเส้นตรง 1 เส้น
- 3) กำหนดจุดตำแหน่งเริ่มต้นของวัตถุทดสอบทั้งสอง โดยวัตถุต้องไม่อยู่บนแนวเส้นตรงเดียวกัน วางวัตถุทดสอบทั้งสองบนพื้นแนวระนาบให้อยู่ในแนวเอียงกันดังภาพที่ 3-17



ภาพที่ 3-17 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในระนาบ 2 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง

- 4) ยิงวัตถุผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 1 พุ่งชนโดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 2 หลังชนจะได้ดังภาพที่ 3-18



ภาพที่ 3-18 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในระนาบ 2 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง

- 5) บันทึกค่ามุมของวัตถุก้อนที่ 1 หลังชน ( $\theta_1$ ) และมุมของวัตถุก้อนที่ 2 หลังชน ( $\theta_2$ ) ทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 3) โดยเก็บข้อมูลให้ได้แตกต่างกัน 5-10 ค่า
- 6) จากนั้นเปลี่ยนตำแหน่งปะทะกันระหว่างวัตถุก้อนที่ 1 และวัตถุก้อนที่ 2 ห่างกัน เป็นระยะต่าง ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 2) ถึงข้อ 5)
- 7) เปลี่ยนวัตถุทดสอบเป็นชนิดอื่น ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 6)
- 8) เปลี่ยนชนิดของผิวระนาบเป็น กระจก และกระดาษ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 7)
- 9) นำมุม  $\theta_1$  และ  $\theta_2$  มาบวกกันเพื่อตรวจสอบว่าเป็นการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์หรือไม่ และหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\varepsilon$ ) กรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลเท่ากันจากสมการที่ (2-53) และกรณีวัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลไม่เท่ากัน จากสมการ (2-52)

2.2 ตรวจสอบความเหมาะสมของชุดทดลอง โดยดูจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์การกระดอนและเปอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปของระบบ

2.2.1) หาโมเมนตัมก่อนชนของระบบ โดยมีขั้นตอนดังนี้

- 1) คัดตั้งชุดทดลองดังภาพที่ 2-5
- 2) ยิงวัตถุทดสอบ ด้วยแรงคงที่บนพื้นกระดาษ แล้วบันทึกค่าการกระจัดที่วัตถุทดสอบเคลื่อนที่ไปได้ไกลสุด ( $S_0$ )
- 3) ทำซ้ำ 10 ครั้งแล้วเปลี่ยนเป็นพื้นกระจก และไม่ยึดตามลำดับ

2.2.2) คำนวณค่าโมเมนตัมที่เปลี่ยนไปได้จากสมการที่ (2-25)

## รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการรวบรวมมาตรวจสอบความเหมาะสมของชุดทดลอง โดยดูจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์การกระดอนและเปอร์เซ็นต์โมเมนต์ที่เปลี่ยนไปของระบบ โดยแบ่งการวิเคราะห์ดังนี้

1. วิเคราะห์ผลการทดลองทางสถิติ โดยดูจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์การกระดอน (S.D.) ใช้บอกถึงการกระจายของข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

เมื่อ  $X$  แทนข้อมูลแต่ละตัว

$\bar{X}$  แทนค่าเฉลี่ย

$N$  แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

$\sum$  แทนผลรวม

2. ตรวจสอบความเหมาะสมของชุดทดลอง โดยดูจากเปอร์เซ็นต์โมเมนต์ที่เปลี่ยนไปของระบบ

$$\Delta P\% = \left| \frac{\sum P_{before} - \sum P_{after}}{\sum P_{before}} \right| \times 100\%$$

เมื่อ  $\Delta P\%$  แทนเปอร์เซ็นต์โมเมนต์ที่เปลี่ยนไป

$\sum P_{before}$  แทนผลรวมของโมเมนต์ก่อนชน

$\sum P_{after}$  แทนผลรวมของโมเมนต์หลังชน

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

จากผลการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งผลการวิจัยเป็น 2 ส่วนดังนี้

1. ผลการทดสอบชุดทดลองอย่างง่าย สำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ
2. ตรวจสอบความเหมาะสมของชุดทดลองพิจารณาจากค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนและค่าความถูกต้องของชุดทดลอง โดยดูจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์การกระดอนและเปอร์เซ็นต์โมเมนต์ที่เปลี่ยนไปของระบบ

### ผลการทดสอบชุดทดลองอย่างง่าย สำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ

ผู้วิจัยได้รวบรวม และวิเคราะห์ผลการทดสอบชุดทดลองอย่างง่าย สำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ ชนิดวัตถุทดสอบได้แก่ ทองเหลือง ลักษณะกลมแบน เส้นผ่านศูนย์กลาง 30.7 mm มวล 25 g และ 50 g หนา 2.3 mm และ 7.8 mm ซึ่งมี 8 รูปแบบ ในการชน ดังภาพที่ 3-3 ชนิดพื้นระนาบ ได้แก่ กระจก กระจก และพื้นไม้อัด และทำการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ ) สำหรับการชนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ได้แก่ กระจก กระจก และไม้อัด ใน 1 มิติ และ 2 มิติ และตรวจสอบความเหมาะสมและค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของชุดทดลอง โดยดูจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์การกระดอนและเปอร์เซ็นต์โมเมนต์ที่เปลี่ยนไปของระบบ

ตารางที่ 4-1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ ) ของระบบสองวัตถุนบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ

มวล (g-g)	พื้นกระจก			พื้นกระดาษ			พื้นไม้อัดหน้าโฟเมก้า		
	$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$	$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$	$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$
25-25	0.93	0.03	3	0.95	0.05	6	0.96	0.04	7
50-50	0.94	0.03	5	0.96	0.05	7	0.95	0.05	4
25-50	1.26	0.09	6	1.16	0.03	20	1.18	0.10	5
50-25	0.60	0.04	20	0.77	0.03	20	0.62	0.06	6

จากตารางที่ 4-1 พบว่า กรณีมวลเท่ากัน ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.93–0.96 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.03-0.05 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 3-7% กรณีมวลไม่เท่ากัน มวล 25 g พุ่งชนมวล 50 g พบว่าหลังชนมวล 25 g จะกระเด็นกลับหลังเสมอ ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 1.16–1.26 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.03-0.10 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 5–20% กรณีมวล 50 g พุ่งชนมวล 25 g พบว่าหลังชนมวล 25 g จะกระเด็นออกไปด้วยความเร็วมากกว่ามวล 50 g ที่พุ่งเข้าชน ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.60-0.77 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.03-0.06 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 6-20%

ตารางที่ 4-2 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน( $\epsilon$ ) ของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ใน  
แนวระนาบ 2 มิติ

มวล (g-g)	พื้นกระจก				พื้นกระดาษ				พื้นไม้อัดหน้าโฟเมก้า			
	$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$		$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$		$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$	
			Px	Py			Px	Py			Px	Py
25-25	0.95	0.03	1	9	0.97	0.02	6	10	0.98	0.02	6	7
50-50	0.96	0.02	10	9	0.99	0.01	5	9	0.96	0.02	8	7
25-50	1.09	0.04	10	10	1.15	0.14	20	10	1.16	0.08	10	2
50-25	0.58	0.21	7	7	0.65	0.05	10	10	0.60	0.06	10	20

จาก ตารางที่ 4-2 พบว่า กรณีมวลเท่ากัน หลังชนวัตถุจะกระดอนออกจากกันทำมุม  
ใกล้เคียง  $90^\circ$  ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.95–0.99 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง  
0.01-0.03 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่  
ในช่วง 1 - 10% กรณีมวลไม่เท่ากัน มวล 25 g พุ่งชนมวล 50 g พบว่าหลังชนวัตถุจะกระดอนออก  
จากกันทำมุมมากกว่า  $90^\circ$  ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 1.09-1.16 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน  
อยู่ในช่วง 0.04-0.14 และเปรียบเทียบ โมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่  
เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 2–20% กรณีมวล 50 g พุ่งชนมวล 25 g พบว่าหลังชนวัตถุจะกระดอนออกจาก  
กันทำมุมน้อยกว่า  $90^\circ$  ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.58-0.65 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่  
ในช่วง 0.05-0.21 และเปรียบเทียบ โมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่  
เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 7-20%



ตารางที่ 4-3 แสดงค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ ) ของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่นโดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ

มวล (g-g)	พื้นกระจก			พื้นกระดาษ			พื้นไม้อัดหน้าโฟเมก้า		
	$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$	$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$	$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$
25-25	0.42	0.02	5	0.38	0.03	4	0.39	0.03	6
50-50	0.40	0.03	2	0.37	0.03	4	0.40	0.06	7
25-50	0.64	0.04	10	0.55	0.03	10	0.52	0.03	3
50-25	0.43	0.07	8	0.41	0.06	9	0.39	0.04	20

จาก ตารางที่ 4-3 โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางเพื่อให้เกิดการสูญเสียพลังงานขณะชนมากขึ้น กรณีมวลเท่ากัน ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.37–0.42 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.02-0.06 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 2-7% กรณีมวลไม่เท่ากัน มวล 25 g พุ่งชนมวล 50 g พบว่าหลังชนมวล 25 g จะเกือบหยุดนิ่งทันที ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.52–0.64 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.03-0.04 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 3–10% กรณีมวล 50 g พุ่งชนมวล 25 g พบว่าหลังชนมวล 25 g จะกระเด็นออกไปด้วยความเร็วมากกว่ามวล 50 g ที่พุ่งเข้าชน ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.39-0.43 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.04-0.07 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 8-20%

ตารางที่ 4-4 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน( $\epsilon$ ) ของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวระนาบ 2 มิติ

มวล (g-g)	พื้นกระจก				พื้นกระดาษ				พื้นไม้อัดหน้าโฟเมก้า			
	$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$		$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$		$\epsilon$	S.D.	$\Delta P\%$	
			Px	Py			Px	Py			Px	Py
25-25	0.44	0.11	6	10	0.36	0.06	7	9	0.37	0.19	10	9
50-50	0.42	0.12	10	10	0.38	0.10	10	10	0.38	0.16	10	8
25-50	0.49	0.02	8	9	0.50	0.01	9	10	0.50	0.00	5	1
50-25	0.38	0.15	10	10	0.40	0.11	10	10	0.41	0.13	9	10

จาก ตารางที่ 4-4 โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางเพื่อให้เกิดการสูญเสียพลังงานขณะชนมากขึ้น กรณีมวลเท่ากัน หลังชนวัตถุจะกระดอนออกจากกันทำมุมน้อยกว่า  $90^\circ$  ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.36–0.44 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.06–0.19 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 6–10% กรณีมวลไม่เท่ากัน มวล 25 g พุ่งชนมวล 50 g พบว่าหลังชนวัตถุจะกระดอนออกจากกันทำมุมประมาณ  $90^\circ$  ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.49–0.50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.00–0.02 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 1–10% กรณีมวล 50 g พุ่งชนมวล 25 g พบว่าหลังชนวัตถุจะกระดอนออกจากกันทำมุมน้อยกว่า  $90^\circ$  ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอยู่ในช่วง 0.38–0.41 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ในช่วง 0.11–0.15 และเปรียบเทียบโมเมนตัมก่อนชนและหลังชนพบว่า เปรอร์เซ็นต์โมเมนตัมที่เปลี่ยนไปอยู่ในช่วง 9–10%

ตารางที่ 4-5 เปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\varepsilon$ ) สำหรับการชนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ได้แก่ กระจก กระดาย และไม้อัด ใน 1 มิติ และ 2 มิติ

มวล (g-g)	กระจก ( $\varepsilon$ )		กระดาย ( $\varepsilon$ )		ไม้อัด ( $\varepsilon$ )	
	1 มิติ	2 มิติ	1 มิติ	2 มิติ	1 มิติ	2 มิติ
25-25	0.93	0.95	0.95	0.97	0.96	0.98
50-50	0.94	0.96	0.96	0.99	0.95	0.96
25-50	1.26	1.09	1.16	1.15	1.18	1.16
50-25	0.60	0.58	0.77	0.65	0.62	0.60
25-25(หุ้มยาง)	0.42	0.44	0.38	0.36	0.39	0.37
50-50(หุ้มยาง)	0.40	0.42	0.37	0.38	0.40	0.38
25-50(หุ้มยาง)	0.64	0.49	0.55	0.50	0.52	0.50
50-25(หุ้มยาง)	0.43	0.38	0.41	0.40	0.39	0.41

จะเห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนการชนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ใน 1 มิติและ 2 มิติ มีค่าที่ใกล้เคียงและสอดคล้องไปในทางเดียวกัน ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนไม่ได้ขึ้นอยู่กับชนิดของพื้นผิวระนาบ แต่ขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุทดสอบการชน กรณีมวลเท่ากันจะเห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนมีค่าใกล้เคียง 1 จึงสรุปได้ว่าการชนของระบบสองวัตถุกรณีมวลเท่ากันบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ใกล้เคียงกับการชนแบบยืดหยุ่น ส่วนการชนในกรณีที่มวลถูกชนหุ้มขอบด้วยยางเพื่อให้เกิดการสูญเสียพลังงานขณะชนมากขึ้นพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนน้อยกว่าวัตถุที่ไม่ได้หุ้มด้วยขอบยาง ดังแสดงในตารางที่ 4-5 และกรณีมวลไม่เท่ากัน ผลการทดลองมีค่าไม่เป็นไปตามทฤษฎี เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุที่มาชนแล้ว ยังขึ้นอยู่กับเหลี่ยมมุมของการชนกันของวัตถุ ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปร่างของวัตถุทั้งสอง และตำแหน่งสัมผัสของมวลในขณะชนกัน (วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ, 2554) จะเห็นว่าจากการทดลองกรณีมวลไม่เท่ากัน รูปร่างของวัตถุเหมือนกันแต่ความสูงของเหรียญทดสอบแต่ละก้อนไม่เท่ากัน จึงส่งผลให้ขณะวัตถุชนกัน วัตถุทั้งสองพุ่งชนโดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลในแนวตั้ง แรงกระแทกขณะชนส่งผลให้เกิดทอร์กจากแรงดลรอบจุดศูนย์กลางมวล ทำให้วัตถุลอยเหนือพื้นเล็กน้อยทำให้พื้นที่ผิวสัมผัสระหว่างวัตถุขณะชนและแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวระนาบและวัตถุเปลี่ยนไป ส่งผลให้สัมประสิทธิ์การกระดอนที่ได้เปลี่ยนไป ไม่สอดคล้องตามทฤษฎี

## บทที่ 5

### สรุปผลและอภิปรายผล

วิจัยนี้ได้ศึกษาค้นคว้าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ และระนาบ 2 มิติ ในรูปการชนบนแนวระนาบ โดยออกแบบและสร้างชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ และทำการทดสอบหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจากวัตถุทดสอบการชน และชนิดพื้นระนาบ รวมไปถึงการหาค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน และพิจารณาความแม่นยำของชุดทดลองจากค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัมประสิทธิ์การกระดอนและเปอร์เซ็นต์โมเมนต์ที่เปลี่ยนไปของระบบ โดยมีรายละเอียดการสรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ดังนี้

#### สรุปผล

1. จากการออกแบบและสร้างชุดทดลองเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนโดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ ได้ชุดทดลองที่อาศัยการชน ตามหลักกฎการอนุรักษ์โมเมนต์ ในกรณีการชนใน 1 มิติ วัดค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนได้จากการกระจัดของวัตถุทั้งสองหลังชน เพื่อนำผลจากการทดลองที่ได้ไปหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนตามความสัมพันธ์จากสมการที่ (2-46), (2-47) และ (2-48) และ ในกรณีการชนใน 2 มิติ วัดค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนได้จากมุมของมวลก้อนที่ 1 และมวลของก้อนที่ 2 กระทำกับแนวเดิมของการเคลื่อนที่ เพื่อนำผลจากการทดลองที่ได้ไปหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ตามความสัมพันธ์จากสมการที่ (2-53) และ (2-54) ชุดทดลองที่ออกแบบและสร้างขึ้นสามารถให้แรงคิดที่มีขนาดคงตัว โดยทดสอบการชนกันของวัตถุทองเหลืองลักษณะกลมแบน สองก้อนที่มวลเท่ากัน ไม่เท่ากัน และมวลที่ถูกชนหุ้มขอบด้วยยาง บนพื้นระนาบ ได้แก่ พื้นกระจก พื้นกระดาศ และพื้น ไม้อัดโฟมเก้าขาว และส่วนของวัสดุ-อุปกรณ์ที่ใช้ร่วมกับชุดทดลอง ได้แก่ ชุดเครื่องมือวัด และคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีคู่มือการใช้ชุดทดลองและปฏิบัติการเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของวัสดุประกอบการใช้งาน

2. จากผลการทดลองพบว่า สัมประสิทธิ์การกระดอนไม่ได้ขึ้นอยู่กับชนิดของพื้นผิวระนาบ ซึ่งแสดงว่าสัมประสิทธิ์การกระดอนไม่ได้ขึ้นอยู่กับแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิววัตถุและพื้นผิวระนาบด้วย แต่ขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุทดสอบการชน และเหลี่ยมมุมของการชนกันของวัตถุ ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปร่างของวัตถุทั้งสอง

## อภิปรายผล

จากการวิจัยได้ทดสอบหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ โดยคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เปอร์เซ็นต์โมเมนต์ัมที่เปลี่ยนไป ชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน โดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ สามารถทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ได้แก่ กระจก กระดาด และไม้อัด ในแนว 1 มิติ และ 2 มิติได้ โดยไม่จำเป็นต้องทราบค่าความเร็วก่อนชน และความเร็วหลังชน และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของพื้นผิว สามารถตรวจสอบความสอดคล้องของการชน โดยใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมและพลังงาน โดยเปรียบเทียบผลรวมของโมเมนตัมก่อนชนและหลังชน การทดลองดังกล่าวทำให้สามารถเลือกชนิดพื้นผิว และวัตถุทดสอบการชนที่เหมาะสมเพื่อทำการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน และพื้นผิวระนาบที่เหมาะสม ได้แก่ กระดาด เพราะสะดวกและง่ายในการเก็บข้อมูล ถึงแม้ว่าจะมีเปอร์เซ็นต์โมเมนต์ัมสูงกว่าพื้นกระจกแต่ค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนที่ได้ก็ไม่แตกต่างกัน วัตถุทดสอบการชนที่เหมาะสม ได้แก่ กรณีมวลเท่ากัน โดยมวลที่เหมาะสม คือ 25 กรัม และ 25 กรัม เพราะผลการทดลองทั้งใน 1 มิติ และ 2 มิติ ค่าที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันและมีเปอร์เซ็นต์การสูญเสียโมเมนต์ัมค่อนข้างต่ำซึ่งเหมาะสำหรับนำไปใช้ทดลองปฏิบัติการวิชาฟิสิกส์ในชั้นเรียน สำหรับวัตถุทดสอบการชน กรณีมวลไม่เท่ากัน สามารถนำไปสาธิตจำลองภาพเหตุการณ์ในขณะชนได้ แต่ไม่เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในปฏิบัติการฟิสิกส์ในชั้นเรียนสำหรับหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนจะขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุที่มาชนแล้ว ยังขึ้นอยู่กับเหลี่ยมมุมของการชนกันของวัตถุ ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปร่างของวัตถุทั้งสอง และตำแหน่งสัมพัทธ์ของมวลในขณะชนกัน (วุทธิพันธุ์ ปรัชญ-พฤทธิ์, 2554) จะเห็นว่าจากการทดลองกรณีมวลไม่เท่ากัน รูปร่างของวัตถุเหมือนกันแต่ความสูงของเหรียญทดสอบแต่ละก้อนไม่เท่ากัน จึงส่งผลให้ขณะวัตถุชนกัน วัตถุทั้งสองพุ่งชนโดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลในแนวตั้ง แรงกระแทกขณะชน ส่งผลให้เกิดทอร์คจากแรงดลรอบจุดศูนย์กลางมวล ทำให้วัตถุลอยเหนือพื้นเล็กน้อยทำให้พื้นที่ผิวสัมผัสระหว่างวัตถุขณะชนและแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวระนาบและวัตถุเปลี่ยนไป ส่งผลให้สัมประสิทธิ์การกระดอนที่ได้เปลี่ยนไป ไม่สอดคล้องตามทฤษฎี

จากผลการวิจัย จะเห็นว่าการชนของระบบสองวัตถุ กรณีมวลเท่ากันบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ใกล้เคียงกับการชนแบบยืดหยุ่น ส่วนการชนในกรณีที่มวลถูกชนหุ้มขอบด้วยยางเพื่อให้เกิดการสูญเสียพลังงานขณะชนมากขึ้นพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนน้อยกว่าวัตถุที่ไม่ได้หุ้มด้วยขอบยาง สอดคล้องกับการวิจัยของ Haron and Ismail (2012) ได้ทำการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของลูกบอลที่ใช้ประกอบในการเล่นกีฬา ได้แก่ ลูกกอล์ฟ ลูกปิงปอง ลูกชอกกี และ

คริกเก็ต โดยทดสอบบนพื้นผิวที่แข็งและนุ่ม ซึ่งพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนบนพื้นแข็งจะมีค่ามากกว่าบนพื้นนุ่ม หรือสอดคล้องกับการวิจัยของ Srisuphaphon, Temnuch, Puntako, Dechapunya, and Phibanchon (2015) ศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบ 2 วัตถุ บนพื้นระนาบที่มีแรงเสียดทาน โดยทดลองกับพื้นผิวหลายชนิด และผลการทดลองพบว่าแรงเสียดทานระหว่างพื้นผิวสัมผัสไม่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน

## ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดทดลอง
  - การทดลองการชนใน 1 มิติ ควรยิงวัตถุให้ผ่านจุดศูนย์กลางมวล โดยสังเกตได้จากหลังชนวัตถุทั้งสองต้องอยู่ในแนวเส้นตรงแนวกัน
  - ระยะสปริงในการปล่อยควรเริ่มที่ระยะห่างเท่าเดิม เพื่อเป็นการควบคุมให้แรงดีดจากสปริงคงที่
  - ในการทดลองควรทำซ้ำหลาย ๆ ครั้งเพื่อความแม่นยำในการทดลอง
  - สำหรับชนิดของพื้นระนาบ ควรเลือกพื้นผิวที่เรียบ เพราะถ้าพื้นผิวไม่เรียบหรือหยาบ ส่งผลให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นและวัตถุของระบบไม่คงที่ ทำให้ผลการทดลองคลาดเคลื่อนได้
2. ข้อเสนอแนะทั่วไป
  - ชุดการทดลองนี้สามารถนำไปทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของวัตถุชนิดอื่น ๆ ได้
  - ชุดการทดลองนี้นอกจากสามารถทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนได้แล้วยังสามารถหาโมเมนต์ที่เปลี่ยนไปได้ และสามารถนำชุดทดลองนี้ไปใช้ในการเรียนการสอนวิชาฟิสิกส์ในชั้นเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้
  - ในปัจจุบันชุดทดลองส่วนใหญ่มีราคาแพง และชุดทดลองบางอย่างต้องมีการนำเข้าจากต่างประเทศ จึงควรมีการประยุกต์สร้างชุดทดลองเพื่อศึกษาทฤษฎีด้านอื่น ๆ

## บรรณานุกรม

- นิรันดร์ สุวรรรัตน์. (2553). *ฟิสิกส์ ม.4-6 เล่ม 2*. กรุงเทพฯ: พ.ศ.พัฒนา.
- บัณฑิตา ดอนกาวิณ. (2554) *การพัฒนาความคิดรวบยอดด้วยชุดทดลอง เรื่อง กฎการอนุรักษ์พลังงานกล*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี.
- พงศ์ศักดิ์ ชินนาบุญ.(2555). *ฟิสิกส์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6*. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.
- พงศ์ศักดิ์ ชินนาบุญ.(2556). *ฟิสิกส์มหาวิทยาลัย 1 เล่ม 1*. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.
- รัชณี รุจิวิโรดม. (2551). *กลศาสตร์ 1*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ. (2552). *กลศาสตร์ โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สอวน.)*. กรุงเทพฯ: มูลนิธิ สอวน.
- วุทธิพันธุ์ ปรัชญพฤทธิ. (2552). *ฟิสิกส์ กลศาสตร์ หน่วยของการวัด กฎของการเคลื่อนที่ โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สอวน.)*. กรุงเทพฯ: มูลนิธิ สอวน.
- ศิริชัย พุฒวัฒนะ. (2538). *การสร้างและหาประสิทธิภาพชุดทดลอง เรื่องกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์อุตสาหกรรมมหาบัณฑิต, สาขาวิชาเครื่องกล, คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร.
- สุชาติ สุภาพ. (2550). *ฟิสิกส์ 1 มหาวิทยาลัยเล่ม 2*. กรุงเทพฯ: Science.
- Durda, D. D., Movshovitz, N., Richardson, D. C., Asphaug, E., Morgan, A., Rawlings, A. R., & Vest, C. (2014). Experimental determination of the coefficient of restitution for meter-scale granite spheres. *Icarus*, 211, 849–855.
- Haron, A., & Ismail, K. A. (2012). Coefficient of restitution of sports balls: A normal drop test. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 36, 012038-1-012038-8.
- Izard, E., Bonometti, T., & Lacaze, L. (2014). Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on a wall in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 747, 422-446.
- Jackson, R. L., Green, I., & Marghitu, D.B. (2009). Predicting the coefficient of restitution of impacting elastic-perfectly plastic spheres. *Nonlinear Dynamics*, 60(3), 217-229.

- Meriam, J. L., & Kraige, L. G. (1998). *Engineering Mechanics Dynamics* (4<sup>th</sup> ed.). John Wiley & Sons, INC.
- Montaine, M., Heckel, M., Kruelle, C., Schwager, T., & Poeschel, T. (2011). Coefficient of restitution as a fluctuating quantity. *Phys. Rev. E*, *84*, 041306.
- Mueller, P., Heckel, M., Sack, A., & Poeschel, T. (2013). Complex velocity dependence of the coefficient of restitution of bouncing Ball. *Phys. Rev. Lett.*, *110*, 254301-1- 254301-5.
- Ramírez, R., Poeschel, T., Brilliantov, N. V., & Schwager, T. (1999). Coefficient of restitution of colliding viscoelastic spheres. *Phys. Rev. E*, *60*, 4465.
- Srisuphaphon ,S., Temnuch,W., Pumtako, P., Dechapunya, S., & Phibanchon S. (inpress). The coefficient of restitution of two-body collision on a friction surface. *Journal Science and Engineering*.
- Zhang, X., & Vu-Quoc, L. (2002). Modeling the dependence of the coefficient of restitution on the impact velocity in elasto-plastic collisions. *International Journal of Impact Engineering*, *27*, 317–341.



ภาคผนวก

**ภาคผนวก ก**

คู่มือการใช้ชุดทดลองอย่างง่ายสำหรับการหาสัมประสิทธิ์การกระดอน  
โดยอาศัยการชนบนแนวระนาบ

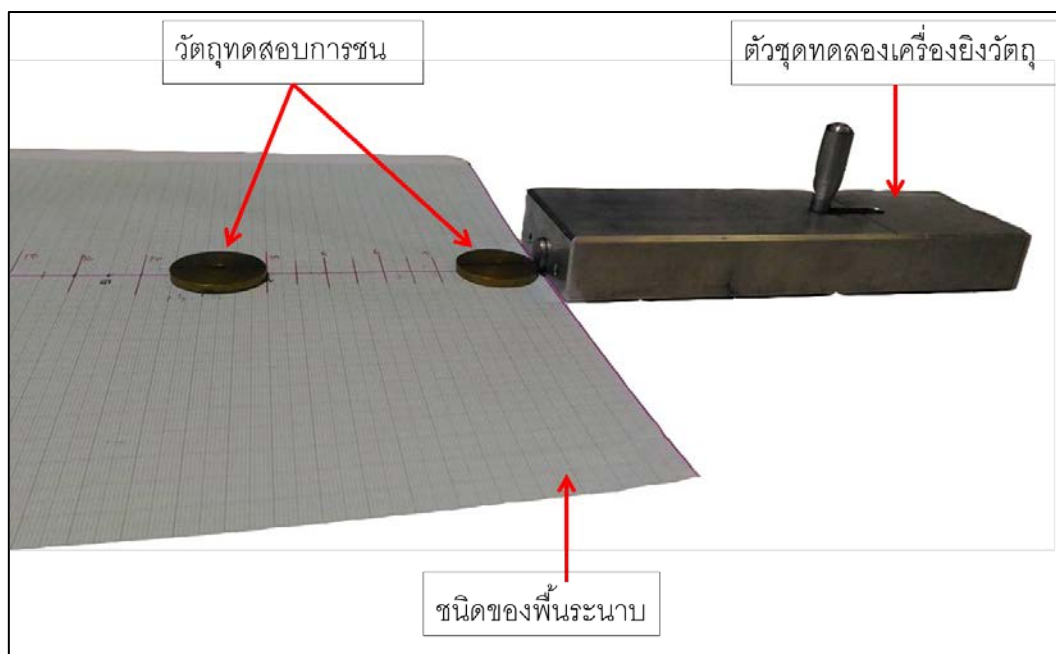


### อุปกรณ์การทดลอง

1. ชุดยิ้งวัตถุ 1 ชุด
2. วัตถุทดสอบ ได้แก่ ทองเหลืองทรงกลมแบน เส้นผ่านศูนย์กลาง 30.7 mm มวล 25 g สูง 2.3 mm จำนวน 2 ก้อน
3. กระดาษกราฟ ขนาด 29.7 cm x 42 cm อย่างละ 1 แผ่น
4. ขางวงรัดผมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 10 mm จำนวน 2 เส้น
5. ไม้บรรทัด 1 อัน
6. เวอร์เนีย 1 อัน
7. ไม้โปรแทรกเตอร์แบบครึ่งวงกลม 1 อัน

### วิธีดำเนินการทดลอง

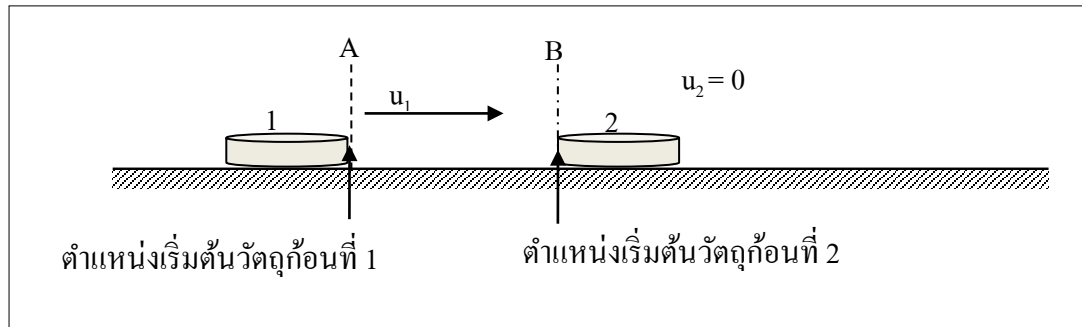
- 1) ติดตั้งชุดทดลองดังภาพภาคผนวก ก-1 ใช้ไม้บรรทัดลากเส้นแนวเส้นตรง 1 เส้น บนพื้นผิวระนาบ



ภาพภาคผนวก ก-1 ลักษณะการติดตั้งอุปกรณ์เพื่อทดสอบ

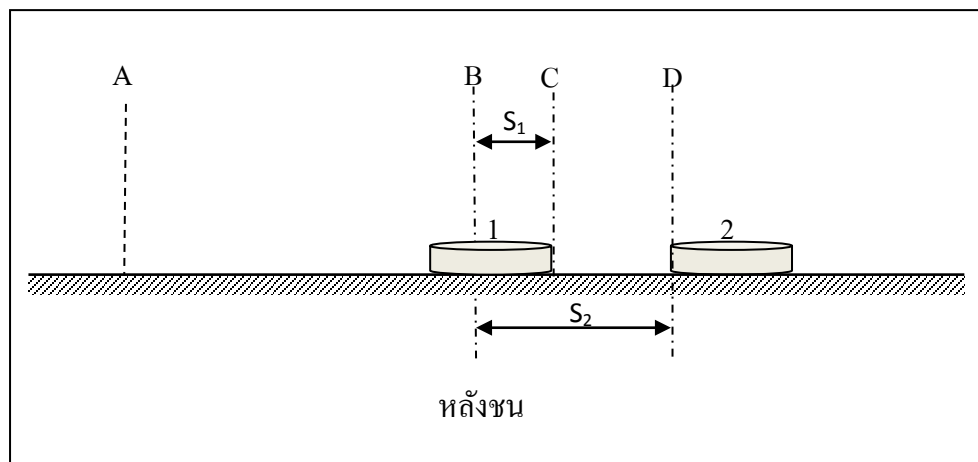
- 2) ให้วัตถุทดสอบทั้งสองมีมวลเท่ากัน กำหนดจุดตำแหน่งเริ่มต้นของวัตถุทดสอบ

ทั้งสอง โดยต้องอยู่บนแนวเส้นตรงที่กำหนดไว้ ที่ระยะห่างเริ่มต้น 8 cm วางวัตถุทดสอบทั้งสองบนพื้นกระดาษ ให้อยู่ในแนวเส้นตรงที่กำหนดดังภาพภาคผนวก ก-2



ภาพภาคผนวก ก-2 ตำแหน่งการวางวัตถุก่อนชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ

3) ยิงวัตถุผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 1 ฟุ้งชนผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุก้อนที่ 2 หลังชนจะได้ดังภาพภาคผนวก ก-3



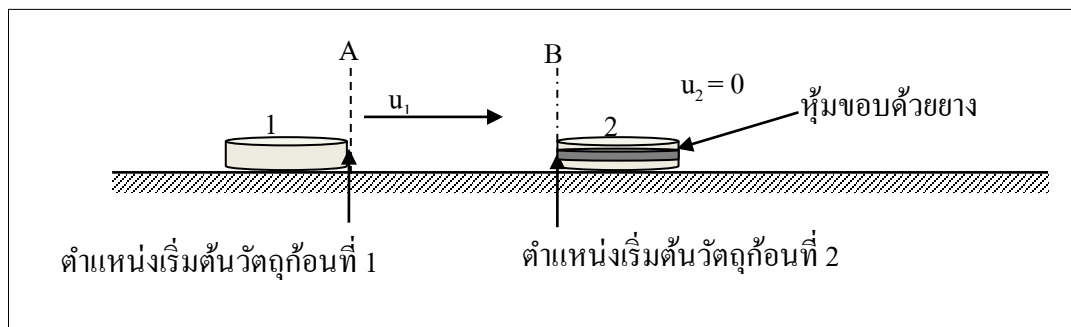
ภาพภาคผนวก ก-3 ตำแหน่งวัตถุหลังชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ

- 4) บันทึกค่าการกระจัดหลังชนของวัตถุก้อนที่ 1 ( $s_1$ ) และการกระจัดหลังชนของวัตถุก้อนที่ 2 ( $s_2$ ) โดยบันทึกเฉพาะการชนที่อยู่ในแนวเส้นตรงเท่านั้นลงในตารางภาคผนวก ก-1
- 5) ทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 4) ทั้งหมด 5 ครั้ง
- 6) จากนั้นเปลี่ยนตำแหน่งเริ่มต้นที่วัตถุก้อนที่ 1 และตำแหน่งเริ่มต้นวัตถุก้อนที่ 2

ห่างกัน เป็นระยะต่าง ๆ แล้วทำซ้ำข้อ 1) ถึงข้อ 5)

7) หาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\varepsilon$ ) จากสมการ  $\varepsilon = \frac{\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2} + \sqrt{S_1}}$

8) จากนั้นนำวัตถุกชนหุ้มขอบด้วยยางรัดมม ดังภาพภาคผนวก ก-4



ภาพภาคผนวก ก-4 ตำแหน่งการวางวัตถุก้อนชนในแนวเส้นตรง 1 มิติ โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยาง

9) จากนั้นทำซ้ำข้อที่ 1) ถึงข้อ 7) แล้วบันทึกผลการทดลองในตารางภาคผนวก ก-2

ตารางภาคผนวก ก-1 บันทึกผลการทดลองการหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุ บนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ

ระยะห่าง	ครั้งที่										ค่าเฉลี่ย		สัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\varepsilon$ )
	1		2		3		4		5				
	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	
8 cm													
10 cm													
12 cm													
14 cm													
16 cm													
ค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\bar{\varepsilon}$ )													
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน (S.D.)													

ตารางภาคผนวก ก-2 บันทึกค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยวัตถุหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ

ระยะห่าง	ครั้งที่										ค่าเฉลี่ย		สัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\epsilon$ )
	1		2		3		4		5				
	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	$S_1$	$S_2$	
8 cm													
10 cm													
12 cm													
14 cm													
16 cm													
ค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์การกระดอน ( $\bar{\epsilon}$ )													
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสัมประสิทธิ์การกระดอน (S.D.)													

สรุปและอภิปรายผลการทดลอง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามชวนคิด

ถ้าเปลี่ยนชนิดของพื้นผิวระนาบให้มีลักษณะหยาบขึ้น เช่น พื้นผิวกระดาษทราย นักเรียนคิดว่าจะมีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนอย่างไร

.....

.....

.....

### ภาคผนวก ข

- ผลการทดลองตอนที่ 1 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองอนุภาคบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ
- ผลการทดลอง ตอนที่ 2 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองอนุภาคบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวระนาบ 2 มิติ
- ผลการทดลอง ตอนที่ 3 เพื่อศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองอนุภาคที่มีความยืดหยุ่น โดยอนุภาคหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ
- ผลการทดลอง ตอนที่ 4 เพื่อศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองอนุภาคที่มีความยืดหยุ่น โดยอนุภาคหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวระนาบ 2 มิติ



ผลการทดลองตอนที่ 1 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองอนุภาคบนพื้นผิวแบบ  
ต่าง ๆ ได้แก่ พื้นกระจก พื้นกระดาษ และพื้นไม้อัด ในแนวเส้นตรง 1 มิติ

ตารางภาคผนวก ข – 1 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 25 กรัม

S (cm)	พื้นกระจก (So =32.4 cm)				พื้นกระดาษ (So =30.5 cm)				พื้นไม้อัด (So =23.89 cm)			
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$
8	0.04	21.00	0.92	3	0.05	19.50	0.90	2	0.01	13.48	0.95	5
10	0.05	19.20	0.90	3	0.00	16.70	1.00	10	0.00	12.13	1.00	7
12	0.02	17.60	0.94	4	0.02	15.00	0.93	7	0.01	9.54	0.94	7
14	0.02	16.70	0.93	1	0.00	14.00	1.00	8	0.00	8.14	1.00	9
16	0.03	15.50	0.92	1	0.04	11.70	0.89	5	0.01	7.12	0.93	1
18	0.03	14.00	0.91	3	0.02	11.00	0.92	2	0.01	4.85	0.91	5
20	0.00	11.50	1.00	4	0.00	9.10	1.00	7	0.00	3.01	1.00	10
	ค่าเฉลี่ย		0.93	3	ค่าเฉลี่ย		0.95	6	ค่าเฉลี่ย		0.96	7

ตารางภาคผนวก ข-2 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 50 กรัม

S (cm)	พื้นกระจก (So =31.25 cm)				พื้นกระดาษ (So =20.80 cm)				พื้นไม้อัด (So =20.12 cm)			
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$
8	0.05	20.80	0.91	10	0.00	10.85	1.00	8	0.00	10.78	1.00	6
10	0.03	19.30	0.92	8	0.02	8.40	0.91	8	0.02	9.85	0.91	3
12	0.03	16.90	0.92	10	0.01	7.50	0.93	4	0.01	7.88	0.93	2
14	0.02	14.40	0.93	10	0.00	5.80	1.00	8	0.00	6.73	1.00	5
16	0.01	12.20	0.94	10	0.01	4.00	0.91	4	0.00	4.23	1.00	1
18	0.02	10.90	0.92	10	0.00	2.20	1.00	10	0.01	2.23	0.87	9
20	-ระยะยิงไกล ส่งผลให้แรงเสียดทานมีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุ จึงไม่อนุรักษ์โมเมนตัม-											
	ค่าเฉลี่ย		0.92	10	ค่าเฉลี่ย		0.96	7	ค่าเฉลี่ย		0.95	4

ตารางภาคผนวก ข-3 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 50 กรัม

S (cm)	พื้นกระจก (So =32.4 cm)				พื้นกระดาษ (So =30.5 cm)				พื้นไม้อัด (So =23.89 cm)				
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	
8	หลังชนวัตถุที่พุ่งชนกระดอนกลับ ชนเครื่องยิงวัตถุ				2.50	7.30	1.12	20	2.50	7.47	1.11	3	
10	5.70	11.68	1.31	6	2.40	6.50	1.16	20	1.90	6.50	1.06	0	
12	3.10	9.32	1.11	4	2.30	5.90	1.18	20	2.37	5.47	1.24	9	
14	4.05	8.98	1.26	7	2.00	5.30	1.17	20	2.40	4.87	1.31	9	
16	3.74	8.32	1.26	5	1.73	4.40	1.19	20	2.00	4.13	1.30	6	
18	3.67	8.00	1.27	1	1.57	3.90	1.20	20	1.03	3.13	1.10	4	
20	3.45	6.35	1.38	10	1.13	3.37	1.11	20	0.83	2.23	1.16	5	
	ค่าเฉลี่ย			1.26	6	ค่าเฉลี่ย		1.16	20	ค่าเฉลี่ย		1.18	5

ตารางภาคผนวก ข-4 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 25 กรัม

S (cm)	พื้นกระจก (So =31.25 cm)				พื้นกระดาษ (So =20.80 cm)				พื้นไม้อัด (So =20.12 cm)				
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	
8	6.00	34.00	0.63	10	2.67	23.28	0.79	10	2.51	14.27	0.63	0	
10	5.38	30.37	0.63	10	2.23	20.24	0.80	10	2.00	12.22	0.65	1	
12	5.25	29.75	0.63	10	2.01	15.42	0.74	10	2.00	9.87	0.58	5	
14	5.21	26.43	0.59	20	1.50	13.04	0.78	20	1.53	7.37	0.57	5	
16	5.12	24.32	0.56	20	1.13	9.46	0.77	20	1.20	5.53	0.55	10	
18	4.62	20.87	0.55	20	0.74	5.51	0.71	20	0.50	3.41	0.70	10	
20	-ระยะยิงไกล ส่งผลให้แรงเสียดทานมีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุ จึงไม่อนุรักษโมเมนตัม-												
	ค่าเฉลี่ย			0.60	15	ค่าเฉลี่ย		0.77	20	ค่าเฉลี่ย		0.62	6

ผลการทดลอง ตอนที่ 2 การหาค่าสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองอนุภาคบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ได้แก่ พื้นกระจก พื้นกระดาษ และพื้นไม้อัด ในแนวระนาบ 2 มิติ

ตารางภาคผนวก ข – 5 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 25 กรัม

ชนิดพื้นผิว	จุดปะทะจากจุด CM	$\theta_1$ (องศา)	$\theta_2$ (องศา)	$\theta_1 + \theta_2$ (องศา)	$S_1$	$S_2$	$\mathcal{E}$	$\Delta Px\%$	$\Delta Py\%$
กระจก	0.40	75.0	13.0	88.0	0.92	18.80	0.98	1	5
	0.80	56.0	30.0	86.0	5.50	14.20	0.92	1	3
	1.20	38.5	50.0	88.5	14.00	6.50	0.94	1	20
						ค่าเฉลี่ย	0.95	1	10
กระดาษ	0.40	75.0	15.0	90.0	0.92	15.50	1.00	6	10
	0.80	58.0	30.0	88.0	5.10	11.40	0.96	4	10
	1.20	38.0	51.0	89.0	14.00	7.20	0.96	8	10
						ค่าเฉลี่ย		6	10
ไม้อัด	0.40	75.00	14.0	89.0	0.82	12.30	0.99	5	3
	0.80	60.0	29.0	89.0	3.20	9.60	0.98	5	3
	1.20	40.0	49.0	89.0	9.00	4.90	0.96	9	15
						ค่าเฉลี่ย		6	7

ตารางภาคผนวก ข – 6 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 50 กรัม

ชนิด พื้นผิว	จุดปะทะ จากจุด CM	$\theta_1$ (องศา)	$\theta_2$ (องศา)	$\theta_1 + \theta_2$ (องศา)	$S_1$	$S_2$	$\mathcal{E}$	$\Delta Px\%$	$\Delta Py\%$
กระຈก	0.40	73.0	15.0	88.0	0.85	15.10	0.98	8	10
	0.80	57.0	30.0	87.0	2.90	6.70	0.94	30	10
	1.20	38.0	51.0	89.0	9.30	5.50	0.96	10	3
						ค่าเฉลี่ย	0.96	20	9
กระคย	0.40	75.0	15.0	90.0	0.64	10.25	1.00	10	7
	0.80	59.0	30.0	89.0	1.82	6.90	0.98	0	10
	1.20	39.0	51.0	90.0	4.50	3.50	1.00	5	8
						ค่าเฉลี่ย	0.99	5	9
ไม้ัด	0.40	75.0	14.5	89.5	0.64	9.10	1.00	10	2
	0.80	58.0	30.0	88.0	2.90	6.82	0.96	10	10
	1.20	39.0	50.0	89.0	4.30	3.40	0.96	2	8
						ค่าเฉลี่ย	0.97	8	7

ตารางภาคผนวก ข – 7 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 50 กรัม

ชนิด พื้นผิว	จุดปะทะ จากจุด CM	$\theta_1$ (องศา)	$\theta_2$ (องศา)	$\theta_1 + \theta_2$ (องศา)	$S_1$	$S_2$	$\mathcal{E}$	$\Delta Px\%$	$\Delta Py\%$
กระຈก	0.40	132.0	15.0	147.0	3.00	8.50	1.12	1	10
	0.80	92.0	30.0	122.0	6.30	4.20	1.04	20	20
	1.20	57.0	51.0	108.0	12.00	3.10	1.10	10	6
						ค่าเฉลี่ย	1.09	10	10
กระคย	0.40	131.0	15.0	146.0	3.60	10.0	1.10	10	10
	0.80	91.0	30.0	121.0	5.30	4.50	1.02	20	8
	1.20	62.0	51.0	113.0	11.00	2.50	1.29	20	20
						ค่าเฉลี่ย	1.15	20	10
ไม้อัด	0.40	137.0	15.0	152.0	3.10	5.00	1.26	10	4
	0.80	96.0	30.0	126.0	4.50	4.32	1.13	10	2
	1.20	57.0	51.0	108.0	9.30	2.60	1.10	7	2
						ค่าเฉลี่ย	1.16	10	2

ตารางภาคผนวก ข-8 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 25 กรัม

ชนิด พื้นผิว	จุดปะทะ จากจุด CM	$\theta_1$ (องศา)	$\theta_2$ (องศา)	$\theta_1 + \theta_2$ (องศา)	$S_1$	$S_2$	$\mathcal{E}$	$\Delta Px\%$	$\Delta Py\%$
กระจก	0.40	18.0	15.0	33.0	3.00	19.60	0.76	10	7
	0.80	21.5	30.0	51.5	7.70	16.25	0.62	2	0
	1.20	15.0	51.0	66.0	12.00	7.00	0.35	5	10
						ค่าเฉลี่ย	0.58	7	7
กระดาษ	0.40	16.0	15.0	31.0	2.70	16.80	0.66	20	10
	0.80	23.0	30.0	53.0	4.50	8.00	0.70	7	20
	1.20	18.0	52.0	70.0	6.40	4.10	0.60	2	2
						ค่าเฉลี่ย	0.65	10	10
ไม้อัด	0.40	15.0	15.0	30.0	2.40	13.70	0.61	20	20
	0.80	22.0	30.0	52.0	3.50	11.20	0.65	10	20
	1.20	19.0	45.0	64.0	5.70	9.10	0.54	20	30
						ค่าเฉลี่ย	0.60	20	20

ผลการทดลอง ตอนที่ 3 เพื่อศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองอนุภาคที่มีความยืดหยุ่น โดยอนุภาคหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวเส้นตรง 1 มิติ

ตารางภาคผนวก ข-9 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 25 กรัม

S (cm)	พื้นกระจก (So =32.4 cm)				พื้นกระดาษ (So =30.5 cm)				พื้นไม้อัด (So =23.89 cm)			
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$
	8	1.90	14.50	0.46	5	1.86	10.74	0.41	2	1.30	8.79	0.44
10	1.50	12.90	0.43	2	1.70	9.60	0.41	3	1.13	7.61	0.44	3
12	1.90	12.00	0.43	7	1.50	8.10	0.40	5	0.66	6.55	0.52	2
14	1.70	10.00	0.42	4	1.40	7.00	0.38	6	0.58	4.60	0.48	8
16	1.50	9.30	0.42	6	1.30	6.60	0.39	3	0.40	3.84	0.51	8
18	1.40	7.60	0.40	4	1.20	5.80	0.38	1	0.32	2.36	0.46	10
20	1.00	5.50	0.40	5	1.00	3.80	0.32	9	คลาดเคลื่อน > 20%			
	ค่าเฉลี่ย		0.42	5	ค่าเฉลี่ย		0.38	4	ค่าเฉลี่ย		0.48	6

ตารางภาคผนวก ข-10 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 50 กรัม

S (cm)	พื้นกระจก (So =31.25 cm)				พื้นกระดาษ (So =20.80 cm)				พื้นไม้อัด (So =20.12 cm)			
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	$\epsilon$	$\Delta P\%$
	8	2.00	11.42	0.41	1	1.44	6.50	0.36	5	1.25	5.64	0.36
10	1.50	10.20	0.41	4	1.02	5.16	0.38	0	1.11	4.82	0.35	2
12	1.54	9.20	0.42	2	0.93	4.32	0.37	3	0.87	4.08	0.37	4
14	1.50	8.44	0.41	1	0.71	3.32	0.37	2	0.77	3.52	0.36	10
16	1.35	7.43	0.41	0	0.50	2.30	0.36	2	0.33	2.57	0.47	7
18	1.22	5.70	0.37	4	0.30	1.58	0.39	8	0.20	1.53	0.47	20
20	-ระยะยิงไกล ส่งผลให้แรงเสียดทานมีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุ จึงไม่อนุรักษ์โมเมนตัม-											
	ค่าเฉลี่ย		0.40	2	ค่าเฉลี่ย		0.37	3	ค่าเฉลี่ย		0.40	7

ตารางภาคผนวก ข-11 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 50 กรัม

S (cm)	พื้นกระจก (So =32.4 cm)				พื้นกระดาษ (So =30.5 cm)				พื้นไม้อัด (So =23.89 cm)			
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%
	8	0.10	5.46	0.61	10	0.00	4.20	0.50	10	0.00	4.00	0.50
10	0.10	5.00	0.61	10	0.03	3.80	0.57	20	0.03	3.80	0.57	0
12	0.05	4.38	0.60	10	0.01	3.60	0.54	10	0.01	3.60	0.54	7
14	0.20	4.32	0.68	10	0.01	3.30	0.54	10	0.01	2.23	0.55	8
16	0.20	3.88	0.69	10	0.00	2.80	0.50	10	0.00	1.97	0.50	0
18	0.12	3.32	0.66	10	0.00	2.30	0.50	10	0.00	1.48	0.50	0
20	0.10	2.96	0.65	10	0.00	1.98	0.50	10	0.00	1.12	0.50	7
	ค่าเฉลี่ย		0.64	10	ค่าเฉลี่ย		0.55	10	ค่าเฉลี่ย		1.18	3

ตารางภาคผนวก ข-12 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 25 กรัม

S (cm)	พื้นกระจก (So =31.25 cm)				พื้นกระดาษ (So =20.80 cm)				พื้นไม้อัด (So =20.12 cm)			
	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	ε	ΔP%
	8	8.29	22.87	0.36	9	0.00	4.20	0.50	10	4.54	13.23	0.38
10	8.19	21.54	0.34	10	0.03	3.80	0.57	20	3.98	11.12	0.37	20
12	6.23	19.96	0.42	8	0.01	3.60	0.54	10	3.34	9.23	0.36	20
14	5.44	18.52	0.44	8	0.01	3.30	0.54	10	2.78	7.76	0.37	20
16	4.48	16.42	0.47	6	0.00	2.80	0.50	10	1.54	5.52	0.46	20
18	3.51	15.43	0.54	5	0.00	2.30	0.50	10	0.87	2.53	0.38	20
20	-ระยะยิงไกล ส่งผลให้แรงเสียดทานมีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุ จึงไม่อนุรักษโมเมนตัม-											
	ค่าเฉลี่ย		0.43	8	ค่าเฉลี่ย		0.53	10	ค่าเฉลี่ย		0.39	20



ผลการทดลอง ตอนที่ 4 เพื่อศึกษาสัมประสิทธิ์การกระดอนของระบบสองอนุภาคที่มีความยืดหยุ่น โดยอนุภาคหนึ่งหุ้มขอบด้วยยางบนพื้นผิวแบบต่าง ๆ ในแนวระนาบ 2 มิติ

ตารางภาคผนวก ข-13 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 25 กรัม

ชนิดพื้นผิว	จุดปะทะ จากจุด CM	$\theta_1$ (องศา)	$\theta_2$ (องศา)	$\theta_1 + \theta_2$ (องศา)	$S_1$	$S_2$	$\epsilon$	$\Delta Px\%$	$\Delta Py\%$
กระจก	0.40	37.0	16.0	53.0	2.60	8.80	0.57	8	20
	0.80	35.0	30.0	65.0	5.90	7.60	0.46	3	1
	1.20	24.0	51.0	75.0	15.70	3.60	0.34	7	9
						ค่าเฉลี่ย	0.46	6	10
กระดาษ	0.40	29.0	16.0	45.0	2.56	7.10	0.43	8	6
	0.80	29.0	30.0	59.0	5.51	7.00	0.31	1	10
	1.20	24.2	51.0	75.2	9.76	2.32	0.35	10	8
						ค่าเฉลี่ย	0.36	7	9
ไม้อัด	0.40	35.0	15.0	50.0	1.94	9.00	0.55	20	3
	0.80	31.5	31.0	62.5	5.23	4.60	0.37	10	8
	1.20	21.0	50.0	71.0	7.90	2.50	0.18	6	20
						ค่าเฉลี่ย	0.37	10	10

ตารางภาคผนวก ข-14 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 50 กรัม

ชนิด พื้นผิว	จุดปะทะ จากจุด CM	$\theta_1$ (องศา)	$\theta_2$ (องศา)	$\theta_1 + \theta_2$ (องศา)	$S_1$	$S_2$	$\epsilon$	$\Delta Px\%$	$\Delta Py\%$
กระຈก	0.40	36.0	15.0	51.0	2.00	9.00	0.57	8	7
	0.80	33.0	30.0	63.0	3.15	5.72	0.41	20	20
	1.20	24.0	51.0	75.0	8.80	1.80	0.34	20	20
						ค่าเฉลี่ย	0.44	20	20
กระคย	0.40	31.0	15.0	46.0	1.12	3.60	0.48	8	10
	0.80	28.0	30.0	58.0	1.95	2.20	0.28	20	10
	1.20	25.0	51.0	76.0	4.00	1.70	0.38	10	20
						ค่าเฉลี่ย	0.38	10	10
ไม้อัด	0.40	37.0	16.6	53.6	1.40	5.20	0.56	10	9
	0.80	29.0	28.0	57.0	1.80	2.60	0.31	9	10
	1.20	23.0	50.0	73.0	4.00	1.00	0.27	10	2
						ค่าเฉลี่ย	0.38	10	8

ตารางภาคผนวก ข-15 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 25 กรัม ชนมวล 50 กรัม

ชนิด พื้นผิว	จุดปะทะ จากจุด CM	$\theta_1$ (องศา)	$\theta_2$ (องศา)	$\theta_1 + \theta_2$ (องศา)	$S_1$	$S_2$	$\epsilon$	$\Delta Px\%$	$\Delta Py\%$
กระຈก	0.40	75.0	15.0	90.0	1.00	3.50	0.50	10	0
	0.80	60.0	30.0	90.0	10.30	5.60	0.50	20	20
	1.20	37.0	52.0	89.0	14.20	2.40	0.47	10	7
						ค่าเฉลี่ย	0.49	20	9
กระคย	0.40	72.0	16.0	88.0	1.70	4.00	0.49	1	10
	0.80	60.0	30.0	90.0	3.00	3.00	0.50	10	10
	1.20	39.0	51.0	90.0	8.30	1.20	0.50	20	6
						ค่าเฉลี่ย	0.50	9	10
ไม้ัด	0.40	75.0	15.0	90.0	1.00	3.30	0.50	9	3
	0.80	59.0	31.0	90.0	8.20	5.60	0.50	2	1
	1.20	38.0	51.8	89.8	10.60	1.60	0.49	3	1
						ค่าเฉลี่ย	0.50	5	2

ตารางภาคผนวก ข-16 แสดงผลการทดลองบนพื้นระนาบต่าง ๆ กรณีมวล 50 กรัม ชนมวล 25 กรัม

ชนิด พื้นผิว	จุดปะทะ จากจุด CM	$\theta_1$ (องศา)	$\theta_2$ (องศา)	$\theta_1 + \theta_2$ (องศา)	$S_1$	$S_2$	$\epsilon$	$\Delta Px\%$	$\Delta Py\%$
กระจก	0.40	14.0	15.0	29.0	4.23	12.95	0.55	10	7
	0.80	16.0	31.0	47.0	7.22	12.60	0.32	6	20
	1.20	14.0	51.0	65.0	9.30	5.10	0.27	20	20
						ค่าเฉลี่ย	0.38	10	20
กระดาษ	0.40	13.0	15.0	28.0	3.30	9.80	0.49	10	1
	0.80	18.0	31.0	49.0	4.50	8.20	0.43	9	10
	1.20	14.0	51.0	65.0	8.10	2.20	0.27	9	20
						ค่าเฉลี่ย	0.40	9	10
ไม้อัด	0.40	14.0	15.0	29.0	3.10	9.43	0.55	10	7
	0.80	16.0	31.0	47.0	4.70	6.20	0.32	10	7
	1.20	15.0	51.0	66.0	5.00	3.20	0.35	5	20
						ค่าเฉลี่ย	0.41	8	10