ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สถาปนา บุญมาก

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
มิถุนายน 2558
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ ของ สถาปนา บุญมาก ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

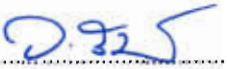
..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)

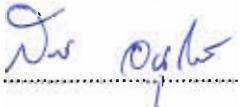
..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล)

..... กรรมการ
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
วันที่ 29 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2558

การวิจัยในครั้งนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษ
ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอน
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้เป็นอย่างดีด้วยความอนุเคราะห์จาก ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่งตลอดมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและความเป็นแบบอย่างของครูที่ดีของท่านเป็นอย่างมาก จึงขอกราบขอบพระคุณไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้ความรู้ ให้คำปรึกษา ตลอดจนตรวจแก้ไขและวิจารณ์ผลงาน ทำให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบ รวมทั้งให้คำแนะแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพนอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จากผู้อำนวยการโรงเรียนพนัสพิทยาคาร ตลอดจนคณะครูและนักเรียนโรงเรียนพนัสพิทยาคาร ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน รวมทั้งเพื่อน ๆ พี่ ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ที่คอยให้กำลังใจ และให้ความช่วยเหลือเกื้อกูลกันมาโดยตลอดจนทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์

ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาตลอดหลักสูตร และทุนการศึกษาในการทำวิจัยแก่นิสิตโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ขอขอบพระคุณอย่างหาที่สุดมิได้

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา-มารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สถาปนา บุญมาก

56910179: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)
คำสำคัญ: รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์/ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สถาปนา บุญมาก: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (THE EFFECTS OF CONCEPT ATTAINMENT MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY IN PARALLEL LINES OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: พรรณทิพา พรหมรักษ์, ค.ด., เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, กศ.ด., 173 หน้า. ปี พ.ศ. 2558.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/10 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยคือ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เวลาในการทำวิจัยจำนวน 17 คาบ คาบละ 55 นาที จำแนกเป็นดำเนินการสอน 15 คาบ และเป็นการทดสอบ 2 คาบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ จำนวน 11 แผน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่มีค่าความเชื่อมั่น 0.72 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่มีค่าความเชื่อมั่น 0.75 วิเคราะห์ผลด้วยสถิติ t-test แบบ One sample ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

56910179: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.
(MATHEMATICS TEACHING)
KEY WORDS: CONCEPT ATTAINMENT MODEL/ MATHEMATICAL CONCEPTS/
MATHEMATICAL REASONING ABILITY

THE EFFECTS OF CONCEPT ATTAINMENT MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY IN PARALLEL LINES OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: PANTIPA PROMARAK, Ed.D., VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D. 173 P. 2015.

The purposes of this research were to compare the student's mathematical concepts on parallel lines and mathematical reasoning ability of Mathayomsuksa II after using Concept Attainment learning model as compared with a criterion of 70 percent. The subjects of this study were 50 Mathayomsuksa II students in the second semester of the 2014 academic year at Phanatpittayakarn School, Chonburi. They were selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 17 periods, which each period is 55 minute, 15 periods for instruction and two periods for posttest. The instruments used in study were, 11 lesson plans, mathematical concepts of function test (with reliability of 0.72) and mathematical reasoning ability test (with reliability of 0.75). The data were analyzed by using t-test for one sample group.
The findings were as follows:

1. The mathematical concepts on parallel lines of sample group after learning with the concept attainment learning model was statistically higher than the 70 percent criterion at the .05 level of significance.

2. The mathematical reasoning ability on parallel lines of sample group after learning with the concept attainment model was statistically higher than the 70 percent criterion at the .05 level of significance.

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

สารบัญ ..... ฉ

สารบัญตาราง ..... ช

สารบัญภาพ ..... ญ

บทที่

1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 6

สมมติฐานของการวิจัย 6

กรอบแนวคิดในการวิจัย 7

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย 8

ขอบเขตการวิจัย 8

นิยามศัพท์เฉพาะ 9

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 11

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 11

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 16

รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ 26

มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 38

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 48

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 62

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 วิธีการดำเนินการวิจัย	65
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	65
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	65
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	66
การดำเนินการทดลอง	85
การเก็บรวบรวมข้อมูล	85
การวิเคราะห์ข้อมูล	86
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	87
4 ผลการวิจัย	90
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	90
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	90
5 สรุปผลและอภิปรายผล	101
สรุปผลการวิจัย	102
อภิปรายผล	102
ข้อเสนอแนะ	108
บรรณานุกรม	109
ภาคผนวก	115
ภาคผนวก ก	116
ภาคผนวก ข	126
ภาคผนวก ค	156
ภาคผนวก ง	165
ภาคผนวก จ	167
ประวัติย่อของผู้วิจัย	173

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

2-1 มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา 15

2-2 มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ 16

2-3 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย 47

2-4 เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ 59

2-5 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 60

2-6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย 62

3-1 วิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน 67

3-2 วิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 73

3-3 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 77

3-4 วิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 81

3-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 83

3-6 แบบแผนการทดลอง 85

4-1 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ร้อยละ 70 91

4-2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ร้อยละ 70 96

ค-1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 157

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

ค-2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 157

ค-3 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 158

ค-4 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 158

ค-5 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 159

ค-6 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 160

ค-7 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 162

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย 7

2-1 ลำดับขั้นของการคิด 49

4-1 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 92

4-2 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 93

4-3 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 93

4-4 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 94

4-5 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 95

4-6 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 96

4-7 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 97

4-8 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 98

4-9 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 3 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 98

4-10 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 99

4-11 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 100

ง-1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้สถิติ t-test for one sample 166

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่ หน้า

ง-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติ t-test for one sample 166

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการดำรงชีวิตและการพัฒนาการคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ แบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และทำให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 1) ซึ่งสอดคล้องกับยุพิน พิพิธกุล (2545, หน้า 1) ที่ได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นความจริงหรือไม่ ด้วยวิธีคิดเราก็สามารถนำคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ คณิตศาสตร์ช่วยให้เราเป็นผู้มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ตลอดจนพยายามคิดสิ่งแปลกใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่างๆ ด้วยความสำคัญดังกล่าว การพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์จึงเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการจัดการศึกษาของไทย จะเห็นได้จากการกำหนดคุณภาพผู้เรียนในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กำหนดให้นักเรียนต้องมีคุณภาพใน 3 ด้าน คือ ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เพื่อจะนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการดำรงชีวิตและการพัฒนาสังคม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 3-6)

เรขาคณิตเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในทุกระดับ เรขาคณิตเป็นศาสตร์ที่มีความหมาย มีคุณค่า มีประโยชน์ และมีความผูกพันกับชีวิตมนุษย์มานับเป็นเวลานาน (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2541, หน้า 3) การเรียนเรขาคณิตจะฝึกให้นักเรียนมีเหตุผลมากกว่าจะเชื่อโชคลาง หรือเดาสุ่ม เนื่องจากในการพิสูจน์นักเรียนต้องแยกแยะได้ว่าอะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผลที่ต้องพิสูจน์ ส่วนใดนำมาอ้างอิงได้ อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานสำหรับการนำไปใช้ ทั้งด้านเทคโนโลยีทางวิทยาศาสตร์ กลศาสตร์ แสง เสียง และวิศวกรรมศาสตร์ การออกแบบทั้งด้านสัญลักษณ์และเครื่องกล การสำรวจ สถาปัตยกรรม ช่างไม้ ช่างตัดเสื้อ การเดินเรือ ซึ่งต้องอาศัยความรู้และ

ความเข้าใจในเรขาคณิตเพื่อเป็นพื้นฐานในการนำไปใช้ประโยชน์ต่อไป (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2551)

จากความสำคัญดังกล่าว หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้บรรจุให้เรขาคณิตเป็นเนื้อหาวิชาหนึ่งที่นักเรียนต้องเรียน โดยโรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาที่ดำเนินการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง เส้นขนาน เป็นเนื้อหาหนึ่งในสาระเรขาคณิตของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ซึ่งจากการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2555-2556 ของโรงเรียนพนัสพิทยาคาร พบว่า มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 48.01 และ 36.41 ตามลำดับ และมาตรฐาน ค 6.1 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 17.28 และ 19.39 ตามลำดับ ซึ่งทั้งสองมาตรฐานอยู่ในระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 (โรงเรียนพนัสพิทยาคาร, 2557) และจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอน การสังเกตชั้นเรียน และตรวจสมุดการบ้านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่คิดว่าเรื่องเรขาคณิต เป็นเรื่องยาก เนื่องจากมีทฤษฎีมากมาย โดยเฉพาะในเรื่อง เส้นขนาน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับเส้นขนาน เช่น นักเรียนตอบว่ารูปปิดใด ๆ เป็นเส้นขนาน มุมแย้ง คือมุมตรงข้ามกัน เป็นต้น และเมื่อพิจารณาการให้เหตุผล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกขนาดของมุมได้แต่ไม่สามารถให้เหตุผลได้ว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ไม่สามารถแยกแยะโจทย์ได้ว่าข้อความใดเป็นเหตุหรือข้อความใดเป็นผล หรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์ก็ไม่สามารถให้เหตุผลในการพิสูจน์ได้ สรุปผลหรือข้ออ้างอิงจากการดูรูป (สรัชฌา ตัณธนาธิป, สัมภาษณ์, 16 มิถุนายน 2557) ประกอบกับผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์นานาชาติ โครงการ TIMSS (Third international mathematics and science study) ในปี 2011 พบว่า คะแนนในด้านเนื้อหาวิชาเรขาคณิตและด้านการใช้เหตุผลของนักเรียนไทยอยู่ในระดับต่ำ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2551) และจากการศึกษางานวิจัยของณัฐไฉไล พริ้งมาดี (2544, หน้า 55) ได้ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องเส้นขนานอยู่ในระดับต่ำ และเมื่อพิจารณาจากมโนทัศน์ทั้ง 4 มโนทัศน์ พบว่า มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ 3 มโนทัศน์ คือ บทนิยามของเส้นขนาน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ผลงานวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับงานวิจัยของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2546) ที่ได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ. 2521-2546 พบว่า นักเรียนช่วงชั้นที่ 3 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องเส้นขนาน

จากปัญหาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า นักเรียนยังขาดความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทั้งในเรื่องของมโนทัศน์ เรื่องเส้นขนาน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสาเหตุอาจมาจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นนามธรรม จึงมีความเข้าใจผิดได้ง่าย หรืออาจจะเข้าใจไม่ตรงกันได้ (สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ, 2549, หน้า 33-36) และการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มักเริ่มที่ครูสอนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม แล้วให้ตัวอย่างที่ครูทำให้ดู ตัวอย่างที่ครูสอนและนักเรียนช่วยกันทำ ตัวอย่างที่นักเรียนทำเอง ตามด้วยการสรุปบทเรียน การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด และจบลงที่การให้การบ้าน ซึ่งการทำขั้นตอนเหล่านี้ใช้เวลาไม่น้อย ทำให้จัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มอีกคงเป็นไปได้ยาก (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 197) ซึ่งสอดคล้องกับสภาพการจัดการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษายังคงยึดครูเป็นศูนย์กลาง ครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบอธิบายประกอบการยกตัวอย่างให้นักเรียนฟัง เน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องโดยครูเขียนสิ่งที่อธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำ สิ่งที่นักเรียนได้รับจึงเป็นเพียงความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวนการคิด เพราะครูขาดการปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่รู้จักสังเกต สำรวจ ตั้งข้อความคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง การดำเนินการหาคำตอบมักมุ่งเน้นไปที่ความรวดเร็วในการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าพิจารณาที่กระบวนการคิดของนักเรียน (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546, หน้า 54-58)

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดสำคัญหรือความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ (Good, 1973, p. 124) นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีจะสามารถเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงได้ดี รวมทั้งสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ได้ (Cooney, Davis, & Henderson 1975, pp. 89-90; สสวท., 2555ก, หน้า 61) สิ่งสำคัญในกระบวนการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือ ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและเกิดความเข้าใจในการคิด ต้องสอนให้นักเรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เห็นความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาโดยคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายให้ได้แนวความคิดที่หลากหลาย เพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พยายามใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด โดยครูควรใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง

ในการช่วยให้นักเรียนคิดไปในแนวทางที่ถูกต้องและสามารถจะพัฒนาเป็นความเข้าใจได้ ซึ่งคำถามที่ครูใช้ควรเป็นคำถามให้คิดเพื่อให้อธิบายและแสดงเหตุผลมากกว่าจะเป็นคำถามสั้น ๆ อีกทั้งครูต้องให้เวลานักเรียนในการคิด ไตร่ตรอง วิเคราะห์ ทดลองสิ่งที่ตนคิด และสร้างแนวคิดใหม่ การให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาในวิถีทางที่ตนเข้าใจ ครูต้องยินดีที่จะเผชิญกับกลวิธีหรือเทคนิคที่แตกต่างจากที่คาดหวัง คำอธิบายและเหตุผลที่นักเรียนใช้มีความสำคัญไม่น้อยกว่าคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้อง และที่สำคัญควรฝึกให้นักเรียนได้สะท้อนความคิด และวิพากษ์วิจารณ์ความคิดของตนเองและผู้อื่น โดยใช้เหตุผลเป็นที่ตั้ง (อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 8-9, 2547, หน้า 124-125) เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถให้นอกเหนือจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ หรือขั้นตอน การที่นักเรียนให้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าสอนแบบให้จดจำ จะส่งผลให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม (Baroody, 1993; สสวท., 2555ก, หน้า 39)

จากปัญหาที่เกี่ยวข้องและความสำคัญของมโนทัศน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ทำให้เห็นว่าควรจะมีการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับสมวงษ์ แปลงประสพโชค (2548, หน้า 3) ที่ได้เสนอว่า การสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องพัฒนาและปรับเปลี่ยน เพื่อพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้มีความรู้ความสามารถและทักษะทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความสามารถทางกระบวนการคิดและการให้เหตุผล และจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จากการวิเคราะห์ลักษณะของตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ และการอธิบายสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง หรือโต้แย้งสมมติฐานของผู้อื่นอย่างมีเหตุมีผล ซึ่ง Phitchard (1994, p. 4) ได้กล่าวถึง ลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้เสนอแนะให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบอุปนัย นักเรียนได้รับหรือสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยครูยกตัวอย่างทางบวกและทางลบให้นักเรียนตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ แล้วทดสอบสมมติฐานที่ตนเองสร้างขึ้น

ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และสามารถทดสอบมโนทัศน์ของตนเอง โดยการสร้างตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์นั้น

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดมโนทัศน์ (Concept identification) เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนในชั่วโมงเรียน และสนทนาหรือซักถามนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม ขั้นที่ 2 ขั้นการให้ตัวอย่าง (Exemplar identification) เป็นขั้นที่ครูให้ตัวอย่างทางบกและทางลบของมโนทัศน์ ขั้นที่ 3 ขั้นการตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ และตั้งสมมติฐาน โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) เป็นการตรวจสอบสมมติฐานของนักเรียนที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 แล้วร่วมกันอภิปรายและสรุปคุณลักษณะของมโนทัศน์ และขั้นที่ 5 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) เป็นขั้นที่นักเรียนยกตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ด้วยตนเอง และนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ (Lasley & Matczynski, 2002, pp. 117-121)

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ จะเห็นได้ว่ารูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งเสริมนักเรียนให้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ พร้อมทั้งหาข้อสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย เนื่องจากในการตั้งสมมติฐานและการสรุปมโนทัศน์ นักเรียนจะใช้การให้เหตุผลอธิบายสนับสนุนสมมติฐานของตนเองและโต้แย้งสมมติฐานของผู้อื่นอย่างสมเหตุสมผล จนสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง ดังที่ Lasley & Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 11) ได้กล่าวไว้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่เสริมสร้างทักษะการใช้เหตุผลและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์จากแหล่งต่าง ๆ ได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ จำแนกประเภทของมโนทัศน์ การสังเคราะห์และการแก้ปัญหา โดยครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนใช้แบบการเรียนรู้ของตนในการคิดตั้งสมมติฐาน สร้างทางเลือกในการแก้ปัญหา ทดสอบสมติฐาน ประมวลผลข้อมูล และหาข้อสรุป ซึ่งจะเห็นได้จากผลการวิจัยของยลนภา พลชัย (2548) ที่พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำกำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลการวิจัยของอัมพร ม้าคนอง (2552) ที่พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และคำถามระดับสูง สูงกว่า

ก่อนเรียน และนักเรียนสามารถอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผลที่สื่อความหมายชัดเจน มีจำนวนเพิ่มมากขึ้น

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้สนใจศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนรวม ตามเกณฑ์ของกระทรวงศึกษาธิการ (2553, หน้า 22)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

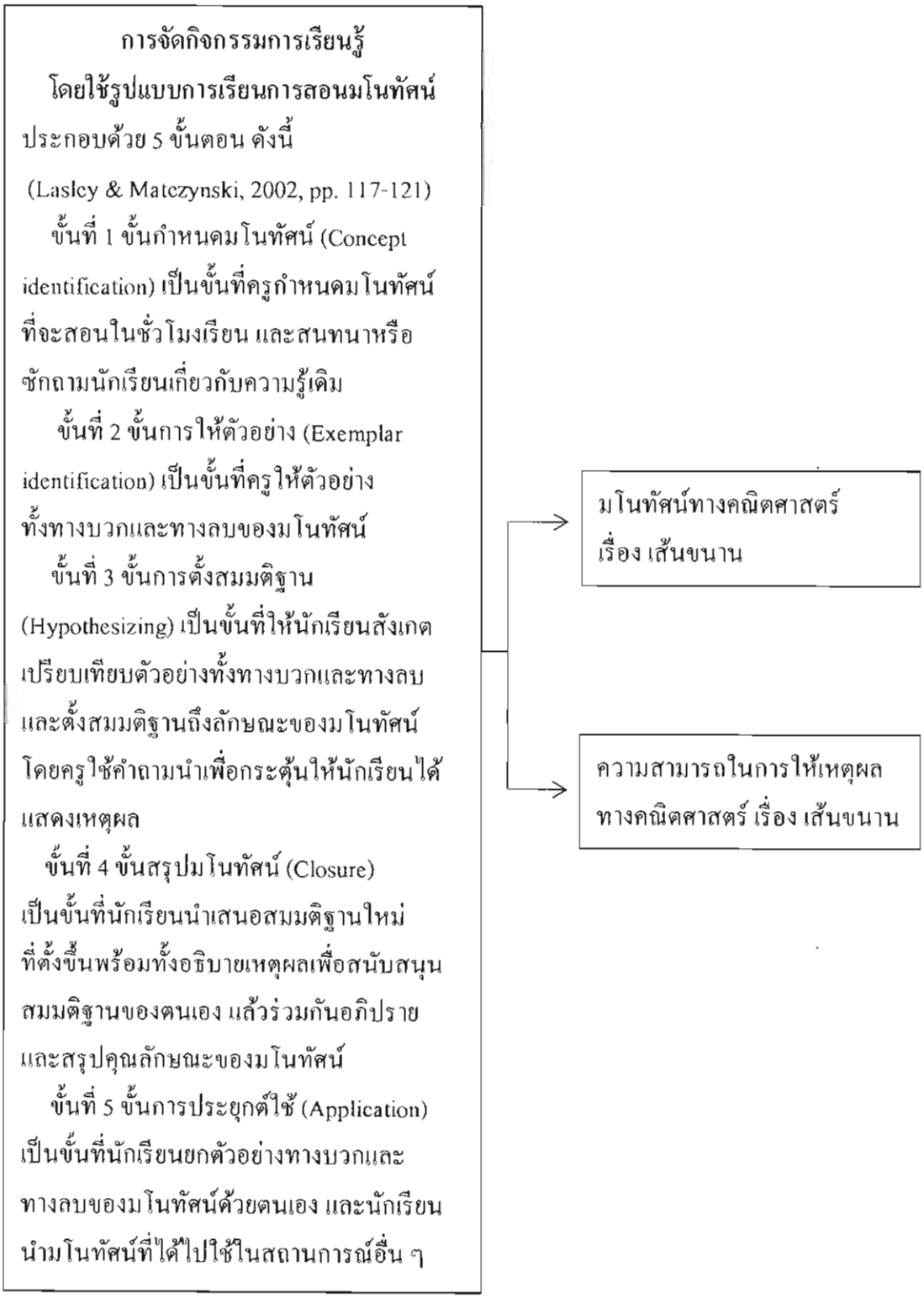
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

2. ครูได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน

ขอบเขตการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 10 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 500 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน ได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

ตัวแปรตาม ได้แก่ 1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งมีเนื้อหาประกอบด้วย

1. บทนิยามของเส้นขนาน	จำนวน	1 คาบ
2. ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	จำนวน	1 คาบ
3. เส้นขนานและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด	จำนวน	3 คาบ
4. เส้นขนานและมุมแย้ง	จำนวน	3 คาบ
5. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	จำนวน	3 คาบ

6. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม จำนวน 4 คาบ

รวม จำนวน 15 คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ใช้เวลาในการทดลองสอนจำนวน 15 คาบ คาบละ 55 นาที ทดสอบหลังเรียน (Post-test) จำนวน 2 คาบ รวมทั้งสิ้นใช้เวลา 17 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนวิเคราะห์ สังเกต เปรียบเทียบ คุณลักษณะของตัวอย่างที่ใช่มโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ตั้งสมมติฐานและอธิบายสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง โต้แย้งสมมติฐานของผู้อื่นอย่างมีเหตุมีผล จนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดมโนทัศน์ (Concept identification) เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนในชั่วโมงเรียน และสนทนาหรือซักถามนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นการให้ตัวอย่าง (Exemplar identification) เป็นขั้นที่ครูให้ตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ โดยตัวอย่างทางบวกเป็นตัวอย่างที่มีคุณลักษณะครบของมโนทัศน์และตัวอย่างทางลบเป็นตัวอย่างที่มีคุณลักษณะไม่ครบของมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 ขั้นการตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ และตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล จากนั้นครูหรือนักเรียนเพิ่มตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบอีก

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบทบทวนการตั้งสมมติฐานของนักเรียนที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 โดยให้นักเรียนนำเสนอสมมติฐานใหม่ที่ตั้งขึ้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง แล้วร่วมกันอภิปรายและสรุปคุณลักษณะของมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) เป็นขั้นที่นักเรียนยกตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยครูและเพื่อนนักเรียนช่วยกันตรวจสอบ และนักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน อันเนื่องมาจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือมีการอ้างอิงโดยใช้บทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดและการแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งอยู่ในระดับดีตามเกณฑ์ของตามกระทรวงศึกษาธิการ (2553, หน้า 22)

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
4. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ เมื่อผู้เรียนเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐานและเมื่อผู้เรียนจบในแต่ละช่วงชั้นไว้เพื่อเป็นแนวทางให้สถานศึกษาและครูผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งสาระสำคัญของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 1-8) มีดังนี้

ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

จุดประสงค์ของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิดการคำนวณสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพจึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างเป็นระบบชัดเจนรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

คุณภาพของผู้เรียน

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปี แล้วผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ควรจะมีความสามารถ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็มเศษส่วนทศนิยมเลขยกกำลังรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรงอธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิดทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ใน

การให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ในเรื่อง การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน และนำไปใช้ได้

5. สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับคุณภาพของผู้เรียนในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น ซึ่งคุณภาพของผู้เรียนที่ผู้วิจัยยึดเป็นหลักในการทำวิจัยครั้งนี้ คือ ผู้เรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน สามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ทั้งหมด 6 สาระ 14 มาตรฐาน ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้ อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการ นำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากข้างต้นสรุปได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีการกำหนดสาระมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งหมด 6 สาระ 14 มาตรฐาน ซึ่งสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยนำมาใช้พัฒนานักเรียนในครั้งนี้ คือ สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีตัวชี้วัดดังตารางที่ 2-1 และ 2-2

ตารางที่ 2-1 มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา	ค 3.2 ม. 2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ตารางที่ 2-2 มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และ เชื่อมโยงคณิดศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ค 6.1 ม.1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดและการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ ซึ่งมีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษากล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2545, หน้า 1) กล่าวไว้ว่า คณิดศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดเราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นความจริงหรือไม่ด้วยวิธีคิดเราก็สามารถนำคณิตศาสตร์ไปแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ คณิตศาสตร์ช่วยให้เราเป็นผู้มีเหตุผลเป็นคนใฝ่รู้ตลอดจนพยายามคิดสิ่งแปลกใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่าง ๆ

สสวท. (2555ก, หน้า 1) ได้เสนอว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ และความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณญาณ และคิดอย่างเป็นระบบ และมีระเบียบแบบแผน ลักษณะการคิดดังกล่าวทำให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 2-3) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกได้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน เนื่องจากเป็นความรู้ที่ใช้ในการแลกเปลี่ยนสิ่งของซึ่งกันและกันโดยการซื้อ-ขาย ผ่านการชั่ง ตวง วัด และการคำนวณทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการคำนวณภาษี การประมาณค่าสิ่งของ การรับรู้ข้อมูลต่าง ๆ ในรูปของตาราง แผนผัง กราฟ เป็นต้น สิ่งเหล่านี้ล้วนต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ทั้งนั้น

2. คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาวิชาชีพ เป็นที่ยอมรับกันว่าวิชาชีพหลายแขนงต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เช่น วิศวกรรมศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ในเนื้อหาแคลคูลัส นักการธนาคารต้องอาศัยความรู้ในเนื้อหาสถิติ เป็นต้น คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือช่วยพัฒนาวิชาชีพเหล่านั้นให้เจริญอย่างรวดเร็ว นอกจากนี้อาชีพเกือบทุกแขนงไม่ว่าจะเป็นสายวิทยาศาสตร์หรือสายสังคมศาสตร์ต้องเกี่ยวข้องกับงานวิจัย ซึ่งจำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

3. คณิตศาสตร์มีความสำคัญในการพัฒนากระบวนการคิด ดังนี้

3.1 พัฒนาความสามารถในการใช้ภาษาเพื่อจัดลำดับความคิด ในวิชาคณิตศาสตร์มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาซึ่งต้องใช้ความสามารถในการอ่าน ตีความ และการเขียนกระบวนการเหล่านี้ทำให้มนุษย์ได้แสดงแนวคิดของตนเองออกมาอย่างเป็นระเบียบชัดเจน มีการเรียงลำดับการคิดอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้คนอื่นเข้าใจได้

3.2 พัฒนาความสามารถในการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ เมื่อผู้เรียนเผชิญกับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ผู้เรียนต้องอาศัยกระบวนการวิเคราะห์และสังเคราะห์ซึ่งเป็นความสามารถขั้นสูงของสมองในการทำความเข้าใจและหาทางแก้โจทย์ปัญหานั้น

3.3 พัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างเป็นระบบในการคิดหาคำตอบและมีการพิสูจน์อย่างเป็นเหตุเป็นผล โดยอาศัยจากสิ่งที่ยอมรับและตกลงไว้ก่อน ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างเป็นระบบและมีเหตุผล

3.4 พัฒนาความสามารถในการคิดอย่างสร้างสรรค์ วิชาคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่น การนำความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตไปออกแบบลายผ้า กระบวนการเหล่านี้ทำให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ได้

4. คณิตศาสตร์มีความสำคัญในแง่ของการเป็นมรดกทางวัฒนธรรม วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ได้รับการยอมรับและเกิดขึ้นมาเป็นเวลาช้านาน เป็นวิชาที่เรียนสืบต่อกันมาโดยตลอด ไม่ว่า

จะเป็นเรื่องของจำนวน สัญลักษณ์แทนจำนวนของชนชาติต่าง ๆ เรขาคณิตแบบยุคลิด การชั่ง ตวง วัด หรือแม้กระทั่งพีชคณิต สิ่งเหล่านี้เป็นสัญลักษณ์บ่งบอกความเจริญรุ่งเรืองในอดีต ซึ่งถือเป็นมรดกทางวัฒนธรรมอย่างหนึ่ง

จากข้างต้นสรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน ช่วยพัฒนากระบวนการคิด ให้มนุษย์คิดอย่างสร้างสรรค์ มีเหตุผลและมีระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รวมทั้งพิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นความจริงหรือไม่

หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จได้นั้น ไม่เพียงแต่ครูผู้สอนจะมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาและวิธีสอนอย่างดียิ่งเท่านั้น ครูผู้สอนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างดีด้วย เพื่อจะช่วยให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น มีนักการศึกษาได้ให้หลักการในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

บุญทัน อยู่บุญชม (2529, หน้า 24-25) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องมุ่งสนองความต้องการ ความสนใจ ความสามารถของนักเรียนแต่ละคนเป็นหลัก ซึ่งหลักในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีดังนี้

1. คำนึงถึงความพร้อมของเด็ก คือพร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และพร้อมในแง่ความรู้พื้นฐานที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี

2. การจัดการเรียนรู้ต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ และความสามารถของเด็ก เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาในภายหลัง

3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา

4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก่อน เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน

5. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้น การสอนเพื่อสร้างความคิดความเข้าใจในระยะเริ่มแรก จะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้เกิดความสับสนจะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการจัดการเรียนรู้ การจัดการเรียนรู้จะเป็นไปตามลำดับขั้นที่วางไว้

6. การจัดการเรียนรู้แต่ละครั้งต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า จัดกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์อะไร

7. เวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ ควรจะใช้ระยะเวลาพอสมควร ไม่นานจนเกินไป

8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการยืดหยุ่นได้ ให้เด็กได้มีโอกาสเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตน และให้อิสระในการทำงานแก่เด็ก สิ่งสำคัญประการหนึ่งคือการปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่เด็กในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ถ้าเกิดมีขึ้นจะช่วยให้เด็กพอใจในการเรียนวิชานี้ เห็นประโยชน์และคุณค่าย่อมจะสนใจมากขึ้น

9. การจัดการเรียนรู้ที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียน มีการวางแผนร่วมกันกับครู เพราะจะช่วยให้ครูเกิดความมั่นใจในการจัดการเรียนรู้ และเป็นไปตามความพอใจของเด็ก

10. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะดี ถ้าเด็กมีโอกาสทำงานร่วมกัน หรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ แก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเองร่วมกับเพื่อน ๆ

11. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วย จึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามต่อไปแก่เด็ก

12. นักเรียนอยู่ในระดับประถมศึกษาในระหว่างอายุ 6-12 ปี จะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนโดยครูใช้ของจริง อุปกรณ์ ซึ่งเป็นรูปธรรม นำไปสู่นามธรรม ตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ มิใช่ จำ ดังเช่นการจัดการเรียนรู้ในอดีตที่ผ่านมา ทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13. การประเมินผลการจัดการเรียนรู้เป็นกระบวนการต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่งของการจัดการเรียนรู้ ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการจัดการเรียนรู้ของตน

14. ไม่ควรจำกัดวิธีคิดคำนวณหาคำตอบของเด็ก แต่ควรแนะวิธีคิดที่รวดเร็วและแม่นยำให้ในภายหลัง

15. ฝึกให้เด็กรู้จักตรวจเช็คคำตอบด้วยตนเอง

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 7) ได้กล่าวถึง หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. ให้นักเรียนได้เข้าใจในพื้นฐานของคณิตศาสตร์ รู้จักใช้ความคิดริเริ่ม รู้เหตุผลและรู้ถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2. การเรียนรู้ ควรเชื่อมโยงกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้มากที่สุด

3. ความเข้าใจต้องมาก่อนทักษะความชำนาญ

4. ความเข้าใจอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมีทักษะความชำนาญ

5. เน้นการฝึกฝนให้เกิดทักษะ การสังเกต ความคิดตามลำดับเหตุผล แสดงออกถึงความรู้สึกนึกคิดอย่างมีระบบ ระเบียบ ง่าย สั้น กะทัดรัด ชัดเจน สื่อความหมายได้ มีความละเอียดถี่ถ้วน มีความมั่นใจ แม่นยำ และรวดเร็ว

6. เน้นการศึกษาและเข้าใจเหตุผล โดยใช้ยุทธวิธีการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เข้าใจและค้นพบด้วยตนเอง เกิดความคิดสร้างสรรค์ เกิดการประยุกต์ใช้ได้ โดยไม่จำเป็นต้องเรียนรู้โดยการจดจำหรือเลียนแบบจากครูเท่านั้น

7. ให้ผู้เรียนสนุกสนานกับการเรียนคณิตศาสตร์ รู้คุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ หรือวิชาอื่นต่อไป

8. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่ควรเป็นเพียงการบอก ควรใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดและค้นพบหลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงต่าง ๆ ด้วยตนเอง เคยชินต่อการแก้ปัญหา อันจะเป็นแนวทางให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะในกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 110) กล่าวไว้ว่า ครูจำเป็นที่จะต้องทราบหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้สอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจมีความรู้และประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีดังนี้

1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม
2. สอนจากสิ่งที่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่ไกลตัวนักเรียน
3. สอนจากเรื่องที่ง่ายก่อนสอนเรื่องที่ยาก
4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน
5. สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล
6. สอนด้วยอารมณ์ขันทำให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลินเช่นเกมปริศนาเพลง
7. สอนด้วยหลักจิตวิทยาสร้างแรงจูงใจเสริมกำลังให้กับนักเรียน
8. สอนด้วยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น ๆ เช่น วิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการเพิ่มจำนวนแมลงหวี่ซึ่งต้องอาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง

ยุพิน พิพิธกุล (2545, หน้า 11-12) ได้กล่าวถึง หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ว่า

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก
2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรมในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบ

3. สอนให้สัมพันธ์ความคิดเมื่อครูทบทวนเรื่องใดก็ควรทบทวนให้หมดการรวบรวมเรื่องที่ทำให้เหมือนกันเข้ากันเป็นหมวดหมู่จะช่วยให้เข้าใจง่ายและจำได้อย่างแม่นยำขึ้น

4. เปลี่ยนวิธีการสอนไม่ซ้ำซากเบื่อหน่ายผู้สอนควรจะสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจ

5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มเป็นแรงดลใจที่จะเรียนด้วยเหตุนี้ในการสอนจึงมีการนำเข้าสู้บทเรียนเร้าใจเสียก่อน

6. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิมและทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่กิจกรรมใหม่ควรจะต่อเนื่องกับกิจกรรมเดิม

7. เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรจะสอนไปพร้อม ๆ กัน

8. ให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้างไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหา

9. ไม่ควรเป็นเรื่องที่ยากเกินไปผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกินสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ซึ่งอาจจะทำให้ผู้ที่เรียนอ่อนท้อถอยแต่ถ้าผู้เรียนที่เรียนเก่งอาจจะชอบควรจะส่งเสริมเป็นรายไปในการสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสมทั้งนี้เพื่อส่งเสริมศักยภาพ

10. สอนให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเองการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างจนนักเรียนเห็นรูปแบบจะช่วยให้นักเรียนสรุปได้อย่ารีบบอกเกินไป ควรเลือกวิธีการต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับเนื้อหา

11. ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้ลงมือปฏิบัติจริงและประเมินการปฏิบัติจริง

12. ผู้สอนควรจะมีอารมณ์ขันเพื่อช่วยให้บรรยากาศการเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้นคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนักครูจึงไม่ควรจะเคร่งเครียดให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน

13. ผู้สอนควรจะมีความกระตือรือร้นและตื่นตัวอยู่เสมอ

14. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติมเพื่อที่จะนำสิ่งที่แปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้ผู้เรียนผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่มีศรัทธาในอาชีพของตนจึงจะทำให้สอนได้ดี

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 8) เสนอไว้ว่า หลักการสอนคณิตศาสตร์ ที่สำคัญมีดังนี้

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่นใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลายและนำไปสู่ข้อสรุป

2. สอนให้ผู้เรียนเห็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือต้องคำนึงถึงเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน

4. สอนโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรมหรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมมาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นหรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น

5. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน

6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งการฝึกรายบุคคลฝึกเป็นกลุ่มการฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. สอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาสามารถให้เหตุผลเชื่อมโยงสื่อสารและคิดอย่างสร้างสรรค์ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ

8. สอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

9. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของผู้เรียนเพื่อจะได้จัดกิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน

10. สอนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์รู้สึกว่าคณิตศาสตร์ไม่ยากและมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. สังเกตและประเมินการเรียนรู้และความเข้าใจของผู้เรียนในห้องโดยใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า หลักการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงประสบการณ์ความรู้เดิมและศักยภาพของผู้เรียนโดยจัดกิจกรรมให้สอดคล้องและเหมาะสมกับผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงพื้นฐานของคณิตศาสตร์และเน้นการฝึกฝนทักษะการคิดวิเคราะห์ตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล โดยสอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรม เพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจและรู้สึกสนุกสนาน

จิตวิทยาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง จิตวิทยาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สุรชัย ขวัญเมือง (2532, หน้า 32-37) ได้กล่าวถึงจิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอน ครูสำรวจว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนหรือยัง ความพร้อมในที่นี้หมายถึง ความสามารถและประสบการณ์ของเด็ก เราจะทราบได้โดยการสังเกต การซักถาม การทดสอบ ดูว่าเด็กมีพื้นฐานเลขมากแค่ไหน คิดได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเด็กส่วนมากก่อนที่จะขึ้นชั้น ป.1 มักจะเรียนมาบ้างในชั้นอนุบาล ทั้งนี้ความพร้อมของเด็กนักเรียนอาจไม่เท่ากัน

2. สอนจากสิ่งที่เด็กมีประสบการณ์หรือได้พบเห็นอยู่เสมอ การให้เด็กเรียนจากประสบการณ์ได้เรียนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้คิด ได้ใช้ ได้ทำด้วยตนเอง ทำให้เด็กเข้าใจและเรียน

ได้รวดเร็วขึ้น เป็นต้น เช่น ให้เด็กนับผลไม้ สมุด ดินสอ ม้านั่ง กระทำโดยการจับคู่ แบ่งพวก แบ่งเป็นหมู่ เล่นเกมง่ายทางคณิตศาสตร์เด็กจะได้รับความสนุกสนานเพลิดเพลินโดยไม่ได้คิดว่านั่นคือการเรียนรู้

3. สอนให้เด็กเข้าใจ และมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่าง ส่วนย่อยกับส่วนย่อย และส่วนย่อยกับส่วนใหญ่ เช่น 4 + 5 = 5 + 4 หรือ 18 = 10 + 8 เด็กจะมีความเข้าใจได้ดี เพราะได้ลอง โดยใช้เส้นจำนวนวนหรือของจริง ซึ่งได้ผลดีกว่าการใช้กฎหรือการแยกกฎท่องเป็นข้อ ๆ

4. สอนจากง่ายไปหายาก วิธีนี้ควรใช้ให้เหมาะสมกับวัย และความสามารถของเด็ก ทั้งนี้ครูจะต้องพิจารณาว่าเด็กของตนมีความสามารถเพียงใด ควรจะสอนในระดับไหน เด็กในชั้นเรียนประถมศึกษาควรได้ทำกิจกรรมมาก ๆ ไม่ใช่ครูอธิบายให้ฟังแล้วทำตาม ควรจะดูความสนใจของเด็กประกอบด้วย

5. ให้นักเรียนเข้าใจในหลักการและรู้วิธีที่จะใช้หลักการ การให้เด็กได้เผชิญกับปัญหาที่เร้าใจให้เด็กสนใจอยากคิดอยากทำ เช่น ขายของ ซื้อของ ถ้ามีการซื้อขายจำวนวนมาก ๆ เด็กจะมีโอกาสได้คิดวิธีที่จะบอกหลาย ๆ ครั้ง ซึ่งเป็นแนวการคูณ จากนั้นครูก็จะแนะให้เห็นวิธีการคูณ เด็กก็จะเข้าใจได้ชัดเจนและมองเห็นประโยชน์ว่าจะนำไปใช้ได้อย่างไร

6. ให้เด็กได้ฝึกหัดทำซ้ำ ๆ จนกว่าจะคล่องและมีการทบทวนอยู่เสมอการเรียนรู้และเข้าใจในหลักการย่างเดียวไม่พอ การเรียนคณิตศาสตร์ต้องใช้การฝึกมาก ๆ เพื่อให้เข้าใจในวิธีการต่าง ๆ การใช้แบบฝึกหัดควรใช้ให้เหมาะกับเด็กอย่าให้ง่ายเกินไปหรือยากเกินไปจะทำให้เด็กเบื่อ

7. ต้องให้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรมเพราะว่าคณิตศาสตร์ยากแก่การเข้าใจจึงควรให้เด็กได้เริ่มเรียนรู้จากรูปธรรมให้เข้าใจก่อน ดังนั้นในช่วงแรกผู้สอนควรใช้พวกของจริง รูปภาพและสิ่งอื่น ๆ ที่สามารถใช้แทนจำนวนได้แล้วจึงนำไปสู่สัญลักษณ์ภายหลัง

8. ควรให้กำลังใจแก่เด็ก เพื่อให้เกิดความมานะพยายามอันเป็นพื้นฐานของความสำเร็จ

9. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลเด็กที่มี ความถนัดหรือความสนใจแตกต่างกัน ควรได้รับการสนับสนุนเป็นพิเศษ แต่เด็กที่ไม่สนใจครูควรหาสาเหตุ หรือหาทางที่จะช่วยเช่นเดียวกัน

ยุพิน พิพิธกุล (2545, หน้า 2-8) กล่าวว่า ปัจจุบันการเรียนการสอนเป็นเรื่องที่ควบคู่กันไปอย่างแยกไม่ออก เพราะครูผู้สอนไม่ใช่ผู้บอกหรือผู้เรียนนั้นต้องไม่เป็นผู้ตามตลอดกาล ผู้เรียนและครูผู้สอนมีกิจกรรมร่วมกัน ครูผู้สอนต้องศึกษาจิตวิทยาเกี่ยวกับผู้เรียน ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual differences) ผู้เรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจ และลักษณะนิสัย โดยเฉพาะในการจัดการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์ จะมีความสามารถเหมือนกันไม่ได้ ในการจัดการเรียนการสอนครูผู้สอนพิจารณาในเรื่องต่อไปนี้

1.1 ศึกษาผู้เรียนว่าแต่ละคนมีสมบัติในการเรียนรู้อย่างไร

1.2 รู้จักวินิจฉัยว่าแต่ละคนประสบปัญหาและเกิดความลำบากในการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร

1.3 สามารถวางโครงการสอน ให้แก่ผู้เรียนที่เรียนเก่งและเรียนอ่อน

1.4 รู้จักหาวิธีที่แปลก ๆ ใหม่ ๆ มาสอนผู้เรียนที่แตกต่างกัน

1.5 ครูผู้สอนควรรู้จักสร้างหน่วยบทเรียนที่จะเสริมความรู้ของผู้เรียนหรือทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะ

1.6 ครูผู้สอนต้องมีความอดทน ขยัน ใฝ่รู้ เสียสละ

2. จิตวิทยาในการเรียนรู้ (Psychology of learning)

การเรียนเป็นกระบวนการพัฒนาการผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้ต่อเมื่อการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเพื่อให้เข้าใจในการเรียนรู้ ดังนี้

2.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อผู้เรียนได้รับประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก เขาก็อยากรู้อยากเห็นและอยากคิดออกมาให้ได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะลองผิด ลองถูกแต่เมื่อผู้เรียนได้รับประสบการณ์นั้นอีกครั้งเขาสามารถตอบแทนทันทีแสดงว่าเกิดการรับรู้

2.2 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครูผู้สอน

2.3 ธรรมชาติของการเรียนรู้ ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้นั้นผู้เรียนจะต้องรู้เรื่องเหล่านี้

2.3.1 รู้จักจุดประสงค์ในการเรียนในบทเรียนแต่ละบท

2.3.2 ผู้เรียนรู้จักสัมพันธ์ความคิด

2.3.3 ผู้เรียนรู้จักวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกันหรือเปรียบเทียบกัน เพื่อนำไปสู่การค้นพบ

2.3.4 ผู้เรียนต้องเรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้

2.3.5 ครูผู้สอนต้องมีปฏิภาณ สมองไว รู้จักการนำไปสู่ข้อสรุป

2.3.6 ผู้เรียนควรจะรู้วิธีเรียน

2.3.7 ครูผู้สอนไม่ทำโทษผู้เรียน

3. จิตวิทยาในการฝึก (Psychology of drill) การฝึกนั้นเป็นสิ่งจำเป็น แต่การฝึกนั้นอาจมีผลทำให้ผู้เรียนเบื่อหน่ายได้ถ้าฝึกมากเกินไป ดังนั้นครูผู้สอนควรพิจารณาในการให้ผู้เรียนได้รับการฝึกดังนี้

3.1 การฝึกรายบุคคล

3.2 การฝึกทีละเรื่อง

3.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด

3.4 การให้แบบฝึกต้องคำนึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3.5 แบบฝึกหัดนั้นควรฝึกในหลาย ๆ ด้าน

3.6 แบบฝึกสอดคล้องกับบทเรียน

3.7 ก่อนทำแบบฝึกต้องมั่นใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจเรื่องนั้นดีแล้ว

3.8 ควรฝึกอย่างไร ผู้เรียนจึงคิดเป็น ไม่ใช่คิดตาม

4. การเรียนโดยการกระทำ (Leaning by doing) ผู้เรียนต้องได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

5. ความพร้อม (Readiness) ครูผู้สอนต้องสำรวจความพร้อมของผู้เรียน เพราะผู้เรียนมีพื้นฐานที่แตกต่างกัน

6. แรงจูงใจ (Motivation) ครูผู้สอนต้องเป็นผู้สร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนอยากเรียนคณิตศาสตร์

7. การเสริมกำลังใจ (Reinforcement) ครูผู้สอนต้องเลือกใช้การเสริมกำลังใจให้เหมาะสมจะเป็นกำลังใจให้กับผู้เรียนมาก

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 7-8) กล่าวว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างประสบผลสำเร็จนั้น นอกจากปัจจัยภายนอกตัวผู้เรียนมีผลต่อความสำเร็จแล้ว ยังมีปัจจัยเชิงความสำคัญได้แก่ ความพร้อม เจตคติ แรงจูงใจ ความวิตกกังวล รวมทั้งสิ่งที่ผู้สอนควรตระหนักได้แก่

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual differences) ผู้สอนจะต้องตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนว่ามีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์ ลักษณะนิสัย และสภาพแวดล้อม ตลอดจนพื้นฐานความรู้เดิม การเรียนการสอนในชั้นเรียนซึ่งมีนักเรียนเป็นจำนวนมาก แต่ละคนมีความแตกต่างกันในด้านต่าง ๆ มีปัญหาต่างกันออกไป ครูผู้สอนจะต้องหายุทธวิธีแก้ไขปัญหา ต้องศึกษานักเรียนแต่ละคนในชั้นเรียน หาจุดเด่น จุดบกพร่อง สำรวจความรู้พื้นฐาน วิธีสอนที่ใช้ก็ต้องแตกต่างกันออกไป และสิ่งที่สำคัญที่สุดคือ ครูผู้สอนจะต้องมีความอดทน เสียสละเวลา ใฝ่หาความรู้ สื่อ อุปกรณ์ สร้างบทเรียนเสริมความรู้สำหรับนักเรียนเก่ง เพื่อให้ได้มีโอกาสพัฒนาตนเองให้มีความสามารถและทักษะเพิ่มยิ่งขึ้น และบทเรียนเสริมความรู้สำหรับนักเรียนอ่อน เพื่อให้ติดตามการเรียนได้ทัน เริ่มจากง่ายไปยาก เป็นรูปธรรม ให้มีกำลังใจในการเรียนรู้ต่อไป

2. การเรียนโดยการกระทำ (Learning by doing) ถ้านักเรียนสามารถได้ลงมือปฏิบัติทดลองใช้รูปธรรมอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม ได้เห็นข้อเท็จจริง ได้ลงมือกระทำด้วยตนเอง จะทำให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจ และจดจำได้นาน จะได้ความคิดรวบยอดและเชื่อมโยงไปสู่เรื่องอื่นต่อไปได้ อย่างไรก็ตามเนื้อหาในบางเรื่องก็อาจจะไม่สามารถให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติได้ ผู้สอนจะต้องเลือกวิธีสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหา เช่นเรื่องความน่าจะเป็น การเรียงสับเปลี่ยน-จัดหมู่ สามารถให้นักเรียนทดลอง ลงมือปฏิบัติได้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนหรือยุ่งยากมากนัก ให้ผู้เรียนได้เห็นจริง จะนำไปสู่ความคิดรวบยอด ในที่สุดก็จะสามารถสรุปเป็นสูตร นำไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ที่ยุ่งยาก ซับซ้อนกว่า ได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง

3. การเสริมกำลังใจ (Reinforcement) เป็นสิ่งสำคัญมาก ทำให้ผู้เรียนมีกำลังใจ มีความเชื่อมั่น กล้าคิด กล้าตอบ กล้าที่จะลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ความผิดพลาดจะเป็นประสบการณ์ตรง ที่จะนำไปสู่การปรับปรุงแก้ไข พัฒนา โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนวทาง แต่ในทางตรงข้าม หากผู้เรียนได้รับแต่คำตำหนิ การลงโทษ จะทำให้เกิดความเบื่อหน่าย ท้อแท้ หมดกำลังใจ วิตกกังวล ไม่กล้าแสดงออก ไม่กล้าคิด ไม่กล้าตอบ กลัวการผิดพลาด

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า จิตวิทยาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นครูผู้สอนจะต้องมีการใช้คำถามนำ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด หรือมีการเสริมกำลังใจให้นักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีความเชื่อมั่น กล้าคิด กล้าตอบ กล้าที่จะลงมือปฏิบัติและนำเสนอความคิดของตนเอง

รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

Joyce and Weil (2004, pp. 52-53) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ขึ้นในปีค.ศ. 1972 จากทฤษฎีของ Bruner, Goodnow, and Austin ซึ่งมีหลักการว่า "มนุษย์สร้างมโนทัศน์โดยการจัดข้อมูลที่ได้รับออกเป็นหมวดหมู่ โดยใช้คุณลักษณะเป็นเกณฑ์ และเรียกกระบวนการนี้ว่า กระบวนการจัดประเภท ซึ่งมนุษย์จะค้นหาแยกแยะประเภทของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งแต่ละประเภทจะมีคุณลักษณะที่เหมือนกันหรือร่วมกัน ก่อนที่จะรู้ว่ามโนทัศน์นั้นคืออะไร หลังจากที่สร้างมโนทัศน์แล้วมนุษย์สามารถบอกได้ว่ามโนทัศน์ของสิ่งต่าง ๆ นั้นคืออะไร โดยการยกตัวอย่างมโนทัศน์ และบอกถึงลักษณะพื้นฐานและคุณลักษณะของมโนทัศน์นั้น" จากแนวคิดทฤษฎีดังกล่าวได้ถูกพัฒนาเป็นรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ (Concept attainment model) ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์นี้ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นเสนอข้อมูลและระบุชื่อมโนทัศน์ (Presentation of data and identification of concept) ขั้นที่ 2 การทดสอบความถูกต้องของมโนทัศน์ (Testing attainment of the concept) และขั้นที่ 3 การวิเคราะห์กลยุทธ์การคิด

(Analysis of thinking strategies) หลังจากนั้นในปีค.ศ. 2000 Lasley and Matczynski (2002, pp. 117-121) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ขึ้นอีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้รูปแบบนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และมีขั้นตอนการพัฒนามโนทัศน์เพิ่มมากขึ้น ซึ่งประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นการกำหนดมโนทัศน์ (Concept idntification) ขั้นที่ 2 ขั้นการให้ตัวอย่าง (Exemplar identification) ขั้นที่ 3 ขั้นการตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) และขั้นที่ 5 ขั้นการนำไปใช้ (Application)

ลักษณะของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Phitchard (1994, p. 4) ได้กล่าวถึงลักษณะการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ว่าเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้เสนอแนะให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบอุปนัย นักเรียนได้รับหรือสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยครูยกตัวอย่างทางบวกและทางลบให้นักเรียนตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ แล้วทดสอบสมมติฐานที่ตนเองสร้างขึ้น ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และสามารถทดสอบมโนทัศน์ของตนเองโดยการสร้างตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์นั้น

Lasley and Matczynski (2002, p. 111) ได้กล่าวถึงลักษณะการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์นี้เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนแต่ละคนสามารถสร้างความรู้ สามารถนำความรู้ไปตัดสินใจและแก้ปัญหาในเรื่องต่าง ๆ ด้วยตนเอง นอกจากนี้การสอนโดยใช้รูปแบบนี้สามารถสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนสร้างความหมายของมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองเป็นอย่างดีภายใต้วัฒนธรรมและสังคมของผู้เรียนแต่ละคน

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 11-12) ได้กล่าวถึงลักษณะการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ว่า เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการใช้เหตุผล โดยมีลักษณะของการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์จากแหล่งต่าง ๆ ได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ โดยครูอาจใช้กลวิธีที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกมโนทัศน์ได้ และตัดสินคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ เช่น การให้ตัวอย่างที่ตรงกับมโนทัศน์ และการให้ตัวอย่างที่คล้ายคลึงแต่ไม่ตรงกับมโนทัศน์ ซึ่งการให้ตัวอย่างทั้งสองลักษณะควรมีความชัดเจน

จากคำกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ลักษณะของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์นั้น เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการสร้างมโนทัศน์และการให้เหตุผลด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ยกตัวอย่างทางบวกและทางลบให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์และตั้งสมมติฐาน

ถึงคุณลักษณะของมโนทัศน์นั้น รวมทั้งนักเรียนสามารถทดสอบความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ของตนเองได้ด้วยการสร้างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบของมโนทัศน์นั้น

ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

นักการศึกษาได้กล่าวเกี่ยวกับขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Joyce and Weil (2004, pp. 59-76) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ออกเป็น 3 ขั้น ซึ่งแต่ละขั้นประกอบด้วยกิจกรรมดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเสนอข้อมูลและระบุชื่อมโนทัศน์ (Presentation of data and identification of concept) ประกอบไปด้วยขั้นตอนย่อย ดังนี้

1.1 ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์สลับกัน โดยในการนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ ครูบอกนักเรียนว่า "เป็นมโนทัศน์" และในการนำเสนอตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ครูบอกนักเรียนว่า "ไม่เป็นมโนทัศน์"

1.2 พิจารณาตัวอย่างในข้อ 1.1

1.3 นักเรียนทดลองสร้างความเข้าใจหรือสมมติฐานเบื้องต้นเกี่ยวกับมโนทัศน์

1.4 นักเรียนกำหนดคำนิยามจากลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์

ขั้นนี้เริ่มจากครูนำเสนอข้อมูลแก่นักเรียน ซึ่งข้อมูลดังกล่าวจำแนกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างดังกล่าวอาจเป็นวัตถุ บุคคล เหตุการณ์ เรื่องเล่า รูปภาพ หรืออื่น ๆ ที่สามารถนำมาวิเคราะห์จัดเรียงไว้ล่วงหน้าได้ จากนั้นครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่าเมื่อครูแสดงตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ ครูจะกล่าวว่า "ใช่" หรือ "เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์" แต่หากครูแสดงตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ครูจะกล่าวว่า "ไม่ใช่" หรือ "ไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์" เมื่อนักเรียนพิจารณาตัวอย่างทั้งหมดแล้ว ครูให้นักเรียนสร้างความเข้าใจหรือสมมติฐานเบื้องต้นว่า ตัวอย่างกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์นั้นมีลักษณะร่วมกันอย่างไร ตัวอย่างกลุ่มที่เป็นมโนทัศน์นั้นมีลักษณะสำคัญที่แตกต่างจากตัวอย่างกลุ่มที่ไม่เป็นมโนทัศน์อย่างไร และมโนทัศน์ที่เรียนนั้นคืออะไร ในระหว่างนี้ นักเรียนจะต้องบันทึกสมมติฐานของตนเองเป็นระยะ จากนั้นครูให้นักเรียนอาสาสมัครบอกสมมติฐานเกี่ยวกับชื่อ คำนิยามและลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ตามความเข้าใจของตน โดยครูจะไม่เฉลยสมมติฐานหรือบอกว่ามโนทัศน์ที่เรียนคืออะไร แต่ให้นักเรียนตรวจสอบสมมติฐานด้วยตนเองจากการพิจารณาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ที่ครูจะเสนอเพิ่มเติมในขั้นตอนที่ 2

ขั้นที่ 2 การทดสอบความถูกต้องของมโนทัศน์ (Testing attainment of the concept) ประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ดังนี้

2.1 ครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติม แล้วให้นักเรียน

ระบุว่าตัวอย่างใดเป็นมโนทัศน์และตัวอย่างใดไม่เป็นมโนทัศน์ โดยใช้สมมติฐานเบื้องต้นของตน

2.2 ให้นักเรียนกำหนดสมมติฐานใหม่จากการเรียนรู้ตัวอย่างในข้อ 2.1

2.3 ครูเฉลยสมมติฐานที่ถูกต้อง แล้วบอกชื่อมโนทัศน์ นิยาม และลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์

2.4 นักเรียนยกตัวอย่างตามมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

ขั้นนี้ ครูทดสอบว่านักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์แล้วหรือไม่ โดยการนำเสนอตัวอย่างชุดใหม่ แล้วให้นักเรียนระบุว่าตัวอย่างที่พิจารณานั้น ตัวอย่างใดเป็นมโนทัศน์และตัวอย่างใดไม่เป็นมโนทัศน์ โดยใช้สมมติฐานเบื้องต้นที่ตั้งไว้ในข้อ 1.3 ในขั้นนี้หากนักเรียนเห็นว่าสมมติฐานเบื้องต้นไม่สามารถอธิบายการจำแนกตัวอย่างชุดใหม่ได้ นักเรียนก็สามารถตั้งและทดสอบสมมติฐานใหม่จนกว่าจะเกิดความเข้าใจมโนทัศน์ เมื่อครูทดสอบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจมโนทัศน์แล้ว ครูจึงเฉลยสมมติฐานที่ถูกต้องแล้วบอกชื่อมโนทัศน์ คำนิยามและอธิบายลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ จากนั้นให้นักเรียนอาสาสมัครยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ของตนเอง

ขั้นที่ 3 การวิเคราะห์กลยุทธ์การคิด (Analysis of thinking strategies) ประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ดังนี้

3.1 นักเรียนอภิปรายวิธีการที่ใช้กำหนดสมมติฐานเพื่อทำความเข้าใจมโนทัศน์

3.2 นักเรียนสรุปชื่อ นิยามและลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

ขั้นนี้ นักเรียนจะต้องวิเคราะห์กลยุทธ์การคิดที่นำไปสู่การเข้าใจมโนทัศน์ของตนเอง โดยนักเรียนจะต้องอธิบายวิธีการคิดของตนเองโดยการพูดหรือเขียนว่า นักเรียนตั้งสมมติฐานเพื่อเข้าใจมโนทัศน์ได้อย่างไร ใช้เวลาพิจารณาลักษณะที่ปรากฏในตัวอย่างเพียงครั้งเดียวหรือหลาย ๆ ครั้ง และนักเรียนมีกระบวนการคิดอย่างไรเมื่อพบว่าสมมติฐานเบื้องต้นไม่ถูกต้อง การวิเคราะห์เช่นนี้จะทำให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบความแตกต่างของกลยุทธ์การคิดที่ตนเองและเพื่อนใช้ได้

Gunter and Schwab (2007, pp. 89-99) ได้เสนอรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ (Concept attainment model) โดยอธิบายหลักการว่า นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์จากกระบวนการอุปนัย (Inductive process) กล่าวคือ นักเรียนต้องเปรียบเทียบลักษณะของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ แล้วสรุปลักษณะที่สำคัญ จากนั้นจึงสร้างคำนิยามของมโนทัศน์ของตนเอง มี 8 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

(ขั้นที่ 1-3 ต้องดำเนินการให้เสร็จเรียบร้อยก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้)

ขั้นที่ 1 เลือกและระบุคำนิยามของมโนทัศน์และเลือกลักษณะ (Select and define a concept and select attribute)

ครูเลือกมโนทัศน์ที่ค่อนข้างมีกฎเกณฑ์หรือมีลักษณะที่ชัดเจน เช่น ชนิดของคำ (Parts of speech) ชนิดของประโยค (ประโยคสามัญ ประโยครวมและประโยคซ้อน) การจำแนกประเภททางชีววิทยาหรือรูปร่างในวิชาเรขาคณิต เป็นต้น และเป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงไปยังมโนทัศน์ที่อยู่เหนือกว่า (Superordinate concepts) และมโนทัศน์ที่อยู่ต่ำกว่า (Subordinate concepts) ได้ง่าย เช่น มโนทัศน์ "แอปเปิ้ล" มีมโนทัศน์ที่อยู่เหนือกว่าคือ มโนทัศน์ "ผลไม้" และมโนทัศน์ที่อยู่ต่ำกว่าคือมโนทัศน์ "แอปเปิ้ลแมคอินทอช" เมื่อเลือกมโนทัศน์แล้ว ครูต้องระบุคำนิยามของมโนทัศน์ให้ชัดเจนและเข้าใจง่าย ไม่ควรใช้คำนิยามในหนังสือเรียนโดยตรง อีกทั้งต้องพิจารณาความเหมาะสมกับระดับความรู้ของนักเรียนและจุดประสงค์การเรียนรู้ด้วย เพราะหลักการสำคัญของรูปแบบการสอนคือ ครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างคำนิยามของมโนทัศน์ของตนเองอย่างอิสระ ซึ่งนักเรียนจะได้ปฏิบัติในกิจกรรมขั้นที่ 6 การกำหนดในขั้นนี้จึงเป็นแต่เพียงแนวทางเพื่อกำหนดสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์

ครูเลือกลักษณะสำคัญที่ใช้สำหรับนิยามมโนทัศน์ เพื่อนำมาเป็นเกณฑ์ในการจำแนกยกตัวอย่างเช่น มโนทัศน์ "สี่เหลี่ยม" ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ ได้แก่ 1) เป็นรูปทรงเรขาคณิต 2) มี 4 ด้าน 3) ประกอบไปด้วยมุม และ 4) ด้านตรงข้ามขนานและมีความยาวเท่ากัน

ขั้นที่ 2 พัฒนาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ (Develop positive and negative examples)

ครูจะต้องหาตัวอย่างให้มากที่สุด ทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งต้องเป็นตัวอย่างที่มีลักษณะสำคัญทั้งหมดของมโนทัศน์ และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งเป็นตัวอย่างที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไม่ครบถ้วน นอกจากนี้ครูต้องศึกษาวิธีการเสนอตัวอย่างซึ่งมีหลายวิธี เช่น กรณีเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ "สี่เหลี่ยมผืนผ้า" ครูสามารถวาดภาพบนกระดานดำ ตัดกระดาษให้เป็นรูปร่างสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือฉายภาพตัวอย่างโดยใช้เครื่องภาพฉายข้ามศีรษะ (Overhead projector) ก็ได้ แต่ทุกตัวอย่างต้องประกอบด้วยลักษณะสำคัญคือ มี 4 ด้าน และ 4 มุมฉาก ด้านแต่ละด้านขนานกับด้านตรงข้ามและยาวเท่ากัน หรือในกรณี การสอนมโนทัศน์เรื่อง "Romanticism" ในชั้นเรียนวรรณกรรม ครูควรนำรูปภาพจากสมัยดังกล่าวมาเป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ และภาพจากยุคอื่น ๆ จะใช้เป็นตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ เป็นต้น

ขั้นที่ 3 แนะนำกระบวนการแก่นักเรียน (Introduce the process to the students)

ครูอธิบายเป้าหมายของรูปแบบการเรียนการสอนให้นักเรียนทราบว่า เมื่อสิ้นสุดกระบวนการนักเรียนจะต้องระบุคำนิยามและลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ด้วยถ้อยคำของนักเรียนเอง ทั้งนี้ครูอาจแจ้งให้นักเรียนทราบว่ากิจกรรมต่อไปนี้คือเกม ซึ่งนักเรียนจะต้องเก็บข้อมูลไว้เป็นความลับกระทั่งจบกิจกรรม จากนั้นครูขีดเส้นแบ่งกระดานดำอออออกเป็น 2 ส่วน กำหนดให้ส่วนหนึ่งใช้สำหรับเขียนบันทึกรายการของลักษณะที่ปรากฏในตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ และอีกส่วนหนึ่งใช้สำหรับบันทึกรายการของลักษณะที่ปรากฏในตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ จากนั้นครูแจ้งให้นักเรียนทราบว่า นักเรียนมีหน้าที่วิเคราะห์หาลักษณะสำคัญจากตัวอย่างที่ครูเสนอ

ขั้นที่ 4 นำเสนอตัวอย่างและจดรายการลักษณะ (Present the examples and list the attributes)

ครูเริ่มเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ โดยกล่าวว่า "ตัวอย่างนี้เป็นมโนทัศน์" แล้วให้นักเรียนบอกลักษณะทุกประการที่สังเกตได้ ครูเขียนลักษณะที่นักเรียนทุกคนบอกบนกระดานในด้านที่ใช้สำหรับจดรายการลักษณะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ จากนั้นครูเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์หลาย ๆ ตัวอย่าง พร้อมกับระบุให้นักเรียนทราบว่า ตัวอย่างที่จะเสนอในลำดับต่อไป เป็นมโนทัศน์หรือไม่เป็นมโนทัศน์ โดยหลังการเสนอตัวอย่างแต่ละครั้งให้นักเรียนอภิปรายในประเด็นลักษณะที่ปรากฏในตัวอย่างใหม่ที่เป็นมโนทัศน์ พร้อมกับเน้นให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะร่วมที่ปรากฏในตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์แต่ไม่ปรากฏในตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท

ขั้นที่ 5 พัฒนาและสร้างนิยามของมโนทัศน์ (Develop a concept definition)

เมื่อเสนอตัวอย่างครบถ้วนแล้ว ครูให้นักเรียนเขียนคำนิยามมโนทัศน์จากรายการลักษณะของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่บันทึกไว้บนกระดานดำ ซึ่งจะต้องประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญอย่างครบถ้วน ในขั้นนี้ครูต้องสนับสนุนให้นักเรียนพยายามเขียนนิยามโดยใช้ถ้อยคำของตนเอง จากนั้นครูหรือเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ ให้ข้อแนะนำเพิ่มเติมแล้วอธิบายนิยามที่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนจะได้พัฒนาทักษะการตั้งนิยาม อย่างไรก็ตาม ครูต้องตระหนักว่าวัตถุประสงค์ที่แท้จริงของการให้นักเรียนนิยามมโนทัศน์ คือ การเปิดโอกาสให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 6 ให้ตัวอย่างเพิ่มเติม (Give additional examples)

เมื่อนักเรียนนิยามมโนทัศน์แล้ว ครูจะต้องเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติม แล้วให้นักเรียนระบุว่า ตัวอย่างที่ครูเสนอนั้นเป็นมโนทัศน์หรือไม่เป็นมโนทัศน์ เพื่อทดสอบว่านักเรียนเข้าใจมโนทัศน์หรือไม่ หากนักเรียนยังไม่สามารถระบุตัวอย่างเหล่านี้ได้ ครูควรเสนอตัวอย่างในขั้นที่ 5 ซ้ำอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนทบทวนลักษณะของตัวอย่างทั้งสองประเภท

ขั้นที่ 7 อภิปรายกระบวนการกับเพื่อนในชั้น (Discuss the process with the class)

ขั้นนี้นักเรียนต้องอภิปรายกับเพื่อนในชั้นเกี่ยวกับกระบวนการคิดของตนเองว่ามีวิธีการจำแนกหรือจัดหมวดหมู่ข้อมูลอย่างไร ซึ่งนักเรียนจะได้ฝึกการคิดวิเคราะห์กระบวนการที่ทำให้เข้าใจมโนทัศน์ นอกจากนี้ในด้านมนุษยสัมพันธ์ นักเรียนยังได้ฝึกการรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและรู้จักแก้ไขความคิดเห็นของตนเอง จากนั้นครูให้นักเรียนอภิปรายประโยชน์ของการพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์และการจัดหมวดหมู่สิ่งต่าง ๆ

ขั้นที่ 8 ประเมินผล (Evaluate)

ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ และอธิบายให้ครูและเพื่อนฟังว่า ตัวอย่างนั้นเป็นมโนทัศน์หรือไม่เป็นมโนทัศน์เพราะเหตุใด

Lasley and Matczynski (2002, pp. 117-121) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ (Concept attainment model) ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Concept identification)

ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนในชั่วโมงเรียน โดยการวิเคราะห์จากเนื้อหาที่จะสอนและสนทนาหรือซักถามนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar identification)

ครูให้ตัวอย่างที่ประกอบไปด้วยตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ ซึ่งตัวอย่างทางบวกนั้นมีคุณลักษณะที่ครบของมโนทัศน์ที่ครูกำหนดไว้ ส่วนตัวอย่างทางลบจะมีคุณลักษณะไม่ครบของมโนทัศน์นั้น โดยการให้ตัวอย่างควรให้ตัวอย่าง 3-5 ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนแยกแยะความแตกต่างได้

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)

เมื่อนักเรียนสังเกตตัวอย่างที่ครูนำเสนอแล้ว จากนั้นให้นักเรียนตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์และเมื่อนักเรียนตั้งสมมติฐานแล้วครูเพิ่มเติมตัวอย่างทางบวกและทางลบอีก เพื่อช่วยให้นักเรียนตั้งสมมติฐานใกล้เคียงความจริงมากขึ้นหรือเพื่อให้ตัดสมมติฐานที่เท็จออกไป ซึ่งวงจรในขั้นที่ 2 และ 3 เป็นดังนี้

1. ครูให้ตัวอย่างทางบวกและทางลบแก่นักเรียน

2. นักเรียนวิเคราะห์ตัวอย่างและตั้งสมมติฐาน

3. ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติม

4. นักเรียนตั้งสมมติฐานเพิ่มเติมและตัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้อง

5. ครูและนักเรียนยืนยันสมมุติฐานที่ถูกต้องและตัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้อง

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure)

ขั้นนี้ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์ ซึ่งผู้สอนจะเป็นผู้ทบทวนสมมติฐานของนักเรียนจากขั้นที่ 3

ขั้นที่ 5 ขั้นการนำไปใช้ (Application)

ให้นักเรียนสร้างตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบด้วยตนเอง ครูตรวจสอบนักเรียนว่าแต่ละคนนิยามลักษณะที่จำเป็นของมโนทัศน์ได้ถูกต้องหรือไม่

ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 225-227) ได้นำเสนอขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ผู้สอนเตรียมข้อมูลสำหรับให้ผู้เรียนฝึกหัดจำแนก

1. ผู้สอนเตรียมข้อมูล 2 ชุด ชุดหนึ่งเป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน อีกชุดหนึ่งไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน

2. ในการเลือกตัวอย่างข้อมูล 2 ชุดข้างต้น ผู้สอนจะต้องเลือกหาตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอที่จะครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์ ที่ต้องการนั้น

3. ถ้ามโนทัศน์ที่ต้องการสอนเป็นเรื่องยากหรือซับซ้อนหรือเป็นนามธรรม อาจใช้วิธีการยกเป็นตัวอย่างเรื่องสั้น ๆ ที่ผู้สอนแต่งขึ้นเองนำเสนอแก่ผู้เรียน

4. ผู้สอนเตรียมสื่อการสอนที่เหมาะสมจะใช้ประกอบนำเสนอตัวอย่างมโนทัศน์เพื่อแสดงให้เห็นลักษณะต่าง ๆ ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 2 ผู้สอนอธิบายกติกาในการเรียนให้ผู้เรียนรู้และเข้าใจตรงกัน

ผู้สอนชี้แจงวิธีการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรมโดยอาจสาธิตวิธีการและลองให้ผู้เรียนลองทำตามที่ผู้สอนบอกจนกระทั่งผู้เรียนเกิดความเข้าใจ พอสมควร

ขั้นที่ 3 ผู้สอนเสนอข้อมูลตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน และข้อมูลที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน

การนำเสนอข้อมูลตัวอย่างนี้ทำได้หลายแบบ แต่ละแบบมีจุดเด่น จุดด้อยดังต่อไปนี้

1. นำเสนอข้อมูลที่เป็นตัวอย่างของสิ่งที่จะสอนทีละข้อมูลจนหมดทั้งชุด โดยบอกให้ผู้เรียนรู้ว่าเป็นตัวอย่างของสิ่งที่จะสอนแล้วตามด้วยการนำเสนอข้อมูลที่ไม่ใช่ตัวอย่างของสิ่ง

ที่จะสอนแต่ละข้อมูล จนครบหมดทั้งชุดเช่นกัน โดยบอกให้ผู้เรียนรู้ว่าตัวอย่างชุดหลังนี้ไม่ใช่ชุดที่จะสอน ผู้เรียนต้องสังเกตตัวอย่างทั้ง 2 ชุด และคิดหาคุณสมบัติร่วมและคุณสมบัติที่แตกต่างกัน เทคนิควิธีนี้ช่วยให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ได้เร็ว แต่ใช้กระบวนการคิดน้อย

2. เสนอข้อมูลที่ใช่และไม่ใช่ตัวอย่างของสิ่งที่จะสอนสลับกันไปจนครบ เทคนิควิธีนี้ช่วยสร้างมโนทัศน์ได้ช้ากว่าเทคนิคแรก แต่ได้ใช้กระบวนการคิดมากกว่า

3. เสนอข้อมูลที่ใช่และไม่ใช่ตัวอย่างของสิ่งที่จะสอนทีละ 1 ข้อมูล แล้วเสนอข้อมูลที่เหลือทั้งหมดทีละข้อมูลโดยให้ผู้เรียนตอบว่าข้อมูลแต่ละข้อมูลที่เหลือนั้นใช่หรือไม่ใช่ข้อมูลที่จะสอน เมื่อผู้เรียนตอบ ผู้สอนจะเฉลยว่าผู้เรียนตอบถูกหรือผิด วิธีนี้ผู้เรียนจะได้ใช้กระบวนการคิดในการทดสอบสมมติฐานของตนไปทีละขั้นตอน

4. เสนอข้อมูลที่ใช่และไม่ใช่ตัวอย่างของสิ่งที่จะสอนทีละ 1 ข้อมูล แล้วให้ผู้เรียนช่วยกันยกตัวอย่างข้อมูลที่ผู้เรียนคิดว่าใช่ตัวอย่างของ สิ่งที่จะสอน โดยผู้สอนจะเป็นผู้ตอบว่าใช่หรือไม่ใช่ วิธีนี้ผู้เรียนจะมีโอกาสคิดมากขึ้น

ขั้นที่ 4 ให้ผู้เรียนบอกคุณสมบัติเฉพาะของสิ่งที่ต้องการสอน

จากกิจกรรมที่ผ่านมาในขั้นต้น ๆ ผู้เรียนจะต้องพยายามหาคุณสมบัติเฉพาะตัวของตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่ สิ่งที่ผู้สอนต้องการสอนและทดสอบคำตอบของตน หากคำตอบของตนผิด ผู้เรียนก็จะต้องหาคำตอบใหม่ซึ่งก็หมายความว่าต้องเปลี่ยนสมมติฐานที่เป็นฐานของคำตอบเดิม ซึ่งก็จะมาจากคุณสมบัติ เฉพาะของสิ่งนั้นนั่นเอง

ขั้นที่ 5 ให้ผู้เรียนสรุปและให้คำจำกัดความของสิ่งที่ต้องการสอน

เมื่อผู้เรียนได้รายการของคุณสมบัติเฉพาะของสิ่งที่ต้องการสอนแล้ว ผู้สอนให้ผู้เรียนช่วยกันเรียบเรียงให้เป็นคำนิยามหรือจำกัดความ

ขั้นที่ 6 ผู้สอนและผู้เรียนอภิปรายร่วมกันถึงวิธีการที่ผู้เรียนใช้ในการแสวงหาคำตอบให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดของตัวเอง

จากที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ด้วยตนเองจากการวิเคราะห์ลักษณะของตัวอย่างที่ใช่มโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ และการอธิบายสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง หรือโต้แย้งสมมติฐานของผู้อื่นอย่างมีเหตุมีผล ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ตามแนวคิดของ Lasley and Matczynski เนื่องจากเป็นขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความชัดเจนเป็นลำดับขั้น สามารถนำมาใช้จริง และมีความสอดคล้องเหมาะสมกับเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดมโนทัศน์ (Concept identification) เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนในชั่วโมงเรียน และสนทนาหรือซักถามนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นการให้ตัวอย่าง (Exemplar identification) เป็นขั้นที่ครูให้ตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ โดยตัวอย่างทางบวกเป็นตัวอย่างที่มีคุณลักษณะครบของมโนทัศน์และตัวอย่างทางลบเป็นตัวอย่างที่มีคุณลักษณะไม่ครบของมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 ขั้นการตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ และตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล จากนั้นครูหรือนักเรียนเพิ่มตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบอีก

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบทบทวนการตั้งสมมติฐานของนักเรียนที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 โดยให้นักเรียนนำเสนอสมมติฐานใหม่ที่ตั้งขึ้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง แล้วร่วมกันอภิปรายและสรุปของคุณลักษณะของมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) เป็นขั้นที่นักเรียนยกตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยครูและเพื่อนนักเรียนช่วยกันตรวจสอบ และนักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ

บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ดังนี้

Joyce and Weil (2004, pp. 68-74) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ดังนี้

1. ก่อนการสอน ครูต้องเลือกและวิเคราะห์มโนทัศน์ แล้วพิจารณาเลือกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ จากนั้นนำมาจัดลำดับการนำเสนอตามความยากง่าย เนื่องจากหนังสือเรียนส่วนใหญ่มิได้จัดเนื้อหาให้อยู่ในรูปของมโนทัศน์ ดังนั้นครูจะต้องหาตัวอย่างเพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้อื่น ๆ ทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ นอกจากนี้ครูจะต้องบันทึกสมมติฐานและยกตัวอย่างเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2. ครูต้องตระหนักว่า ภารกิจของนักเรียนตามโมเดลนี้มิใช่การสร้างมโนทัศน์ใหม่ แต่คือการสร้างความเข้าใจมโนทัศน์ที่ครูได้เลือกไว้ก่อนหน้านี้แล้ว ดังนั้น ครูต้องทราบแหล่งข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์และวิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ไว้ล่วงหน้า

3. ครูสามารถปรับโมเดลได้ตามวัตถุประสงค์ เช่น ถ้าครูต้องการเน้นการเข้าใจมโนทัศน์ใหม่ ก็ใช้การตั้งคำถามหรือใช้ข้อสังเกตเกี่ยวกับลักษณะของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์

หากครูต้องการเน้นที่กระบวนการอุปนัย (Inductive process) ก็ปรับให้นักเรียนมีส่วนร่วมและมีความพยายามในกระบวนการมากขึ้น และถ้าเน้นการวิเคราะห์การคิด ก็สามารถปรับโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด เป็นต้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า บทบาทที่สำคัญของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์คือ ครูต้องเลือกและวิเคราะห์มโนทัศน์ไว้ล่วงหน้า พิจารณาเลือกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ หาตัวอย่างเพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้อื่น ๆ ทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และเน้นให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์โดยการใช้ข้อสังเกตเกี่ยวกับลักษณะของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์

บทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

มีนักการศึกษาและนักวิชาการได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดกิจกรรมเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ดังนี้

Joyce and Weil (2004, pp. 59-76) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ว่านักเรียนจะต้องตั้งใจตั้งสมมติฐาน และมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนนักเรียนด้วยการอธิบายสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง หรือโต้แย้งสมมติฐานของผู้อื่นอย่างมีเหตุมีผล

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 27) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ว่าในการเรียนมโนทัศน์ใด ๆ ผู้เรียนควรมีพฤติกรรมการเรียน ดังต่อไปนี้

1. ยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่คล้ายคลึงมโนทัศน์แต่ไม่ใช่มโนทัศน์ พร้อมทั้งอธิบายตัวอย่างเหล่านั้น

2. รวบรวมและพิสูจน์ข้อมูลเพื่อบอกลักษณะตามมโนทัศน์ของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งไม่มีในตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

3. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์อาจแปรเปลี่ยนได้ แต่ยังคงเป็นตัวอย่างของมโนทัศน์

4. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่หลากหลายของมโนทัศน์มีสิ่งใดที่เหมือนกัน

5. อ้างอิงได้ว่าลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ทั้งหมดที่ตรวจสอบแล้วจะเป็นจริง และมีอยู่ในตัวอย่างอื่นของมโนทัศน์นี้

6. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ คล้ายคลึงและแตกต่างจากตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์อย่างไร

7. อ้างอิงเกี่ยวกับลักษณะสำคัญที่จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์แต่มีความคล้ายคลึงที่จะเป็นมโนทัศน์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า บทบาทที่สำคัญของนักเรียนในการจัดกิจกรรมเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ มีดังต่อไปนี้

1. ยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่คล้ายคลึงมโนทัศน์แต่ไม่ใช่มโนทัศน์พร้อมทั้งอธิบายตัวอย่างเหล่านั้น

2. รวบรวมและพิสูจน์ข้อมูลเพื่อบอกลักษณะตามมโนทัศน์ของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ซึ่งไม่มีในตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

3. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่หลากหลายของมโนทัศน์มีสิ่งใดที่เหมือนกัน

4. สังเกตได้ว่าตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ คล้ายคลึงและแตกต่างจากตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์อย่างไร

5. มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนนักเรียนด้วยการอธิบายสนับสนุนสมมติฐานของตนเองหรือโต้แย้งสมมติฐานของผู้อื่นอย่างมีเหตุมีผล

ประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Joyce and Weil (2004, pp. 74-75) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ว่า ผลที่เกิดจากการนำรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไปใช้โดยตรง ได้แก่ นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิดอุปนัย เข้าใจลักษณะของมโนทัศน์ดียิ่งขึ้น เข้าใจมโนทัศน์ที่เฉพาะเจาะจง และพัฒนากระบวนการสร้างมโนทัศน์ของตนเอง นอกจากนี้ยังเกิดผลโดยอ้อม ได้แก่ นักเรียนจะเกิดความตระหนักและเข้าใจในสิ่งที่รับรู้ต่าง ๆ สามารถพิจารณาสิ่งที่มีความคลุมเครือได้ และเป็นผู้ที่รู้จักการใช้เหตุผล

ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 225-227) ได้กล่าวถึงประโยชน์ที่นักเรียนจะได้รับจากการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ว่า เนื่องจากนักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์จากการคิด วิเคราะห์ และตัวอย่างที่หลากหลาย ดังนั้นนักเรียนจะเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นและได้เรียนรู้ทักษะการสร้างมโนทัศน์ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการทำความเข้าใจในมโนทัศน์อื่น ๆ ต่อไปได้ รวมทั้งช่วยพัฒนาทักษะการใช้เหตุผลโดยการอุปนัยอีกด้วย

จากที่กล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์จะช่วยพัฒนานักเรียนให้เกิดการคิดวิเคราะห์ สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และเข้าใจลักษณะของมโนทัศน์ได้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลโดยการอุปนัยด้วย

มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concepเ ในภาษาอังกฤษ มาจากรากศัพท์ภาษาลาตินว่า Conceptus หรือ Concipere (Conceive) ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่น ๆ ที่ใช้ความหมายเดียวกัน เช่น มโนภาพ มโนมติ สังกัป หรือ ความคิดรวบยอด ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Guilford and Hoepfner (1971, pp. 1-3) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง สัญลักษณ์อย่างหนึ่งที่ได้มาจากประสบการณ์ของการพบเห็นสิ่งต่าง ๆ โดยรู้จักแยกแยะสิ่งของเหล่านั้นออกเป็นจำพวกต่าง ๆ

และในจำพวกหนึ่ง ๆ ก็มีลักษณะรวมกันอยู่ เช่น เมื่อเราเห็นแมวหลาย ๆ ตัวเราก็รู้ลักษณะร่วมของแมว ซึ่งแสดงว่าเรามีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องแมวเกิดขึ้นแล้ว

McDonald (1959, p. 184) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือ กลุ่มของสิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกัน มโนทัศน์ไม่ใช่เหตุการณ์ในตัวมันเอง แต่เป็นมโนทัศน์ในกลุ่มเร้า เหตุการณ์หรือลักษณะจำเพาะที่แน่นอน ดังนั้นมโนทัศน์จึงเป็นความเข้าใจและความคิดขั้นสุดท้ายของคน ๆ หนึ่งที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้น ในระยะหนึ่งหรือตลอดไปก็ได้

De Cecco (1968, p. 388) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า เป็นกลุ่มของเหตุการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่มีลักษณะบางประการหรือหลายประการร่วมกันอยู่ สิ่งแวดล้อมและเหตุการณ์ ได้แก่ วัตถุ สิ่งของ สิ่งมีชีวิต ตลอดจนสภาพดินฟ้าอากาศ และอื่น ๆ ตัวอย่างมโนทัศน์ ได้แก่ มนุษย์ สุนัข สงคราม เป็นต้น

Good (1973, p. 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบหรือลักษณะที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

2. ความคิดเชิงนามธรรมทั่วไปเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ

3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิดหรือภาพความคิด

Page (1977 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2553, หน้า 119) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ลักษณะของสิ่งของหรือเหตุการณ์โดยกระบวนการรับรู้ การจัดลำดับชั้น และการแยกประเภทโดยการแสดงออกทางภาษาที่เป็นสัญลักษณ์

ชัยพร วิชชาวุธ (2521, หน้า 167-168) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับประเภทของสิ่งต่าง ๆ ตามความเข้าใจของแต่ละคน

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2550, หน้า 62) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดลักษณะที่เหมือน ๆ กันของประสบการณ์ หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบ ทำให้เกิดเป็นหน่วยของความคิด หรือประเภทของประสบการณ์ มโนทัศน์เป็นความคิดหรือความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งในช่วงเวลาหนึ่ง มโนทัศน์เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากขึ้นหรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2553, หน้า 120) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ของเรา ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปเป็นแบบอันเดียวกัน เช่น หนังสือรวมตั้งแต่พจนานุกรมจนถึงหนังสือการ์ตูน เป็นต้น

สุรางค์ โค้วตระกูล (2553, หน้า 327) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ คือ คำที่เป็นนามธรรมใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญหรือวิกฤติเป็นเกณฑ์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2555, หน้า 1) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

จากคำกล่าวข้างต้น มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งตามความเข้าใจของแต่ละคน ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ โดยสรุปเป็นความเข้าใจและเป็นแนวคิดที่สามารถรวมลักษณะที่เหมือนกันหรือแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันของสิ่งของหรือเหตุการณ์ออกจากกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Russell (1965, pp. 124-155) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งมีอยู่ในชีวิตประจำวัน

Good (1973, p. 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งหนึ่งสิ่งใดหรือเรื่องหนึ่งเรื่องใด

ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ด้านความสัมพันธ์กับจำนวน รวมถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ หรือเป็นความคิดสำคัญเกี่ยวกับลักษณะภายนอกของสิ่งของที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ ที่มีการนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Cooney, Davis, and Henderson (1975, p. 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Eggen and Kauchak (2001, pp. 116-117) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมเท่ากันและเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และขนานกัน เป็นต้น

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2532, หน้า 29) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

อัมพร ม้านอง (2546, หน้า 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ อันเนื่องมาจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือมีการอ้างอิงโดยใช้บทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

2. ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของมนุษย์ การพัฒนาความคิด และการนำความรู้ไปใช้ ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้อย่างหลากหลาย ดังนี้

Ausubel (1968, p. 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อ

ความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1968, pp. 402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราจะตอบสนองสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม ทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การที่แยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกใด แล้วใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น การพบสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ชนิดเดียวกันเราก็จะสามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เราทราบว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใดแล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่กว้างขวางก็เท่ากับการทำให้เรารู้จักการแก้ปัญหาที่มากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542, หน้า 125) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า การที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่ายและสามารถหยิบฉวยความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

สุรางค์ โค้วตระกูล (2553, หน้า 326) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสื่อความหมาย อันจะทำให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2555, หน้า 58-59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องราวต่าง ๆ เป็น "กรอบต้นแบบ" หรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจว่า สิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า "ข้อสมมติ"

หรือการคาดเดาว่า "น่าจะเป็น" สิ่งนั้น/ สิ่งนี้ เรื่องนั้น/ เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิต เพราะมโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดในการเรียนรู้ในเรื่องใด ๆ ซึ่งจะช่วยให้เกิดการเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้อย่างรวดเร็วและมากขึ้น เมื่อมีการจัดระบบระเบียบของข้อมูลโดยการนำไปตั้งเป็น กฎเกณฑ์ หลักการ แล้วเมื่อได้เผชิญกับสิ่งเร้าใหม่ จะทำให้สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สำหรับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Cooney, Davis, and Henderson (1975, pp. 89-90) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนตรรกยะ ก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวนจำนวนหนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

Kamii and Dominick (2524 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547, หน้า 113) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนได้เข้าใจและเกิดมโนทัศน์ จะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สสวท. (2555ข, หน้า 61) ได้เสนอว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา และช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีจะสามารถเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงได้ดี รวมทั้งสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ได้

แนวทางการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์

มโนทัศน์เป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ เพราะมโนทัศน์ช่วยให้มนุษย์สามารถจำแนกแยกประเภท สรุปหรือจัดหมวดหมู่สิ่งที่มีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันได้ มีนักการศึกษาเสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Klausmeier and Ripple (1971, pp. 422-423) ได้เสนอแนะวิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concept) ผู้สอนควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น

2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Establish the correct terminology for concepts, attribute and instances) ให้ผู้เรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concepts to be learned)

4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instances of concepts)

5. ส่งเสริม และแนะนำเด็กให้รู้จักเรียน ด้องการค้นคว้า (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งยั่วยุให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ จากการเรียนมโนทัศน์นั้น (Provide for use of the concept) โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ

7. ให้ผู้เรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) หากยังไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มใหม่

Joyce and Weil (2004, pp. 65-68) ได้เสนอแนวคิดในการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ว่า ผู้สอนควรต้องทราบรายละเอียดเกี่ยวกับองค์ประกอบของมโนทัศน์ แล้วจึงจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนามโนทัศน์ตามองค์ประกอบเหล่านั้น โดยทั่วไปแล้วมโนทัศน์ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. ชื่อมโนทัศน์ (Concept name) เป็นชื่อเฉพาะที่ใช้เรียกสิ่งของประเภทเดียวกัน

2. ลักษณะ (Attribute) เป็นลักษณะที่ใช้จำแนกมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ ลักษณะมี 2 ประเภท คือ ลักษณะที่จำเป็น (Essential attributes) เป็นลักษณะที่ต้องมีในมโนทัศน์และจำเป็นต้องใช้ในการจำแนกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ และลักษณะที่ไม่จำเป็น (Nonessential attributes) เป็นลักษณะที่สังเกตได้ในมโนทัศน์ แต่ไม่จำเป็นสำหรับการใช้ในการจำแนกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ

3. คุณค่าของลักษณะ (Attribute value) คือ ระดับคุณค่าของลักษณะที่จะใช้ในการจำแนกประเภทของมโนทัศน์

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2545, หน้า 423-426) ได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ดังนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนมโนทัศน์ใดแล้วจะทำอะไรได้บ้าง เช่น เรียนเรื่องสัตว์บก สามารถแยกสัตว์บกออกจากสัตว์ต่าง ๆ

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะเรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจยิ่งขึ้น

3. ใช้สื่อทางภาษาให้เข้าใจชัดเจนในการสอน หรือแนะนำให้สังเกตลักษณะร่วมที่เด่น การใช้ภาษาเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนมโนทัศน์ผู้เรียนจะต้องรู้จักคำต่าง ๆ มากมาย

4. ตัวอย่างที่นำมาให้ดูควรเป็นตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป จะได้ผลดีกว่าตัวอย่างที่ถูกอย่างเดียว หรือผิดอย่างเดียว เช่น การสอนมโนทัศน์ของนก ก็ยกตัวอย่างที่เป็นนกชนิดต่าง ๆ เช่น นกแก้ว นกขุนทอง นกเอี้ยง ฯลฯ ตัวอย่างที่ไม่ใช่นกคือ แมว หมา แมลง ผึ้ง ฯลฯ

5. ให้ดูตัวอย่างต่าง ๆ ทั้งทางบวกและทางลบต่อเนื่องกันไป แต่ให้ตัวอย่างทางลบก่อนแล้วตามด้วยตัวอย่างทางบวก จะช่วยให้เรียนรู้มโนทัศน์ง่ายขึ้น

6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามตอบโต้ และให้กำลังใจเสริมแรงทุกระยะ ถือว่าการเสริมแรงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนมโนทัศน์

7. พยายามให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ ที่เรียนไปแล้วด้วยคำพูดของตนเอง

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ ดังนี้

ขั้นการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

- ชื่อมโนทัศน์
- ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์
- กฎของความเป็นมโนทัศน์
- ตัวอย่างมโนทัศน์
- สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง
- คำถามและทิศทางที่จะเน้น

- สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ

- ระดับที่ต้องการให้ผู้เรียนเรียนรู้

ขั้นการจัดการเรียนรู้ กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้ การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้ผู้เรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้ของผู้เรียน

จากข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า แนวทางการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ ครูผู้สอนจะต้องกำหนดและวิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน และให้ตัวอย่างสิ่งที่ใช่และไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นั้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์ โดยครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามโต้ตอบกันและอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนไปแล้วด้วยคำพูดของตนเอง

การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Wilson (1971, pp. 645-670) ได้กล่าวว่า การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึงความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520, หน้า 222) ได้กล่าวว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวัดความคิดในเชิงนามธรรมคือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์วิธีการในทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้น ข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือเป็นการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ทฤษฎี ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความสามารถของนักเรียนที่จะนำความรู้ความเข้าใจนั้นไปใช้

2. เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ครูทราบว่านักเรียนมีความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 65-66) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยพิจารณาจากคำตอบและการอธิบายคำตอบ ดังนี้

2.1 การพิจารณาคำตอบ กำหนดขอบเขตของการตอบเป็น 4 ระดับ คือ

ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct) ให้ 3 คะแนน

ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ (Mostly correct) ให้ 2 คะแนน

ระดับถูกต้องบ้างบางส่วน (Partly correct) ให้ 1 คะแนน

ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect) หรือไม่ตอบ ให้ 0 คะแนน

2.2 การพิจารณาลักษณะของการอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Attributes of explanations) แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

2.2.1 การอธิบายแบบมีโครงสร้างเป็นเหตุเป็นผล (Logically structured explanations) เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งจำแนกได้เป็น 2 ระดับ ดังนี้

2.2.1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

2.2.1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน

2.2.2 การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง (Non-structured explanations) เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างและระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุผล

จากเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากคำตอบและการอธิบายคำตอบ ซึ่งการอธิบายคำตอบจำแนกได้เป็น 2 ลักษณะ คือ การอธิบายแบบมีโครงสร้างเป็นเหตุเป็นผล และการอธิบายแบบไม่มีโครงสร้างเป็นเหตุเป็นผล ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงได้ปรับตามแนวทางเกณฑ์การให้คะแนนของอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 65-66) โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังแสดงในตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
3/ ดีมาก	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และสามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์
2/ ดี	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และสามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างถูกต้อง
1/ พอใช้	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ หรือ - นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
0/ ต้องปรับปรุง	- นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง และไม่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ หรือไม่เขียนคำตอบใด ๆ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผล การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp. 3-5) อธิบายว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด โดยการคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ

การคิดและการให้เหตุผลมีส่วนที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่ง Krulik and Rudnick ได้อธิบายถึงความเกี่ยวข้องนี้โดยเขาได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น ได้แก่

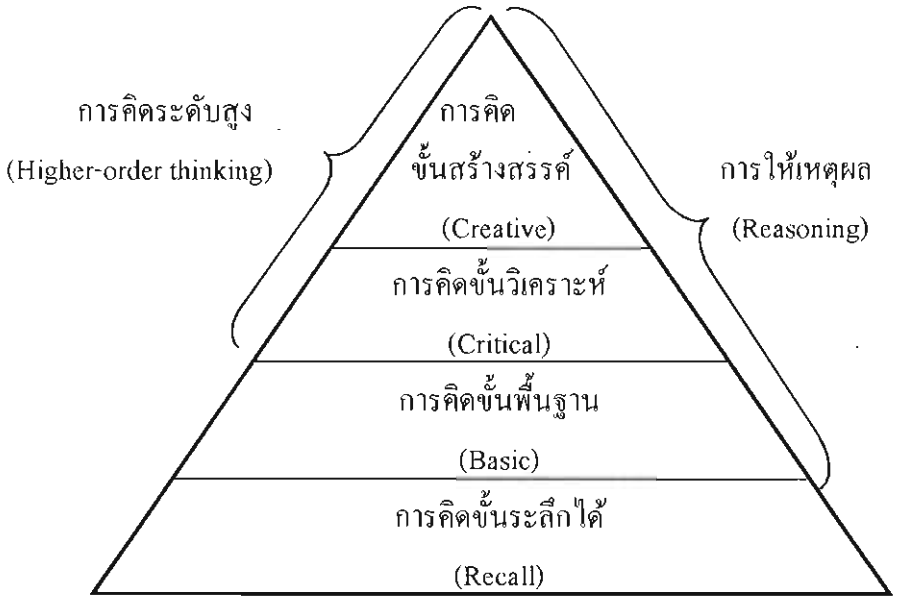
1. ขั้นระลึกได้ (Recall) เป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง

2. ขั้นพื้นฐาน (Basic) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์ที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3. ขั้นวิเคราะห์ (Critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการตรวจเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูลเพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้

4. ขั้นสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

โดยได้จัดให้การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 ลำดับขั้นของการคิด (Krulik & Rudnick, 1993)

Krulik and Rudnick (1993) อธิบายโดยสรุปได้ว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงในแผนภาพไม่ได้แยกออกจากกันอย่างสิ้นเชิง โดยแต่ละขั้นจะมีส่วนที่เหลื่อมล้ำทับซ้อนกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าว จะเห็นว่าการให้เหตุผล จะอยู่ในการคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นการคิดวิเคราะห์และขั้นการคิดสร้างสรรค์ สำหรับการคิดวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ เรียกว่า เป็นการคิดระดับสูง (Higher-order thinking)

ทิศนา แขมมณี (2542, หน้า 144) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่า เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2542, หน้า 47) กล่าวว่า การให้เหตุผลนั้นเป็นปรากฏการณ์ทางจิต (Psychological phenomena) ซึ่งมนุษย์ใช้เป็นเครื่องมือในการสื่อความหมายทางใจ (Mental talk) กระบวนการดังกล่าวนี้ เป็นการเรียบเรียงข้อเท็จจริงที่มีอยู่ เป็นสื่อนำให้จิตสามารถสร้างข้อเท็จจริงขึ้นมาใหม่ได้อีก หรือเห็นเกี่ยวกับข้อเท็จจริงใหม่ที่สร้างขึ้นมา

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2544, หน้า 2) อธิบายว่า การให้เหตุผล เป็นการพัฒนาให้นักเรียนใช้สมอง คิดไตร่ตรอง ความมีเหตุผลหรือวิจารณญาณ โดยใช้วิธีอนุมานข้อเท็จจริงจากส่วนย่อยลงไปหาข้อสรุปของเรื่องราวนั้น ซึ่งการใช้เหตุผลมักใช้คำว่า เพราะว่า...เพราะฉะนั้น

วรรณี ธรรมโชติ (2550, หน้า 3) ได้ให้ความหมายว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้สำหรับการแสวงหาความรู้ใหม่ ๆ โดยการนำเอาความจริงอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างในระบบซึ่งเรียกว่า เหตุหรือข้อดั้ง (Premise) มาวิเคราะห์แจกแจงความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดความจริงอันใหม่ขึ้น ซึ่งเรียกว่า ผล หรือ ผลสรุป หรือ ข้อยุติ (Conclusion)

สสวท. (2555ก, หน้า 45) ได้ให้ความหมายว่า การให้เหตุผล เป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นการคิดไตร่ตรอง และคิดอย่างมีวิจารณญาณในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ซึ่งจะช่วยให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์เพื่อประกอบการวางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

สำหรับความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์(Mathematical reasoning) และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical thinking) เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน โดยถือว่าการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาให้ความหมายของคำทั้งสองดังนี้

O` Daffer and Thornquist (1993, p. 43) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

Greenwoog (1993, p. 144) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงคำตอบหรือผลลัพธ์ ซึ่งถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้เนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

The Nation Council of Teachers of Mathematics (2000, p. 57) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้ โดยได้กำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ตั้งแต่ระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 ดังนี้

1. ตระหนักว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์
2. สร้างและสำรวจข้อคาดเดาเชิงคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์เชิงคณิตศาสตร์
4. เลือกใช้เหตุผลและการพิสูจน์แบบต่าง ๆ อย่างหลากหลาย

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 37) ได้ให้ความหมายว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลนั้นประกอบด้วย

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 114) ได้ให้ความหมายว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สสวท. (2555ก, หน้า 39-40) ได้ให้ความหมายว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายแนวคิดและการแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล

สำหรับความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Prestege (2002 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล คือ การที่นักเรียนสามารถค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้องได้ รวมถึงพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้งและการพิสูจน์

กรมวิชาการ (2546, หน้า 9) ได้เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลาย ที่สำคัญมีดังนี้

- หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
- ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง
- เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
- สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
- ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์
- ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
- เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผล ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ได้

สสวท. (2555ข, หน้า 79) ได้เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการข้อคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้น ๆ

จากความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดและการแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Baroody (1993, p. 59) กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผล เป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ โดยในสมัยก่อนยุคกรีก นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทางเรขาคณิต สำหรับในปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับผู้อื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผล จึงมีความสำคัญยิ่ง

ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิด การไตร่ตรอง และแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

Stiggins (1997, p. 6) อธิบายว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่าง ๆ เข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ หรือในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

Artzt and Shirel (1999, pp. 115-126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Raimi (2002 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553 หน้า 48) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลนักเรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 54-56) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 ได้กำหนดความสำคัญให้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถหนึ่งที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวชี้วัดด้านการให้เหตุผลในทุกระดับชั้น กำหนดไว้ว่า นักเรียนต้องสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สสวท. (2555, หน้า 39) ได้เสนอว่า การคิดอย่างมีเหตุผลถือเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ เพราะเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำการสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ ซึ่งหากนักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลแล้ว จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ทาง

คณิตศาสตร์ไประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ ตลอดจนทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Brandt (1984 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 39) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสำคัญเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้น โดยได้พยายามศึกษาทดลอง เพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ซึ่ง Brandt มีการกล่าวถึงแนวการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking)

1. การสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด (Teaching of thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทางตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. การสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของกาสอน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตัวเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไรต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับความคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

สสวท. (2547, หน้า 15-19) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น

2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นเของนักเรียน

4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) เสนอแนะว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรให้นักเรียนปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematics context) และบริบทอื่น ๆ มากกว่าจะเป็นเพียงการสอนหรือบอกให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น ผู้สอนควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล เช่น "ทำไม" "เพราะอะไร" "ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไปจะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร" ซึ่งคำถามเหล่านี้ใช้ได้ทั้งในการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ การให้นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การให้อธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นเหตุเป็นผล และในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการทำงานเหล่านี้ นักเรียนจะมีเหตุผลของตนเองที่แตกต่างจากผู้อื่น ผู้สอนสามารถตั้งคำถามให้นักเรียนใช้เหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง และไม่ควรคำนึงถึงเฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล เพื่อที่จะทราบว่าทำไมนักเรียนจึงใช้เหตุผลเช่นนั้น การให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ (NCTM., 1991 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 50) นักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ผู้สอนอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้นักเรียนไม่ทราบเหตุผลว่าที่ผิดนั้นผิดอย่างไร ดังนั้น สิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกต้องแต่เหตุผลผิดคือการได้คำตอบที่ผิด และสามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะอะไร

จากแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรพยายามใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ฝึกใช้เหตุผลในการอธิบาย อภิปราย หรือวิเคราะห์ และประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น รวมทั้งรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงเกณฑ์การประเมินไว้ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 184-186) ได้กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนนเป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินคุณภาพเกี่ยวกับความรู้และการปฏิบัติงานของผู้เรียนซึ่งสามารถแยกแยะความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยต้องมีการกำหนดมาตราวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละระดับ/ กลุ่ม ในมาตราวัดได้อย่างชัดเจน และประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบ คือ

1.1 การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของผู้เรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของผู้เรียน

1.2 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้าน

สสวท. (2555, หน้า 199-201) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring)

การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้

คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยได้

ในการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักจะนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่นการสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring)

การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนแบบรูบริคที่ประเมินผลงานของนักเรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้กับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

Popham (1997 อ้างถึงใน จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ, 2550, หน้า 46-47) ได้ให้ความหมายว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค หมายถึง การแนะนำการให้คะแนนเพื่อใช้ประเมินคุณภาพของการตอบสนองของนักเรียน โดยเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคจะมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญคือ เกณฑ์ การนิยามคุณภาพ ยุทธวิธีการให้คะแนน ซึ่งอาจเป็นวิธีการให้คะแนนแบบภาพรวมหรือแบบแยกองค์ประกอบอย่างใดอย่างหนึ่ง เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค มักใช้ในการตัดสินคำตอบของผู้เรียนในแบบทดสอบ หรือชิ้นงานที่มีการเขียนตอบบรรยาย อธิบาย หรือใช้ในการทดสอบการปฏิบัติเพื่อพิจารณาว่า ผู้เรียนมีทักษะอยู่ในระดับใด โดยถ้านักเรียนทำการทดลองภาคปฏิบัติได้ดี แสดงว่านักเรียนมีความรอบรู้และมีทักษะในการนำไปปฏิบัติได้ดี

นอกจากนี้ Popham ได้ให้ข้อสังเกตและคำแนะนำในการพัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ดังนี้

1. เกณฑ์ต่าง ๆ ควรเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสอนซึ่งถือเป็นองค์ประกอบที่ตรงประเด็นที่สุดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคควรมีจำนวนเกณฑ์ประมาณ 3-5 เกณฑ์ และต้องเป็นเกณฑ์ที่มีจุดหมายแน่นอน

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไม่ควรมีความยาวมากเกินไป

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคแต่ละเกณฑ์ต้องสามารถแทนคุณสมบัติที่สำคัญของทักษะที่จะประเมิน

5. ผู้ประเมินต้องตระหนักว่าผลที่ประเมินเป็นเพียงตัวแทนของทักษะ ไม่ใช่ตัวทักษะ ดังนั้นการสอนจึงต้องมุ่งไปที่ทักษะไม่ใช่สอนเพื่อมุ่งไปสู่การทดสอบหรือการประเมิน

จากที่กล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินคุณภาพการตอบสนองของนักเรียน ซึ่งมี 2 แบบคือ แบบที่ 1 การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic rubric) และแบบที่ 2 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค แบบที่ 1 คือ การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic rubric)

2. เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ในการประเมินความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรม ตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา มีสถาบันทางการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

กรมวิชาการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4/ ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ควรแก้ไข	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยามยามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ต้องปรับปรุง	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สสวท. (2547, หน้า 50-52) ได้เสนอว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินผลควรจะคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียน คณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดประสงค์ในลักษณะนี้ จะประเมินด้วยการวิเคราะห์ เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้ อาจใช้การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นมาเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

โดยสสวท. ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	- มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดการประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	- มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจมีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
2 / พอใช้	- เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจแต่มีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
1/ ต้องปรับปรุง	- มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจหรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0/ ไม่พยายาม	- ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/ มีแนวคิดไม่ถูกต้อง

California state department of education (1989) ได้เสนอ เกณฑ์การให้คะแนนกรณีที่ข้อสอบเป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุมีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประวิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุมีผลและสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor flaws but satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากค่อนข้างพอใช้ (Serious flaws but nearly satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจ แนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begin, but Fails to complete problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to begin effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

กล่าวโดยสรุป เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ปรับตามแนวทางการให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546, หน้า 123) โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนดังแสดงในตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
3/ ดีมาก	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล
2/ ดี	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลค่อนข้างสมเหตุสมผล หรือ - นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล
1/ พอใช้	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลแต่ไม่สมเหตุสมผล หรือ - นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูล หรือ - นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลค่อนข้างสมเหตุสมผล
0/ ปรับปรุง	- นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องและไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูล หรือไม่เขียนตอบใด ๆ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

ยลนภา พลชัย (2548) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปราณี พรภวิษย์กุล (2549) ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ จำนวน 88 คน เป็นกลุ่มทดลอง 44 คน กลุ่มควบคุม 44 คน ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอน

โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้เรียนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อัมพร ม้าคนอง (2552) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง กับนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ และวิชาเอกประถมศึกษา กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จำนวน 43 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และหลังจากการเรียนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง นักเรียนสามารถอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผลที่สื่อความหมายชัดเจน มีจำนวนเพิ่มมากขึ้นโดยมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ (2553) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยของนักเรียนที่เรียนโดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรพรรณ เลื่อนแป้น (2555) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชันมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้รูป่แบบการสร้างมโนทัศน์สูงกว่าก่อนเรียน และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยข้างต้น พบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนามโนทัศน์นั้นส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์และความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ซึ่งการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์นั้น เป็นรูปแบบหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนามโนทัศน์ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์อาจส่งผลให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วยเช่นกัน

งานวิจัยต่างประเทศ

Rami (2010) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 87 คน แบ่งเป็นในโรงเรียน Government Senior Secondary School จำนวน 45 คน และโรงเรียน Punjab Rural Academy จำนวน 42 คน โดยใช้วิธีเลือกแบบเจาะจง และใช้การสุ่มในการแบ่งกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมที่สอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

Das (2013) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 35 คน โดยเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

Anjum (2014) ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 120 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 60 คน และกลุ่มควบคุม 60 คนซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยข้างต้น พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการทดลอง
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 10 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมด จำนวน 500 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 11 แผน

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยการใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนพนัสพิทยาคาร และคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์จากตำราเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 วิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนคาบที่ใช้สอน โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 วิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1 บทนิยามของเส้นขนาน	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามการขนานกันของเส้นตรงได้ 2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้เป็นเส้นขนานหรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบอย่างสมเหตุสมผล	เส้นขนาน	1
2. ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นเท่ากันเสมอ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องระยะห่างระหว่างเส้นขนานไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน	ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	1
3. มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ 2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบอย่างสมเหตุสมผล	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	1

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
4. เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าเส้นตรงสองเส้นจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา 2. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่	เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	2
5. มุมแย้ง	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของมุมแย้งได้ 2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามุมคู่ใดเป็นมุมแย้ง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบอย่างสมเหตุสมผล	มุมแย้ง	1
6. เส้นขนานและมุมแย้ง	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าเมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน 2. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมแย้งไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่	เส้นขนานและมุมแย้ง	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
7. มุมภายนอกและมุมภายใน	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของมุมภายในกับมุมภายนอกได้ 2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายนอกและมุมภายใน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบอย่างสมเหตุสมผล	มุมภายนอกและมุมภายใน	1
8. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าเมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน 2. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	2
9. มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา 2. นักเรียนสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาขนาดของมุมโดยใช้ความรู้เรื่องมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	1

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
10. มุมภายนอกและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น 2. นักเรียนสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาขนาดของมุมโดยใช้ความรู้เรื่องขนาดของมุมภายนอกและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	มุมภายนอกและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	1
11. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ 2. นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเส้นขนานและความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลได้	เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	2
		รวม		15

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งเป็นแผนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 11 แผน จำนวน 15 คาบ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

1.4.1 ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้

1.4.2 มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด

1.4.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.4.4 สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด

1.4.5 สาระการเรียนรู้

1.4.6 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดมโนทัศน์ (Concept identification) เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนในชั่วโมงเรียน และสนทนาหรือซักถามนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เดิม

ขั้นที่ 2 ขั้นการให้ตัวอย่าง (Exemplar identification) เป็นขั้นที่ครูให้ตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ โดยตัวอย่างทางบวกเป็นตัวอย่างที่มีคุณลักษณะครบของมโนทัศน์และตัวอย่างทางลบเป็นตัวอย่างที่มีคุณลักษณะไม่ครบของมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 ขั้นการตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ และตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล จากนั้นครูหรือนักเรียนเพิ่มตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบอีก

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบทบทวนการตั้งสมมติฐานของนักเรียนที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 โดยให้นักเรียนนำเสนอสมมติฐานใหม่ที่ตั้งขึ้นพร้อมทั้งอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง แล้วร่วมกันอภิปรายและสรุปคุณลักษณะของมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) เป็นขั้นที่นักเรียนยกตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยครูและเพื่อนนักเรียนช่วยกันตรวจสอบ และนักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ

1.4.7 สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1.4.8 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.4.9 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความชัดเจน ความเป็นไปได้ และความสอดคล้องระหว่างมาตรฐาน

การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงแล้วเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาและความสอดคล้องขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*: Index of objective congruence) (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน

-1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ไม่สอดคล้องกัน

ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) และผู้วิจัยได้ปรับปรุงรายละเอียดที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ ได้แก่ การปรับกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลา การเพิ่มตัวอย่างและแบบฝึกหัด การแก้ไขคำศัพท์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง และแก้ไขคำที่พิมพ์ผิด ทุกแผนการจัดการเรียนรู้ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน ของโรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557

1.8 นำผลการทดลองมาปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้ การปรับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเวลา การเพิ่มเติมตัวอย่างที่ใช่มโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ใน แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยผู้วิจัยได้เพิ่มตัวอย่างที่มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่เท่ากันทั้งสองมุมและรวมกันได้เท่ากับ 180 องศา เพื่อให้ครอบคลุมคุณลักษณะของมโนทัศน์ นอกจากนี้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม ผู้วิจัยจึงได้สร้างแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเกี่ยวกับเรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน ในการสร้างมโนทัศน์

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ ใช้เวลา 55 นาที ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกระทรวงศึกษาธิการ คู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและหนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง เส้นขนาน

2.2 ศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

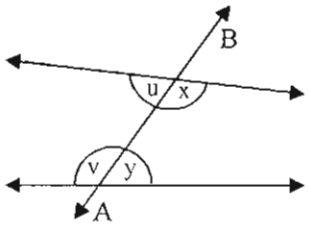
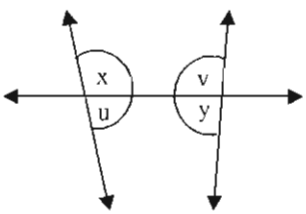
2.3 ศึกษาคู่มือการวัดและประเมินผล เทคนิคการเขียนแบบทดสอบแบบอัตนัย เพื่อศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.4 สร้างตารางวิเคราะห์แบบทดสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ดังตารางที่ 3-2

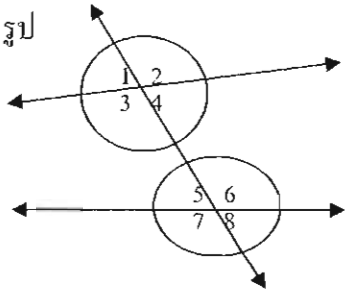
ตารางที่ 3-2 วิเคราะห์แบบทดสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา	บทนิยามของเส้นขนาน	<u>มโนทัศน์ที่ 1</u> เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน	2	1
	ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	<u>มโนทัศน์ที่ 2</u> เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นเท่ากันเสมอ	2	1

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	มโนทัศน์ที่ 3 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้เกิดมุมที่อยู่ระหว่างเส้นตรงคู่นั้นและอยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด เรียกว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ดังรูป  จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่า เส้นตัด AB เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB และ เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดAB	2	1
	มุมแย้ง	มโนทัศน์ที่ 4 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้เกิดมุมที่อยู่ระหว่างเส้นตรงคู่นั้นและอยู่เยื้องกันคนละข้างของเส้นตัด เรียกว่า มุมแย้ง ดังรูป 		

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา	มุมภายนอกกับมุมภายใน	จากรูป เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่าเป็นมุมแย้ง และ เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่าเป็นมุมแย้ง <u>มโนทัศน์ที่ 5</u> - เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้เกิดมุมที่อยู่ระหว่างเส้นตรงคู่นั้น เรียกว่า มุมภายใน - เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้เกิดมุมที่อยู่ภายนอกของเส้นตรงคู่นั้น เรียกว่า มุมภายนอก ดังรูป  จากรูป เรียก $\hat{1}, \hat{2}, \hat{7}$ และ $\hat{8}$ ว่า มุมภายนอก เรียก $\hat{3}, \hat{4}, \hat{5}$ และ $\hat{6}$ ว่า มุมภายใน		
	เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	<u>มโนทัศน์ที่ 6</u> เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา	2	1

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม. 2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา	เส้นขนานและมุมแย้ง	มโนทัศน์ที่ 7 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน	2	1
	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	มโนทัศน์ที่ 8 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน	2	1
	เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	มโนทัศน์ที่ 9 ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา	2	1
	มุมภายนอกและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	มโนทัศน์ที่ 10 ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น	2	1
	เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	มโนทัศน์ที่ 11 ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่และด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน ยาวเท่ากันหนึ่งคู่แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	2	1
		รวม	18	9

2.5 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 18 ข้อ ใช้จริง 9 ข้อ

2.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบรูบริค (Rubric assessment) โดยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 คือ 18.90 คะแนน จากคะแนนเต็ม 27 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับตามแนวทางเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 66) โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนดังแสดงตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
3/ ดีมาก	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และสามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์
2/ ดี	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และสามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างถูกต้อง
1/ พอใช้	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ หรือ - นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง
0/ ต้องปรับปรุง	- นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง และไม่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ หรือไม่เขียนคำตอบใด ๆ

2.7 นำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมและชี้แนะข้อบกพร่อง แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

2.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่แก้ไขปรับปรุงแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ตรวจความตรงเชิงเนื้อหา เพื่อพิจารณาตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*: Index of objective congruence) (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

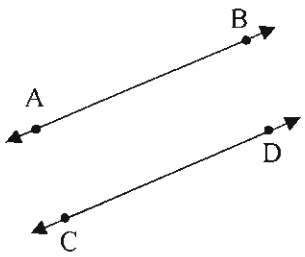
+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงมโนทัศน์

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงมโนทัศน์

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่วัดตรงมโนทัศน์

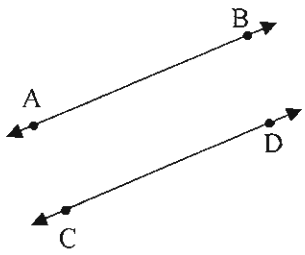
ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) และผู้วิจัยได้ปรับปรุงรายละเอียดที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ ได้แก่ การใช้ภาษาให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น

- จาก



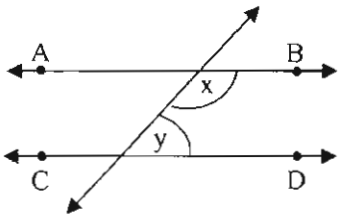
จากรูป จงอธิบายว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

ปรับเป็น

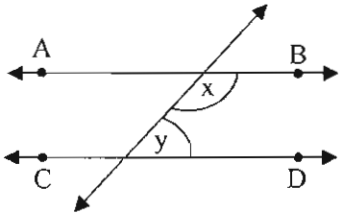


จากรูป จงให้เหตุผลเพื่อแสดงว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

- จาก



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จงพิจารณาว่า มุม x และมุม y มีความสัมพันธ์กันอย่างไร ปรับเป็น



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จงพิจารณาว่า มุม x และมุม y มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย

จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ตรวจพิจารณาอีกครั้ง

2.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน ของโรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 นำผลมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

2.9.1 หาค่าความยากง่าย (P_D) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20-0.80

2.9.2 หาค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

2.10 คัดเลือกแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว ซึ่งตรงตามจุดประสงค์ที่ได้กำหนดไว้ จำนวน 9 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย (P_D) เท่ากับ 0.35-0.76 และค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.25-0.97 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) จากนั้นนำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกแล้วมาหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α) ของครอนบาค (Cronbach) (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) พบว่า แบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

2.11 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ ใช้เวลา 55 นาที ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกระทรวงศึกษาธิการ คู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและหนังสือเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง เส้นขนาน

3.2 ศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.3 ศึกษาคู่มือการวัดและประเมินผล เทคนิคการเขียนแบบทดสอบแบบอัตนัย เพื่อศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.4 สร้างตารางวิเคราะห์แบบทดสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 วิเคราะห์แบบทดสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	บทนิยามของเส้นขนาน	1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปที่กำหนดให้เป็นเส้นขนานหรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบอย่างสมเหตุสมผล	2	1
	ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องระยะห่างระหว่างเส้นขนานไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน	2	1
	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด - เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	3. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ 4. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่	2	1
	- มุมแย้ง - เส้นขนานและมุมแย้ง	5. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของมุมแย้งได้ 6. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมแย้งไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่	2	1

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม. 2/ 1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ค 6.1 ม.1-3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	- มุมภายนอกกับมุมภายใน - เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	7. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของมุมภายในกับมุมภายนอกได้ 8. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่	2	1
	- มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม - มุมภายนอกและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	9. นักเรียนสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาขนาดของมุม โดยใช้ความรู้เรื่องมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม 10. นักเรียนสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับการหาขนาดของมุม โดยใช้ความรู้เรื่องขนาดของมุมภายนอกและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	2	1
	เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	11. นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมในการให้เหตุผลได้	2	1
		รวม	14	7

3.5 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 14 ข้อ ใช้จริง 7 ข้อ

3.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริค (Rubric assessment) โดยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 คือ 14.70 คะแนน

จากคะแนนเต็ม 21 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับตามแนวทางการให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546, หน้า 123) โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3/ ดีมาก	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล
2/ ดี	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลค่อนข้างสมเหตุสมผล หรือ - นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล
1/ พอใช้	- นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลแต่ไม่สมเหตุสมผล หรือ - นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูล หรือ - นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลค่อนข้างสมเหตุสมผล
0/ ปรับปรุง	- นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องและไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูล หรือไม่เขียนตอบใด ๆ

3.7 นำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมและชี้แนะข้อบกพร่อง แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่แก้ไขปรับปรุงแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ตรวจความตรงเชิงเนื้อหา เพื่อพิจารณาตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*: Index of objective congruence) (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

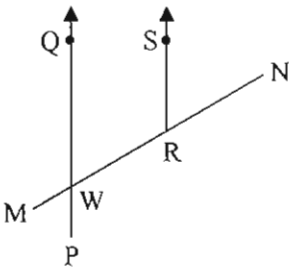
+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่วัดตรงจุดประสงค์การเรียนรู้

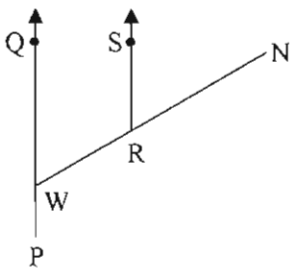
ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) และผู้วิจัยได้ปรับปรุงรายละเอียดที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ ได้แก่ การแก้ไขรูปภาพให้ถูกต้อง และชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น

- จาก



จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{PQ}$ // $\overrightarrow{RS}$ จงหาว่า $W\hat{R}S$ มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใด พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ปรับเป็น



จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{PQ}$ // $\overrightarrow{RS}$ จงหาว่า $W\hat{R}S$ มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใด พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ตรวจพิจารณาอีกครั้ง

3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน ของโรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 นำผลมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

3.9.1 หาค่าความยากง่าย (P_D) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20-0.80

3.9.2 หาค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

3.10 คัดเลือกแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้ว ซึ่งตรงตามจุดประสงค์ที่ได้กำหนดไว้ จำนวน 7 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P_D) เท่ากับ 0.31-0.67 และค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.22-0.72 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) จากนั้นนำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α) ของครอนบาค (Cronbach) (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) พบว่า แบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.75

3.11 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การดำเนินการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลองโดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยใช้แผนการศึกษาค้นคว้าแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) ซึ่งมีแบบแผนการทดลองดังตารางที่ 3-6 (องอาจ นัยพัฒน์, 2548, หน้า 270)

ตารางที่ 3-6 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
E	X	O

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental group)

X แทน การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์

O แทน การทดสอบหลังจากการจัดกระทำ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันและปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

3. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้น ซึ่งใช้เวลาในการสอน 15 คาบ คาบละ 55 นาที

4. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบวัดมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แล้วบันทึกผลการทดสอบเป็นคะแนนหลังเรียน โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คาบ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คาบ

5. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

6. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ผลและแปลผลข้อมูลต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์เชิงปริมาณ ดำเนินการวิเคราะห์คะแนนจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample

2. การวิเคราะห์เชิงคุณภาพ ดำเนินการสรุปและวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

2.1 นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปความเรียง

2.2. นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปความเรียง

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 34)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$\sum X$ แทน ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 60)

$$s = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X$ แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\left(\sum X\right)^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้หาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากง่าย (P_D) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตร ดังนี้

2.2.1 ค่าความยากง่าย (P_D) โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ D.R. Whitney and D.L. Sabers (1970. อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149)

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_D แทน ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุด

2.2.2 ค่าอำนาจจำแนก (D) โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ D.R. Whitney and D.L. Sabers (1970. อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนกของแบบแบบทดสอบแต่ละข้อ

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุด

2.3 หาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α) ของ Cronbach (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 การเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ โดยคำนวณจากสูตร t-test for one sample (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 134)

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \text{ โดยมี } df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการนำเสนอผลการวิจัย ดังต่อไปนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิจัย เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการเสนอผลการวิจัย ดังนี้

t แทน ค่าสถิติ t

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน

μ แทน ค่าเฉลี่ยของประชากรที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

p แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ

$*$ แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยจะนำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for one sample ซึ่งผลปรากฏดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ร้อยละ 70

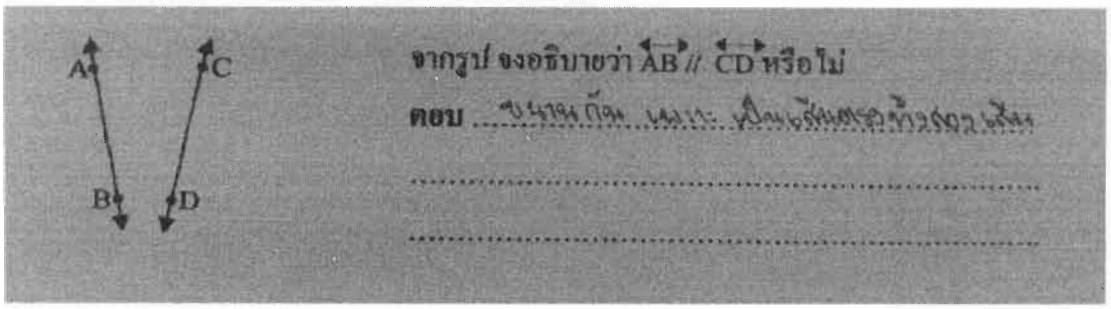
การทดสอบ	n	μ (ร้อยละ70)	$\bar{X}$ (คะแนนเต็ม 27)	s	t	p
คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	50	18.90	20.42	3.84	2.79*	.0035

* $p < .05$ ($t_{0.05,\ 49} = 1.68$)

จากตารางที่ 4-1 พบว่า คะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์รายละเอียดของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สามารถจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง และไม่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ หรือไม่เขียนคำตอบใด ๆ โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถาม แสดงดังภาพที่ 4-1

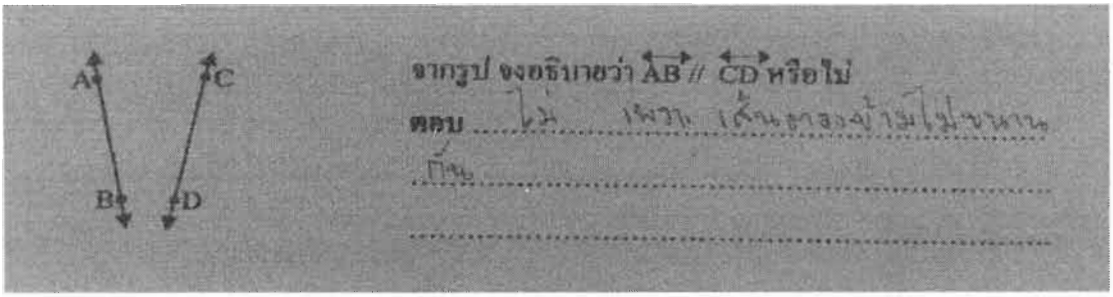


ภาพที่ 4-1 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-1 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบว่า "ขนานกัน เพราะ เป็นเส้นตรงทั้งสองเส้น" ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง และการอธิบายของนักเรียนไม่ได้แสดงถึงการสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ หากจะให้ถูกต้องนักเรียนควรตอบว่า "ไม่ขนานกัน เนื่องจาก หากลากเส้นตรงต่อไปเรื่อย ๆ เส้นตรงสองเส้นนี้จะตัดกัน" ซึ่งเป็นการอ้างอิงจากบทนิยาม "เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกัน ก็ต่อเมื่อเส้นตรงสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน"

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน แบ่งเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ และกรณีที่ 2 นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ซึ่งผู้วิจัยยกตัวอย่างของนักเรียนในกลุ่มนี้ ดังนี้

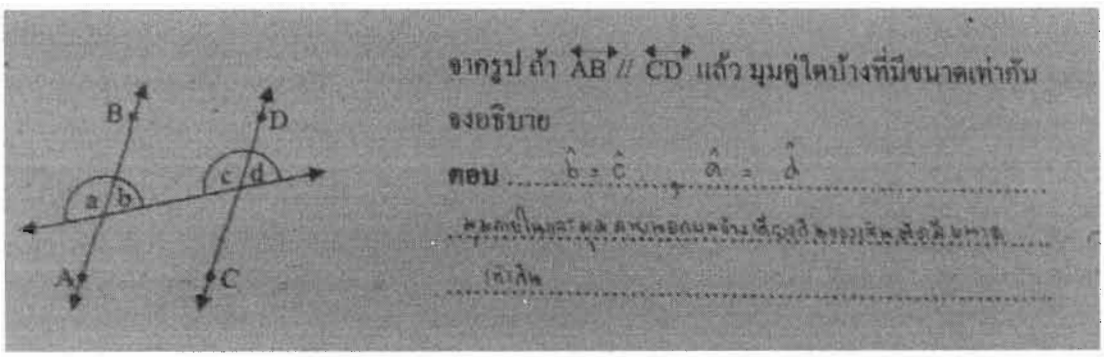
กรณีที่ 1 นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถามแสดงดังภาพที่ 4-2



ภาพที่ 4-2 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-2 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบว่า "ไม่ขนานกัน" เป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนอธิบายว่า "เพราะเส้นตรงข้ามไม่ขนานกัน" ซึ่งเป็นการอธิบายที่ไม่มีการสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

กรณีที่ 2 นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถามแสดงดังภาพที่ 4-3

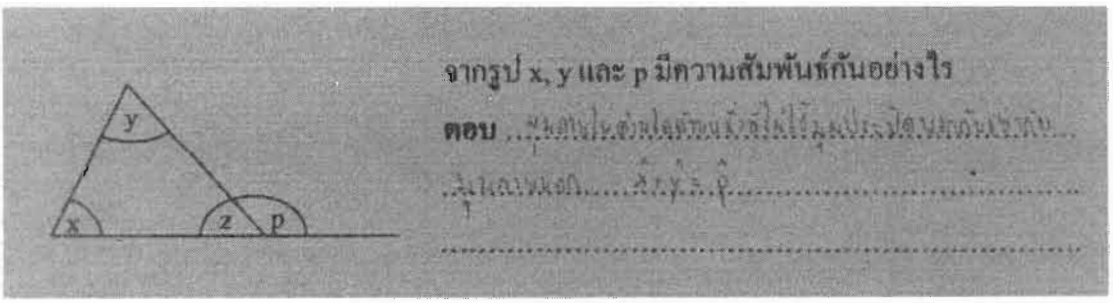


ภาพที่ 4-3 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-3 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบว่า " มุมคู่ที่เท่ากันคือ $\hat{b} = \hat{c}$ และ $\hat{a} = \hat{d}$ " ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง หากจะให้ถูกต้อง ควรตอบว่า "มุมคู่ที่เท่ากันคือ $\hat{b} = \hat{d}$ และ $\hat{a} = \hat{c}$ "

แต่นักเรียนสามารถอ้างอิงทฤษฎีบทได้ถูกต้องว่า "มุมแต่ละคู่เท่ากัน เพราะมุมภายในและมุมภายนอกบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน"

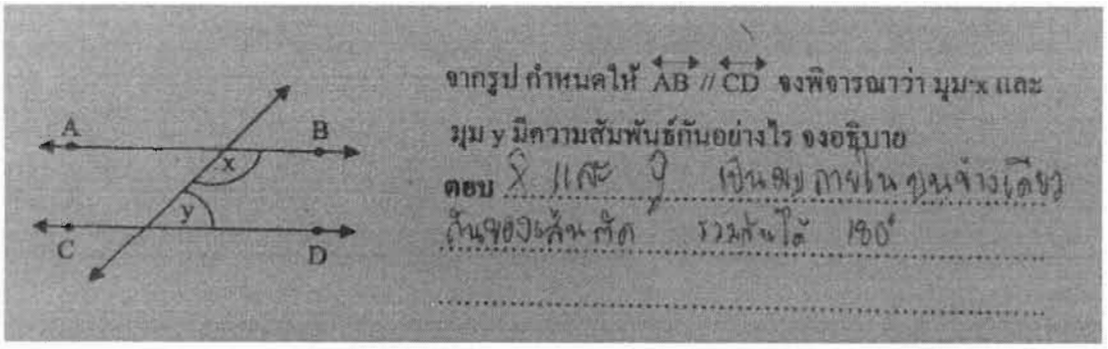
นักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน คือ นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างถูกต้อง โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถาม แสดงดังภาพที่ 4-4



ภาพที่ 4-4 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-4 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบคำถามถูกต้อง สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างถูกต้อง คือ "มุมภายในด้านใดด้านหนึ่งที่ไม่ใช่มุมประชิดบวกกันเท่ากับมุมภายนอก" ซึ่งเป็นคำตอบที่ค่อนข้างถูกต้อง แต่ยังไม่ชัดเจน หากจะให้ชัดเจนกว่านี้ต้องระบุว่า "ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น"

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน คือ นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง สามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรืออ้างอิงบทนิยาม หลักการ ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถาม แสดงดังภาพที่ 4-5



ภาพที่ 4-5 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-5 จะเห็นได้ว่านักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง มุม x และ มุม y ได้อย่างถูกต้อง คือ " $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันได้ 180° " ซึ่งนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาในรูปของทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งคะแนนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ วัดได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for one sample ซึ่งผลปรากฏดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ร้อยละ 70

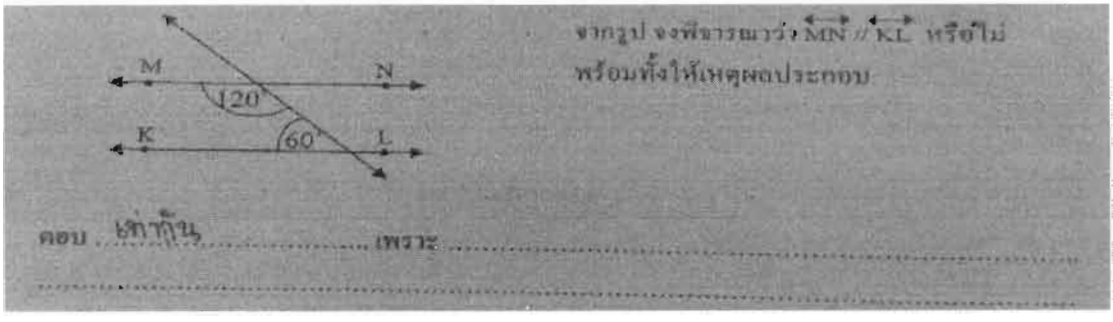
การทดสอบ	n	μ (ร้อยละ 70)	$\overline{X}$ (คะแนนเต็ม 21)	s	t	p
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	50	14.70	16.36	2.46	4.78*	.000

* $p < .05$ ($t_{0.05,\ 49} = 1.68$)

จากตารางที่ 4-2 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์รายละเอียดของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องและไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูล หรือไม่เขียนตอบใด ๆ โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถามแสดงดังภาพที่ 4-6

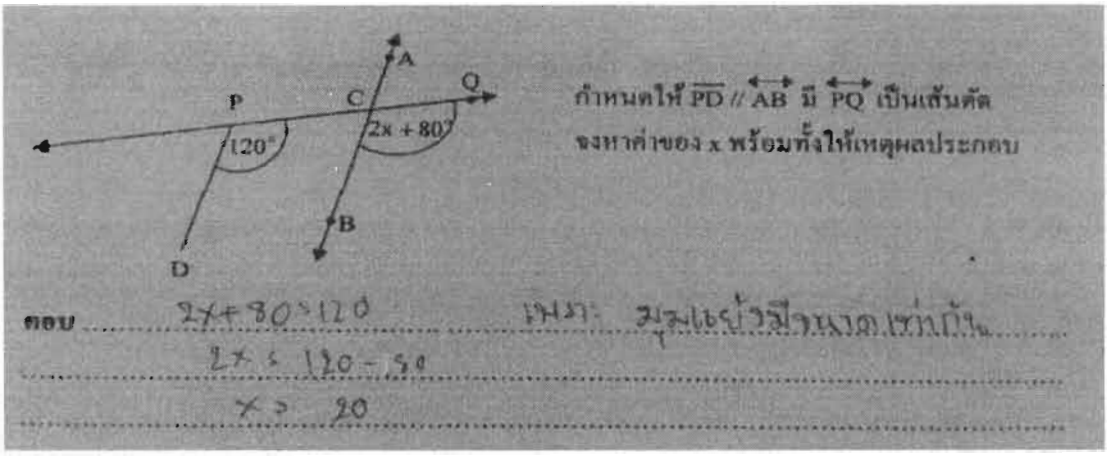


ภาพที่ 4-6 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-6 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง เนื่องจากโจทย์ถามว่า "จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{MN}$ // $\overleftrightarrow{KL}$ หรือไม่" แต่นักเรียนตอบว่า "เท่ากัน" ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง รวมทั้งไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดสนับสนุนคำตอบที่ได้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน แบ่งเป็น 3 กรณี คือ กรณีที่ 1 นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลแต่ไม่สมเหตุสมผล กรณีที่ 2 นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูล และกรณีที่ 3 นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลค่อนข้างสมเหตุสมผล ซึ่งผู้วิจัยยกตัวอย่างของนักเรียนในกลุ่มนี้ ดังนี้

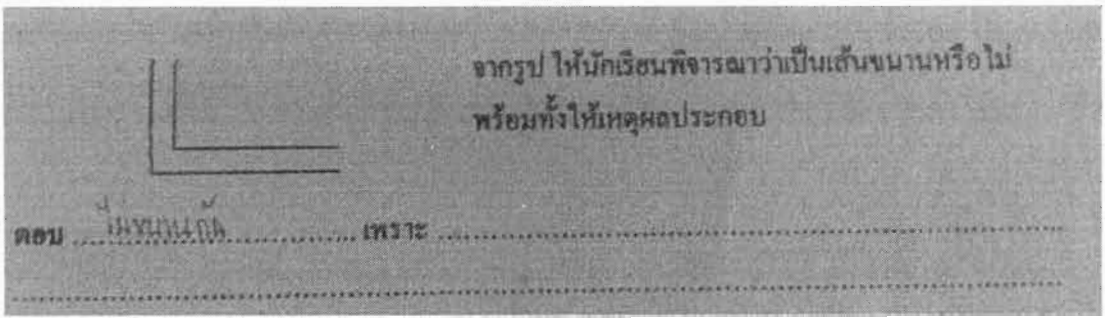
กรณีที่ 1 นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลแต่ไม่สมเหตุสมผล โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถาม แสดงดังภาพที่ 4-7



ภาพที่ 4-7 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-7 จะเห็นได้ว่านักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบที่ไม่สมเหตุสมผลสนับสนุนคำตอบที่ได้ โดยนักเรียนตอบว่า "$D\hat{P}C = B\hat{C}Q$ หรือ $2x + 80 = 120$ เพราะมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน" ซึ่งเป็นเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล หากจะให้สมเหตุสมผล นักเรียนควรระบุว่า "เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน"

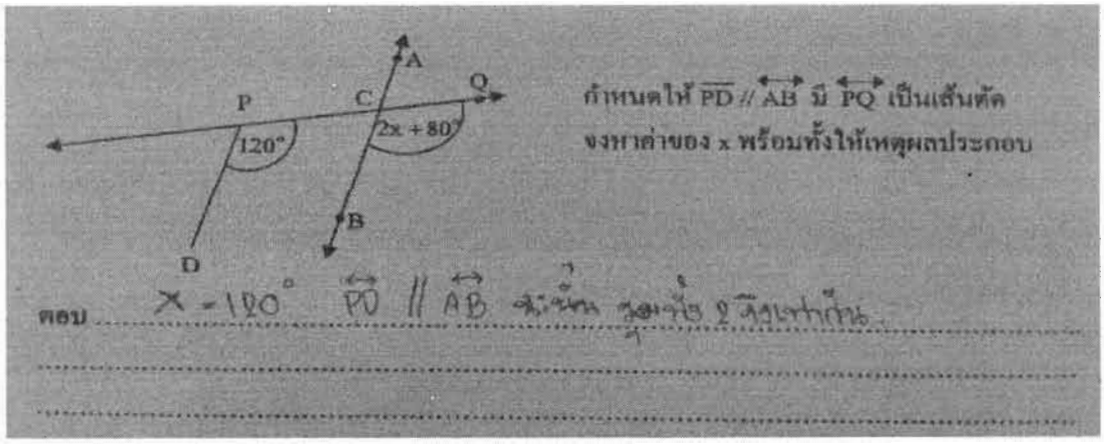
กรณีที่ 2 นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูล โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถาม แสดงดังภาพที่ 4-8



ภาพที่ 4-8 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-8 จะเห็นได้ว่าเมื่อให้นักเรียนพิจารณารูปที่กำหนดให้ว่าเป็นเส้นขนานหรือไม่ นักเรียนตอบว่า "ไม่ขนานกัน" ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่มีการเขียนอธิบายแนวคิดสนับสนุนคำตอบของตนเอง

กรณีที่ 3 นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลค่อนข้างสมเหตุสมผล โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถาม แสดงดังภาพที่ 4-9

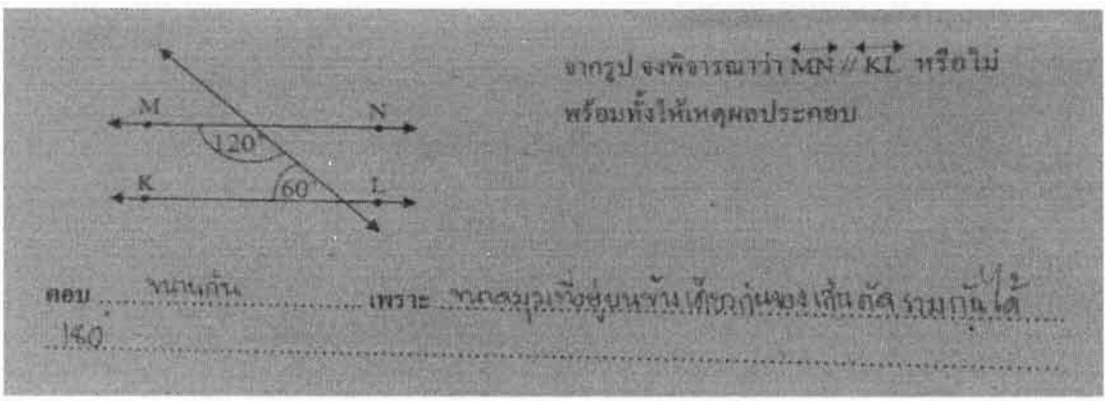


ภาพที่ 4-9 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 3 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-9 จะเห็นได้ว่านักเรียนหาค่า x ได้เท่ากับ 120° เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนให้เหตุผลประกอบคำตอบว่า "เพราะ $\overleftrightarrow{PD} // \overleftrightarrow{AB}$ ฉะนั้น มุมทั้งสองจึงเท่ากัน" ซึ่งเป็นการอธิบายแนวคิดที่ค่อนข้างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ชัดเจน

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน แบ่งเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลค่อนข้างสมเหตุสมผล และกรณีที่ 2 นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งผู้วิจัยยกตัวอย่างของนักเรียนในกลุ่มนี้ ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลค่อนข้างสมเหตุสมผล โดยมีตัวอย่างลักษณะการตอบคำถาม แสดงดังภาพที่ 4-10

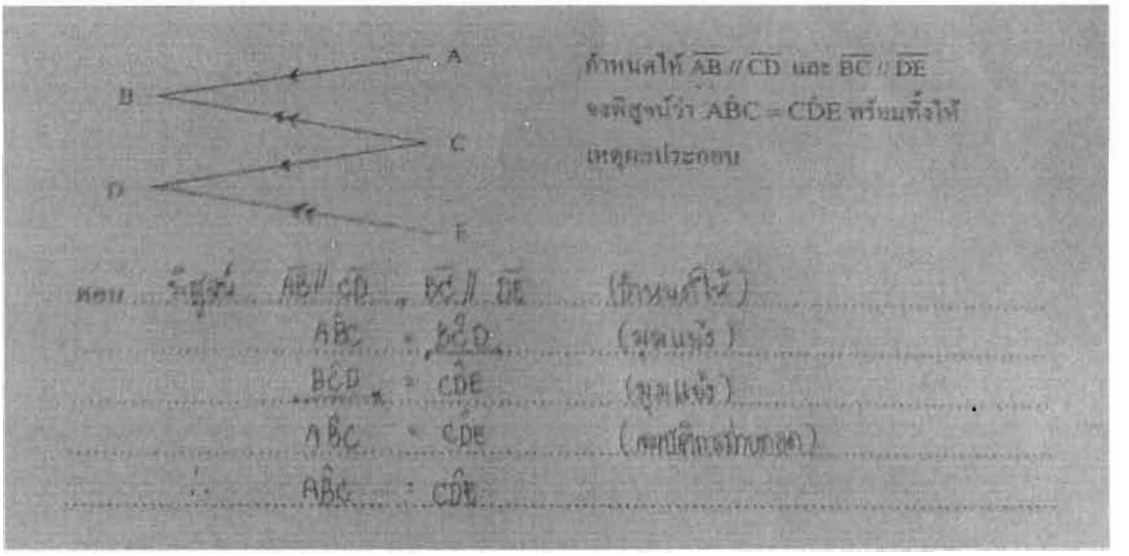


ภาพที่ 4-10 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-10 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบคำถามว่า "ขนานกัน เพราะขนาดมุมที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180° " ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง และการให้เหตุผลประกอบคำตอบของนักเรียนค่อนข้างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่ชัดเจน ซึ่งหากจะให้ชัดเจนกว่านี้ต้องระบุว่า "เพราะ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180°"

กรณีที่ 2 นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งไม่พบลักษณะคำตอบของนักเรียนในกรณีนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน คือ นักเรียนตอบคำถามถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งผู้วิจัยยกตัวอย่างของนักเรียนในกลุ่มนี้ ดังนี้



ภาพที่ 4-11 แสดงตัวอย่างลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากภาพที่ 4-11 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถเขียนอธิบายขั้นตอนในการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C = B\hat{C}D$ ได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งอธิบายแนวคิดประกอบข้อความในแต่ละขั้นตอนของการพิสูจน์ได้อย่างสมเหตุสมผล

บทที่ 5
สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ ดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 10 ห้องเรียน จำนวน 500 คน โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนัสนิคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน ได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบคละความสามารถ เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยคือ เรื่อง เส้นขนาน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 11 แผน โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80-1.00 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.35-0.7 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25-0.97 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 และ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.25-0.75 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.29-0.64 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.75 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบที (t-test) แบบ One sample

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง จากการวิเคราะห์ลักษณะของตัวอย่างทางบวกและและทางลบ และการอธิบายสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง หรือโต้แย้งสมมติฐานของผู้อื่นอย่างมีเหตุมีผล ทำให้นักเรียนมีทักษะในการสร้างมโนทัศน์อย่างเป็นลำดับขั้นและเป็นระบบ จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ Phitchard (1994, p. 4) ที่ได้กล่าวถึงลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ว่า เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้เสนอแนะให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบอุปนัย นักเรียนได้รับหรือสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง โดยครูยกตัวอย่างทางบวกและทางลบให้นักเรียนตั้งสมมติฐานถึงลักษณะของมโนทัศน์ แล้วทดสอบสมมติฐานที่ตนเองสร้างขึ้น ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และสามารถทดสอบมโนทัศน์ของตนเองโดยการสร้างตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์นั้น นอกจากนี้ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 225-227) ได้กล่าวถึงประโยชน์ที่นักเรียนจะได้รับจากการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์จากการคิด วิเคราะห์และตัวอย่างที่หลากหลาย นักเรียนจะเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์นั้น และได้เรียนรู้ทักษะการสร้างมโนทัศน์ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการทำความเข้าใจในมโนทัศน์อื่น ๆ ต่อไปได้

เมื่อพิจารณาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ จะเห็นว่ามีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองของนักเรียน 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดมโนทัศน์ (Concept identification) เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนในชั่วโมงเรียน โดยการสนทนาหรือซักถามนักเรียนเพื่อทบทวนมโนทัศน์เดิมหรือความรู้เดิม ทำให้นักเรียนมีความพร้อมที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ และสามารถนำมโนทัศน์เดิมมาช่วยในการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ได้เป็นอย่างดี ขั้นที่ 2 ขั้นการให้ตัวอย่าง (Exemplar identification) ในขั้นนี้นักเรียนได้พิจารณาตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ โดยตัวอย่างทางบวกเป็นตัวอย่างที่ครอบคลุมคุณลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์นั้น ซึ่งการให้ตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบจะช่วยให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ชัดเจนมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า "การให้ตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบช่วยในการเรียนมโนทัศน์ได้ดีกว่าการให้ตัวอย่างทางบวกอย่างเดียว หรือตัวอย่างทางลบอย่างเดียว การเรียนมโนทัศน์ทำได้ยากที่สุด ถ้าให้ตัวอย่างทางลบอย่างเดียว" (Huttenlocher, 1962 อ้างถึงใน โยธิน ศันสนยุทธ, 2523) ขั้นที่ 3 ขั้นการตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) เป็นขั้นที่นักเรียนได้คาดคะเนมโนทัศน์ของตัวเองไว้ล่วงหน้า โดยครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการสังเกต เปรียบเทียบ และคิดวิเคราะห์จำแนกคุณลักษณะของตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ เพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานถึงคุณลักษณะของมโนทัศน์ การที่นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่าง และการคิดวิเคราะห์ ทำให้นักเรียนสามารถตั้งข้อสมมติฐานได้ถูกต้องและรวดเร็วมากขึ้น ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) เป็นขั้นที่ครูตรวจสอบการตั้งสมมติฐานของนักเรียนที่ได้จากขั้นที่ 3 โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอสมมติฐานของแต่ละกลุ่ม เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนได้อธิบายสมมติฐานด้วยคำพูดของตนเอง มีการวิพากษ์วิจารณ์กันในชั้นเรียน และร่วมกันแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสมมติฐานของเพื่อนนักเรียน ทำให้นักเรียนเห็นมุมมองที่แตกต่างและหลากหลายจากเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยให้นักเรียนได้ขยายความคิดและมีมุมมองที่กว้างขึ้น นักเรียนมีโอกาสเปรียบเทียบแนวความคิดของตนเองกับเพื่อน ๆ เพื่อนำไปสู่การคิดหาข้อสรุปของคุณลักษณะของมโนทัศน์ อีกทั้งยังเป็นขั้นที่ให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนเพราะหากนักเรียนตั้งสมมุติฐานผิด นักเรียนจะได้ทราบว่าผิดเพราะเหตุใด ทำให้นักเรียนสามารถประเมินความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของตนเองได้ ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้อง และขั้นที่ 5 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) เป็นขั้นที่นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์จากการยกตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง และฝึกการนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของอัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 25-26) ที่กล่าวว่า "ในการประเมิน

ผลการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนครูควรให้นักเรียนยกตัวอย่างที่ใช่และตัวอย่างที่ไม่ใช่ของมโนทัศน์ และมีการอธิบายเหตุผลของการเป็นตัวอย่างและการไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง"

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์นั้นสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี เพราะในแต่ละขั้นช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนอย่างเป็นระบบ ทำให้นักเรียนสามารถสร้าง สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และสามารถนำมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้

นอกจากนี้ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-4) ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถเปรียบเทียบวิเคราะห์และแยกแยะตัวอย่างที่ครูให้ได้ว่าตัวอย่างทางบวกและทางลบมีคุณลักษณะอย่างไร แตกต่างกันอย่างไร รวมทั้งในการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับคุณลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไม่ครบสมบูรณ์นัก ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือมโนทัศน์ด้วยตนเองได้ ยกตัวอย่างเช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด เมื่อครูให้ตัวอย่างที่เส้นตรงสองเส้นขนานกันและตัวอย่างที่เส้นตรงสองเส้นไม่ขนานกัน แล้วให้นักเรียนตั้งสมมติฐานที่ได้จากการสังเกตเปรียบเทียบ และวิเคราะห์คุณลักษณะของตัวอย่างทางบวกและทางลบ พบว่า นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่ารูปแต่ละรูปที่อยู่ในตัวอย่างกลุ่มเดียวกันมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างข้อสมมติฐานได้ว่าเส้นขนานมีความสัมพันธ์อย่างไรกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด แต่เมื่อครูใช้คำถามกระตุ้น นักเรียนก็จะทำการสังเกต เปรียบเทียบ และมีความพยายามที่จะสร้างข้อสมมติฐานขึ้นอีก อีกทั้งในขั้นของการสรุปมโนทัศน์ นักเรียนไม่สามารถอภิปรายร่วมกันและนำไปสู่การสร้างข้อสรุปได้ ครูต้องคอยช่วยเหลือตลอดโดยการใช้คำถามนำเพิ่มเติมเพื่อช่วยให้นักเรียนเห็นแนวทางในการสร้างข้อสรุป เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนถึงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5-7 พบว่า นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการใช้การสังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์และแยกแยะคุณลักษณะของตัวอย่างทางบวกและทางลบ ทำให้นักเรียนสามารถแยกแยะคุณลักษณะของตัวอย่างทางบวกและทางลบได้ สามารถตอบคำถามของครูได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น รวมทั้งนักเรียนมีความพยายามแสดงความคิดเห็นและสร้างข้อสมมติฐานร่วมกันภายในกลุ่มมากขึ้น มีการอภิปรายร่วมกันจนนำไปสู่ข้อสรุป แต่เป็นข้อสรุปที่ไม่สมบูรณ์มากนัก ครูต้องช่วยปรับภาษาให้มีความชัดเจนและครอบคลุมยิ่งขึ้น และเมื่อจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนถึงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8-11 พบว่า นักเรียนสามารถสร้างสมมติฐาน

ได้ด้วยตนเอง มีการวิพากษ์วิจารณ์ ยกตัวอย่างสนับสนุนและยกตัวอย่างโต้แย้งความคิดเห็นหรือสมมติฐานของเพื่อนนักเรียน โดยใช้ความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างสมเหตุสมผล นักเรียนสามารถเพิ่มเติมตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบได้ด้วยตนเอง และในขั้นสรุปมโนทัศน์ นักเรียนสามารถคิดวิเคราะห์ อภิปรายร่วมกันทั้งภายในกลุ่มย่อยและภายในชั้นเรียนจนนำไปสู่ข้อสรุปหรือมโนทัศน์ ได้ด้วยตนเอง

จะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์นั้น ส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Anjum (2014) ที่พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของยลนภา พลชัย (2548) ที่พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ ส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำกำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของอัมพร ม้าคนอง (2552) ที่พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และคำถามระดับสูง สูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนสามารถอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผลที่สื่อความหมายชัดเจน มีจำนวนเพิ่มมากขึ้น

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะต้องแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนการตั้งสมมติฐานของกลุ่มตนเองและโต้แย้งสมมติฐานของผู้อื่น การใช้เหตุผลในการพิจารณาคัดเลือกสมมติฐานเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปหรือมโนทัศน์ รวมทั้งวิธีการหาคำตอบของตนเอง นอกจากนี้นักเรียนยังฝึกการแสดงเหตุผลได้โดยการเขียนอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบในใบกิจกรรม แบบฝึกหัด และการอภิปรายร่วมกันผ่านการทำงานเป็นกลุ่มแบบคละความสามารถ ทั้งภายในกลุ่มย่อยและในชั้นเรียน โดยที่ครูคอยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและใช้ภาษาในการอธิบายหรือแสดงเหตุผลประกอบแนวคิด ซึ่งจะทำให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลมากขึ้น นอกจากนี้

การวิพากษ์วิจารณ์ในชั้นเรียนทำให้นักเรียนเห็นมุมมองความคิดที่แตกต่างและหลากหลาย จากเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยให้นักเรียนมีมุมมองที่กว้างขึ้น อันจะเป็นการปลูกฝังความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนโดยไม่รู้ตัว สอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 50) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรให้นักเรียนปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematics context) และบริบทอื่น ๆ มากกว่าจะเป็นเพียงการสอนหรือบอกให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น การที่นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

เมื่อพิจารณาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ จะพบว่า มีขั้นตอนที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ในขั้นที่ 3 ขั้นการตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบ และวิเคราะห์จำแนกคุณลักษณะของตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ ว่าตัวอย่างทางบวกและทางลบ มีอะไรที่เหมือนกัน และมีอะไรที่ต่างกัน ตัวอย่างคำถามที่ครูใช้กระตุ้นนักเรียน เช่น "ทำไม" "เพราะเหตุใด" "มีความสัมพันธ์กันอย่างไร" เป็นต้น ซึ่งเป็นคำถามที่นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการสังเกต อธิบายเหตุผลและแนวคิดของตนเอง เพื่อนำไปสู่การตั้งสมมติฐานถึงคุณลักษณะของมโนทัศน์ ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ (Closure) เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดโดยการนำเสนอสมมุติฐานของตนเองด้วยการพูดอธิบายความรู้และเหตุผลที่ใช้สนับสนุนสมมติฐานของตนเอง โต้แย้งสมมติฐานของเพื่อนอย่างมีเหตุมีผล และฝึกการคิดสังเคราะห์เพื่อให้ได้สมมติฐานที่สมเหตุสมผล ซึ่งการคิดสังเคราะห์เป็นรูปแบบหนึ่งของการคิดให้เหตุผล ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดความชัดเจนในการให้เหตุผลมากขึ้น และขั้นที่ 5 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Application) เป็นขั้นที่นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้จากขั้นที่ 4 ไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ ทำให้นักเรียนได้เชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ได้ไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องใช้กระบวนการคิดอย่างมีเหตุผลเพื่อที่จะหาแนวทางการแก้ปัญหา โดยการนำความรู้หรือมโนทัศน์ที่ได้มาเป็นเหตุผลสนับสนุนแนวคิดของตนเอง เพื่อให้คำตอบหรือข้อสรุปนั้นสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น จะเห็นได้ว่าขั้นนี้เป็นอีกขั้นตอนหนึ่งที่นักเรียนได้มีโอกาสแสดงเหตุผลของตนเองได้อย่างเต็มที่

นอกจากนี้ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-4) ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถวิเคราะห์คุณลักษณะและความสัมพันธ์ของตัวอย่างทางบวกและทางลบ ไม่สามารถสร้างข้อสมมติฐาน

รวมทั้งไม่สามารถอธิบายแนวคิดและเหตุผลสนับสนุนสมมติฐานของตนเอง ยกตัวอย่างเช่น แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ในการทำใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง "เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด" ครูให้นักเรียนวัดขนาดของมุมในแต่ละรูปที่กำหนดให้ แล้วให้นักเรียนช่วยกันตั้งข้อสมมติฐานที่ได้ ปรากฏว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถสร้างสมมติฐานได้อย่างครบถ้วนสมบูรณ์ การนำเสนอแนวคิดสนับสนุนการสร้างสมมติฐานที่ได้ยังไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผล มีการนำประเด็นหรือข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการให้เหตุผลหรือวิธีการที่ใช้ในการสร้างข้อสรุปเกิดจากการคาดเดาหรือใช้การอ้างเหตุผลที่ไม่มีชัดเจน นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่เมื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิดหรือแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบที่ได้ ปรากฏว่านักเรียนอธิบายได้ไม่ชัดเจน โดยสังเกตได้จากการทำแบบฝึกหัดในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนสามารถบอกได้เพียงว่ารูปที่กำหนดให้เป็นเส้นขนาน แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบได้หรือบางคนอธิบายเหตุผลประกอบได้แต่ไม่ชัดเจน ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เริ่มแรกผู้วิจัยจะต้องใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองออกมา เช่น "นักเรียนสังเกตได้อย่างไรว่ารูปที่กำหนดให้เป็นเส้นขนานหรือไม่" ซึ่งนักเรียนจะตอบคำถามโดยการอธิบายอ้างอิงจากข้อสรุปหรือมโนทัศน์ที่ได้ เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนถึงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5-7 พบว่า นักเรียนเริ่มมีความกระตือรือร้นมากขึ้น สนใจที่จะสังเกต และเปรียบเทียบตัวอย่างที่ครูนำเสนอ โดยสังเกตได้จากการพูดอภิปราย วิพากษ์วิจารณ์กันภายในกลุ่มย่อยและในชั้นเรียน สามารถอธิบายแนวคิดที่ใช้สนับสนุนการตั้งสมมติฐานของตนเอง และโต้แย้งสมมติฐานของเพื่อนนักเรียนคนอื่นอย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปหรือมโนทัศน์ และเมื่อจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนถึงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8-11 พบว่า นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปหรือมโนทัศน์ที่ถูกต้องและสมเหตุสมผลได้มากยิ่งขึ้น สามารถอธิบายแนวคิดที่ใช้สนับสนุนการตั้งสมมติฐานและข้อสรุปได้อย่างชัดเจน และนักเรียนสามารถนำความรู้หรือมโนทัศน์ที่ได้มาเป็นเหตุผลสนับสนุนแนวคิดหรือการตัดสินใจ ของตนเองได้อย่างเหมาะสม

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ในขั้นที่ 3 และ 4 ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการสังเกต เปรียบเทียบ และสร้างข้อสมมุติฐาน ไม่ควรรีบบอกหรืออธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การสรุปที่สมเหตุสมผล และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ ครูควรเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง และให้คำแนะนำหากนักเรียนเกิดข้อสงสัย

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ในขั้นที่ 2 ขั้นการให้ตัวอย่าง ครูควรให้ตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอที่จะครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์ที่สอน และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนในการแยกแยะความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ

3. ในการเป็นผู้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ ในขั้นที่ 4 ขั้นสรุปมโนทัศน์ ซึ่งต้องมีการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ครูต้องระวังไม่ให้ความคิดเห็นของตนเองมีบทบาทในการอภิปรายมากเกินไป

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ไปใช้ในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ร่วมกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา หรือการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ความเท่ากันทุกประการ ความคล้าย เป็นต้น

3. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์กับกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่น ๆ

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพ ฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์, 46*(530-532), 54-57.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2555). *การคิดเชิงมโนทัศน์* (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ: ซัคเซสมีเดีย.

จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ. (2550). *การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง*. ปริญญานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ชัยพร วิชชาวุธ. (2521). *มูลสารจิตวิทยา*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2553). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย*. กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์.

ณัฐไฉไล พริ้งมาดี. (2544). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี. (2542). *วิทยาการด้านการคิด*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

ทิศนา แขมมณี. (2555). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 16). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นาตยา ปิลันธนานนท์. (2542). *การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept learning)*. กรุงเทพฯ: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

บุญทัน อยู่บุญชม. (2529). *พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ: โอเดียนาโตร์.

ปราณี พรภวิษย์กุล. (2549). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2541). การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษา ในศตวรรษที่ 21. *วารสาร สสวท, 41*(474-475), 65-68.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. (2532). *การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ: สารการศึกษาการพิมพ์.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใช้มัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2545). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: เมธีทิพย์.

พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2548). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ ออฟ เคอร์มีสท์.

ยลนภา พลชัย. (2548). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2545). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โยธิน ศันสนยุทธ. (2523). *จิตวิทยาสำหรับครู*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โรงเรียนพนัสพิทยาคาร. (2557). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. เข้าถึงได้จาก http://www.panatp.ac.th

วรรณี ธรรมโชติ. (2550). *หลักการคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. (2537). *แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด*. สารพัฒนาหลักสูตร, *13*(117), 49-51.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2546). *การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล. (2542). *การคิดและการตัดสินใจ*. กรุงเทพ: เธิร์ดเวฟ เอ็ดดูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: เอส. พี. เอ็น. การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *TIMSS 2011*. เข้าถึงได้จาก http://www.ipst.ac.th/files/executive%20TIMSS%202011_PPT.pdf

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. ปริญญานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สรัชฌา ตัณธนาธิป. (2557, 16, มิถุนายน). ครูชำนาญการพิเศษ. สัมภาษณ์.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2548). *การนำแผนที่ความคิดมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. วารสารคณิตศาสตร์, *48*(554-556), 3.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2551). *ความสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก http://203.172.205.25/ftp/intranet/mc41/area/gift-math02.htm.

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2544). *กิจกรรมพัฒนาผู้เรียนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว).

สุรชัย ขวัญเมือง. (2532). *วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ: หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมการฝึกหัดครู.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. (2549). *วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ. (2547). *กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). *เทคนิคและวิธีสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

องอาจ นัยพัฒน์. (2548). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สามลดา.

อรพรรณ เลื่อนแป้น. (2555). *การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร*. ปริญญานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ. (2553). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). *คณิตศาสตร์: ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2552). *รายงานการวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง*. คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2550). *หลักการสอน* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

Anjum, K. S. (2014). A study of effect of concept attainment model on achievement of geometric concepts of VIIf standard students of english medium students of aurangbad City[Abstract]. *Scholarly Research Journal for Interdisciplinary Studies*, *2*(15), 2451.

Artzt, A. F., & Shirel, Y. (1999). Mathematical reasoning during small-group problem solving. In S. V. Lee (Ed.). *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 115-126). New York: Reston.

Ausubel, P. D. (1968). *Education psychology: A cognitive view*. New York: Rinehart and Winston.

Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: helping children think mathematically*. New York: McGraw-Hill.

California State Department of Education. (1989). California generalized rubric for math. Retrieved from http://lawatschalgebra.wikispaces.com/file/view/Witing,%20Graphing%20Rubric%20and%20PIE.pdf/344408438/Witing,%20Graphing%20Rubric%20and%20PIE.pdf

Cooney, J., Davis, E. J. & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of teaching secondary school sathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.

Das, S. K. (2013). *Effectiveness of concept attainment model and advance organizer model in mathematics achievement among ninth grade students in roopnaga district of punjab*. Retrieved from http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2329883.

De Cecco, J. P. (1968). *The psychology of learning and instruction: education psychology*. Boston: Houghton Mifflin.

Eggen, P. D., & Kauchak D. P. (2001). *Strategies for teachers teaching content and thinking skills* (4th ed.). United states of America: Pearson Education.

Gage, R. L. (1976). A student of effects of positive and negative instances on the acquisition of elected algebra concept as a function of cognitive style. *Dissertation Abstracts International, 37*(8), 4929-A.

Good, C. V. (1973). *Dictionary of education* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill.

Greenwood, J. J. (1993). On the nature of teaching and assessing mathematics power and mathematics Think. *Arithmetic Teacher, 41*(3), 144-152.

Guilford, J. P., & Hoepfner, R. (1971). *The analysis of intelligence*. New York: McGraw-Hill.

Gunter, M. A., Estes, T. H., & Schwab, J. (2007). *Instruction: A model approach*. Boston: Allyn and Bacon.

Hoehn, L. P. (1973). An experimental study of teaching a mathematical concept via positive and nedative instances.*Dissertation Abstracts International*, *34*(8), 4870-A.

Joyce, B., & Weil, M. (2004). *Models of teaching* (7th ed.). Boston: Allyn and Bacon.

Klausmeier, H. J. & Riple, R. E. (1971). *Learning and human abilities*. New York: Harper International Edition.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.

Lasley, T. J., & Matczynski, T. J. (2002). *Instructional models: Strategies for teaching in a diverse society* (2nd ed.). Belmont: Wadsworth.

McDonald, F. J. (1959). *Education psychology*. San Francisco: Wadworth.

O' Daffer P. G. & Thornquist, B. A. (1993). Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof. In *Research Ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 39-56). New York: MacMilan

Phitchard, F. F. (1994). *Teaching thinking across the curriculum with the concept attainment model*. Retrieved from http://imet.csus.edu/imet10/280/docs/pritchard_concept_ attainment.pdf

Rami, R. (2010). *Effect of concept attainment model on mathematics concept understanding class VII students*. Retrieved from http://bcmcollege.blogspot.com.

Russell, D. H. (1956). *Children's thinking*. Boston: Ginnang Company.

Stiggins, R. J. (1997). *Student-Center classroom assessment* (2nd ed.). New Jersey: Prentice-Hall.

The Nation Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of learning in secondary school mathematics: Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. New York: McGraw-Hill.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อทำการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บัญญัติ สร้อยแสง	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์รังสิต)
2. ดร. คมสัน ตรีไพบูลย์	อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. อาจารย์ประจวบ วิสมล	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี
4. อาจารย์ดารารัตน์ สายดาราสมุทร	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี
5. อาจารย์สรัชฌา ตัณธนาธิป	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว ๐๑๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๓๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บัญญัติ สร้อยแสง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๓ ชุด

ด้วยนางสาวสถาปนา บุญมาก นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เขษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สาขาวิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๗-๕๒๐๓๑๙๓

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๗ **วันที่** ๕ มกราคม พ.ศ. ๒๕๕๘
เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย

เรียน ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์

ด้วยนางสาวสถาปนา บุญมาก นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๒ ๐๐๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายประจวบ วิสมล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสถาปนา บุญมาก นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๗-๕๒๐๓๓๗๒

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว ๐๐๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๖ มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางดาราวัตน์ สายดาราสมุทร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสถาปนา บุญมาก นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๙๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๙๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๗-๕๒๐๑๓๙๓

ที่ ศธ ๖๖๒๑/

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวัชฌา ตันธนาธิป

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสถาปนา บุญมาก นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๗-๕๒๐๑๑๙๓

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๒๕๗

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

กุมภาพันธ์ ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนัสพิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสถาปนา บุญมาก นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๕ จำนวน ๕๐ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ – ๑๐ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๙๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๙๘๕
ผู้วิจัยโทร ๐๘๙-๕๒๐๑๑๙๓

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๒๙๙

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๓๓๑

๙ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนัสพิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๓ ชุด

ด้วยนางสาวสถาปนา บุญมาก นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" อยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๑๐ จำนวน ๕๐ คน ขอสนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๖ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ – ๒๗ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพา เรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัยโทร ๐๘๗-๕๒๐๑๓๙๓

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์
- เฉลยใบกิจกรรมที่ 4 และแบบฝึกหัดที่ 4 ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- เฉลยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบวัดความความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- เฉลยแบบทดสอบวัดความความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ เส้นขนาน เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

รายวิชา ค 22102 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เวลา 2 คาบ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม. 2/1 ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

ค 6.1 ม.1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากที่เรียนจบคาบนี้แล้ว

1. ด้านความรู้

1.1 นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าเส้นตรงสองเส้นจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

2. ด้านทักษะ/ กระบวนการ

2.1 นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่

3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

3.1 นักเรียนมีความรับผิดชอบ

สาระสำคัญ/ ความคิดรวบยอด

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

สาระการเรียนรู้

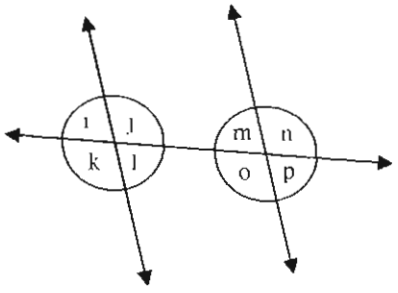
- เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>คาบที่ 1</u>

ขั้นกำหนดมโนทัศน์

1. ครูกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด จากนั้นทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับ มุมภายในที่อยู่บนข้างเตียวกันของเส้นตัด โดยครูวาดรูปบนกระดาน ดังนี้



และใช้คำถาม ดังนี้

- จากรูปที่กำหนดให้ มุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด (j กับ m และ i กับ o)

ขั้นการให้ตัวอย่าง

2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน แบบคละความสามารถ จากนั้นครูให้ตัวอย่างเส้นตรงที่ขนานกันและเส้นตรงที่ไม่ขนานกัน โดยแจกใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวัดขนาดของมุมในแต่ละรูปที่กำหนดให้

ขั้นการตั้งสมมติฐาน

3. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำการสังเกต วิเคราะห์ และเปรียบเทียบคุณลักษณะของตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ในใบกิจกรรมที่ 4 โดยครูใช้คำถาม ดังนี้

- มุมที่กำหนดให้ในตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 คือมุมอะไร
- มุมที่กำหนดให้ในตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
- มุมที่กำหนดให้ในตัวอย่างกลุ่มที่ 2 มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
- นักเรียนลองเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของมุมในตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และความสัมพันธ์ของมุมในตัวอย่างกลุ่มที่ 2 ว่ามีข้อแตกต่างกันอย่างไร

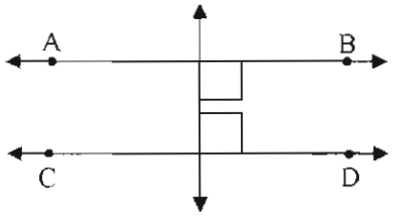
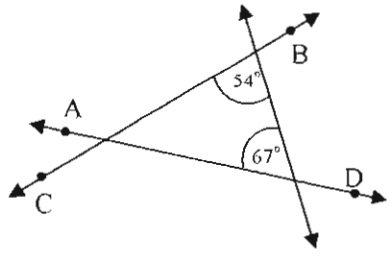
จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มบันทึกคุณลักษณะของตัวอย่างทั้งสองกลุ่มลงในใบกิจกรรมที่ 4 ตอนที่ 2

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยครูใช้คำถามนำ ดังนี้

- จากคุณลักษณะของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 นักเรียนสามารถสร้างสมมติฐานได้ว่าอย่างไร เพราะเหตุใด

จากนั้นนักเรียนช่วยกันตั้งสมมติฐานพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ

5. ครูเพิ่มตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 อีกบนกระดาน แล้วให้นักเรียนช่วยกันสังเกตและเปรียบเทียบคุณลักษณะของตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 อีกครั้ง เพื่อที่จะตัดสมมติฐานที่ไม่ใช่ออกไป เช่น

กลุ่มที่ 1 $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$	กลุ่มที่ 2 $\overleftrightarrow{AB}$ ไม่ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$
	1. 

จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มบันทึกสมมติฐานที่กลุ่มของตนเองสร้างขึ้นพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบลงในใบกิจกรรมที่ 4 ตอนที่ 2

ขั้นสรุปมโนทัศน์

6. ครูให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอสมมติฐานของกลุ่มตนเอง และอธิบายถึงเหตุผลที่ใช้ในการตั้งสมมติฐาน จากนั้นครูและเพื่อนนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อคัดเลือกสมมติฐานที่สมเหตุสมผล พร้อมทั้งอธิบายถึงเหตุผลที่ใช้ในการเลือกสมมติฐาน

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อความรู้หรือมโนทัศน์ที่ได้จากการคัดเลือกสมมติฐานอีกครั้ง เพื่อความชัดเจนและครอบคลุมยิ่งขึ้น โดยสรุปว่า "ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา"

8. ครูให้นักเรียนพิจารณาว่า จากข้อความรู้หรือมโนทัศน์ข้างต้น สามารถกล่าวในทางกลับกันว่า "ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน" ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งนักเรียนควรจะตอบว่า "ได้" โดยนักเรียนอาจจะให้เหตุผลจากการอ้างอิงมโนทัศน์เดิมในเรื่องระยะห่างระหว่างเส้นขนาน

9. จากข้อสรุปของเส้นขนานที่กล่าวว่า "ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา" และ "ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน" ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย จนได้ข้อสรุปดังนี้ "เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา"

<u>คาบที่ 2</u>

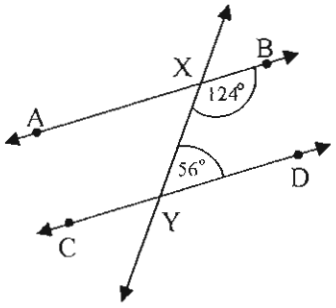
ขั้นการประยุกต์ใช้

10. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มยกตัวอย่างรูปเส้นตรงที่ขนานกัน (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา) และรูปเส้นตรงที่ไม่ขนานกัน (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา) มาอย่างละ 2 ตัวอย่าง แล้วสุ่มแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ โดยครูและเพื่อนนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง หากพบว่าผิด ครูและเพื่อนนักเรียนช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้องสมบูรณ์

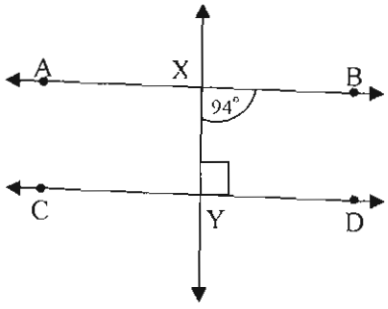
11. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 บนกระดาน ให้นักเรียนตอบคำถาม พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1)



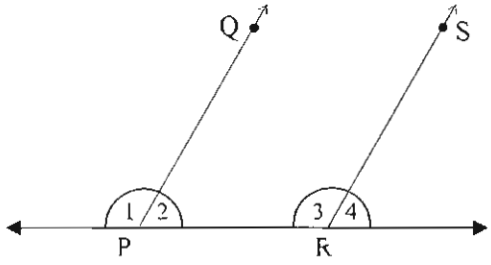
2)



วิธีทำ 1) $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 124 + 56 = 180 องศา

2) $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 94 + 90 = 184 องศา ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศา

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{PQ}$ // $\overrightarrow{RS}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{3}$



พิสูจน์

$\overrightarrow{PQ}$ // $\overrightarrow{RS}$ มี $\overleftrightarrow{PR}$ เป็นเส้นตัด	(กำหนดให้)
$\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$	(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน เท่ากับ 180°)
$\hat{2} + \hat{1} = 180^\circ$	(ขนาดของมุมตรง)
จะได้ $\hat{2} + \hat{1} = \hat{2} + \hat{3}$	(สมบัติของการเท่ากัน)
ดังนั้น $\hat{1} = \hat{3}$	(นำ $\hat{2}$ มาลบทั้งสองข้างของสมการ)

12. ให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยมีครูเป็นผู้คอยช่วยเหลือหากนักเรียนมีข้อสงสัย

สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
2. แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
3. เครื่องมือวัดมุม เช่น ไม้โปรแทรกเตอร์, ครึ่งวงกลม

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ 1. สามารถอธิบายได้ว่าเส้นตรงสองเส้นจะขนานกันก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา	- การตรวจใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	- ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	- ความถูกต้องในการทำใบกิจกรรมร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะ/ กระบวนการ 1. สามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปใช้ในการให้เหตุผลว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่	- การตรวจแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	- แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	- ความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. ความรับผิดชอบ	สังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกตด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับดี

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายได้ว่าเส้นตรงสองเส้นจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่เขียนอธิบายได้แต่ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร เช่น นักเรียนบอกว่า เส้นตรงสองเส้นจะขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมภายในที่รวมกันเท่ากับ 180 องศา

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปใช้ในการพิสูจน์ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่ แต่มีนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถเขียนพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง ผู้วิจัยต้องชี้นำตลอด นอกจากนี้มีนักเรียนบางส่วนที่ขาดทักษะการวัดขนาดของมุม ครูจึงให้ข้อเสนอแนะและให้เพื่อนนักเรียนช่วยแนะนำ

นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดสำเร็จทันเวลา และทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อย และนักเรียนที่เรียนอ่อนยังไม่ค่อยกล้าแสดงความคิดเห็นให้เพื่อนในกลุ่มฟัง

ลงชื่อ.....ผู้ใช้แผนการจัดการเรียนรู้

(นางสาวสถาปนา บุญมาก)

แบบสังเกตด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

<u>คำชี้แจง</u> ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ-สกุล	พฤติกรรม						รวม
		ความรับผิดชอบในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด			ความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด			
		3	2	1	3	2	1	
1.								
2.								
3.								
4.								

เกณฑ์การให้คะแนนด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

3 หมายถึง นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดสำเร็จทันเวลาทุกครั้ง และทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อยทุกครั้ง

2 หมายถึง นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดสำเร็จทันเวลาทุกครั้ง และทำงานเป็นระเบียบเรียบร้อยบางครั้ง

1 หมายถึง นักเรียน ไม่มีความรับผิดชอบในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดสำเร็จทันเวลา และทำงานไม่เป็นระเบียบเรียบร้อย

การแปลผล

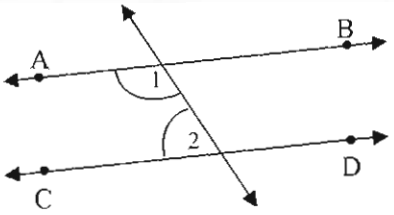
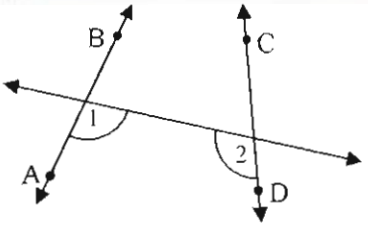
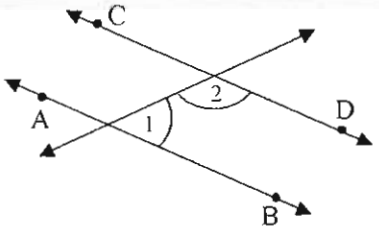
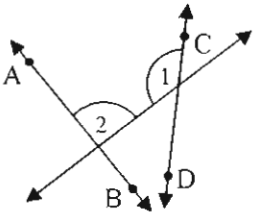
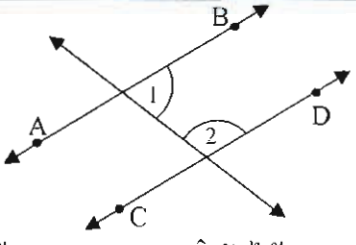
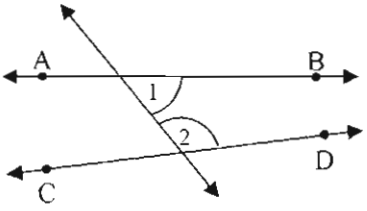
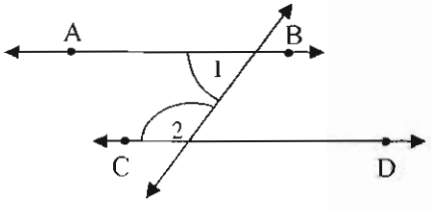
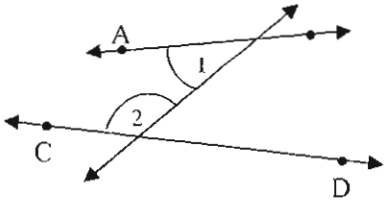
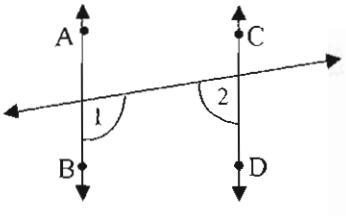
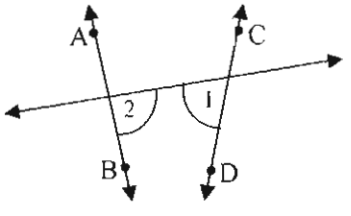
5-6 คะแนน อยู่ในระดับ ดี

3-4 คะแนน อยู่ในระดับ พอใช้

1-2 คะแนน อยู่ในระดับ ควรปรับปรุง

ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนวัดขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ในแต่ละรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งสังเกตความสัมพันธ์ของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ที่วัดได้

ตัวอย่างกลุ่มที่ 1 $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$	ตัวอย่างกลุ่มที่ 2 $\overleftrightarrow{AB}$ ไม่ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$
1.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา	2.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา
3.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา	4.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา
5.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา	6.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา
7.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา	8.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา
9.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา	10.  $\hat{1}$ วัดได้.....องศา $\hat{2}$ วัดได้.....องศา

ตอนที่ 2 จากการสังเกตกลุ่มตัวอย่างในตอนที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากการสังเกตตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และ 2 ให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และ 2 มีคุณลักษณะอย่างไร

คุณลักษณะของตัวอย่างกลุ่มที่ 1	คุณลักษณะของตัวอย่างกลุ่มที่ 2
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

2. จากการวิเคราะห์คุณลักษณะของกลุ่มตัวอย่างข้างต้น ให้นักเรียนลองตั้งข้อสมมติฐาน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ข้อสมมติฐาน คือ .....

.....

.....

เหตุผล เพราะ .....

.....

.....

3. ให้นักเรียนเขียนข้อสรุปที่ได้

.....

.....

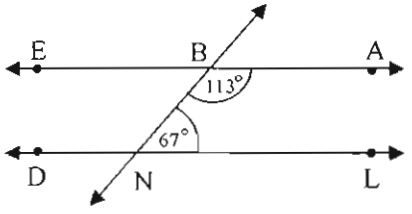
.....

.....

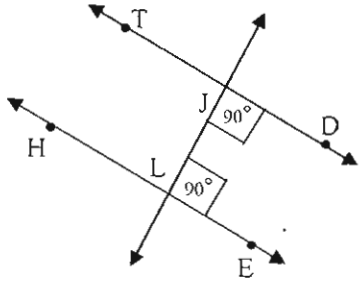
แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1. เส้นตรงคู่ที่กำหนดให้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

(1.1)



(1.2)



.....

.....

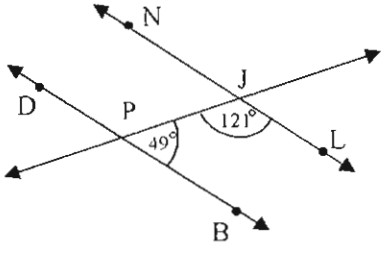
.....

.....

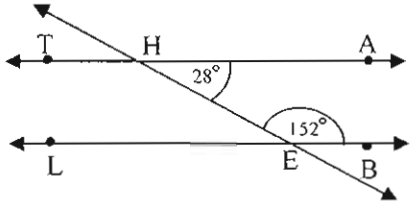
.....

.....

(1.3)



(1.4)



.....

.....

.....

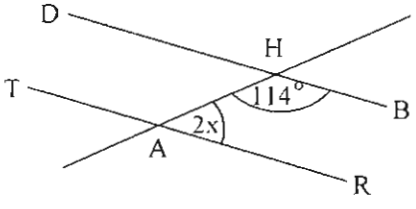
.....

.....

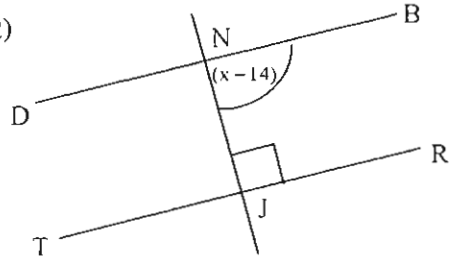
.....

2. จงหาค่าของ x เมื่อกำหนดให้ $\overline{DB} \parallel \overline{TR}$

(2.1)



(2.2)



.....

.....

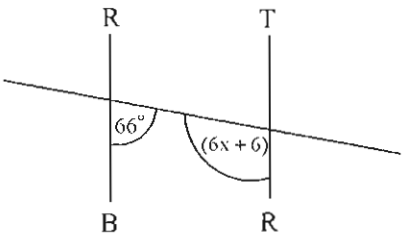
.....

.....

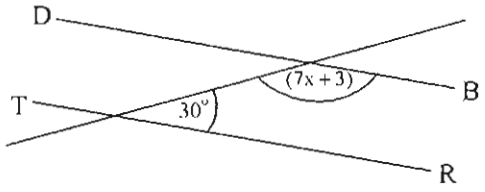
.....

.....

(2.3)



(2.4)



.....

.....

.....

.....

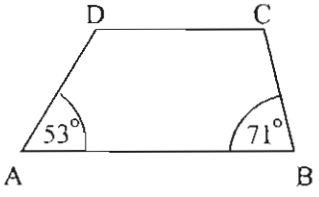
.....

.....

.....

.....

3.



จากรูป กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ดังรูป จงหาขนาดของ $A\hat{D}C$ และขนาดของ $B\hat{C}D$

.....

.....

.....

.....

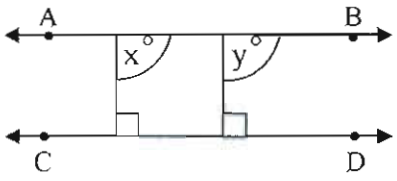
.....

.....

.....

.....

.....

4. 

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

จงหาค่าของ x และ y

.....

.....

.....

.....

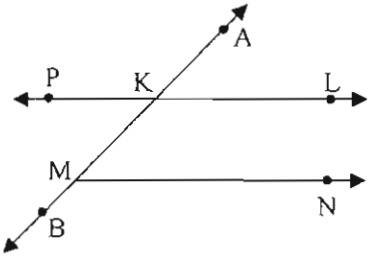
.....

.....

.....

.....

.....

5. 

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PL} // \overrightarrow{MN}$

จงพิสูจน์ว่า $B\hat{M}N = M\hat{K}L$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากใดๆ ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

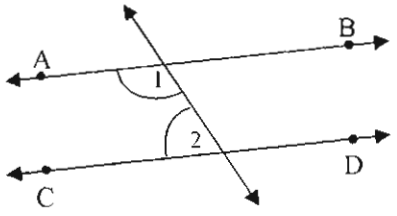
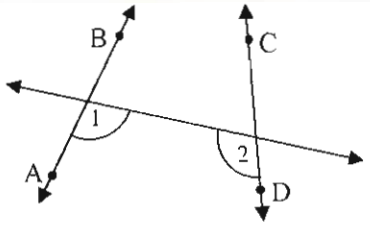
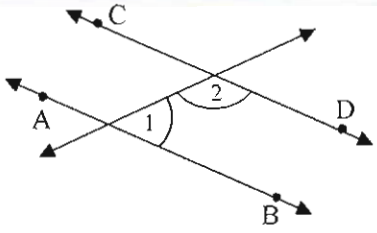
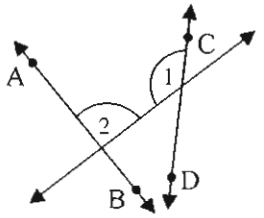
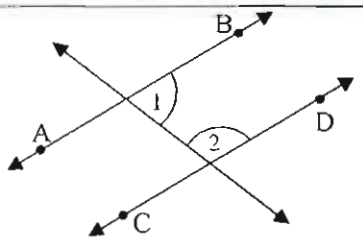
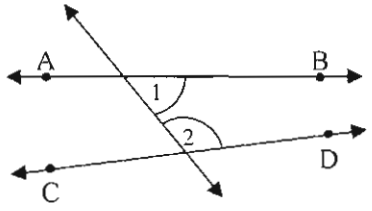
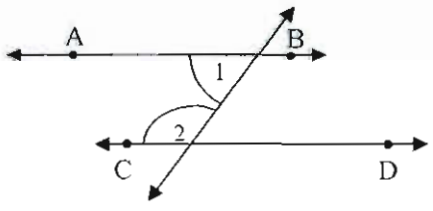
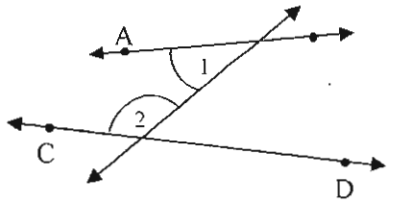
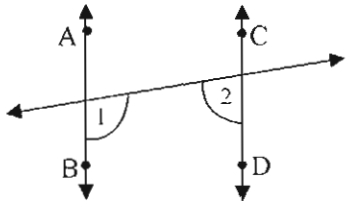
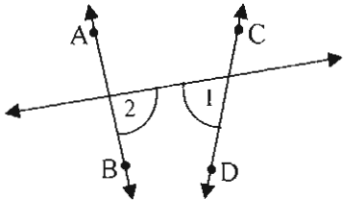
.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนวัดขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ในแต่ละรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งสังเกตความสัมพันธ์ของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ที่วัดได้

ตัวอย่างกลุ่มที่ 1 $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$	ตัวอย่างกลุ่มที่ 2 $\overleftrightarrow{AB}$ ไม่ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$
1.  $\hat{1}$ วัดได้ 117 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 63 องศา	2.  $\hat{1}$ วัดได้ 80 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 105 องศา
3.  $\hat{1}$ วัดได้ 52 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 128 องศา	4.  $\hat{1}$ วัดได้ 132 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 90 องศา
5.  $\hat{1}$ วัดได้ 68 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 112 องศา	6.  $\hat{1}$ วัดได้ 54 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 119 องศา
7.  $\hat{1}$ วัดได้ 55 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 125 องศา	8.  $\hat{1}$ วัดได้ 32 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 130 องศา
9.  $\hat{1}$ วัดได้ 97 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 83 องศา	10.  $\hat{1}$ วัดได้ 74 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 90 องศา

ตอนที่ 2 จากการสังเกตกลุ่มตัวอย่างในตอนที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากการสังเกตตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และ 2 ให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และ 2 มีคุณลักษณะอย่างไร

คุณลักษณะของตัวอย่างกลุ่มที่ 1	คุณลักษณะของตัวอย่างกลุ่มที่ 2
- มุมที่กำหนดให้เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด - มุมที่กำหนดให้รวมกันเท่ากับ 180 องศา	- มุมที่กำหนดให้เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด - มุมที่กำหนดให้รวมกันน้อยกว่า 180 องศา - มุมที่กำหนดให้รวมกันมากกว่า 180 องศา

2. จากการวิเคราะห์คุณลักษณะของกลุ่มตัวอย่างข้างต้น ให้นักเรียนลองตั้งข้อสมมติฐาน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ข้อสมมติฐาน คือ ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

เหตุผล เพราะ จากการวิเคราะห์และ เปรียบเทียบคุณลักษณะของตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม พบว่า ในตัวอย่างกลุ่มที่ 1 มุมที่กำหนดให้ในแต่ละรูปเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และขนาดของมุมรวมกันเท่ากับ 180 องศา

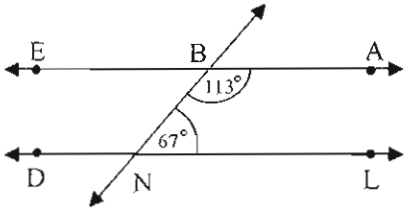
3. ให้นักเรียนเขียนข้อสรุปที่ได้

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

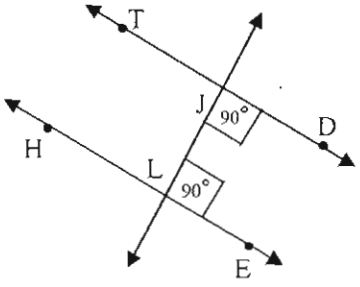
1. เส้นตรงคู่ที่กำหนดให้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

(1.1)



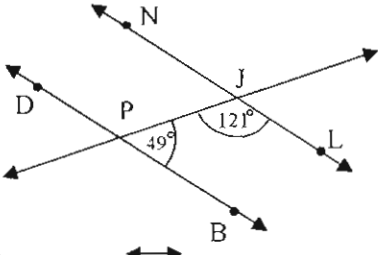
$\overleftrightarrow{EA} \parallel \overleftrightarrow{DL}$ เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $113 + 67 = 180$ องศา

(1.2)



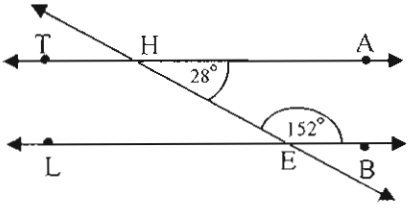
$\overleftrightarrow{HE} \parallel \overleftrightarrow{TD}$ เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $90 + 90 = 180$ องศา

(1.3)



$\overleftrightarrow{DB}$ ไม่ขนานกับ $\overleftrightarrow{NL}$ เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $49 + 121 = 170$ องศา ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศา

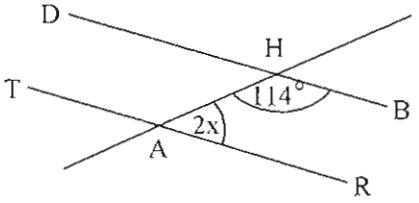
(1.4)



$\overleftrightarrow{TA} \parallel \overleftrightarrow{LB}$ เพราะขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $28 + 152 = 180$ องศา

2. จงหาค่าของ x เมื่อกำหนดให้ $\overline{DB} \parallel \overline{TR}$

(2.1)

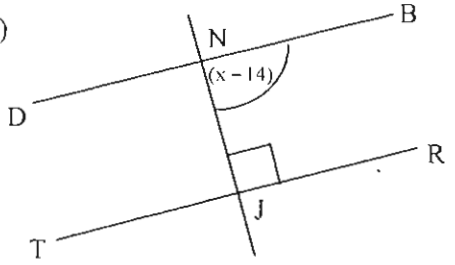


จะได้ $2x + 114 = 180$

$2x = 66$

$x = 33$

(2.2)

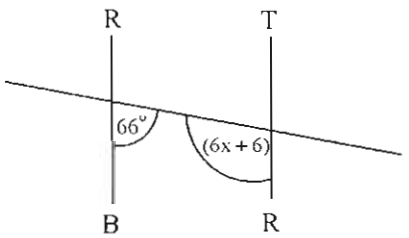


จะได้ $(x - 14) + 90 = 180$

$(x - 14) = 90$

$x = 104$

(2.3)



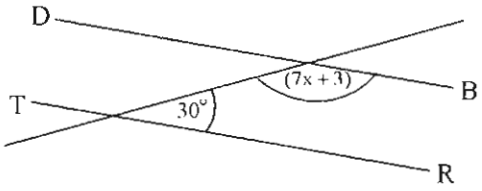
จะได้ $(6x + 6) + 66 = 180$

$(6x + 6) = 114$

$6x = 108$

$x = 18$

(2.4)

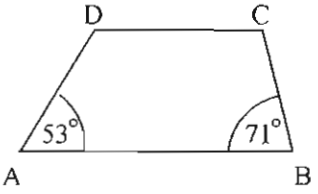


จะได้ $(7x + 3) + 30 = 180$

$(7x + 3) = 150$

$7x = 147$

$x = 21$

3. 

จากรูป กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ดังรูป จงหาขนาดของ $A\hat{D}C$ และขนาดของ $B\hat{C}D$

เนื่องจาก $\overline{AB} // \overline{CD}$

จะได้ $A\hat{D}C + 53^\circ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

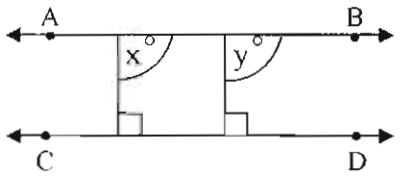
$A\hat{D}C = 180^\circ - 53^\circ$

ดังนั้น $A\hat{D}C = 127^\circ$

และ จะได้ $B\hat{C}D + 71^\circ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$B\hat{C}D = 180^\circ - 71^\circ$

ดังนั้น $B\hat{C}D = 109^\circ$

4. 

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

จงหาค่าของ x และ y

เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

จะได้ $x + 90 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

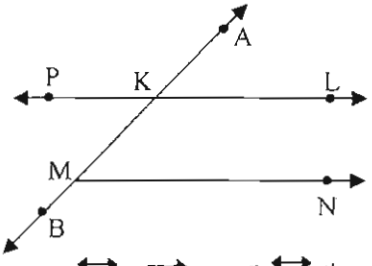
$x = 180 - 90$

ดังนั้น $x = 90$

และ จะได้ $y + 90 = 180$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$y = 180 - 90$

ดังนั้น $y = 90$

5. 

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PL} // \overrightarrow{MN}$

จงพิสูจน์ว่า $B\hat{M}N = M\hat{K}L$

เนื่องจาก $\overleftrightarrow{PL} // \overrightarrow{MN}$ และมี $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

$M\hat{K}L + K\hat{M}N = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$B\hat{M}N + K\hat{M}N = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

จะได้ $B\hat{M}N + K\hat{M}N = M\hat{K}L + K\hat{M}N$ (สมบัติของการเท่ากัน)

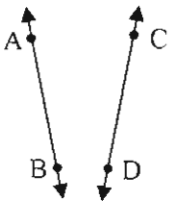
ดังนั้น $B\hat{M}N = M\hat{K}L$ (นำ $K\hat{M}N$ มาลบทั้งสองข้างของสมการ)

6. ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากใดๆ ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ขนานกัน เพราะจะเห็นได้ชัดว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีขนาดของมุมรวมกับเท่ากับ 90 + 90 หรือ 180 องศา ดังนั้นเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. 

จากรูป จงอธิบายว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ หรือไม่

ตอบ.....

.....

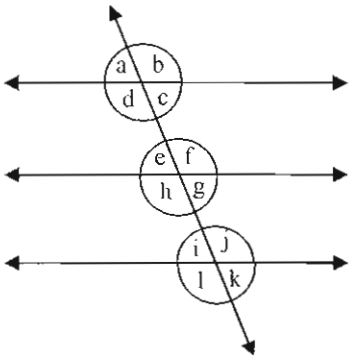
.....

.....

2. เส้นขนานคู่หนึ่ง มีระยะห่างระหว่างเส้นขนานเป็นอย่างไร

ตอบ.....

.....

3. 

จากรูป จงตอบคำถามต่อไปนี้

(1.) มุมใดเป็นมุมภายใน .....

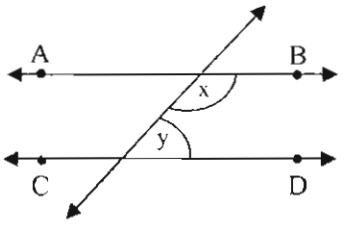
(2.) มุมใดเป็นมุมภายนอก .....

(3.) มุมคู่ใดเป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

.....

(4.) มุมคู่ใดเป็นมุมแย้ง .....

.....

4. 

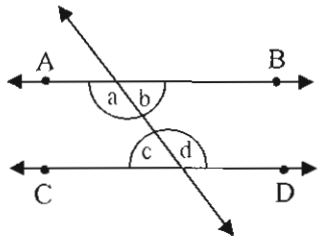
จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ จงพิจารณาว่า มุม x และมุม y มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย

ตอบ .....

.....

.....

.....

5. 

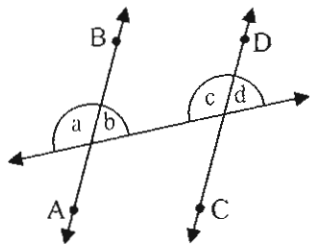
จากรูป ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ แล้ว มุมคู่ใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน จงอธิบาย

ตอบ .....

.....

.....

.....

6. 

จากรูป ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ แล้ว มุมคู่ใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน จงอธิบาย

ตอบ .....

.....

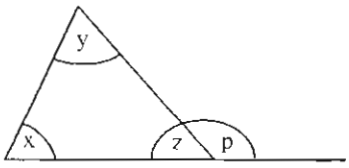
.....

.....

7. ถ้า a, b และ c เป็นขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใดๆ แล้ว a, b และ c มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ .....

.....

8. 

จากรูป จงอธิบายว่า x, y และ p มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

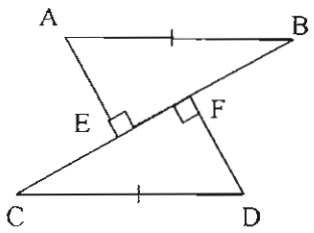
ตอบ .....

.....

.....

.....

.....

9. 

จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$ จงอธิบายว่า ΔABE และ ΔDCF มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย

ตอบ .....

.....

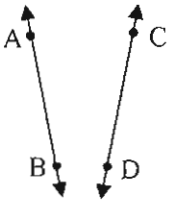
.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

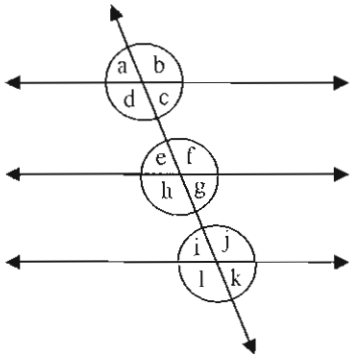
1. 

จากรูป จงให้เหตุผลเพื่อแสดงว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ หรือไม่

ตอบ $\overleftrightarrow{AB}$ ไม่ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ เนื่องจากหากลากเส้นตรงทั้งสองเส้นออกไปเรื่อยๆ จะทำให้เส้นตรงทั้งสองเส้นตัดกัน

2. เส้นขนานคู่หนึ่ง มีระยะห่างระหว่างเส้นขนานเป็นอย่างไร

ตอบ เส้นขนานคู่หนึ่งจะมีระยะห่างระหว่างเส้นขนานเท่ากันเสมอ

3. 

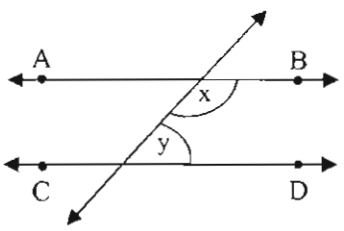
จากรูป จงตอบคำถามต่อไปนี้

(1.) มุมใดเป็นมุมภายใน ĉ, d̂, ê, f̂, ĥ, ĝ, î, ĵ

(2.) มุมใดเป็นมุมภายนอก â, b̂, Î, k̂

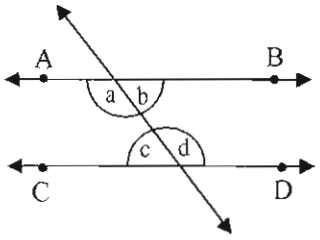
(3.) มุมคู่ใดเป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ĉ กับ f̂ , d̂ กับ ê, ĝ กับ ĵ และ ĥ กับ î

(4.) มุมคู่ใดเป็นมุมแย้ง ĉ กับ ê, ĉ กับ î, d̂ กับ f̂ , d̂ กับ ĵ, ĵ กับ ĥ และ î กับ ĝ

4. 

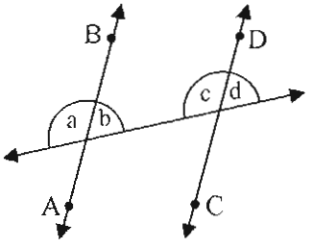
จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ จงพิจารณาว่า มุม x และมุม y มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย

ตอบ มุม x และ มุม y เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา

5. 

จากรูป ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ แล้ว มุมคู่ใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน จงอธิบาย

ตอบ เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ และมีเส้นตัด จึงได้ว่า มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน นั่นคือ $\hat{a} = \hat{d}$ และ $\hat{b} = \hat{c}$

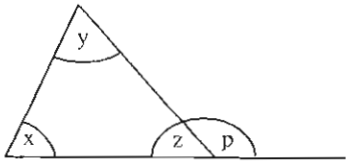
6. 

จากรูป ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ แล้ว มุมคู่ใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน จงอธิบาย

ตอบ เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB}$ // $\overleftrightarrow{CD}$ และมีเส้นตัด จึงได้ว่า มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน นั่นคือ $\hat{a} = \hat{c}$ และ $\hat{b} = \hat{d}$

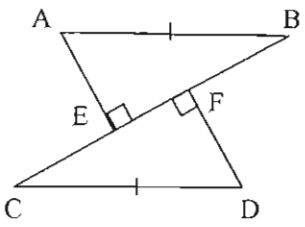
7. ถ้า a, b และ c เป็นขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใดๆ แล้ว a, b และ c มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ a, b และ c เป็นขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่รวมกันแล้วเท่ากับ 180 องศา หรือ $a + b + c = 180$ องศา

8. 

จากรูป จงอธิบายว่า x, y และ p มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น นั่นคือ $p = x + y$

9. 

จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$ จงอธิบายว่า ΔABE และ ΔDCF มีความสัมพันธ์กันอย่างไร จงอธิบาย

ตอบ เนื่องจาก (1) AB = CD (กำหนดให้)

(2) $A\hat{E}B = C\hat{F}D$ (เป็นมุมฉาก)

(3) $A\hat{B}C = D\hat{C}F$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น ΔABE และ ΔDCF เท่ากันทุกประการแบบ ม.ม.ด.

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

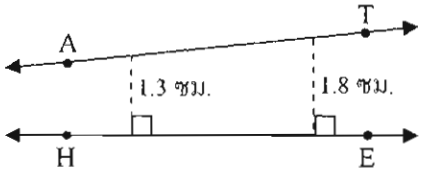
คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งให้เหตุผลอย่างละเอียด

1.

จากรูป ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นเส้นขนานหรือไม่พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ ..... เพราะ .....

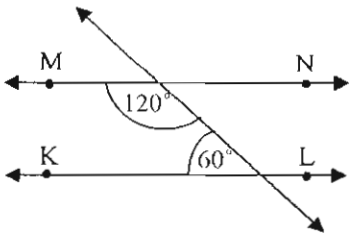
.....

2. 

จากรูป จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AT}$ // $\overleftrightarrow{HE}$ หรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ ..... เพราะ .....

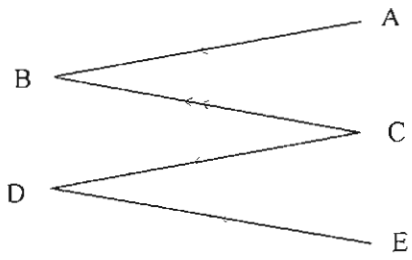
.....

3. 

จากรูป จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{MN}$ // $\overleftrightarrow{KL}$ หรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ ..... เพราะ .....

.....

4. 

กำหนดให้ $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ $\overline{BC} // \overline{DE}$

จงพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C = C\hat{D}E$

พิสูจน์.....

.....

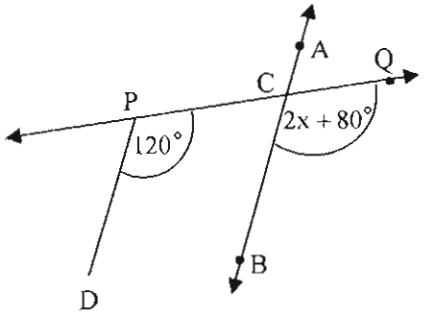
.....

.....

.....

.....

.....

5. 

กำหนดให้ $\overline{PD} // \overleftrightarrow{AB}$ มี $\overleftrightarrow{PQ}$ เป็นเส้นตัด

จงหาค่าของ x พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ .....

.....

.....

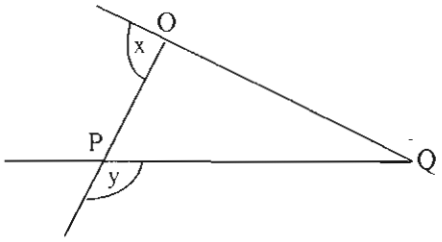
.....

.....

.....

.....

.....

6. 

จากรูป ΔPOQ เป็นรูปสามเหลี่ยม และ $x + y = 210^\circ$ จงหาขนาดของ $O\hat{Q}P$ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

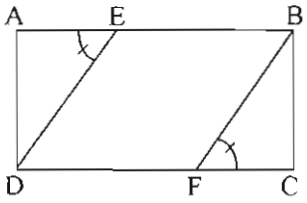
.....

.....

.....

.....

.....

7. 

กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มี $A\hat{E}D = B\hat{F}C$ แล้ว จงพิสูจน์ว่า DE = BF

พิสูจน์.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

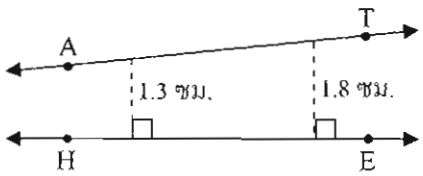
เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้ พร้อมทั้งให้เหตุผลอย่างละเอียด

1.

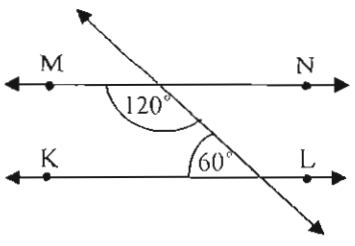
จากรูป ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นเส้นขนานหรือไม่พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ ไม่เป็นเส้นขนาน เพราะ ไม่เป็นเส้นตรง

2. 

จากรูป จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{AT}$ // $\overleftrightarrow{HE}$ หรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

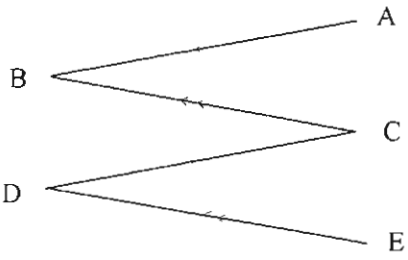
ตอบ ไม่ขนานกัน เพราะ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองเส้นไม่เท่ากัน

3. 

จากรูป จงพิจารณาว่า $\overleftrightarrow{MN}$ // $\overleftrightarrow{KL}$ หรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ ขนานกัน เพราะ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 120+60 = 180 องศา

4.



กำหนดให้ $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ $\overline{BC} // \overline{DE}$

จงพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C = C\hat{D}E$

พิสูจน์ เนื่องจาก $\overline{AB} // \overline{CD}$ มี $\overline{BC}$ เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

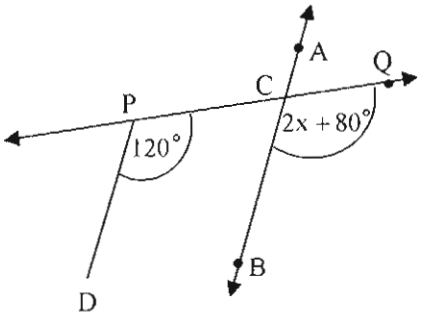
จะได้ $A\hat{B}C = B\hat{C}D$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $\overline{BC} // \overline{DE}$ มี $\overline{CD}$ เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

จะได้ $B\hat{C}D = C\hat{D}E$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น $A\hat{B}C = C\hat{D}E$ (สมบัติการถ่ายทอด)

5.



กำหนดให้ $\overline{PD} // \overleftrightarrow{AB}$ มี $\overleftrightarrow{PQ}$ เป็นเส้นตัด

จงหาค่าของ x พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ เนื่องจาก $\overline{PD} // \overleftrightarrow{AB}$ มี $\overleftrightarrow{PQ}$ เป็นเส้นตัด

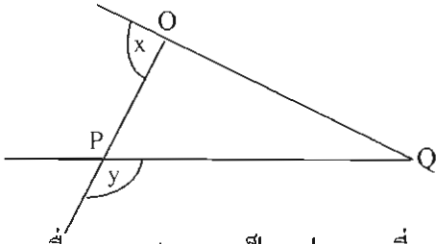
จะได้ $D\hat{P}C = B\hat{C}Q$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น $120 = 2x + 80$ (แทน $D\hat{P}C$ ด้วย 120 และแทน $B\hat{C}Q$ ด้วย $2x + 80$)

$2x = 120 - 80$

$2x = 40$

นั่นคือ $x = 20$

6. 

จากรูป ΔPOQ เป็นรูปสามเหลี่ยม และ $x + y = 210^\circ$ จงหาขนาดของ $O\hat{Q}P$ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ตอบ เนื่องจาก ΔPOQ เป็นรูปสามเหลี่ยม

จะได้ $x = O\hat{Q}P + Q\hat{P}O$ (ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)

จะได้ $y = P\hat{O}Q + O\hat{Q}P$ (ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)

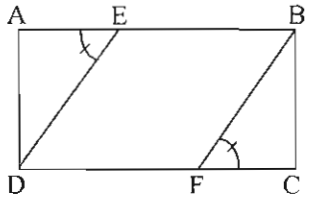
จาก $x + y = 210$ (กำหนดให้)

จะได้ $O\hat{Q}P + Q\hat{P}O + P\hat{O}Q + O\hat{Q}P = 210$ (แทน x ด้วย $O\hat{Q}P + Q\hat{P}O$ และแทน y ด้วย $P\hat{O}Q + O\hat{Q}P$)

$180 + O\hat{Q}P = 210$ ($O\hat{Q}P + Q\hat{P}O + P\hat{O}Q = 180^\circ$ เพราะขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180°)

$O\hat{Q}P = 210 - 180$

นั่นคือ $O\hat{Q}P = 30$

7. 

กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มี $A\hat{E}D = B\hat{F}C$ แล้ว จงพิสูจน์ว่า DE = BF

พิสูจน์ พิจารณา ΔAED และ ΔBFC

จะได้ $A\hat{E}D = B\hat{F}C$ (กำหนดให้)

$AD = BC$ (ด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

$D\hat{A}E = B\hat{C}F$ (มุมฉาก)

$\Delta ADE = \Delta CBF$ (ม.ม.ด.)

นั่นคือ $DE = BF$ (ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

ภาคผนวก ค

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
- คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
- คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ตารางที่ ค-1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					*IOC*
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
7	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
9	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
10	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
11	+1	+1	+1	0	+1	0.80

ตารางที่ ค-2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					*IOC*
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
1	0	+1	+1	+1	+1	0.80
2	+1	0	+1	+1	0	0.60
3	+1	0	+1	+1	+1	0.80
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
7	+1	0	+1	+1	+1	0.80

ตารางที่ ค-2 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					*IOC*
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
9	+1	0	0	+1	+1	0.60

ตารางที่ ค-3 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					*IOC*
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
1	0	+1	+1	+1	+1	0.80
2	+1	0	+1	+1	+1	0.80
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	0	+1	+1	+1	1.00
5	+1	0	+1	+1	+1	1.00
6	0	0	+1	+1	+1	1.00
7	+1	+1	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ ค-4 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.76	0.47
2	0.76	0.36
3	0.60	0.25
4	0.74	0.25
5	0.71	0.31

ตารางที่ ค-4 (ต่อ)

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
6	0.68	0.64
7	0.51	0.97
8	0.54	0.86
9	0.35	0.31
ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.72		

ตารางที่ ค-5 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.57	0.69
2	0.67	0.44
3	0.50	0.64
4	0.56	0.72
5	0.51	0.58
6	0.39	0.50
7	0.31	0.22
ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.75		

ตารางที่ ค-6 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 27 คะแนน)	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
1	26	96.30	ผ่านเกณฑ์
2	24	88.89	ผ่านเกณฑ์
3	25	92.59	ผ่านเกณฑ์
4	25	92.59	ผ่านเกณฑ์
5	18	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
6	26	96.30	ผ่านเกณฑ์
7	25	92.59	ผ่านเกณฑ์
8	17	62.96	ไม่ผ่านเกณฑ์
9	19	70.37	ผ่านเกณฑ์
10	23	85.19	ผ่านเกณฑ์
11	16	59.26	ไม่ผ่านเกณฑ์
12	18	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
13	18	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
14	25	92.59	ผ่านเกณฑ์
15	20	74.07	ผ่านเกณฑ์
16	13	48.15	ไม่ผ่านเกณฑ์
17	21	77.78	ผ่านเกณฑ์
18	14	51.85	ไม่ผ่านเกณฑ์
19	26	96.30	ผ่านเกณฑ์
20	21	77.78	ผ่านเกณฑ์
21	15	55.56	ไม่ผ่านเกณฑ์
22	25	92.59	ผ่านเกณฑ์
23	18	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
24	20	74.07	ผ่านเกณฑ์

ตารางที่ ค-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 27 คะแนน)	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
25	17	62.96	ไม่ผ่านเกณฑ์
26	26	96.30	ผ่านเกณฑ์
27	23	85.19	ผ่านเกณฑ์
28	24	88.89	ผ่านเกณฑ์
29	17	62.96	ไม่ผ่านเกณฑ์
30	19	70.37	ผ่านเกณฑ์
31	18	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
32	25	92.59	ผ่านเกณฑ์
33	26	96.30	ผ่านเกณฑ์
34	20	74.07	ผ่านเกณฑ์
35	24	88.89	ผ่านเกณฑ์
36	13	48.15	ไม่ผ่านเกณฑ์
37	20	74.07	ผ่านเกณฑ์
38	20	74.07	ผ่านเกณฑ์
39	23	85.19	ผ่านเกณฑ์
40	18	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
41	23	85.19	ผ่านเกณฑ์
42	20	74.07	ผ่านเกณฑ์
43	20	74.07	ผ่านเกณฑ์
44	14	51.85	ไม่ผ่านเกณฑ์
45	19	70.37	ผ่านเกณฑ์
46	20	74.07	ผ่านเกณฑ์
47	17	62.96	ไม่ผ่านเกณฑ์
48	17	62.96	ไม่ผ่านเกณฑ์

ตารางที่ ค-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 27 คะแนน)	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
49	23	85.19	ผ่านเกณฑ์
50	17	62.96	ไม่ผ่านเกณฑ์
เฉลี่ย	20.42		

จากตาราง พบว่า คะแนนเฉลี่ยของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือ 20.42 คะแนน โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 จำนวน 34 คน

ตารางที่ ค-7 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 21 คะแนน)	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
1	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
2	19	90.48	ผ่านเกณฑ์
3	20	95.24	ผ่านเกณฑ์
4	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
5	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
6	20	95.24	ผ่านเกณฑ์
7	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
8	14	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
9	17	80.95	ผ่านเกณฑ์
10	14	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
11	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
12	17	80.95	ผ่านเกณฑ์
13	17	80.95	ผ่านเกณฑ์

ตารางที่ ค-7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 21 คะแนน)	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
14	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
15	11	52.38	ไม่ผ่านเกณฑ์
16	12	57.14	ไม่ผ่านเกณฑ์
17	15	71.43	ผ่านเกณฑ์
18	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
19	17	80.95	ผ่านเกณฑ์
20	14	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
21	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
22	20	95.24	ผ่านเกณฑ์
23	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
24	17	80.95	ผ่านเกณฑ์
25	13	61.90	ไม่ผ่านเกณฑ์
26	17	80.95	ผ่านเกณฑ์
27	19	90.48	ผ่านเกณฑ์
28	20	95.24	ผ่านเกณฑ์
29	14	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
30	19	90.48	ผ่านเกณฑ์
31	17	80.95	ผ่านเกณฑ์
32	20	95.24	ผ่านเกณฑ์
33	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
34	15	71.43	ผ่านเกณฑ์
35	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
36	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
37	17	80.95	ผ่านเกณฑ์

ตารางที่ ค-7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 21 คะแนน)	คิดเป็นร้อยละ	ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
38	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
39	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
40	15	71.43	ผ่านเกณฑ์
41	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
42	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
43	11	52.38	ไม่ผ่านเกณฑ์
44	14	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
45	14	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
46	13	61.90	ไม่ผ่านเกณฑ์
47	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
48	14	66.67	ไม่ผ่านเกณฑ์
49	18	85.71	ผ่านเกณฑ์
50	16	76.19	ผ่านเกณฑ์
เฉลี่ย	16.36		

จากตาราง พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือ 16.36 คะแนน โดยมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 จำนวน 38 คน

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยโดยใช้โปรแกรม spss

1. ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ ง-1

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	50	20.4200	3.84968	.54443

One-Sample Test

	Test Value = 18.9					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
VAR00001	2.793	49	.007	1.52000	.4259	2.6141

ภาพที่ ง-1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้สถิติ t-test for one sample

2. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ ง-2

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	50	16.3600	2.45581	.34730

One-Sample Test

	Test Value = 14.7					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
VAR00001	4.790	49	.000	1.66000	.9621	2.3579

ภาพที่ ง-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติ t-test for one sample

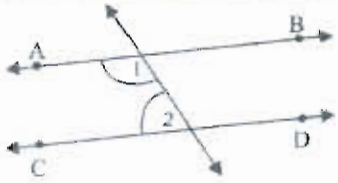
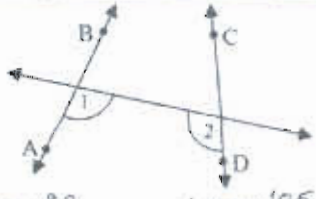
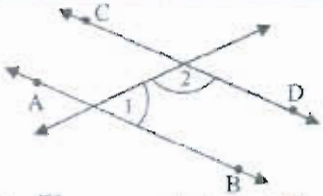
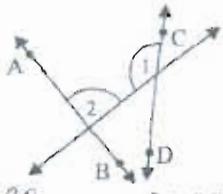
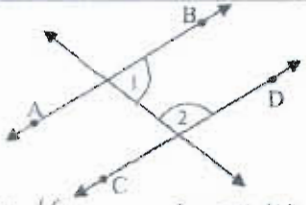
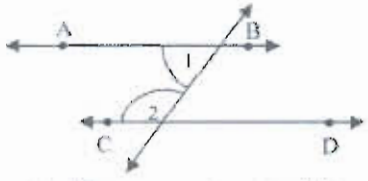
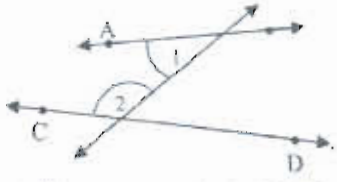
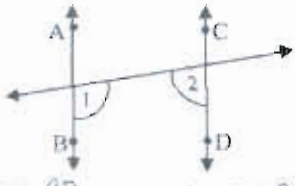
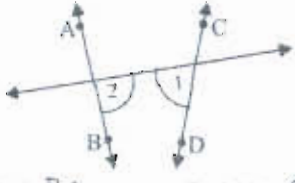
ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมและการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มที่ 3

ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนวัดขนาดของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ในแต่ละรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งสังเกตความสัมพันธ์ของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ที่วัดได้

ตัวอย่างกลุ่มที่ 1 $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$	ตัวอย่างกลุ่มที่ 2 $\overleftrightarrow{AB}$ ไม่ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$
1.  $\hat{1}$ วัดได้ 119 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 63 องศา	2.  $\hat{1}$ วัดได้ 80 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 105 องศา
3.  $\hat{1}$ วัดได้ 52 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 128 องศา	4.  $\hat{1}$ วัดได้ 90 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 132 องศา
5.  $\hat{1}$ วัดได้ 68 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 112 องศา	6. $\hat{1}$ วัดได้ 60 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 119 องศา
7.  $\hat{1}$ วัดได้ 55 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 125 องศา	8.  $\hat{1}$ วัดได้ 36 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 133 องศา
9.  $\hat{1}$ วัดได้ 97 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 83 องศา	10.  $\hat{1}$ วัดได้ 74 องศา $\hat{2}$ วัดได้ 90 องศา

ตอนที่ 2 จากการสังเกตกลุ่มตัวอย่างในตอนที่ 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากการสังเกตตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และ 2 ให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และ 2 มีคุณลักษณะอย่างไร

คุณลักษณะของตัวอย่างกลุ่มที่ 1	คุณลักษณะของตัวอย่างกลุ่มที่ 2
1 มุม 1 และมุม 2 เป็นมุมสลับในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด 2 มุม 1 และมุม 2 ไม่เท่ากัน 3 มุม 1 และมุม 2 บวกกันได้ 180°	1 มุม 1 และมุม 2 เป็นมุมสลับในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด 2 มุม 1 และมุม 2 ไม่เท่ากัน 3 มุม 1 และมุม 2 รวมกันไม่ได้ 180°

2. จากการวิเคราะห์คุณลักษณะของกลุ่มตัวอย่างข้างต้น ให้นักเรียนลองตั้งข้อสมมติฐาน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ข้อสมมติฐาน คือ ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วมีมุมสลับในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด จะรวมกันได้ 180°

เหตุผล เพราะ ขนาดของมุมในตัวอย่างกลุ่มที่ 1 บวกกันได้ 180°

3. ให้นักเรียนเขียนข้อสรุปที่ได้

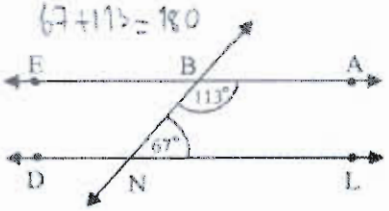
เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมสลับในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°

ชื่อ ภัณวรรณพร เกิดสม ชั้น 2/10 เลขที่ 41

แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1. เส้นตรงคู่ที่กำหนดให้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

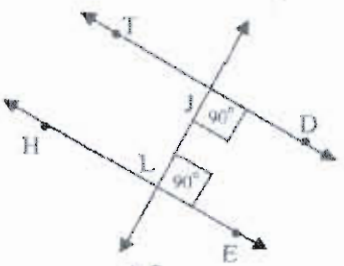
(1.1) $67+113=180$



$\overleftrightarrow{EA}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{DL}$

เพราะ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกัน ของเส้นตัดรวมกันได้ 180°

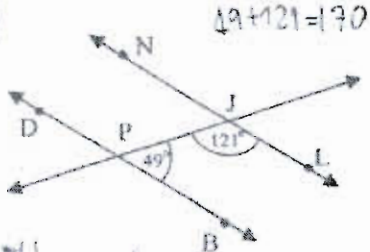
(1.2) $90+90=180$



$\overleftrightarrow{HE}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{TD}$

เพราะ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกัน ของเส้นตัดรวมกันได้ 180°

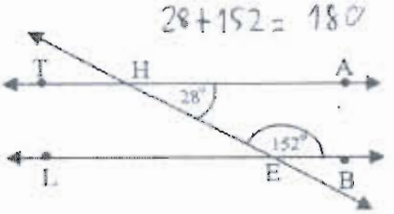
(1.3) $49+121=170$



$\overleftrightarrow{DB}$ ไม่ขนานกับ $\overleftrightarrow{NL}$

เพราะ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกัน ของเส้นตัดรวมกันได้ไม่เท่ากับ 180°

(1.4) $28+152=180$

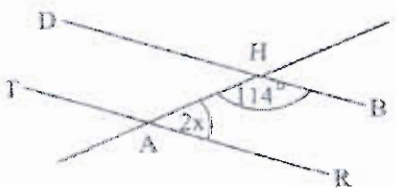


$\overleftrightarrow{TA}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{LB}$

เพราะ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกัน ของเส้นตัดรวม กันได้เท่ากับ 180

2. จงหาค่าของ x เมื่อกำหนดให้ $\overline{DB} \parallel \overline{TR}$

(2.1)



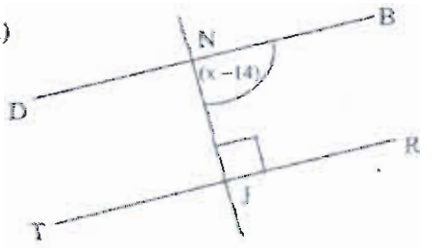
$2x+114=180$

$2x=180-114$

$2x=66$

$x=33$

(2.2)



$x-14+90=180$

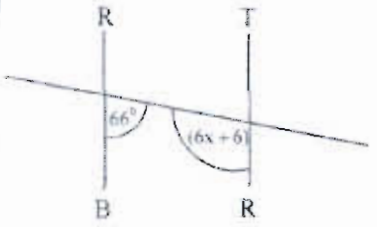
$x+76=180$

$x=180-76$

$x=104$

ชื่อ ศรัณย์ ธรรมมาร เลขที่ 31 ชั้น 2/10 เลขที่ 41

(2.3)



$66 + (6x+6) = 180$

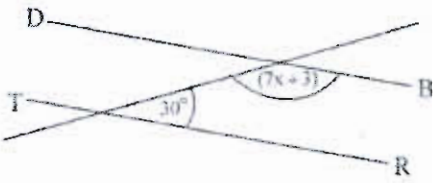
$66 + 6x + 6 = 180$

$6x + 72 = 180$

$6x = 108$

$x = 18$

(2.4)



$30 + (7x+3) = 180$

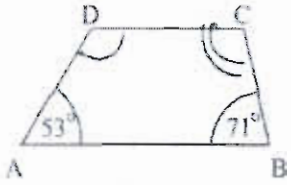
$30 + 7x + 3 = 180$

$7x = 180 - 33$

$7x = 147$

$x = 21$

3. จากรูป กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ดังรูป จงหาขนาดของ $A\hat{D}C$ และขนาดของ $B\hat{C}D$



หาขนาดของ $A\hat{D}C$

$A\hat{D}C + 53 = 180$ (เนื่องจากมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180°)

$A\hat{D}C = 180 - 53$

$A\hat{D}C = 127°$

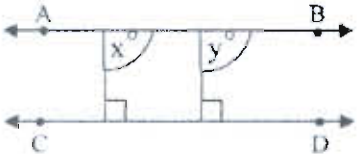
หาขนาดของ $B\hat{C}D$

$B\hat{C}D + 71 = 180$ (เนื่องจากมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180°)

$B\hat{C}D = 180 - 71$

$B\hat{C}D = 109°$

ชื่อ ด.ญ. ชนิดา เกิดโต้น ชั้น ม.2/10 เลขที่ 21

4. 

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$

จงหาค่าของ x และ y

หาขนาดของมุม X

$x + 90 = 180$ (มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180°)

$x = 180 - 90$

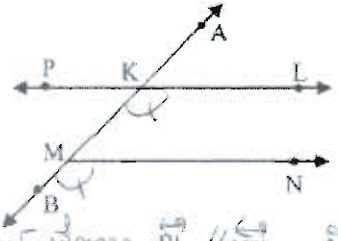
$x = 90$

หาขนาดของมุม y

$y + 90 = 180$ (มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180°)

$y = 180 - 90$

$y = 90$

5. 

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PL} // \overrightarrow{MN}$

จงพิสูจน์ว่า $B\hat{M}N = M\hat{K}L$

พิสูจน์ เนื่องจาก $\overleftrightarrow{PL} // \overrightarrow{MN}$, มี $\overleftrightarrow{BA}$ เป็นเส้นตัด (กำหนดให้)

$M\hat{K}L + K\hat{M}N = 180°$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180°)

$B\hat{M}N + K\hat{M}N = 180°$ (ขนาดของมุมตรง)

ดังนั้น $B\hat{M}N + K\hat{M}N = M\hat{K}L + K\hat{M}N$ (สมบัติของการเท่ากัน)

ดังนั้น $B\hat{M}N = M\hat{K}L$ (ถ้า $K\hat{M}N$ มาลบทั้งสองข้างของสมการ)

6. ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากใดๆ ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ขนานกัน เพราะ มีมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180° (90+90 = 180)