

สำนักหอสมุด มหาวิทยาลัยบูรพา
ต.แสนสุข อ.เมือง จ.ชลบุรี 20131

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ณัฐปิณฑานันท์ พิษญาชมชื่น

17 พ.ค. 2559

361613 TH00 24290

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

มิถุนายน 2558

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ญัตติปัญหานันท์ พิชญาชมชื่น ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร)


..... กรรมการ
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)


..... กรรมการ
(ดร.สมพงษ์ ปั่นหุ่น)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 29 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2558

การวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษ
ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์
และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี เนื่องจากได้รับความเมตตา และความกรุณาอย่างสูงจากรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม โดยได้ให้แนวคิด ให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการทำวิทยานิพนธ์ตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงสิ้นสุดในปัจจุบัน รวมทั้งผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล และดร.สมพงษ์ ปั้นหุ่น ประธานและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำชี้แนะ เพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความเอาใจใส่ดูแลเป็นอย่างดี จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัยเรศ เอี่ยมพันธ์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน อาจารย์ประภัสสร โทประเสริฐ อาจารย์เกียรติศักดิ์ มั่นจิตร และอาจารย์ทองคลัง โพธิ์สวัสดิ์ ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียน รองผู้อำนวยการโรงเรียนทุกฝ่าย และคณะครูอาจารย์โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ จังหวัดฉะเชิงเทรา ทุกคน ที่ช่วยอำนวยความสะดวกและให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัยครั้งนี้ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 ที่ได้ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ และการดำเนินการทดลอง จนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา คุณมารดา และญาติมิตร รวมทั้งเพื่อนทุกคน ที่คอยให้กำลังใจ และให้ความช่วยเหลือเกื้อกูลกันมาโดยตลอดจนทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์

ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาตลอดหลักสูตร และทุนการศึกษาในการทำวิจัยแก่นิสิตโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ขอขอบพระคุณอย่างหาที่สุดมิได้

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ บิดา-มารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

ณัฐปัญชาณ์ พิษญาชมชื่น

56910186: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย/ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์/

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ ความสัมพันธ์

ัญญูปัญชานันท์ พิษณุราชมนต์: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (THE EFFECTS OF INDUCTIVE LEARNING ACTIVITIES ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND MATHEMATICAL REASONING ABILITY OF RELATION OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์:

เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร, กศ.ด., อาพันธ์ชนิด เจนจิต, กศ.ด. 145 หน้า. ปี พ.ศ. 2558.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งเป็นแผนการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎ์ จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 47 คนซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม โดยใช้เวลาในการทำวิจัยจำนวน 14 คาบ คาบละ 50 นาที โดยดำเนินการสอน 12 คาบ และเป็นการทดสอบ 2 คาบ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 7 แผน มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60-1.00 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ มีค่าความเชื่อมั่น 0.716 และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเชื่อมั่น 0.801 วิเคราะห์ผลด้วยสถิติ t-test for one sample ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

56910186: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.

(MATHEMATICS TEACHING)

KEY WORDS: INDUCTIVE LEARNING ACTIVITY/ MATHEMATICAL CONCEPTS/
MATHEMATICAL REASONING ABILITY/ RELATION

NATTHAPINCHA PHITCHAYACHOMCHUEN: THE EFFECTS OF INDUCTIVE
LEARNING ACTIVITIES ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND MATHEMATICAL
REASONING ABILITY OF RELATION OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS.

ADVISORY COMMITTEE: VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D,
APUNCHANIT JENJIT, Ed.D. 145 P. 2015.

The purposes of this research were to compare Mathayomsuksa VI students' mathematical concepts of relation and mathematical reasoning ability to acquire 70 percent criterion after using Instructional inductive model. The design of research was one-group posttest-only design. The subjects of this study were 47 Mathayomsuksa IV students in the second semester of the 2014 academic year at Benchamaracharungsarit School, Chacheongsoa. They were randomly selected by using cluster random sampling. The experiment lasted for 14 periods, which each period was 50 minutes, separated for 12 teaching periods and 2 periods for posttest. The instruments were 7 lesson plans, mathematical concepts of relation test with reliability at 0.716 and mathematical reasoning ability test with reliability at 0.801. The data were statistically analyzed by using t-test for one sample. The findings were as follows:

1. The mathematical concepts of relation of sample group after obtaining Instructional inductive model was statistically higher than 70 percent criterion at .05 level.
2. The mathematical reasoning ability of relation of sample group after obtaining Instructional inductive model was statistically higher than 70 percent criterion at .05 level.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	8
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	9
สมมติฐานการวิจัย.....	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	11
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	12
กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย.....	18
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	29
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	39
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	47
3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	50
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	50
การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	50
การดำเนินการวิจัย.....	64
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	65
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	67

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	67
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	71
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	71
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	71
5 สรุปผลและอภิปรายผล.....	83
สรุปผลการวิจัย.....	83
อภิปรายผล.....	84
ข้อเสนอแนะ.....	88
บรรณานุกรม.....	89
ภาคผนวก.....	94
ภาคผนวก ก.....	95
ภาคผนวก ข.....	104
ภาคผนวก ค.....	129
ภาคผนวก ง.....	137
ภาคผนวก จ.....	139
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	145

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางของมาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	15
2	ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางของมาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา.....	16
3	ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางของมาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์.....	16
4	การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย.....	25
5	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	38
6	เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/ กระบวนการ การให้เหตุผล.....	46
7	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	47
8	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์ และสาระการเรียนรู้ ของแผนการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์.....	51
9	การวิเคราะห์ ตัวชี้วัด เนื้อหา และมโนทัศน์ ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์.....	57
10	การวิเคราะห์ ตัวชี้วัด เนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์.....	61
11	แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design).....	65
12	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	66
13	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	66
14	ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	72
15	ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	76

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
17	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ แบบอุปนัย	130
18	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	130
19	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	131
20	ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	132
21	ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	132
22	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	133
23	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	135

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องความหมายและจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมด.....	73
3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์.....	74
4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์.....	75
5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์.....	76
6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน ด้านความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	79
7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	80
8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	80
9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	81
10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน ด้านความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	82
11 ผลการวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample.....	138
12 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample.....	138

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

แนวการจัดการศึกษาตามพระราชบัญญัติ การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 หมวด (4) “ระบุว่า มาตรา 22 การจัดการศึกษาดังยึดหลักว่า นักเรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่านักเรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพัฒนา ตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ มาตรา 23 (4) การจัดการศึกษา ต้องเน้นความสำคัญทั้งความรู้ คุณธรรม กระบวนการเรียนรู้และบูรณาการตามความเหมาะสม ของแต่ละระดับการศึกษาทั้งด้านความรู้ และทักษะ ด้านคณิตศาสตร์ และด้านภาษา เน้นการใช้ภาษาไทยอย่างถูกต้อง มาตรา 24 การจัดกระบวนการเรียนรู้ (1) จัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของนักเรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล (2) ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา” (สำนักงานรับรองมาตรฐานและการประเมินคุณภาพการศึกษา, 2547, หน้า 12-16) ซึ่งคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์และความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณญาณ และคิดอย่างเป็นระบบและมีระเบียบแบบแผน ลักษณะการคิดดังกล่าวทำให้มนุษย์สามารถวิเคราะห์ปัญหาสถานการณ์ คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555 ก, หน้า 1) ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 1) เสนอว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตรประจำวันได้อย่างเหมาะสม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งหวังให้นักเรียนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดเนื้อหาสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน มีความรู้ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตรจริง รวมไปถึงการใช้

วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ ต่อดนคณิตศาสตร์ และสรุปได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน มีการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ พร้อมทั้งตระหนักถึงคุณค่าและเจตคติที่ดี (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 56-63) ซึ่งสอดคล้องกับ ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 165) ที่เสนอว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์นอกจากจะมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสาระทั้ง 5 สาระ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น แล้วนักเรียนต้องมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในงานหรือในชีวิตจริง อีกทั้ง อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 3-5, 11) ยังได้เสนอแนวคิดในทำนองเดียวกันว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ที่เป็นความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ส่วนอีกประเภทหนึ่งคือความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการเป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กติกาและขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยที่ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน เมื่อมีความรู้จำเป็นต้องมีทักษะจึงสามารถนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการมีความจำเป็นต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความรู้เชิงมโนทัศน์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ด้วย (สสวท., 2555 ข, หน้า 61) ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 17) ที่กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่่องแท้ ที่จะทำให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้

นอกจากความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา คณิตศาสตร์แล้ว ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็เป็นอีกสิ่งหนึ่งที่สำคัญสำหรับนักเรียน เช่นกัน ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ทักษะหนึ่ง ที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน เพราะเป็นการฝึกฝนให้เกิดทักษะหรือความชำนาญ ไม่ใช่เพียงเป็นเรื่องของการหาค่าความจริงที่เป็นจริงหรือเท็จเท่านั้น ซึ่งถ้านักเรียนมีทักษะในการให้เหตุผลนักเรียน จะสามารถนำเหตุผลนั้นไปใช้แก้ปัญหาทั้งในการเรียนการทำงานหรือในชีวิตประจำวัน ได้มากขึ้น ซึ่งเราไม่สามารถดำเนินการในคณิตศาสตร์ถ้าขาดทักษะในการให้เหตุผล ซึ่งกระบวนการคิดใน ลักษณะนี้นักเรียนต้องใช้การคิดหลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 11, 48-49) ซึ่งสอดคล้องกับอาร์ทและชิเรล (Artzt & Shirel, 1999, pp. 125-126) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

สวท. (2555 ก, หน้า 1) ได้เสนอไว้ว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา นักเรียน จำนวนไม่น้อยยังต้องความสามารถเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการต่าง ๆ ซึ่งปัญหาหนึ่ง คือ การที่นักเรียนไม่สามารถแสดงหรืออ้างอิงเหตุผลได้ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำ ความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งพิจารณาได้จากคะแนนสอบวัดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ หรือ Professional and academic aptitude test 1 (PAT 1) ซึ่งเป็นข้อสอบที่เน้นการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังมีคะแนนอยู่ในระดับที่ต่ำ (ชินภัทร ภูมิรัตน์, 2556) และอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) ยังได้กล่าวอีกว่า การที่นักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิด เป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแล้ว ผู้สอน อาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงผล ซึ่งทำให้นักเรียนไม่ทราบเหตุผลว่าที่ผิคนั้นผิดอย่างไร

นอกจากนี้จากผลการทดสอบการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ซึ่งเป็น การทดสอบที่วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2554-2556 พบว่า ทั้ง 3 ปี คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 22.73, 22.73 และ 20.48 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษา, 2556) สอดคล้องกับผลคะแนน เฉลี่ย (O-NET) ของนักเรียน ในปีการศึกษา 2556 ของโรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ จังหวัด ฉะเชิงเทรา โดยมีคะแนนเฉลี่ยในรายวิชาคณิตศาสตร์ เพียง 32.61 คะแนน และเมื่อนำมาวิเคราะห์ แล้วพบว่ามาตรฐานการเรียนรู้ ค.4.1 คือการเข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์

และฟังก์ชัน และ ค 4.2 คือการใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเพียง 27.38 และ 32.57 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 โดยมีเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์ เป็นเนื้อหาหนึ่งที่ใช้ในการทดสอบดังกล่าว จัดอยู่ในสาระที่ 4 พิชคณิต กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในมาตรฐานการเรียนรู้ ค 4.1 และ ค 4.2 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 80-83) และจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหลายเรื่อง ซึ่งเรื่องหนึ่งในนั้นคือเรื่อง ความสัมพันธ์ (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2546, หน้า 186-187) สอดคล้องกับคำกล่าวของ อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 130-131) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องความสัมพันธ์ กราฟของความสัมพันธ์ รวมไปถึง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ความคลาดเคลื่อนนี้เกิดจากความไม่เข้าใจในการเขียนกราฟของความสัมพันธ์เดียวกันที่มีโดเมนและเรนจ์ต่างกัน หรือแม้แต่การไม่เข้าใจเกี่ยวกับโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในรูปแบบต่าง ๆ อีกทั้งจากการสัมภาษณ์อาจารย์ที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์ ของโรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ จังหวัด ฉะเชิงเทรา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ในเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์ โดยไม่สามารถสรุปเนื้อหาออกมาเป็น หลักการ แนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่ได้รับมาประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัด หรือทำแบบทดสอบต่าง ๆ ได้ อีกทั้งนักเรียนยังไม่สามารถอธิบายอ้างอิงหลักฐาน เสนอแนวคิด ในการให้เหตุผลประกอบคำตอบที่ถูกต้องได้ กล่าวคือไม่สามารถนำเหตุผลไปใช้ในการแก้โจทย์หรือปัญหาต่าง ๆ ทั้งในห้องเรียนหรือแม้แต่ในชีวิตประจำวัน (เกียรติศักดิ์ มั่นจิตร, สัมภาษณ์, 25 มีนาคม 2557)

จากสภาพปัญหาที่กล่าวมาข้างต้นพบว่า การที่ผลการประเมินทางการศึกษาของนักเรียนที่อยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำกว่ามาตรฐาน ถึงแม้ปัจจุบันได้มีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงในด้านหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาแล้วก็ตาม แต่เป็นเพราะสภาพการเรียนการสอนยังไม่มีเปลี่ยนแปลงเท่าที่ควร รวมทั้งวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมทำให้การเรียนการสอนไม่บรรลุตามจุดมุ่งหมายตามที่หลักสูตรกำหนด (ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 339) ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 6) ได้กล่าวว่า เนื่องมาจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎี ต่าง ๆ ที่ยากแก่การทำความเข้าใจ นักเรียนส่วนใหญ่จึงเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก และครูยังไม่สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง ซึ่งตามหลักการสอน

คณิตศาสตร์ ครูจะต้องสอนให้นักเรียนคิดและเกิดความเข้าใจในการคิด ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวทางคิดที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอนที่ครูยังใช้วิธีการสอนโดยครูเป็นคนบอก และให้นักเรียนท่องจำมากกว่าให้นักเรียนเข้าใจทำให้นักเรียนไม่สามารถคิดเองได้ ส่งผลให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหานั้น ๆ อย่างแท้จริงและ อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 62) ยังกล่าวอีกว่า “การสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปนั้น ผู้สอนมักเป็นผู้วางแผนว่าจะสอนมโนทัศน์อะไรให้กับผู้เรียน จากนั้นสอนมโนทัศน์ด้วยการอธิบาย แล้วให้ตัวอย่างที่หลากหลายตามนิยามหรือมโนทัศน์ที่จะสอน เพื่อให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายตัวอย่างที่สอนได้ แม้ว่าการสอนในปัจจุบันจะเน้นการให้ทางเลือกที่หลากหลายกับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนจะสามารถพัฒนามโนทัศน์นั้นได้ด้วยตนเอง แต่ก็มีข้อจำกัดรอบความคิดของผู้เรียนให้อยู่เฉพาะกรอบที่เตรียมมาทำให้นักเรียนมีแนวคิดและมุมมองไม่กว้างพอ” ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ บุญเลี้ยง ทุมทอง (2554, หน้า 49) ได้กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนเริ่มต้นจากการสอนโดยขั้นตอนหรือวิธีการให้ผู้เรียน ก่อนที่จะได้สอนให้ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์ของเนื้อหานั้น อาจมีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระยะยาว เนื่องจากผู้เรียนจะไม่ได้พัฒนาความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้สอนควรต้องหาวิธีสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์รวมถึงความสามารถในการให้เหตุผล ตลอดจนสามารถสรุปเองได้ (ชนนาค เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 145) วิธีการจัดการเรียนรู้วิธีหนึ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ สามารถจับหลักการหรือประเด็นได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ แนวคิดหรือข้อความรู้ต่าง ๆ อย่างเข้าใจ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เนื่องจากเป็นกระบวนการที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่าง ข้อมูล ความคิด เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรัชญาการณ ที่มีหลักการ แนวคิด ที่ต้องการสอนให้แก่ผู้เรียน นำมาให้นักเรียนศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ หรือกล่าวอย่างสั้น ๆ ว่าเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตัวเอง เป็นวิธีที่มุ่งให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ สามารถจับหลักการหรือประเด็นสำคัญได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้แนวคิดหลักการ หรือความรู้ต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ (ทิตนา แจมมณี, 2556, หน้า 340) ซึ่งสอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 18) และ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2549, หน้า 279) ได้เสนอว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการที่ฝึกให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ

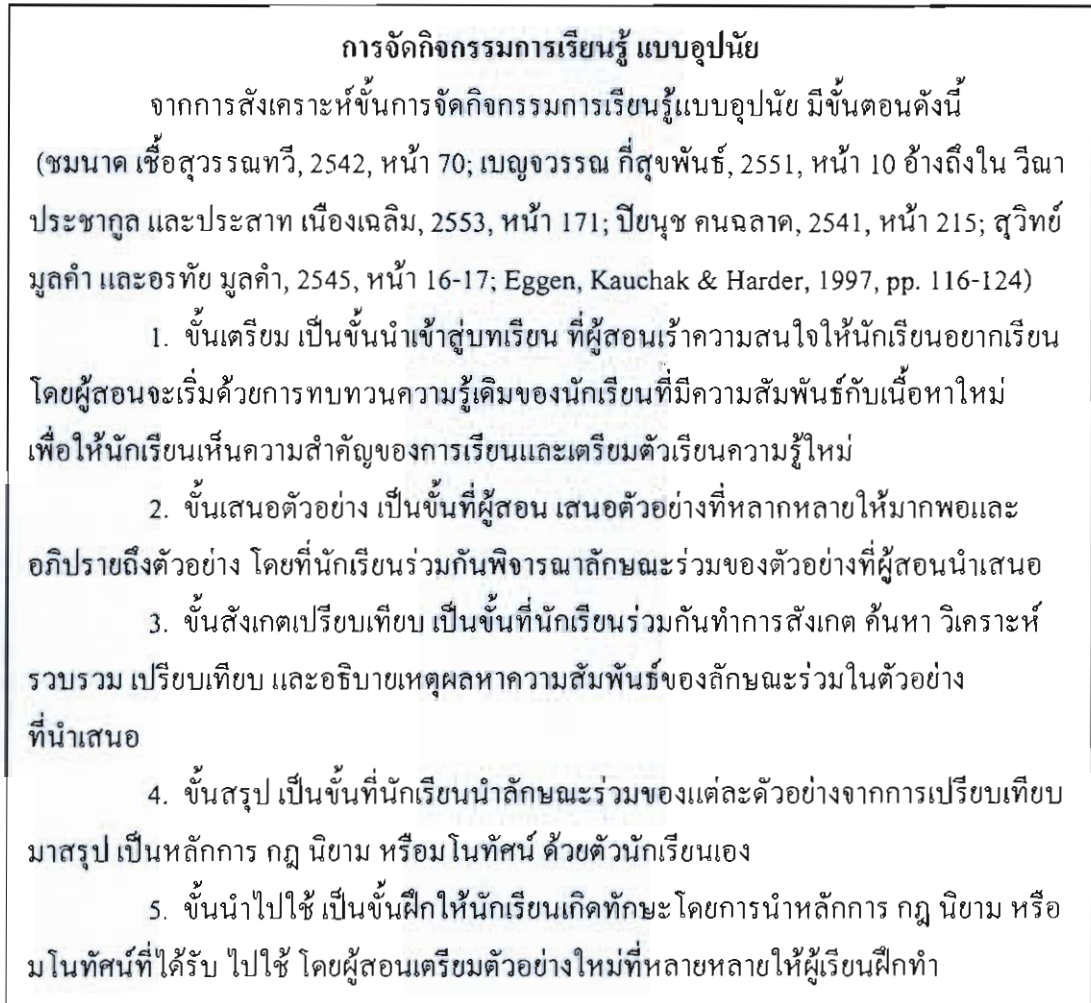
ตามหลักตรรกศาสตร์และวิทยาศาสตร์ สรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล อันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถเรียนด้วยความเข้าใจ ขจัดข้อสงสัยและสามารถจำได้นาน ฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผล ทำกิจกรรมด้วยตนเอง มีโอกาสและมีส่วนร่วมในการค้นพบ และได้รับการฝึกให้รู้จักการสังเกตเปรียบเทียบ วิเคราะห์ ไปสู่การสรุป รวมไปถึงวิธีการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยยังสามารถที่จะพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียนได้อย่างต่อเนื่อง (Tennyson & Cocchiarella, 1986 อ้างถึงใน บุญเลี้ยง ทุมทอง, 2554, หน้า 37) นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ทำการศึกษางานวิจัยของ กุลนิตา วรสารนันท์ (2552, หน้า 87) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ รวมไปถึงมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ดังนั้นผู้วิจัยคาดว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยนี้จึงน่าจะเป็นการจัดการเรียนรู้ที่น่านำมาใช้ในคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากหลักการและเหตุผลดังกล่าว **ผู้วิจัยจึงมีความสนใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์** ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเพื่อส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การกิจกรรมเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์ สำหรับผู้สอนเพื่อนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในเนื้อหา คณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น เรื่องเซต จำนวนจริง เป็นต้น

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 10 ห้องเรียน มีนักเรียนรวม 496 คน ซึ่ง โรงเรียนจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียน แบบคละความสามารถทางด้านการเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/ 3 แผนการเรียน วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 47 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random Sampling)

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง ความสัมพันธ์ ซึ่งประกอบด้วย เนื้อหาย่อย จำนวน 12 คาบ ดังนี้

- คู่อันดับที่เท่ากัน	1	คาบ
- ผลคูณคาร์ทีเซียน	1	คาบ
- ความหมายและจำนวนสมาชิกของความสัมพันธ์	2	คาบ
- การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก	1	คาบ
- การหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไข	3	คาบ
- กราฟของความสัมพันธ์	2	คาบ
- อินเวอร์สของความสัมพันธ์	2	คาบ
รวม	12	คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557

ใช้เวลาในการวิจัย 14 คาบ ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอน 12 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน 2 คาบ โดยผู้วิจัยสอนด้วยตนเอง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียน ได้สังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จากนั้นนำมาเปรียบเทียบหาลักษณะร่วมและความสัมพันธ์ของตัวอย่าง นั้น ๆ เพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง และการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ ซึ่งขั้นตอนการสอนแบบอุปนัยสามารถแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

1.1 ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ที่ผู้สอนเร้าความสนใจให้นักเรียนอยากเรียน โดยผู้สอนจะเริ่มด้วยการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ เพื่อให้ นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนและเตรียมตัวเรียนความรู้ใหม่

1.2 ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอน เสนอตัวอย่างที่หลากหลายให้มากพอและอภิปรายถึงตัวอย่าง โดยที่นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผู้สอนนำเสนอ

1.3 ขั้นสังเกตเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนร่วมกันทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบ และอธิบายเหตุผลหาความสัมพันธ์ของลักษณะร่วมในตัวอย่างที่นำเสนอ

1.4 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างจากการเปรียบเทียบ มาสรุปเป็นหลักการ กฎ นิยาม หรือ โนทัศน์ ด้วยตัวนักเรียนเอง

1.5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะ โดยการนำหลักการ กฎ นิยาม หรือ โนทัศน์ที่ได้รับ ไปใช้ โดยผู้สอนเตรียมตัวอย่างใหม่ที่หลายหลายให้ผู้เรียนฝึกทำ หรือการทำแบบฝึกหัด โดยผู้เรียนมีการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบได้ถูกต้อง ซึ่งผู้สอนคอยตอบข้อสงสัย

และเดินสังเกตดูว่านักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้รับไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่ เพื่อประเมินว่านักเรียนบรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคล ในการอธิบายสื่อความหมายความรู้ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์ โดยมีการอ้างอิง โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็น บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ โดยวัดจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายอ้างอิง และเสนอแนวคิด ในการให้เหตุผลประกอบคำตอบที่ถูกต้อง ในเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ โดยมีการอธิบาย อย่างสมเหตุสมผล โดยวัดจากแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

4. นักเรียน หมายถึง ผู้ที่กำลังศึกษาอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัด ฉะเชิงเทรา

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนความต้องการขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มีความสามารถด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ โดยวิเคราะห์จากคะแนนสอบหลังเรียนและนำมาคิดเป็นร้อยละ ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย เพื่อเป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัย โดยจะนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 ความสำคัญของหลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 คุณภาพของผู้เรียน
 - 1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
 - 1.4 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง
2. กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 2.1 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 2.2 วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 2.3 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
 - 2.4 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 แนวทางการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 ความสำคัญของ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยในประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นเพื่อให้สถานศึกษาได้นำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางและจัดการเรียนการสอน อีกทั้งมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดยังช่วยให้เกิดความชัดเจนเรื่องการวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ซึ่งครอบคลุมนักเรียนทุกกลุ่มเป้าหมายในการศึกษาระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 2-3)

ความสำคัญของหลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 56)

คุณภาพผู้เรียน

เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 62) นักเรียนจะต้อง

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้
3. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
4. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

6. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต โดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

7. รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

8. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูล และวัตถุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 56-57)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

- | | |
|---------------|---|
| มาตรฐาน ค 1.1 | เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง |
| มาตรฐาน ค 1.2 | เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา |
| มาตรฐาน ค 1.3 | ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา |
| มาตรฐาน ค 1.4 | เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ |

สาระที่ 2 การวัด

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

- มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

- มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

เนื่องจากเนื้อหาที่ผู้วิจัยศึกษาในครั้งนี้คือ เรื่องความสัมพันธ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งสอดคล้องกับสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

สาระที่ 4 พีชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์

(Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจน
แปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ
ความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้
ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

ผู้วิจัยศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางในระดับชั้น ม. 4-6 ที่ใช้ในการวิจัย
ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและ
วิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.4-6	1. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและ การดำเนินการของเซต	• เซตและการดำเนินการของเซต
	2. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบ อุปนัยและนิรนัย	• การให้เหตุผลแบบอุปนัยและ นิรนัย
	3. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	• ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน • กราฟของความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน
	4. เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไป ของลำดับจำกัด	• ลำดับและการหาพจน์ทั่วไป ของลำดับจำกัด
	5. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตและ ลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่าง ๆ ของลำดับเลข คณิตและลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้	• ลำดับเลขคณิตและลำดับ เรขาคณิต

ตารางที่ 2 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางของมาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.4-6	1. เขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตและนำไปใช้แก้ปัญหา	• แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์
	2. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลโดยใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์	• การให้เหตุผล
	3. แก้สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง	• สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง
	4. สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา	• ความสัมพันธ์หรือฟังก์ชัน
	5. ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา	• กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน และการนำไปใช้
	6. เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้	• อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

ตารางที่ 3 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางของมาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.4-6	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา	-
	2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	-

ตารางที่ 3 (ต่อ)

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.4-6	3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผล ได้อย่างเหมาะสม	-
	4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน	-
	5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการทางคณิตศาสตร์ไป เชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ	-
	6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	-

เนื่องจากเนื้อหาที่ผู้วิจัยศึกษาในครั้งนี้คือ เรื่องความสัมพันธ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งสอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ดังนี้

ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดง
ความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ

ค 4.2 ม. 4-6/ 4 สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้
ในการแก้ปัญหา

ค 4.2 ม. 4-6/ 5 ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา

ค 6.1 ม. 4-6/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปได้อย่างเหมาะสม

จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์
ในหลายด้าน ซึ่งที่สำคัญและจำเป็นต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านหนึ่ง คือมโนทัศน์ทาง
คณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยในเนื้อหาคณิตศาสตร์
หนึ่งนั้นนั่นคือเนื้อหา เรื่องความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพราะว่าถ้านักเรียน
มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ จะสามารถใช้ความสัมพันธ์แก้ปัญหาในสถานการณ์
ต่าง ๆ และสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งการจัดกิจกรรม
การเรียนรู้ที่นำมาพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์นั้นมีหลายรูปแบบ และรูปแบบหนึ่งที่น่าสนใจเป็นอย่างยิ่งคือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

กูด (Good, 1973, p. 298) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการสอนที่ใช้หลักการให้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้มากพอสำหรับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้คิด รวบรวม เป็นกฎเกณฑ์ หรือข้อเท็จจริงซึ่งเป็นกระบวนการที่มีการนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างก่อน แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์

เอ็กเกน, คูซาคาร์ และแฮร์เดอร์ (Eggen, Kauchak & Harder, 1979, pp. 115-128)

ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการสอนที่ครูเป็นผู้บรรยายข้อมูลต่าง ๆ และให้นักเรียนเป็นผู้ซักถามและสังเกตลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูลเหล่านั้นเพื่อนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลอื่น ๆ ซึ่งจะนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์

ปิยนุช คนฉลาด (2541, หน้า 214) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความคิด การสังเกต และการพิจารณา เป็นการเรียนรู้จากส่วนย่อย ตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ โดยที่ผู้สอนจะอธิบายจากของจริงและสิ่งที่มองเห็นทั่ว ๆ ไป แล้วสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือสูตรต่าง ๆ

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2442, หน้า 70) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการสอนที่เริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้นักเรียนเห็นรูปแบบ นักเรียนต้องใช้การสังเกตเปรียบเทียบรูปแบบที่เหมือนกัน มีลักษณะร่วมกัน นำไปสู่ข้อสรุป เป็นการค้นพบด้วยการสังเกต สามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 15) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นกระบวนการที่ผู้สอนสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยหรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่หรือกฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุป โดยการนำเอาตัวอย่างข้อมูล เหตุการณ์ สถานการณ์ หรือปรากฏการณ์ ที่มีหลักแฝงอยู่มาให้นักเรียนศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบหรือวิเคราะห์จนสามารถสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 40) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นกระบวนการที่ผู้สอนได้ให้นักเรียนใช้เหตุผลในการค้นหารูปแบบหรือข้อสรุปจากตัวอย่างหรืองานที่ทำ

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2549, หน้า 277) ได้เสนอว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการสอนที่ผู้สอนยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้เห็นรูปแบบ เมื่อนักเรียนใช้การสังเกตเปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันก็จะสามารถนำไปสู่ข้อสรุปได้

เบญจวรรณ กี่สุขพันธ์ (2551, หน้า, 105 อ้างถึงใน วิณา ประชากุล และประสาธน์ เนื่องเฉลิม, 2553, หน้า, 117) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยไปหาข้อสรุป เพื่อให้ให้นักเรียนรู้จักค้นหาข้อเท็จจริง และหลักการต่าง ๆ จากการสังเกตตัวอย่างที่สัมพันธ์กันอย่างเพียงพอ

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 82) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการสอนที่ผู้สอนจะยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้ให้นักเรียนเห็นรูปแบบ โดยนักเรียนจะต้องใช้การสังเกตเพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผู้สอนนำเสนอเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

ทิสนา แจมมณี (2556, หน้า 340) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นกระบวนการที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่างข้อมูล ความคิด เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ แนวคิด ที่ต้องการสอนให้นักเรียน มาให้นักเรียนศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมาเพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์ อื่น ๆ ต่อไป กล่าวอย่างสั้น ๆ ว่า เป็นการสอนที่ให้นักเรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตัวเอง

จากความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย หมายถึงการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จากนั้นนำมาเปรียบเทียบหาลักษณะร่วมและความสัมพันธ์ของตัวอย่างนั้น ๆ เพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง และนำความรู้ที่ได้ไปใช้

วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

เอ็กเกน, คูซาร์ และแฮร์เดอร์ (Eggen, Kauchak & Harder, 1979, pp. 115-128) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย มีดังนี้

1. เป็นการช่วยให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองอย่างลึกซึ้งและละเอียด
2. ในระหว่างขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจะได้สร้างองค์ความรู้และความเข้าใจด้วยตนเอง

3. ช่วยให้นักเรียนเพิ่มทักษะการเรียนรู้และความมั่นใจในการคิดอย่างสมเหตุสมผล ต่อสิ่งแวดล้อมของการดำเนินชีวิตได้ต่อไป

ปิยนุช คนฉลาด (2541, หน้า 216) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อให้นักเรียนมีความคล่องตัวในการสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ หรือสามารถสรุปเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันได้อย่างรวดเร็ว สามารถแก้ปัญหา ตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง ทันท่วงทีต่อเหตุการณ์

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิด ฝึกสัมพันธ์ความคิด ใช้เหตุผล ช่างสังเกต เข้าใจได้อย่างชัดเจน และสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 15) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์ ทำให้เกิดการเรียนรู้และสามารถสรุปหรือค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญหรือความจริงได้ด้วยตนเอง

ชาญชัย อาจินสมอาจาร (2547, หน้า 63) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้นักเรียนให้ค้นพบกฎหรือความจริงที่สำคัญสำหรับตัวนักเรียนเอง โดยการสังเกตอย่างรอบคอบในตัวอย่างจำเพาะอย่างเพียงพอซึ่งจะสนับสนุนเป็นกฎเกณฑ์
2. เพื่อทำให้ความหมาย และความสัมพันธ์ของแนวคิดมีความแจ่มชัดต่อนักเรียน
3. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ดำเนินการสืบค้นด้วยตนเองโดยไม่ต้องพึ่งพาครู

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2549, หน้า 277) ได้เสนอ วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้นักเรียนค้นพบกฎเกณฑ์ที่สำคัญ ด้วยการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอแล้วกำหนดนัยทั่วไป
2. เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง และรู้จักสัมพันธ์ความคิด
3. เพื่อช่วยให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิด และไตร่ตรองด้วยเหตุผล

และหาข้อสรุปด้วยตนเอง ไม่จำเป็นต้องขึ้นอยู่กับผู้สอนเสมอไป

ฉันท ชาติทอง (2550, หน้า 196) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะการสังเกตคิดวิเคราะห์ทำให้เกิดการเรียนรู้ และสามารถสรุปหรือค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญ หรือความจริงได้ด้วยตนเอง

เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร (2555, หน้า 82) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอ

2. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้มีการเชื่อมโยงความคิดและเกิดความเข้าใจที่แท้จริง

3. เพื่อช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดไตร่ตรองด้วยเหตุผล และหาข้อสรุปด้วยตนเอง

ทิสนา เขมมณี (2556, หน้า 340) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อมุ่งให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ สามารถจับหลักการหรือประเด็นสำคัญได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้แนวคิดหลักการ หรือความรู้ต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุป วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสามารถทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การเก็บรวบรวมข้อมูล การคิดวิเคราะห์อย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุป หลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

นักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

เอ็กเกน กูชากร์ และแฮร์เตอร์ (Eggen, Kauchak & Harder, 1979, pp. 116-124) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีสอนแบบอุปนัยไว้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นวางแผน ขั้นนี้เป็นขั้นของการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนหรือกำหนดแนวทางในการเรียน ตลอดจนถึงการเตรียมตัวอย่างและอุปกรณ์ที่จะใช้ในการเรียนการสอน
2. ขั้นดำเนินการสอน ในขั้นดำเนินการสอนนี้ยังได้จัดแบ่งกระบวนการสอนและการจัดกิจกรรมการสอนออกเป็น 3 ขั้น ตามลำดับ ดังนี้

2.1 ขั้นเสนอตัวอย่าง ผู้สอนเสนอตัวอย่างที่หนึ่ง ให้นักเรียนดูพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างที่แสดงให้ดู เมื่อมีนักเรียนได้สังเกตพบลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างแล้ว ผู้สอนจะแสดงตัวอย่างที่สองพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติที่สอง และเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่ง ว่ามีสิ่งใดเหมือนกันบ้าง เมื่อนักเรียนค้นพบลักษณะที่เหมือนกันได้แล้ว ผู้แสดงตัวอย่างที่สามและสี่ต่อไป เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่งและตัวอย่างที่สอง จนนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้

2.2 ขั้นสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะนำเอาลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์ด้วยตัวของนักเรียนเอง

2.3 ขั้นเสริมตัวอย่าง ในขั้นนี้เป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการสร้างมโนทัศน์ ครูอาจแสดงตัวอย่างอีกสองหรือสามตัวอย่าง เพื่อใช้ฝึกหัด จัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมทั้งให้เหตุผล ในการจัดนั้นไว้ด้วย

3. ขั้นประเมินผล ในขั้นนี้ครูอาจจะให้ให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้ เพื่อประเมินว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

ปิยนุช คนฉลาด (2541, หน้า 215) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 5 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นเตรียม ขั้นนี้มีความมุ่งหมายที่จะทำให้นักเรียน เห็นถึงความจำเป็น และเกิดความสนใจต่อผู้สอน กระหายที่จะเรียนรู้ในสิ่งที่ผู้สอนจะสอน วิธีเร้าความสนใจของนักเรียนมักจะเริ่มด้วยการทบทวนความรู้เก่าของนักเรียนโดยใช้ความคิดเห็นเข้าประกอบ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนและเตรียมตัวเรียนความรู้ใหม่ ในขั้นนี้ควรใช้เวลาเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ประมาณ 5-10 นาที ในเมื่อบทเรียนหนึ่ง ๆ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

2. ขั้นสอน ขั้นนี้เป็นขั้นดำเนินการสอนเพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้ในด้านต่าง ๆ ของบทเรียน ผู้สอนจะถ่ายทอดความรู้ในด้านต่าง ๆ ให้กับนักเรียนตามลักษณะของวิธีสอนแบบอุปนัย 6 ข้อ คือ

2.1 สอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่

2.2 สอนจากสิ่งที่รู้จากประสบการณ์ที่เกิดขึ้น ไปสู่สิ่งที่ยังไม่รู้

2.3 สอนจากการสังเกตไปสู่หลักกฎเกณฑ์

2.4 สอนจากรูปธรรมไปหานามธรรม

2.5 สอนจากการวิเคราะห์ไปสู่การสังเคราะห์

2.6 สอนตามขั้นความเจริญของจิตใจ เริ่มจากการสังเกต การทดลอง การตัดสินใจ

และการสรุปผล

3. ขั้นสัมพันธ์ เป็นขั้นที่ต่อจากขั้นสอน เมื่อผู้สอนสอนจบบทเรียนแล้วทบทวนความรู้ที่นักเรียนเรียนไปแล้ว และนำความรู้ใหม่ไปเกี่ยวกับความรู้เก่า ผู้สอนจะต้องวิเคราะห์ข้อความต่าง ๆ ที่สอนไปแล้วว่ามีความแตกต่างและคล้ายคลึงกับบทเรียนเก่าอย่างไร เมื่อเทียบเคียงกันเน้นให้ความเกี่ยวข้องกันเพื่อส่งเสริมความเข้าใจและรวบรวมเป็นหลักเกณฑ์ในที่สุด

4. ขั้นตั้งกฎ มีความมุ่งหมายให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนกว้างขวางยิ่งขึ้น ผู้สอนและนักเรียนจะรวบรวมและย่อความรู้ต่าง ๆ จากขั้นก่อน ๆ แล้วสรุปความรู้เอาไว้ตอนหนึ่ง เรื่องหนึ่ง ให้เป็นระเบียบเรียบร้อย เพื่อสะดวกแก่การจดจำและบันทึกไว้ โดยปกติผู้สอนมักจะใช้วิธีรวบรวม

ความรู้ต่าง ๆ โดยเน้นการเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้สรุปความคิดของตนเอง ซึ่งผู้สอนคอยแก้ไขให้เป็นระเบียบ

5. ชั้นใช้ ชั้นนี้เป็นการเน้นให้นักเรียนเอาความรู้ความเข้าใจที่ได้เรียนมาแล้วไปใช้ในสิ่งอื่นได้อีกด้วย ไม่ใช่มีความรู้ความเข้าใจแค่นำไปใช้ไม่ได้ นานวันเข้าความรู้ความเข้าใจเหล่านั้นจะลบเลือนหายไป

ขนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542, หน้า 70) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 4 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เร้าความสนใจให้อยากเรียน เตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง

2. ขั้นสอน เป็นขั้นดำเนินการสอน ดำเนินการเป็นขั้นตอน ผู้สอนยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

3. ขั้นสรุป นำผลจากการอธิบายหรือตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ในขั้นสอนมาช่วยกันสรุปตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร

4. ขั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนสรุปได้ ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ผู้สอนสังเกตว่านักเรียนนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 16-17) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 5 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ เป็นการทบทวนความรู้เดิม ระบุแนวทางทำกิจกรรมเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมาย

2. ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์หรือแนวคิด ให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่าง เพื่อพิจารณาเปรียบเทียบสรุปเป็นหลักการ แนวคิด หรือกฎเกณฑ์ ซึ่งการเสนอตัวอย่างควรเสนอหลาย ๆ ตัวอย่างให้มากพอที่นักเรียนจะสามารถสรุปเป็นหลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้

3. ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่าง แยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นความสัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนหรือต่างกัน ในขั้นนี้หากตัวอย่างที่ให้แก่นักเรียนเป็นตัวอย่างที่ดี ครอบคลุมถึงลักษณะหรือคุณสมบัติสำคัญ ๆ ของหลักการ ทฤษฎีก็ย่อมจะช่วยให้ นักเรียนสามารถศึกษาและวิเคราะห์ได้ตรงตามวัตถุประสงค์ได้รวดเร็ว แต่หากนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จ ผู้สอนอาจให้ข้อมูลเพิ่มเติม หรือใช้วิธีการดุนให้นักเรียนได้คิดค้นต่อไปโดยการตั้งคำถามกระตุ้นแต่ไม่ควรให้ในลักษณะบอกคำตอบ เพราะวิธีสอนนี้มุ่งให้นักเรียนได้คิด ทำความเข้าใจด้วยตนเอง ควรให้

นักเรียนได้ร่วมกันคิดวิเคราะห์เป็นกลุ่มย่อยเพื่อจะได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยเน้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการอภิปรายกลุ่มอย่างทั่วถึงและผู้สอนไม่ควรรีบร้อนหรือเร่งเร้านักเรียนจนเกินไป

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตัวนักเรียนเอง

5. ขั้นนำไปใช้ ในขั้นนี้ผู้สอนควรเตรียมตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรัชญาการณ หรือแนวคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้นักเรียนใช้ในการฝึกนำความรู้ข้อสรุปไปใช้ หรือ ผู้สอนอาจให้โอกาสนักเรียน ได้ยกตัวอย่างจากประสบการณ์ของนักเรียนเองเปรียบเทียบก็ได้ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับ ไปใช้ในชีวิตประจำวันและอาจจะทำให้นักเรียนเข้าใจอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น รวมถึงเป็นขั้นทดสอบเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนว่าหลักการที่ได้รับนั้น นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ ไปใช้แก้ปัญหาหรือทำแบบฝึกหัดได้หรือไม่ หรือเป็นการประเมินว่านักเรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่นั่นเอง

เบญจวรรณ กี่สุขพันธ์ (2551, หน้า 105 อ้างถึงใน วิณา ประชากุล และประสาท เนื่องเฉลิม, 2553, หน้า 171) ได้เสนอขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 5 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นการเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียนเพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับรับความรู้ใหม่ที่จะเรียน
2. ขั้นการสอน เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ตัวอย่างแก่นักเรียนจำนวนหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้มากพอที่นักเรียนจะสังเกต พิจารณาหาข้อสรุปจากตัวอย่างนั้น ๆ ได้ นอกจากการให้ตัวอย่างแล้วผู้สอนอาจให้นักเรียนสังเกตจากการทดลองด้วยตนเองก็ได้
3. ขั้นการเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนนำสิ่งที่ได้จากการพิจารณาสังเกตตัวอย่างต่าง ๆ หรือจากการทดลองมาวิเคราะห์ แยกแยะข้อแตกต่างเพื่อเปรียบเทียบและหาความสัมพันธ์ของรายละเอียดในส่วนที่เหมือนกันเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป การให้คำนิยามและการตั้งเป็นกฎเกณฑ์ไว้
4. ขั้นสรุป เป็นการสรุปจากตัวอย่างต่าง ๆ หรือการทดลอง มาเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม
5. ขั้นการนำไปใช้ เป็นขั้นทดสอบนักเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจ ในกฎเกณฑ์หรือขั้นที่สรุปได้ว่าสามารถนำไปใช้ทำแบบฝึกหัดหรือนำไปแก้ปัญห่อื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกันได้หรือไม่

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้นผู้วิจัยสามารถการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สังเกตตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง นำมาเปรียบเทียบหาลักษณะร่วมและความสัมพันธ์ของตัวอย่างนั้นๆ เพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง และการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ ซึ่งผู้วิจัยสามารถสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ใช้ในการวิจัยจากแนวทางของนักการศึกษา ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 การตั้งเคราะห์ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

เอ็กเกน, ดูซากร์ และ แฮร์เตอร์ (Eggen, Kauchak & Harder, 1979, pp. 116-124)	บียนุช คนฉลาด (2541, หน้า 215)	ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70)	สุวิทย์ มุลดำ และอรทัย มุลดำ (2545, หน้า 16-17)	เบญจวรรณ กิตฺติพิพันธ์ (2551, หน้า 105 อ้างถึงใน วัฒนา ประชากุล และประสาธ เมืองเฉลิม, 2553, หน้า 171)	ขั้นตอนการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ แบบอุปนัยของผู้วิจัย
1. ขั้นตอนวางแผน กำหนด จุดประสงค์การเรียนรู้ อุปกรณ์ที่ใช้ในการจัด กิจกรรมการเรียนรู้	1. ขั้นเตรียมเร้าให้ นักเรียนเกิด ความสนใจที่ต้องการ ที่จะเรียนรู้	1. ขั้นเตรียมการ ทบทวน ความรู้เดิม ระบุแนวทาง จัดกิจกรรมเพื่อนำไปสู่ จุดหมาย	1. ขั้นการเตรียม นำเข้าสู่ บทเรียน เป็นขั้นพื้นฐานในการ รับความรู้ใหม่ที่ละเอียด	1. ขั้นเตรียม เร้าความสนใจให้ นักเรียนอยากเรียนรู้ มีการทบทวนความรู้ เดิม ที่มีความสัมพันธ์ กับเนื้อหาใหม่ที่สอน	
2. ขั้นตอนในการสอน 2.1 ขั้นเสนอตัวอย่าง เสนอตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างให้นักเรียน	2. ขั้นสอน ดำเนินการ สอนให้นักเรียนได้รับ ความรู้ โดยสอนแบบ อุปนัย	2. ขั้นเสนอตัวอย่าง คือขั้นที่เสนอตัวอย่าง หลายๆ ตัวอย่าง	2. ขั้นการสอน ผู้สอนเสนอ ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง	2. ขั้นเสนอตัวอย่าง นำเสนอตัวอย่างที่ หลากหลายให้นักเรียน พิจารณา	
เปรียบเทียบตัวอย่าง	3. ขั้นสัมพันธ์ นักเรียนนำความรู้มา เปรียบเทียบ ความแตกต่างและ ความคล้ายคลึงของ บทเรียน	3. ขั้นเปรียบเทียบ คือขั้นที่นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบ ความคล้ายคลึงของ ตัวอย่าง	3. ขั้นการเปรียบเทียบ นักเรียน สังเกตเปรียบเทียบ ความสัมพันธ์ของตัวอย่าง	3. ขั้นสังเกต เปรียบเทียบ นักเรียน สังเกต เปรียบเทียบ อธิบายให้เหตุผล ของตัวอย่างที่ผู้สอน นำเสนอ	

ตารางที่ 4 (ต่อ)

เอ็กเกน, กุชกัร และ แฮร์เตอร์ (Egegen, Kauchak & Harder, 1979, pp. 116-124)	บิชูช คนถลาด (2541, หน้า 215)	ชมนาด เรือสุวรรณทวี (2542, หน้า 70)	สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มุลคำ (2545, หน้า 16-17)	เบญจวรรณ กี่สูงพันธ์ (2551, หน้า 105 อ้างถึงใน วัฒนา ประชาภูดล และประสาท เนืองเฉลิม, 2553, หน้า 171)	ข้ามคอนการชาติ กิจกรรมการเรียนรู แบบดูป็นของผู้วิจัย
2.2 ชั้นสรุป นักเรียน นำเอาลักษณะร่วมของ ตัวอย่างมาสรุปเป็น โมนทัศน์ด้วยตนเอง	3. ชั้นสรุป นักเรียน ช่วยกันสรุปเป็น กฎเกณฑ์ หลักการ	4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ คือ ชั้น ที่นำข้อสังเกตมาสรุป เป็นหลักการ กฎเกณฑ์ หรือนิยาม	4. ชั้นสรุป นักเรียนสรุป ตัวอย่างเป็น หลักการ บทนิยาม มโนทัศน์ ด้วยตนเอง	4. ชั้นสรุป นักเรียน สรุปเป็น หลักการ บทนิยาม มโนทัศน์ ด้วยตนเอง	
2.3 ชั้นเสริมตัวอย่าง เพิ่มตัวอย่างให้ นักเรียนฝึกให้เกิด ทักษะการสร้างมโน ทัศน์	4. ชั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุปไป ทำแบบฝึกหัด โดยผู้สอนสังเกตว่า ผู้เรียนนำไปใช้ได้ อย่างถูกต้องหรือไม่	5. ชั้นนำไปใช้ คือขั้นที่ให้ นักเรียนทำแบบฝึกหัด ที่เตรียมไว้เพื่อประเมินว่า นักเรียนบรรลุ วัตถุประสงค์หรือไม่	5. ชั้นการนำไปใช้ นักเรียนนำ ความรู้ไปทำแบบฝึกหัด เพื่อสรุปว่านักเรียนสามารถ นำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ได้ หรือไม่	5. ชั้นนำไปใช้ฝึกให้ เกิดทักษะการสร้าง มโนทัศน์ โดยนักเรียน ฝึกทำตัวอย่างใหม่ หรือ แบบฝึกหัดเพื่อดู ว่าบรรลุวัตถุประสงค์ หรือไม่	
3. ชั้นประเมินผล นักเรียนทำแบบฝึกหัด ที่เตรียมไว้เพื่อดูว่า บรรลุวัตถุประสงค์ หรือไม่					

จากตารางที่ 4 ผู้วิจัยสามารถสรุปขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สามารถแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ที่ผู้สอนเร้าความสนใจให้นักเรียนอยากเรียน โดยผู้สอนจะเริ่มด้วยการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ เพื่อให้ นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนและเตรียมตัวเรียนความรู้ใหม่
2. ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอน เสนอตัวอย่างที่หลากหลายให้มากพอและอภิปรายถึงตัวอย่าง โดยที่นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผู้สอนนำเสนอ
3. ขั้นสังเกตเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนร่วมกันทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบ และอธิบายเหตุผลหาความสัมพันธ์ของลักษณะร่วมในตัวอย่างที่นำเสนอ
4. ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างจากการเปรียบเทียบมาสรุป เป็นหลักการ กฎ นิยาม หรือ โนทัศน์ ด้วยตัวนักเรียนเอง
5. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะ โดยการนำหลักการ กฎ นิยาม หรือ โนทัศน์ที่ได้รับ ไปใช้ โดยผู้สอนเตรียมตัวอย่างใหม่ที่หลายหลายให้ผู้เรียนฝึกทำ หรือการทำแบบฝึกหัด โดยผู้เรียนมีการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบได้ถูกต้อง ซึ่งผู้สอนคอยตอบข้อสงสัย และเดินสังเกตดูว่านักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้รับ ไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่ เพื่อประเมินว่านักเรียนบรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษา ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่ามีทั้งข้อดีและข้อจำกัด ดังนี้

ปิยนุช คนฉลาด (2541, หน้า 216) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

ข้อดี

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีสอนที่หัดให้นักเรียนเป็นคนรอบคอบถ่วงถึชอบสังเกตพิจารณาและมีเหตุผล ไม่เชื่องมงาย โดยปราศจากการพิสูจน์ค้นคว้าให้เห็นจริง เป็นการสอนที่ให้นักเรียนรู้จักคิด ผู้สอนจะไม่ใช้วิธีบอกข้อเท็จจริงให้นักเรียนเท่านั้น แต่หาตัวอย่างมาใหม่นักเรียนสังเกตและสรุปเอง เป็นการสอนที่เดินตามขั้นความเจริญของจิตใจ คือเริ่มตั้งแต่การสังเกต การทดลอง การตัดสินใจหรือตกลงใจ แล้วจึงถึงมโนทัศน์

ข้อจำกัด

ผู้สอนมักจะ ไม่ศึกษาขั้นตอนของการสอนอย่างถูกต้อง และมีขั้นตอนการเตรียมการสอน สลับซับซ้อน

ศุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 18) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน
2. เป็นวิธีการที่ฝึกให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ ตามหลักตรรกศาสตร์และวิทยาศาสตร์ สรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล อันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ ซึ่งใช้ได้ดีกับการสอนวิชาวิทยาศาสตร์
3. เป็นวิธีการที่นักเรียนได้ตั้งเนื้อหาความรู้ และกระบวนการซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

ข้อจำกัด

1. เป็นวิธีการที่ใช้เวลาค่อนข้างมาก อาจทำให้เกิดความเบื่อหน่าย
2. เป็นวิธีการที่อาศัยตัวอย่างที่ดีและผู้สอนต้องเข้าใจเทคนิคการสอนแบบนี้เป็นอย่างดี ต้องมีการเตรียมการให้รัดกุม ไม่ควรด่วนสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ เสียเอง จึงจะทำให้การสอนเกิดสัมฤทธิ์ผล
3. เป็นวิธีการที่อาศัยทักษะพื้นฐานในการคิดและการทำงานกลุ่มของนักเรียน หากนักเรียนขาดทักษะดังกล่าว การสอนนี้อาจไม่เกิดสัมฤทธิ์ผลเท่าที่ควร

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2549, หน้า 279) ได้เสนอถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. นักเรียนสามารถเรียนด้วยความเข้าใจ ขจัดข้อสงสัยและสามารถจำได้นาน
2. นักเรียนจะได้รับการฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผล
3. นักเรียนสามารถทำกิจกรรมด้วยตนเอง
4. นักเรียนมีโอกาสและมีส่วนร่วมในการค้นพบ
5. นักเรียนจะได้รับการฝึกให้รู้จักการสังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์ และสรุป

ข้อจำกัด

1. ไม่เหมาะสำหรับเนื้อหาทุกเรื่อง
2. ถ้าผู้สอนยกตัวอย่างไม่เพียงพอจะไม่ได้ผลที่สมบูรณ์
3. ผู้สอนทุกคนอาจไม่สามารถใช้วิธีการสอนแบบนี้
4. ถ้าเรื่องยาวเกินไปทำให้นักเรียนเสียเวลา

ทศนา เขมมณี (2556, หน้า 342) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. เป็นวิธีการสอนที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้ดี
2. เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้
3. เป็นวิธีสอนที่นักเรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้และกระบวนการ ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

ข้อจำกัด

1. เป็นวิธีสอนที่ใช้เวลาค่อนข้างมาก
 2. เป็นวิธีสอนที่อาศัยตัวอย่างที่ดี หากผู้สอนขาดความเข้าใจในการจัดเตรียมตัวอย่างที่ครอบคลุมลักษณะสำคัญ ๆ ของหลักการ/แนวคิดที่สอน การสอนจะไม่ประสบผลสำเร็จ
- จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปถึงข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ได้ดังนี้

ข้อดี

1. นักเรียนสามารถเข้าใจในรายละเอียด และหาข้อสรุปได้อย่างชัดเจนจดจำได้นาน
2. นักเรียนได้รับการฝึกทักษะการคิดตามหลักการ เหตุผล และหลักวิทยาศาสตร์
3. นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ข้อจำกัด

1. ไม่เหมาะสมที่จะใช้สำหรับเนื้อหาทุกเรื่อง
2. ใช้เวลามาก อาจทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย
3. ถ้าผู้สอนยกตัวอย่างไม่เพียงพอจะไม่ได้ผลที่สมบูรณ์
4. ครูต้องเข้าใจในเทคนิควิธีสอนแบบนี้อย่างดี จึงจะได้ผลสัมฤทธิ์ในการสอน

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ ในภาษาไทยอาจแปลว่า มโนคติ ความคิดรวบยอด เป็นต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า มโนทัศน์ (Concept) ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

กู๊ด (Good, 1973, p. 124) ได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไปเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

อเรนดี (Arende, 2004, pp. 349-350) ได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง ความเข้าใจ หรือความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ ทำให้สามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้น

สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์ (2544, หน้า 1) ได้กล่าววามโนทัศน์ หมายถึง กระบวนการทางสมองซึ่งเป็นนามธรรมที่เกิดจากคุณสมบัติร่วม หรือประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ชุดหนึ่งอันจะทำให้เกิดความสัมพันธ์มีแบบแผน และโครงสร้างของความคิด ทำให้สามารถสรุปเป็นทฤษฎีทั่ว ๆ ไป

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 174) ได้กล่าววามโนทัศน์ไว้ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่ม สิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น ดังนั้นมโนทัศน์ จะทำให้เราสามารถจำแนกสิ่งใหม่ ๆ และเข้าใจได้รวดเร็วตามประสบการณ์ของเราที่ผ่านมา

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2555, หน้า 2) ได้กล่าววามโนทัศน์ หมายถึง หมวดหมู่ของวัตถุ เหตุการณ์ คน หรือแนวความคิด ที่มีองค์ประกอบพื้นฐานใกล้เคียงกับหมวดหมู่หนึ่ง แต่ละสิ่งในหมวดหมู่นั้นอาจมีความแตกต่าง หลากหลาย แต่มีลักษณะร่วมกันมากเพียงพอที่จะบอกได้ว่าสิ่งนั้นคืออะไร ซึ่งแต่ละมโนทัศน์มักแทนด้วยคำพูดที่เข้าใจร่วมกันของคนในสังคม

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546, หน้า 120) ได้กล่าววามโนทัศน์ไว้ว่า หมายถึง ผลสรุปจากการรับรู้ของเรา ที่มีต่อสิ่งเร้า ที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกัน เข้ามารวมกันเป็นรูปเป็นแบบอันเดียวกัน

สุรางค์ ไคว์ตระกูล (2553, หน้า 327) ได้กล่าววามโนทัศน์เป็นนามธรรม ใช้แทนศัพท์วัตถุ สิ่งของ ที่ได้จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะที่สำคัญหรือวิกฤติเป็นเกณฑ์

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2553, หน้า 62) ได้กล่าววามโนทัศน์ หมายถึง การจัดลักษณะที่เหมือน ๆ กันของประสบการณ์ หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบ ทำให้เกิดเป็นหน่วยของความคิด หรือประเภทของประสบการณ์

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 123) ได้กล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

1. ข้อความที่แสดงแก่นของเรื่องใดเรื่องหนึ่งซึ่งเกิดจากการรวบรวมลักษณะเฉพาะของนั้น
2. การจัดลักษณะที่เหมือน ๆ กันของสิ่งของ เหตุการณ์ ประสบการณ์ หรือกระบวนการเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบขึ้นเป็นหน่วยความคิด ประเภท หมู่ หรือกลุ่มคล้ายคำจำกัดความ
3. ความเข้าใจจนสามารถกำหนดเกณฑ์ที่จะใช้แบ่งประเภทสรรพสิ่งรอบตัวที่เป็นสิ่งของ วัตถุ พฤติกรรม และสิ่งที่เป็นนามธรรม

จากความหมายของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปความหมายได้ดังนี้ มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดจากความรู้ การสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ โดยสามารถจัดกลุ่มของสิ่งที่เหมือนกัน และจำแนกกลุ่มของสิ่งที่ต่างกัน ได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

กู๊ด (Good, 1945, p. 90) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคำนวณความสัมพันธ์กับจำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบหรือรูปร่างภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะเหล่านั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

คูนิย์, เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis & Henderson, 1975, p. 85) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยเป็นความเข้าใจที่สามารถสรุปได้ในรูปของความหมาย หรือบทนิยาม เช่น การบอกนิยามของฟังก์ชัน ได้แสดงถึงการมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

เอ็กเกน และคาชัค (Eggen & Kauchak, 2001, pp. 116-117) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีขนาดของมุมทั้ง 4 มุมเท่ากันและเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 5) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของ

ความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปความหมายได้ดังนี้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคล ในการอธิบายสื่อความหมายความรู้ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน โดยมีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็น บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้

ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดีมีความสำคัญต่อการสร้างองค์ความรู้ และย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ มโนทัศน์สิ่งใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ดังนั้นการสอนให้เกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญ ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968, p. 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์โดยสรุปว่า เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมใด ๆ ของบุคคลทั้งด้านความคิด การสื่อสารระหว่างกัน ในสังคม การแก้ปัญหา และการตัดสินใจ ล้วนเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทั้งสิ้น

ดี เซคโค และคาวฟอร์ด (De Cecco & Crawford, 1974, p. 301) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่มทำให้เราตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกัน เราก็สามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใดเหตุการณ์ใหม่ อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้เรารู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูปแบบ การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

นาตยา ปิรันธนานนท์ (2542, หน้า 126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า ทำให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระบบระเบียบ ทำให้จดจำได้ง่าย และสามารถหยิบฉวยความรู้เหล่านั้นไปใช้ให้เป็นประโยชน์ได้ รวมไปถึงการสื่อสารทำความเข้าใจร่วมกับผู้อื่นก็เป็นไปด้วยดี

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 10) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากนักเรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว เขาก็จะสามารถเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้อีกเรื่อย ๆ

สุรางค์ โค้วตระกูล (2553, หน้า 326) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่าเป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์ จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2553, หน้า 63) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า เป็นสิ่งสำคัญถ้านักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหาที่เรียน ก็หมายถึงว่า เขาเกิดความรู้ความเข้าใจ และสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้สิ่งอื่น ๆ ค่อยไป

ชนาธิป พรกุล (2554, หน้า 123) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า การที่สมองมีความสามารถสร้างมโนทัศน์ จากการรับข้อมูลเข้ามา แล้วแยกแยะจัดระเบียบข้อมูลที่ซับซ้อนเป็นหมวดหมู่ เพื่อให้ง่ายต่อการบันทึกเป็นความทรงจำและนำกลับมาใช้ เมื่อสมองรับข้อมูลใหม่ที่คล้ายคลึงกันก็จะเข้าใจง่ายขึ้น ถ้าสมองจัดระเบียบสิ่งต่าง ๆ ได้มากเท่าไร คนเราก็จะเข้าใจเรื่องราวต่าง ๆ ได้ดีขึ้นเท่านั้น

จากความสำคัญของมโนทัศน์ที่นักการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่ามโนทัศน์ เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เพราะจะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำง่าย และสามารถจัดประเภท สรุปและมองสิ่งใดสิ่งหนึ่งในลักษณะร่วมกัน เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นประโยชน์ในการเรียนรู้สิ่งอื่น ๆ ค่อยไป

สำหรับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอถึงความสำคัญ ไว้ดังนี้

คู่มือ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis & Henderson, 1975, pp. 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้นิทรรศน์ เช่น นักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวนจำนวนหนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้
3. มโนทัศน์ทำให้เราพบความรู้ใหม่

คาไมและโดมินิค (Kamii & Dominick, 1997, อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2547, หน้า 113) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนได้เข้าใจและเกิดมโนทัศน์ จะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ชมนาค เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 85) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปได้ว่า เป็นสิ่งที่ไม่สามารถเรียนรู้ได้ด้วยการ “บอก” จะต้องเกิดจากประสบการณ์และการคิด ยังมีประสบการณ์มากเท่าไรหรือความคิดรวบยอดก็จะเกิดได้ลึกซึ้งและชัดเจนยิ่งขึ้น และถ้ามีประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ไม่ซ้ำซากอยู่แต่เพียงประสบการณ์เดิมซ้ำ ๆ กันเท่านั้น ก็จะทำให้การเกิดความคิดรวบยอดพัฒนาขึ้นไปตามลำดับ

สวท. (2555 ข, หน้า 61) ได้เสนอถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

อัมพร ม้าคอง (2557, หน้า 17) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้

จากความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่จำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหา การเชื่อมโยง การตัดสินใจวิเคราะห์เพื่อก่อให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ ๆ และจะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำง่าย และสามารถจัดประเภท สรุปและมองสิ่งใดสิ่งหนึ่งในลักษณะร่วมกัน เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และช่วยให้สามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้อย่างรวดเร็ว

แนวทางการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968, p. 505) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์เป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. วิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้า
2. ตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง ๆ
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐานให้มาสัมพันธ์กับระบบที่อยู่เดิมใน

โครงสร้างของความคิด

6. เลือกความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่ได้รับมาใหม่ให้ครอบคลุมไปยังมโนทัศน์ที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กัน

7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ให้ครอบคลุมสมาชิกทุก ๆ หน่วยภายในกลุ่ม

8. คิดหาสัญลักษณ์ที่เหมาะสมมาเป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ เพื่อเป็นสื่อกลางในการทำความเข้าใจกับมโนทัศน์นั้น ๆ ได้ตรงกัน อันจะเป็นประโยชน์ในการถ่ายทอดมโนทัศน์ไปสู่กลุ่มอื่น ๆ

ดี เซคโค และคราวฟอร์ด (De Cecco & Crawford, 1974, pp. 301-302) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว

2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่น ๆ ของมโนทัศน์มาสอนหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย

3. แสดงภาษาที่ใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานดำหรือบอร์ดก็ได้

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง กับมโนทัศน์ที่จะสอน

5. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็น ถาม แล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดใช่ ตัวอย่างใดไม่ใช่

6. แสดงตัวอย่างมโนทัศน์อื่นที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ที่จะสอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่จะสอน

7. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนแล้วเปิดโอกาสให้ซักถาม และตรวจงานนักเรียนเพื่อรายงานผลให้ทราบ และให้การเสริมแรงอื่น ๆ

นาคยา ปีตันธนานนท์ (2542, หน้า 22) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนา มโนทัศน์ ซึ่งแบ่งเป็น 2 แบบ คือ การสอนแบบนิรนัย และการสอนแบบอุปนัย ดังนี้

การสอนแบบนิรนัย มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้นักเรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
4. ให้นักเรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
5. ให้นักเรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบอุปนัย มีขั้นตอนดังนี้

1. ไม่บอกมโนทัศน์และความหมายมโนทัศน์นั้นให้นักเรียน
2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้คัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่ม

เดียวกัน

3. ให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้น
4. ให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้
5. ให้นักเรียนสรุปอธิบายความหมาย ของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นหมายความว่าอย่างไร

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 78-80) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนามโนทัศน์ เป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. เตรียมหาข้อมูลสำหรับให้นักเรียนฝึกหัดจำแนก
2. อธิบายกติกาในการเรียนให้นักเรียนรู้และเข้าใจตรงกัน
3. เสนอข้อมูลตัวอย่างของมโนทัศน์และที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน
4. ให้บอกลักษณะของสิ่งของที่คิดว่าเป็นลักษณะของสิ่งที่เป็นตัวอย่าง
5. ให้สรุปออกมาเป็นลักษณะของสิ่งที่ยกขึ้นเป็นตัวอย่าง
6. ให้อธิบายว่าอะไรที่ทำให้บอกได้ว่าสิ่งต่าง ๆ ที่เสนอมาใช้ตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่าง

เป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
2. วิเคราะห์ลักษณะของมโนทัศน์ที่เรียน
3. ตรวจสอบความรู้พื้นฐานที่จำเป็นก่อนเรียน

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่ถูกและตัวอย่างที่ผิด
5. เสนอตัวอย่างใหม่
6. ให้นักเรียนได้เลือกหรือแยกมโนทัศน์ที่เรียนออกจากกลุ่มที่ปะปนกันอยู่
7. ให้นักเรียนอธิบายสรุปลักษณะสำคัญ

จากแนวคิดที่เกี่ยวกับการสอนมโนทัศน์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปว่า แนวทางการพัฒนาให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถทำได้หลากหลายแนวทาง ผู้วิจัยใช้แนวทางการพัฒนาให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้น ๆ ได้ดังนี้

1. การกำหนดมโนทัศน์แต่ไม่บอกความหมายหรือมโนทัศน์ให้แก่ นักเรียน
2. การนำเสนอตัวอย่างให้นักเรียนพิจารณา
3. การสังเกตเปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์ ของตัวอย่าง ที่นำเสนอ
4. การสรุปความเข้าใจหรือมโนทัศน์ของตนเอง
5. การนำมโนทัศน์ที่ได้รับไปใช้เพื่อให้เกิดประโยชน์

การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สำหรับการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นสิ่งที่จำเป็นและสำคัญมากในการวัดความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาทางวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้แนวคิดการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ การวัดเกี่ยวกับหลักการหลายสิ่งหลายอย่าง ทั้งการวัดความคิดในเชิงนามธรรมคือ ความเข้าใจของนักเรียนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ สามารถแยกแยะประเภทของสิ่งต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยามกฎเกณฑ์ หรือวิธีการในทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นการวัดในระดับสูงของความคิดความจำ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด (อัมพร ม้าคนอง, 2552, หน้า 65) เนื่องจากผู้วิจัยเลือกใช้การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบทดสอบแบบอัตนัย ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 65-66) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ซึ่งพิจารณาคำตอบและการอธิบายคำตอบดังนี้

1. การพิจารณาคำตอบ
 - 1.1 ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct) ให้ 3 คะแนน
 - 1.2 ระดับถูกต้องค่อนข้างอย่างสมบูรณ์ (Mostly correct) ให้ 2 คะแนน
 - 1.3 ระดับถูกต้องบ้างบางส่วน (Partly correct) ให้ 1 คะแนน
 - 1.4 ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect) หรือไม่ตอบ ให้ 0 คะแนน

2. การพิจารณาลักษณะของการอธิบายโน้ตสน์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

2.1 การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล (Logically structured explanations) เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิง โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งจำแนกได้ 2 ระดับ ดังนี้

2.1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

2.1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือพยายามสื่อความหมาย

แต่ไม่ชัดเจน

2.2 การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง (Non-structured explanations) เป็นการอธิบายที่ไม่ใช้โครงสร้างระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

จากเกณฑ์การประเมินโน้ตสน์ข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุปเกณฑ์การประเมินได้ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน	การอธิบายโน้ตสน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
2 คะแนน	มีการอธิบายสื่อความหมายโดยมีการอ้างอิง โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการในทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องชัดเจน
1 คะแนน	มีการอธิบายสื่อความหมายโดยมีการอ้างอิง โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการในทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน
0 คะแนน	มีการอธิบายสื่อความหมายโดยไม่อ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งไม่สามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการในทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีการเขียนตอบ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งของการคิด ที่ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญ ซึ่งได้มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาให้ความหมายของการคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ครูลิก และรูดนิค (Krulik & Rudnick, 1993, pp. 2-3) ได้กล่าวว่า การคิด หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างความคาดการณหาคือสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันนั้น ข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันจนกลายมาเป็นความรู้ใหม่ได้

โอดาฟเฟอร์ และธอนควิสท์ (O'Daffer & Thomquist, 1993, p. 43) ได้กล่าวเกี่ยวกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ไว้ในทำนองเดียวกันกับครูลิกและรูดนิค คือ มองว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เช่นกันและเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวความคิดที่อ้างอิงหลักการ และการหาความสัมพันธ์ของแนวความคิด นอกจากนั้นโอดาฟเฟอร์เน้นว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จ

บาร์ดูดี (Baroody, 1993, pp. 2-59) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ว่ามี 3 ประเภท โดยเพิ่มการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive reasoning) เป็นอีกประเภทหนึ่ง ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ไม่ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกับของโอดาฟเฟอร์เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท บาร์ดูดี กล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึกหรือแบบอุปนัยที่เรียกว่าการสร้างข้อคาดเดา (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อคาดเดาโดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

สสวท. (2555 ค, หน้า 39-40) ได้เสนอไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงกระบวนการทางการคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

เวชฎุทธิ อังกะษัทรขจร (2555, หน้า 114) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของ ข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176) ได้ให้ความหมายโดยสรุปว่า ความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิดและสถานการณ์ทาง คณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือ สถานการณ์ใหม่

จากที่นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุป เกี่ยวกับความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ความสามารถในการอธิบายอ้างอิง และเสนอแนวคิด ในการให้เหตุผลประกอบคำตอบที่ถูกต้องในเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ โดยมี การอธิบาย อย่างสมเหตุสมผล

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอถึงความสำคัญของการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สติกกินส์ (Stiggins, 1997, p. 6) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ ว่า การทำความเข้าใจโดยใช้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้อง ใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่าง ๆ เข้ากับภาพโดยรวมของ สิ่งนั้นหรือไม่ ในบางโอกาสเราต้องให้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

อาร์ทและชิเรล (Artzt & Shirel, 1999, pp. 125-126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจ ปัญหาวิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48-49) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ทักษะหนึ่ง ที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน เพราะเป็นการฝึกฝนให้เกิดทักษะหรือความชำนาญ ไม่ใช่เพียงเป็นเรื่องของการหาค่าความจริง ที่เป็นจริงหรือเท็จเท่านั้น ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเรื่องที่นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหา ในการเรียนการทำงานหรือในชีวิตประจำวันได้มากขึ้น ซึ่งเราไม่สามารถดำเนินการในคณิตศาสตร์ โดยปราศจากเหตุผลซึ่งกระบวนการคิดในลักษณะนี้นักเรียนต้องใช้การคิดหลากหลายลักษณะ

นักเรียนต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมี
 วิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

สสวท. (2555 ค, หน้า 39) ได้เสนอถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า
 เป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถ
 วิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ
 และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเรื่องมีสำคัญที่นักเรียน
 สามารถนำคิดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต
 ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์

จากความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาและสถาบันทาง
 การศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ
 ต่อการเรียนรู้ของนักเรียนทำให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี สามารถวิเคราะห์ปัญหาและวางแผน
 ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์ในชีวิตจริง

แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถ
 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

โรเวน และมอร์โรว์ (Rowan & Morrow, 1993, pp. 16-18) ได้เสนอแนวทางการพัฒนา
 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัด
 บรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง
 ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและ
 ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุป พร้อมทั้งแสดง
 การยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

สสวท. (2547, หน้า 18) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
 ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้ตาม
 ความเหมาะสม
3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน
4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึง
 ระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะถูกฝึกให้เกิดเป็นนิสัย
5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล

6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

นอกจากจะต้องคำนึงถึงหลักการต่าง ๆ แล้ว สสวท. (2547, หน้า 19) ยังได้เสนอถึงสิ่งที่ผู้สอนควรดำเนินการมี ดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้ การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอน การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกอย่างโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปรายถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้ นักเรียน ได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และการชี้แจงนี้จะเป็น โอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเอง ทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผล ครูควรอาศัย การสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้ นักเรียน ได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติม ครูควรเพิ่มเติมนอกเหนือจากการสอนปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะ โจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเอง หรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การฝึกเรียนปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ มากกว่าจะเป็นการสอนหรือบอกให้นักเรียนเห็นความสำคัญหรือให้นักเรียนรู้จักเหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่นผู้สอนควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนแปลงไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” ซึ่งคำถามเหล่านี้ใช้ได้ทั้งในการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ การให้นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การให้อธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นเหตุเป็นผล และในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการทำงานเหล่านี้ นักเรียนจะมีเหตุผลเป็นของตนเองที่แตกต่างจากผู้อื่น ผู้สอนสามารถตั้งคำถามให้นักเรียนใช้ได้อย่างต่อเนื่อง และไม่ควรคำนึงเฉพาะเหตุผลที่ถูกต้อง หรือสมเหตุสมผลเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล เพื่อที่จะทราบว่าทำไมนักเรียนจึงให้เหตุผลเช่นนั้น การให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผล จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญนักเรียน

จะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ของตนเองมากกว่าการที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 179) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด และแก้ปัญหาาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

จากที่นักการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปเกี่ยวกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จัดกิจกรรมในชั้นเรียนที่สามารถส่งเสริมให้นักเรียนสามารถอธิบายแสดงเหตุผล โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลในทุกสถานการณ์ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องและหลากหลาย มีการใช้คำถามนำ เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนแปลงไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” เพื่อฝึกให้นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลนำมาสู่การสร้างข้อสรุป และให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอเกี่ยวกับการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ครูลิติก และ รูดนิค (Krulik & Rudnick, 1993, pp. 8-9) ได้อธิบายถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 การสังเกต โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาอยู่กับกลุ่มเพื่อนในห้อง

1.2 การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบเลือกตอบ แต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 122) ได้เสนอถึง การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลว่า นอกจากจะพิจารณาจากการแสดงวิธีการหาคำตอบและความถูกต้องของคำตอบแล้ว เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบแบบอัตนัย อาจพิจารณาด้านอื่น ๆ อีกก็ได้ สำหรับเกณฑ์ในการให้คะแนนของการสังเกต การสัมภาษณ์ และการประเมินชิ้นงานนั้น สามารถสร้างเกณฑ์ในทำนองเดียวกับเกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็ได้

สสวท. (2547, หน้า 50-52) ได้เสนอถึง การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลว่า สามารถประเมินโดยใช้แบบทดสอบ โดยที่นักเรียนสามารถหาคำตอบ และมีการเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจได้อย่างถูกต้อง สมเหตุสมผล และนอกจากจะพิจารณาความสามารถ ในการให้เหตุผล ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินผลควรจะคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

4.1 ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่า นักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ ของนักเรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดประสงค์ในลักษณะนี้ จะประเมินด้วยการวิเคราะห์ เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่างๆตามที่ต้องการทราบ

4.2 ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้ อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้ การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจาก ประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

จากแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย

2. เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กูดริช (Goodrich, 1997 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 184) ได้กล่าวถึง สาเหตุที่ทำให้การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับครูและนักเรียน ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตรา ของครู เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้ นักเรียนได้ นักเรียนเห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุ จุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริกก็คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบในการตัดสินคุณภาพของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จและงานที่มีคุณภาพ

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกจะช่วยลดเวลาของครูในการประเมินชิ้นงาน และเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบายแก่ผู้อื่นให้เข้าใจการประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง

เวซทอร์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 184-185) ได้อธิบายถึง เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก ว่าโดยทั่วไปเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

จากรายละเอียดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกข้างต้น ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลแบบภาพรวม (Holistic scoring) ซึ่งมีผู้ให้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลแบบรูบริกภาพรวม ดังนี้

California state department of education (1989 อ้างถึงใน พรหมทิพา พรหมรักษ์, 2552, หน้า 61-62) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนกรณีข้อสอบเป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งเป็นระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียด ดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุผล มีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการ

ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุมีผล และสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor flaws but satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious flaws but nearly satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจ แนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begins but fails to complete problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to begin effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอตาราง เกณฑ์การให้คะแนน การทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/ กระบวนการ การให้เหตุผล ดังนี้

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ทักษะ/ กระบวนการ การให้เหตุผล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4: ดีมาก	-มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3: ดี	-มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2: พอใช้	-เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1: ควรแก้ไข	-มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0: ต้องปรับปรุง	-ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

จากเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ California state department of education และกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ชำงคั่น ผู้วิจัยสามารถสังเคราะห์เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีการพิจารณาคำตอบที่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบอย่างชัดเจน ได้ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 คะแนน	- คำตอบถูกต้อง มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล
2 คะแนน	- คำตอบถูกต้อง มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน หรือคำตอบผิดแต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล
1 คะแนน	-ตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดหรือเสนอแนวคิดประกอบไม่สมเหตุสมผล หรือคำตอบผิดแต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
0 คะแนน	- คำตอบผิดหรือไม่ตอบ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

คริสตู และปาปาจิออจิโอ (Christou & Papageorgiou, 2007, pp. 55-56) ได้ศึกษาเรื่องโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงพื้นฐานทฤษฎีการให้เหตุผลเชิงอุปนัย โดยได้ทำการศึกษาโครงสร้างสำหรับการแนะนำและการประเมินการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษา เป็นการชี้แจงและทำให้สมบูรณ์ท่ามกลางคุณสมบัติความสัมพันธ์ของความถี่ของความคิดทางคณิตศาสตร์ ใช้ข้อมูลจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 135 คน ในประเทศไซปรัส ได้ใช้ประโยชน์จากการวิเคราะห์ปัจจัยที่นำมาขึ้นต้นและพิสูจน์ความสอดคล้องกับข้อมูลแล้วนำมาสรุปให้เป็นกระบวนการเฉพาะที่มุ่งตรวจสอบความเหมือนและความแตกต่างในคุณสมบัติความสัมพันธ์ซึ่งเป็นการนำมาใช้สำหรับผลเฉลยของปัญหาคณิตศาสตร์เชิงอุปนัยที่ควบคุมด้วยคุณสมบัติหรือความสัมพันธ์ ผลจากการวิจัยโครงสร้างการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ได้ให้ประโยชน์แก่การกำหนดพื้นฐานทาง

ทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและการกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

มีวราด (Mourad, 2005, p. 75) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยในคาบเรียนพีชคณิตซึ่งเป็นการเปรียบเทียบผลของวิธีสอน 2 วิธี ในหน่วยการเรียนรู้พีชคณิต เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นของนักเรียนเกรด 8 วิธีสอนที่นำมาใช้ทดลองครั้งนี้คือ การจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยการเป็นตัวแทนและแนวทางในการค้นพบในขณะที่วิธีสอนที่ควบคุมคือ การสอนแบบปกติ จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือ ต้องการปรับปรุงแก้ไขผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น ของนักเรียนผู้วิจัยต้องการพิสูจน์ความจริงที่สำคัญทางคณิตศาสตร์ 3 ข้อ คือ ข้อแรกเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นและอีกสองข้อเกี่ยวกับความสามารถในการเป็นตัวแทนของการแปลง โดยจะนำมาใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการทดสอบประจำหน่วยซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 29 คน ซึ่งมีระดับความคิดแตกต่างกัน ผลการเปรียบเทียบพบว่ากลุ่มทดลองให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากกิจกรรมการเรียนการสอนมากกว่ากลุ่มปกติ

งานวิจัยในประเทศ

กุลนิตา วรสารนันท์ (2552, หน้า 87) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียน และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังเรียน และมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณยศ สงวนสิน (2547, หน้า 54) ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนได้รับการสอนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย เรื่อง พหุนาม ผลการวิจัยพบว่าชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอน

ด้วยชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ธนรัตน์ ธนากิจเจริญสุข (2541, หน้า 61-62) ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่างกัน จำนวน 90 คน ที่เรียนจากวีดิทัศน์ที่มีวิธีการเสนอเนื้อหาแบบอุปนัยและนิรนัย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนจากการสอนวีดิทัศน์ที่มีการเสนอเนื้อหาแบบอุปนัยและนิรนัย มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่างกันมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์กับวิธีเสนอเนื้อหาในรายการวีดิทัศน์ที่ส่งผลร่วมกันต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่เรียนจากรายการวีดิทัศน์ที่มีการเสนอเนื้อหาแบบอุปนัยและนิรนัย มีความคงทนในการจำวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่างกัน มีความคงทนในการจำวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์กับวิธีเสนอเนื้อหาในรายการวีดิทัศน์ที่ส่งผลร่วมกันต่อความคงทนในการจำวิชาคณิตศาสตร์

อัญชติรัตน์ รอดเลิศ (2553, หน้า 81) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนาโน้ตบุ๊กและเอกสารสรุปโน้ตบุ๊กที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนาโน้ตบุ๊กและเอกสารสรุปโน้ตบุ๊กที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และยังมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์แบบค้นพบ ทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ เปรียบเทียบถึงความเหมือนความแตกต่างของข้อมูล หรือตัวอย่างสถานการณ์ ที่นำเสนอ สามารถสร้างความเข้าใจทางการเรียนคณิตศาสตร์ มี อีกทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยในยังสามารถช่วยพัฒนาและส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้เช่นกัน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ สำหรับนักเรียนนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การดำเนินการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 10 ห้องเรียน มีนักเรียนรวม 496 คน ซึ่งโรงเรียนจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียน แบบคละความสามารถทางการเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 47 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จาก 10 ห้องเรียน มาจำนวน 1 ห้องเรียน ที่มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถทางการเรียน

การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบอุปนัย รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความสัมพันธ์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.2 ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 ศึกษาเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการจัดทำแผนการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตารางที่ 8 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์ และสาระการเรียนรู้ ของแผนการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์

แผน	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1. คู่อันดับที่เท่ากัน	ค 4.1 ม. 4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ ค 6.1 ม. 4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปได้ อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของคู่อันดับที่เท่ากันได้ 2. นักเรียนสามารถหาค่าของตัวแปร x ที่ทำให้คู่อันดับที่กำหนดให้เท่ากันได้ 3. นักเรียนสามารถเขียนอธิบายการหาคู่อันดับที่เท่ากันตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้	1. คู่อันดับ	1
2. ผลคูณคาร์ทีเซียน	ค 4.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ	1. นักเรียนสามารถบอกจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้ 2. นักเรียนสามารถเขียนผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้	1. ผลคูณคาร์ทีเซียน	1

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แผน	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
	และสมการ ค 6.1 ม. 4-6/ 3 ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจและ สรุปได้อย่างเหมาะสม	3. นักเรียนสามารถเขียน อธิบายเหตุผลประกอบ การหาผลคูณคาร์ทีเซียน ตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้		
3. ความหมาย และจำนวน ความสัมพันธ์	ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ ค 4.2 ม. 4-6/ 4 สร้างความสัมพันธ์หรือ ฟังก์ชันจาก สถานการณ์หรือปัญหา และนำไปใช้ในการ แก้ปัญห ค 6.1 ม. 4-6/ 3 ให้เหตุผลประกอบ การตัดสินใจและสรุป ได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบาย ความหมายของ ความสัมพันธ์ จาก A ไป B ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบาย ความหมายของ ความสัมพันธ์ใน A ได้ 3. นักเรียนสามารถเขียน ความสัมพันธ์ตามเงื่อนไข ที่กำหนดให้ได้ 4. นักเรียนสามารถเขียน อธิบายเหตุผล ประกอบการหา ความสัมพันธ์ ตามเงื่อนไข ที่กำหนดให้ได้	1. ความสัมพันธ์	2
4. การหา โดเมน และเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ แบบแจกแจง สมาชิก	ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	1. นักเรียนสามารถหา โดเมน และเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ได้ 2. นักเรียนสามารถ เขียนอธิบายเหตุผล ประกอบการหาโดเมน และเรนจ์ของความ สัมพันธ์ ที่กำหนดให้ได้	1. โดเมนและเรนจ์ ของความสัมพันธ์	1

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แผน	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
5. การหา โดเมน และเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ แบบบอก เงื่อนไข	ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ ค 6.1 ม. 4-6/ 3 ให้เหตุผลประกอบ การตัดสินใจและสรุป ได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถหาโดเมน และเรนจ์ของ ของความสัมพันธ์ ที่กำหนดให้ได้ 2. นักเรียนสามารถ เขียนอธิบายเหตุผล ประกอบการหาโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์ ตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้	1. โดเมนและเรนจ์ ของความสัมพันธ์	3
6. กราฟของ ความสัมพันธ์	ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ ค 4.2 ม. 4-6/ 5 ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา ค 6.1 ม. 4-6/ 3 ให้เหตุผลประกอบ การตัดสินใจและสรุป ได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถเขียน กราฟของความสัมพันธ์ ที่กำหนดให้ได้ 2. นักเรียนสามารถใช้กราฟ ของความสัมพันธ์ที่ กำหนดให้ไปแก้ปัญหาได้ 3. นักเรียนสามารถเขียน อธิบายให้เหตุผล ประกอบเกี่ยวกับกราฟของ สมการ อสมการของ ความสัมพันธ์ที่กำหนด ให้ได้	1. กราฟของ ความสัมพันธ์	2

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แผน	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
7. อินเวอร์สของความสัมพันธ์	ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตารางกราฟ และสมการ ค 6.1 ม. 4-6/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของอินเวอร์สของความสัมพันธ์ได้ 2. นักเรียนสามารถหาอินเวอร์สของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้ 3. นักเรียนสามารถหาโดเมนและเรนจ์ของอินเวอร์สของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้ 4. นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเหตุผลการหาอินเวอร์สของความสัมพันธ์ได้รวมถึงหาโดเมนและเรนจ์ของอินเวอร์สของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ได้	1. อินเวอร์สของความสัมพันธ์	2
		รวม		12

1.4 จัดทำแผนการเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 7 แผน เวลา 12 คาบ ซึ่งแผนการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย

1.4.1 มาตรฐานการเรียนรู้

1.4.2 ตัวชี้วัด

1.4.3 จุดประสงค์การเรียนรู้ ประกอบไปด้วย

1.4.3.1 ด้านความรู้

1.4.3.2 ด้านทักษะ/ กระบวนการ

1.4.3.2 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.4.4 สารระสำคัญ

1.4.5 สารการเรียนรู้

1.4.6 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1.4.6.1 ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ที่ผู้สอนสร้างความสนใจให้นักเรียนอยากเรียน โดยผู้สอนจะเริ่มด้วยการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนและเตรียมตัวเรียนความรู้ใหม่

1.4.6.2 ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอน เสนอตัวอย่างที่หลากหลายให้มากพอและอภิปรายถึงตัวอย่าง โดยที่นักเรียนร่วมกันพิจารณาองค์ลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผู้สอนนำเสนอ

1.4.6.3 ขั้นสังเกตเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนร่วมกันทำการสังเกต ค้นหาวิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบ และอธิบายเหตุผลหาความสัมพันธ์ของลักษณะร่วมในตัวอย่างที่นำเสนอ

1.4.6.4 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างจากการเปรียบเทียบมาสรุป เป็นหลักการ กฎ นิยาม หรือมโนทัศน์ ด้วยตัวนักเรียนเอง

1.4.6.5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะโดยการนำหลักการ กฎ นิยาม หรือมโนทัศน์ที่ได้รับ ไปใช้ โดยผู้สอนเตรียมตัวอย่างใหม่ที่หลายหลายให้ผู้เรียนฝึกทำ หรือการทำแบบฝึกหัด และอธิบายให้เหตุผลได้ถูกต้องโดยผู้สอนสังเกตว่านักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้รับ ไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่ เพื่อประเมินว่านักเรียนบรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

1.4.7 สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1.4.8 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.4.9 บันทึกหลังการสอน (ผลการเรียน, ปัญหาและอุปสรรค, ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข)

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา และความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สารระสำคัญ สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน

5 ท่าน เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ โดยการหาค่าดัชนี ความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับ ได้มีค่า ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ไม่สอดคล้องกัน

1.7 หลังจากนำแผนการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60-1.00 (ดังตารางที่ 16 ภาคผนวก ก) และนำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย มาปรับปรุงแก้ไข ตามคำแนะนำ ของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งได้มีการปรับภาษาให้ได้ใจความ และเข้าใจได้ง่ายขึ้นตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ และแก้ไขคำที่พิมพ์ผิดทุกแผนการจัดการเรียนรู้ อีกทั้งยังมีการแก้ไขตัวอย่างบางตัวอย่างและแบบฝึกหัดบางข้อ เช่น “ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 - y^2 = 9\}$ ” ผู้เชี่ยวชาญแนะนำว่าเป็นข้อที่ยากเกินไปสำหรับนักเรียน จึงปรับเป็น “ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = x^2 + 1\}$ ” รวมถึงปรับรูปแบบใบกิจกรรมในบางแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 50 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัด ฉะเชิงเทรา

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยใช้กิจกรรม การเรียนรู้แบบอุปนัย หลังจากทดลองใช้แล้วมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีการแก้ไขคำผิด และปรับ ตัวอย่างรวมถึงแบบฝึกหัดบางข้อให้สมบูรณ์ เช่น เพิ่มบรรทัดหรือช่องว่างในการหาคำตอบของ แบบฝึกหัดจากนั้นนำมาจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงแล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหา สาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

2.2 ศึกษาคู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบ และแนวทางการวัดผลและประเมินผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่าง **ตัวชี้วัด เนื้อหาและมโนทัศน์ เรื่อง** ความสัมพันธ์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ดังตาราง 9

ตารางที่ 9 การวิเคราะห์ ตัวชี้วัด เนื้อหา และมโนทัศน์ ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์

ตัวชี้วัด	เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวน ข้อสอบที่ ออกทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการจริง
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน เขียน แสดงความสัมพันธ์ และฟังก์ชันในรูปแบบ ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	1. คู่อันดับที่เท่ากัน	มโนทัศน์ที่ 1 คู่อันดับสองคู่อันดับใด ๆ จะมีค่าเท่ากันเมื่อสมาชิกตัว หน้าเท่ากันและสมาชิกตัว หลังเท่ากันหรือ $(x, y) = (u, v)$ เมื่อ $x = u$ และ $y = v$	2	1
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน เขียน แสดงความสัมพันธ์ และฟังก์ชันในรูปแบบ ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	2. ผลคูณคาร์ทีเซียน	มโนทัศน์ที่ 2 ผลคูณ คาร์ทีเซียน คือ เซต ของคู่อันดับระหว่างเซต A และ B โดยที่สมาชิกตัว หน้าของคู่อันดับเป็น สมาชิกของเซต A และ สมาชิกตัวหลัง เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \times B$ อ่านว่า “เอกคูณบี”	2	1

ตารางที่ 9 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวน ข้อสอบที่ ออกทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการจริง
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และฟังก์ชันในรูปแบบ ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	3. ความสัมพันธ์	<u>มโนทัศน์ที่ 3</u> ความสัมพันธ์ คือ เซตของ คู่อันดับและเป็นสับเซต ของผลคูณคาร์ทีเซียน ถ้า $r \subset A \times B$ เรากล่าวว่า r เป็น ความสัมพันธ์จาก A ไป B ถ้า $r \subset A \times A$ เรากล่าวว่า r เป็นความสัมพันธ์ใน A	2	1
ค 4.2 ม. 4-6/ 4 สร้างความสัมพันธ์ หรือฟังก์ชันจาก สถานการณ์หรือ ปัญหา และนำไปใช้ ในการแก้ปัญหา		<u>มโนทัศน์ที่ 4</u> ถ้าเซต A มีสมาชิก m ตัว เซต B มีสมาชิก n ตัว จำนวนความ สัมพันธ์จาก A ไป B จะเท่ากับ 2^{mn}	2	1
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน เขียน แสดงความสัมพันธ์ และฟังก์ชันในรูปแบบ ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	4. โดเมนและเรนจ์ ของความสัมพันธ์	<u>มโนทัศน์ที่ 5</u> ให้ r แทนความสัมพันธ์ จาก A ไป B จะได้ว่า โดเมนของ r คือ เซตของ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ ใน r เขียนแทนด้วย D_r <u>มโนทัศน์ที่ 6</u> ให้ r แทนความสัมพันธ์ จาก A ไป B จะได้ว่าเรนจ์ ของ r คือ เซตของสมาชิก ตัวหลังของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย R_r	2	1

ตารางที่ 9 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวน ข้อสอบที่ ออกทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการจริง
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน เขียน แสดงความสัมพันธ์ และฟังก์ชันในรูป ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	5. กราฟของ ความสัมพันธ์	<u>มโนทัศน์ที่ 7</u> ให้ R เป็นเซตของจำนวน จริง และ $r \subset R \times R$ กราฟ ของความสัมพันธ์ คือเซต ของจุดบนระนาบ โดยที่แต่ละ จุดแทนสมาชิกของ ความสัมพันธ์ r	2	1
ค 4.2 ม. 4-6/ 5 ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา				
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน เขียน แสดงความสัมพันธ์ และฟังก์ชันในรูป ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	6. อินเวอร์สของ ความสัมพันธ์	<u>มโนทัศน์ที่ 8</u> อินเวอร์สของ ความสัมพันธ์ r คือ ความสัมพันธ์ที่เกิดจาก การสลับที่ของสมาชิกตัว หน้าและสมาชิกตัวหลังใน แต่ละคู่อันดับที่เป็นสมาชิก ของ r เขียนแทนด้วย r^{-1}	2	1
		<u>มโนทัศน์ที่ 9</u> กำหนด r เป็นความสัมพันธ์ จะได้ว่า $D_r = R_{r^{-1}}$ และ $R_r = D_{r^{-1}}$	2	1
	รวม		18	9

2.4 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

2.5 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเกณฑ์การให้คะแนน ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน 5 ท่าน เพื่อ ตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา และความสอดคล้องระหว่างมโนทัศน์ที่ต้องการวัด กับคำถามในแบบวัด โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*: Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามมโนทัศน์
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามมโนทัศน์
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามมโนทัศน์

2.6 หลังจากที่ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ พบว่าแบบวัด มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60-1.00 (ดังตารางที่ 17 ภาคผนวก ก) และนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ โดยมีการปรับภาษา เพื่อให้ได้ใจความอ่านแล้วเข้าใจง่ายขึ้น อีกทั้งยังมีการปรับปรุงแก้ไขแบบวัดในบางข้อ โดยการปรับแต่งโจทย์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น เช่น “ ถ้าจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B เท่ากับ 2^8 แล้ว A และ B มีสมาชิกเป็นเท่าใดได้บ้าง จงอธิบาย ” ปรับแก้เป็น “ ถ้าจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B เท่ากับ 2^8 จงอธิบายจำนวนสมาชิกของเซต A และ B ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ” หลังจากนั้นนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อประธานและคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

2.7 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (กลุ่มเดียวกับที่ทดลองแผนการจัดการเรียนรู้) จำนวน 50 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.8 นำผลการสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก แล้วคัดเลือกแบบวัดที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 9 ข้อ โดยให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า แบบวัดมีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.50-0.73 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.38-0.75

2.9 นำแบบวัดข้อที่ผ่านการคัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161) พบว่า แบบวัดมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.716

2.10 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สมบูรณ์ ไปใช้เก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย โดยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผล จำนวน 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3.2 ศึกษาคู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบ และแนวทางการวัดผลและประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผล จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัด เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ดังตาราง 10

ตารางที่ 10 การวิเคราะห์ ตัวชี้วัด เนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์

ตัวชี้วัด	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตารางกราฟ และสมการ	คู่อันดับ และผลคูณคาร์ทีเซียน	1. นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเหตุผลประกอบ การหาผลคูณคาร์ทีเซียนตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้	2	1

ตารางที่ 10 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบที่ ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการ จริง
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบ ต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	ความสัมพันธ์	1. นักเรียนสามารถเขียน อธิบายเหตุผลประกอบ การหาความสัมพันธ์ จาก A ไป B ตามเงื่อนไข ที่กำหนดให้ได้	2	1
ค 4.2 ม. 4-6/ 4 สร้างความสัมพันธ์หรือ ฟังก์ชันจากสถานการณ์ หรือปัญหา และนำไปใช้ ในการแก้ปัญหา				
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	โดเมนและเรนจ์ของ ความสัมพันธ์	1. นักเรียนสามารถ เขียนอธิบายเหตุผล ประกอบการหาโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์ ตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้	2	1
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบต่างๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	กราฟของ ความสัมพันธ์	1. นักเรียนสามารถอธิบาย ให้เหตุผลประกอบการเขียน กราฟแสดงความสัมพันธ์ ตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้	2	1

ตารางที่ 10 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบที่ ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการ จริง
ค 4.2 ม. 4-6/ 5 ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา				
ค 4.1 ม. 4-6/ 3 มีความคิดรวบยอด เกี่ยวกับความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน เขียนแสดง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ	อินเวอร์สของ ความสัมพันธ์	1. นักเรียนสามารถเขียน อธิบายเหตุการณ์หา อินเวอร์สของความสัมพันธ์ ได้	2	1
	รวม		10	5

3.4 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สร้างขึ้น เสนอต่อประธานและคณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์
เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

3.5 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนำเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญในการตรวจ
เครื่องมือ จำนวน 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา และความสอดคล้อง
ระหว่าง จุดประสงค์การเรียนรู้กับคำถามในแบบวัด โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง
(IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป
โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

3.6 หลังจากที่ถูกผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60-1.00 (ดังตารางที่ 18 ภาคผนวก ก) และนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยมีการปรับการใช้สำนวนและภาษาให้ได้ใจความเพื่อที่อ่านแล้วเข้าใจง่ายขึ้น รวมทั้งแก้ไขคำที่พิมพ์ผิดทุกคำ เช่น “โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x-4}\}$ เป็นจำนวนจริงใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด ” ปรับแก้เป็น “ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x-4}\}$ เป็นเซตจำนวนจริงทุกจำนวน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด ”

3.7 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง (กลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้) จำนวน 50 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.8 นำผลการสอบมาวิเคราะห์เป็นรายชื่อเพื่อหาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก แล้วคัดเลือกแบบวัดที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 5 ข้อ ให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์ พบว่า แบบวัดมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.50-0.69 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.39-0.72

3.9 นำแบบวัดข้อที่ผ่านการคัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตโนมัติ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (เวชฤทธิ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 161) พบว่า แบบวัดมีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.801

3.10 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สมบูรณ์ ไปใช้เก็บรวบรวมข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่าง

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลองแบบกลุ่มเดียว คือ เลือกกลุ่มตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่มแล้วทำการทดสอบหลังการทดลอง เนื่องจากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ที่ต่ำ ผู้วิจัยจึงไม่จำเป็นต้องทดสอบก่อนการทดลอง โดยจะทดสอบหลังเรียนอย่างเดียว และหาค่าคะแนนเฉลี่ย จากนั้นนำคะแนนมาทดสอบสมมติฐานเทียบคะแนนเฉลี่ยกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าสถิติ t-test จึงใช้แบบแผนการวิจัยแบบ (one-group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2551, หน้า 270) ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว
(one-group posttest-only design)

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>O</i>

เมื่อ *E* แทน กลุ่มทดลอง (Experimental group)
X แทน การจัดการกระทำ (Treatment)
O แทน การสอบหลังจากที่จัดการกระทำทดลอง (Posttest)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้แจงให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนเบญจมราชสฤทธิ อำเภอมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา ให้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกัน และปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
2. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างโดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์ เป็นระยะเวลา 12 คาบ
3. นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ มาทดสอบเพื่อวัดแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ กับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความสัมพันธ์ จำนวน 2 คาบ
4. ตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ แล้วให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ตารางที่ 12 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน	การอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
2 คะแนน	มีการอธิบายสื่อความหมายโดยมีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการ ในทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องชัดเจน
1 คะแนน	มีการอธิบายสื่อความหมายโดยมีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการ ในทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องบางส่วน หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน
0 คะแนน	มีการอธิบายสื่อความหมายโดยไม่ใช้โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งไม่สามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการ ในทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีการเขียนตอบ

ตารางที่ 13 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 คะแนน	- คำตอบถูกต้อง มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล
2 คะแนน	- คำตอบถูกต้อง มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน หรือคำตอบผิดแต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล
1 คะแนน	- คำตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดหรือเสนอแนวคิดประกอบไม่สมเหตุสมผล หรือคำตอบผิดแต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน
0 คะแนน	- คำตอบผิดหรือไม่ตอบ

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample
2. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 73)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) คำนวณได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 79)

$$s = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	X	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

$(\sum X)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

1. หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 158)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. หาค่าความยากง่าย (P_D) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนี และ ดี แอล ซาเบอร์ส (D. R. Whitney & D. L. Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149)

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_D	แทน	ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

3. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมาก ไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนี และ ดี แอล ซาเบอร์ส (D. R. Whitney & D. L. Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิจรูญ, 2548, หน้า 149)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบแต่ละข้อ
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

4. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_i^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

1. เปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากการสอนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 86)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีการนำเสนอผลการวิจัย ดังต่อไปนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิจัย เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน ผู้วิจัยจึงได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการนำเสนอผลการวิจัย ดังนี้

t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-distribution
\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
p	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งการนำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์

ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ได้จากการตรวจแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ซึ่งผลปรากฏดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	\bar{X}	s	μ	t	p
คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	47	18	13.57	3.19	12.6	2.091*	.021

* $p < .05$

จากตารางที่ 14 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้เมื่อพิจารณา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนในแต่ละช่วง หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ดังนี้

ในช่วงแรก (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย พบว่านักเรียนมีการสังเกต แต่ไม่สามารถเปรียบเทียบลักษณะร่วมของตัวอย่างและไม่สามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยาม หลักการ หรือมโนทัศน์ได้ เช่น ในแผนการจัดการที่ 2 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน ผู้สอนได้ยกตัวอย่าง $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{a, b\}$ ให้นักเรียนพิจารณาว่าในแต่ละเซตมีจำนวนสมาชิกเท่าใด และผลคูณคาร์ทีเซียนของ $A \times B$ เท่ากับเท่าใด ซึ่งนักเรียนสามารถสังเกตและตอบได้ว่า จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับ 3 ตัว และจำนวนสมาชิกของเซต B เท่ากับ 2 ตัว และนักเรียนสามารถตอบได้ว่าผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ เป็นเซตของคู่อันดับ แต่นักเรียนไม่สามารถอธิบายได้ว่าสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับมาจากเซต A และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับมาจากเซต B เนื่องจากนักเรียนอาจไม่คุ้นเคย ในลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพราะจากการเรียนการสอนที่ผ่านมาครูมักบอกมโนทัศน์กับนักเรียนและให้นักเรียนนำมโนทัศน์ไปใช้ แต่กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนี้ ผู้สอนจะให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่นำเสนอและคอยใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ของตนเองได้ เช่น จากตัวอย่างข้างต้น นักเรียนลองพิจารณาถึงสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ ว่ามีสมาชิกตัวหน้ามาจากเซตใดและมีสมาชิกตัวหลังมาจากเซตใด เมื่อนักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ของตนเองได้แล้ว จากนั้นผู้สอนและนักเรียนจึงร่วมกันสรุปมโนทัศน์เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน อีกครั้งเพื่อความเข้าใจยิ่งขึ้น และให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดที่เตรียมไว้

ในช่วงที่สอง (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-4) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ สามารถสังเกต เปรียบเทียบลักษณะร่วมของตัวอย่าง และสรุปออกมาเป็น มโนทัศน์จากการทำกิจกรรมได้ เช่น ในแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความหมายและ จำนวนความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสรุปมโนทัศน์ว่า “ถ้ากำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ แล้ว r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซตของ $A \times B$ ” โดยให้นักเรียนทำการสังเกต ตัวอย่างจากใบกิจกรรมที่ 1 ดังภาพที่ 2

ชื่อ	เซต A	$\mathcal{P}(A)$	เซต B	$\mathcal{P}(B)$	ความสัมพันธ์จาก A ไป B	ความสัมพันธ์จาก B ไป A	ความสัมพันธ์ใน A	ความสัมพันธ์ใน B	
1	{1,2}	2	{3}	1	$\emptyset, \{(1,3)\}, \{(2,3)\}, A \times B$	$\emptyset, \{(3,1)\}, \{(3,2)\}, B \times A$	$\emptyset, \{(1,1)\}, \{(1,2)\}, \{(2,1)\}, \{(2,2)\}, \{(1,1), (1,2)\}, \{(1,1), (2,1)\}, \{(1,1), (2,2)\}, \{(1,2), (2,1)\}, \{(1,2), (2,2)\}, \{(2,1), (2,2)\}, \{(1,1), (1,2), (2,1)\}, \{(1,1), (1,2), (2,2)\}, \{(1,1), (2,1), (2,2)\}, \{(1,2), (2,1), (2,2)\}, A \times A$	$\emptyset, B \times B$	
					$A \times B = \{(1,2), (1,3)\}$	$B \times A = \{(3,1), (3,2)\}$	$A \times A = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$	$B \times B = \{(3,3)\}$	

ภาพที่ 2 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องความหมายและจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมด

ซึ่งนักเรียนต้องสังเกตและพิจารณาว่าความสัมพันธ์คือสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียน โดยครูใช้คำถามนำว่าจากตัวอย่างข้างต้น นักเรียนสังเกตเห็นว่า ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นอย่างไรบ้าง เช่น ความสัมพันธ์จาก A ไป B สัมพันธ์กันอย่างไรกับผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ ความสัมพันธ์จาก B ไป A สัมพันธ์กันอย่างไรกับผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ เป็นต้น ซึ่งมีนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปได้ว่าความสัมพันธ์เป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียน แต่ยังคงพบว่ามีนักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถสรุปได้ ครูจึงใช้คำถามนำต่อไปว่า เช่น ให้นักเรียนลองพิจารณาความสัมพันธ์ จาก A ไป B แล้วถามนักเรียนว่า \emptyset มีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ เซตของ $\{(1,3)\}$ และ $\{(2,3)\}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ได้อย่างถูกต้อง

ในช่วงสุดท้าย (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5-7) หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย พบว่านักเรียนมีพิจารณา สังเกต เปรียบเทียบตัวอย่างจากการทำใบกิจกรรมได้ดีขึ้น ซึ่งในบางครั้งครูไม่ต้องแนะนำหรือใช้คำถามนำก่อน เช่น มโนทัศน์ เรื่องอินเวอร์สของความสัมพันธ์ “ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ อินเวอร์สของความสัมพันธ์ r คือ ความสัมพันธ์ซึ่งเกิดจากการสลับตำแหน่งของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของ r

นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คือนักเรียนที่มีการอธิบายสื่อความหมายโดยมีการอ้างอิง โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการในทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างถูกต้องบางส่วน หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจาก โจทย์ ดังนี้ “กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ แล้วจะสามารถหาได้อย่างไร r^{-1} จงอธิบาย” โดยนักเรียนพยายามอธิบายว่า r^{-1} เกิดจากการสลับตำแหน่งของคู่อันดับ ซึ่งอธิบายไม่ชัดเจน เนื่องจากการสลับตำแหน่งของคู่อันดับนี้ไม่สามารถสรุปได้ว่าเป็นการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับของความสัมพันธ์ r ดังภาพภาพที่ 4

8. กำหนด r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ แล้วจะสามารถหา r^{-1} ได้อย่างไร จงอธิบาย

เมื่อ r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ r^{-1} จะเกิดจากการสลับตำแหน่งของคู่อันดับ

ภาพที่ 4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์

นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน คือนักเรียนที่มีการอธิบายสื่อความหมายโดยไม่ใช้ โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งไม่สามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิด บทนิยาม กฎเกณฑ์ หรือวิธีการในทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีการเขียนตอบ โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจาก โจทย์ ดังนี้ “กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ แล้ว D_r สัมพันธ์กับ $R_{r^{-1}}$ หรือไม่ จงอธิบายพร้อมยกตัวอย่างประกอบ” ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ จะได้ว่า D_r และ $R_{r^{-1}}$ มีความสัมพันธ์กันคือ D_r และ $R_{r^{-1}}$ มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว ตัวอย่างเช่น $r = \{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ นั่นคือ $r^{-1} = \{(2,1),(4,3),(6,5)\}$ ซึ่งมี $D_r = \{1,3,5\} = R_{r^{-1}}$ ซึ่งนักเรียนอธิบายว่า “ D_r และ $R_{r^{-1}}$ สัมพันธ์กัน” ซึ่งคำตอบดังกล่าวไม่สามารถสรุปออกมาเป็นหลักการแนวคิดหรือบทนิยามทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถอธิบายว่า D_r และ $R_{r^{-1}}$ สัมพันธ์กันอย่างไร ดังภาพที่ 5

9. กำหนด c เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ แล้ว D_r สัมพันธ์กับ R_{r-1} หรือไม่ จงอธิบายพร้อมยกตัวอย่างประกอบ

D_r ไม่: R_{r-1} สัมพันธ์กัน

ภาพที่ 5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยสถิติ t -test for one sample ผลปรากฏดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	\bar{X}	s	μ	t	p
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	47	15	12.02	3.35	10.5	3.117*	.0015

* $p < .05$

จากตารางที่ 15 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนในแต่ละช่วงหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย พบว่า นักเรียน มีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ในช่วงแรก (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2) ของการกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเสนอแนวคิดในการให้เหตุผลประกอบคำตอบได้ ซึ่งผู้สอนจึงพยายามกระตุ้นให้นักเรียนมีการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้คำถามนำ เช่น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน เมื่อผู้สอนให้นักเรียนพิจารณาผลคูณ คาร์ทีเซียนของเซตสองเซตใด ๆ เมื่อกำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{2, 3\}$ จงหาจำนวนสมาชิก ของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าจำนวนสมาชิกของ $A \times B = 4$ ตัว แต่เมื่อสอบถามต่อไปว่า “เพราะเหตุใด” นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถตอบได้ ดังนั้นในช่วงแรก ผู้สอนจึงต้องใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลในการตอบคำถาม เช่น “จากตัวอย่างข้างต้น เซต A มีจำนวนสมาชิกกี่ตัว และเซต B มีจำนวนสมาชิกกี่ตัว” ซึ่งนักเรียนสามารถตอบ คำถามได้ ผู้สอนจึงใช้คำถามนำต่อไปว่า “จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ สัมพันธ์กัน อย่างไรกับจำนวนสมาชิกของเซต A และ B” เป็นต้น ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถตอบคำถาม ดังกล่าวได้ จากนั้นผู้สอนและนักเรียนจึงร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับเกี่ยวกับจำนวนสมาชิก ของผลคูณคาร์ทีเซียนอีกครั้งเพื่อความเข้าใจยิ่งขึ้น และให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลประกอบการหา คำตอบในแบบฝึกหัดที่เตรียมไว้

ในช่วงสอง (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-4) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำหลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์มาให้เหตุผลประกอบคำตอบ และมีการแสดง เหตุผลมากขึ้น เช่น “เมื่อกำหนดให้ $A = \{2, 3\}$ และ $B = \{5, 6, 8, 9\}$ จงหาจำนวนความสัมพันธ์ ทั้งหมดจาก A ไป B” ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ ตอบได้ว่าจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B เท่ากับ 256 ซึ่งเมื่อถามนักเรียนต่อไปว่าเพราะเหตุใด นักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผล ได้ว่า จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B เท่ากับ $2^{n(A) \times n(B)} = 2^{2 \times 4} = 2^8 = 256$ แต่ยังพบว่า มีนักเรียนบางส่วนตอบว่าจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมด เท่ากับ 8 ผู้สอนจึงถามต่อไปว่า เพราะเหตุใด ซึ่งนักเรียนได้ตอบว่า จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B เท่ากับ $n(A) \times n(B) = 2 \times 4 = 8$ ทำให้เห็นว่านักเรียนเกิดความสับสนระหว่างจำนวนสมาชิกของผลคูณ คาร์ทีเซียนและจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมด ผู้สอนจึงใช้คำถาม ถามนักเรียนว่าจำนวนสมาชิก ของผลคูณคาร์ทีเซียนและจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมด แตกต่างกันอย่างใด นักเรียนจึงสังเกต

และสามารถสรุปถึงความแตกต่างระหว่างจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนและจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดได้

ในช่วงสุดท้าย (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5-7) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน พบว่า นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยอ้างอิงการหลักการ สมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์ได้สมเหตุสมผลมากขึ้น เช่น เมื่อผู้สอนให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบของคำถามต่อไปนี้ “จงหา D_r , R_r , r^{-1} , $D_{r^{-1}}$ และ $R_{r^{-1}}$ ของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y > x + 1\}$ เมื่อกำหนด $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $B = \{2, 3, 4, 5\}$ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบให้ถูกต้อง” ซึ่งพบว่า นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบในการหา D_r และ R_r ของความสัมพันธ์ได้สมเหตุสมผล จากนั้นผู้สอนจึงสอบถามต่อไปว่าหา r^{-1} ได้อย่างไร นักเรียนตอบว่าหา r^{-1} จากการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับในความสัมพันธ์ ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถนำนิยามของ r^{-1} มาอธิบายให้เหตุผลประกอบการหา r^{-1} ได้อย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งยังสามารถให้เหตุผลประกอบการหา $D_{r^{-1}}$ และ $R_{r^{-1}}$ ได้ถูกต้องและสมเหตุสมผลเช่นกัน ผู้สอนผู้สอนจึงให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลประกอบ การหาคำตอบในแบบฝึกหัดที่เตรียมไว้ พบว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลประกอบคำตอบที่ถูกต้องได้อย่างสมเหตุสมผล ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดกิจกรรมที่สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากผลคะแนนสอบ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 ลักษณะ คำตอบตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

นักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน คือนักเรียนที่มีคำตอบถูกต้อง มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจาก โจทย์ ดังนี้
 “ถ้ากำหนดให้ $A \times B = \{(-3, 4), (-3, 5), (-3, 6), (-5, 4), (-5, 5), (-5, 6)\}$ แล้ว $B \times A$ เท่ากับเซตใด เพราะเหตุใด” ซึ่งนักเรียนมีคำตอบถูกต้อง และมีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล ดังภาพที่ 6

1. ถ้ากำหนดให้ $A \times B = \{(-3,4), (-3,5), (-3,6), (-5,4), (-5,5), (-5,6)\}$ แล้ว $B \times A$ เท่ากับเซตใด เพราะเหตุใด

..... ตอบ: $B \times A = \{(-3,4), (-3,5), (-3,6), (-5,4), (-5,5), (-5,6)\}$ เหตุ: $A = \{-3, -5\}$ และ

$B = \{4, 5, 6\}$ เหตุ: $B \times A = \{(4, -3), (5, -3), (6, -3), (4, -5), (5, -5), (6, -5)\}$

..... เหตุ: $B \times A$ คือผลลัพธ์ของคู่อันดับ (a, b) โดยที่ a คือสมาชิกสมาชิกของคู่อันดับซึ่งอยู่ในเซต

A และ b คือสมาชิกสมาชิกของคู่อันดับที่อยู่ในเซต B

ภาพที่ 6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน คือนักเรียนที่มีคำตอบถูกต้อง แต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน หรือคำตอบผิดแต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งจะเห็นว่ามีการตอบทั้งหมด 2 กรณีที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 2 คะแนน ซึ่งกรณีนี้คำตอบผิดแต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผล ไม่พบคำตอบของนักเรียนในลักษณะนี้ ผู้วิจัยจึงขอยกตัวอย่างคำตอบเพียงกรณีเดียว คือกรณีที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีการเสนอแนวคิดประกอบคำตอบได้บางส่วน โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังนี้ “จงพิจารณาว่า B เป็นอินเวอร์สของความสัมพันธ์ A หรือไม่ เพราะเหตุใด เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ $A = \{(\{2\}, 4), (\{2\}, \{6\}), (4, 4), (\{4\}, 6)\}$ และ $B = \{(\{4\}, 2), (\{6\}, \{2\}), (4, 4), (6, \{4\})\}$ ” ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ B ไม่เป็นอินเวอร์สของความสัมพันธ์ A โดยนักเรียนตอบได้ถูกต้อง แต่นักเรียนให้เหตุผลว่า อินเวอร์สของความสัมพันธ์ A คือ $\{(\{4, \{2\}\}, (\{6\}, \{2\}\}), (4, 4), (6, \{4\})\} \neq B$ ซึ่งนักเรียนแสดงเหตุผลได้สมเหตุสมผลเพียงบางส่วนแต่ยังไม่ครบถ้วน เนื่องจากอินเวอร์สของความสัมพันธ์คือความสัมพันธ์ที่เกิดจากการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของความสัมพันธ์ ดังภาพที่ 7

5. จงพิจารณาว่า B เป็นอินเวอร์สของความสัมพันธ์ A หรือไม่ เพราะเหตุใด เมื่อกำหนด
 ความสัมพันธ์ $A = \{(\{2\}, 4), (\{2\}, \{6\}), (4, 4), (\{4\}, 6)\}$ และ $B = \{(\{4\}, 2), (\{6\}, \{2\}), (4, 4), (6, \{4\})\}$
ไม่ใช่อินเวอร์สของความสัมพันธ์ A เพราะ อินเวอร์สของความสัมพันธ์ A คือ
 $\{(4, \{2\}), (\{6\}, \{2\}), (4, 4), (6, \{4\})\} \neq B$

ภาพที่ 7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน คือนักเรียนที่มีคำตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดหรือเสนอแนวคิดประกอบไม่สมเหตุสมผล หรือคำตอบผิดแต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน ซึ่งจะเห็นว่ามีการตอบทั้งหมด 2 กรณีที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล 1 คะแนน ซึ่งผู้วิจัยยกตัวอย่างของนักเรียนในกลุ่มนี้ ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนที่มีคำตอบถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดหรือเสนอแนวคิดประกอบไม่สมเหตุสมผล โดยมีลักษณะคำตอบจากโจทย์ ดังนี้ “โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x-4}\}$ เป็นเซตของจำนวนจริงทุกจำนวนใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด” ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ “ไม่เป็นเซตของจำนวนจริงทุกจำนวน โดยนักเรียนตอบได้ถูกต้อง แต่นักเรียนแสดงเหตุผลว่า โดเมนคือจำนวนจริง และเรนจ์คือจำนวนจริงบวก ซึ่งเป็นเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล เนื่องจากมีจำนวนจริงบางจำนวนที่ไม่ใช่โดเมนของความสัมพันธ์ เช่น $\{x \in R \mid x < 4\}$ ดังภาพที่ 8

3. โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x-4}\}$ เป็นเซตของจำนวน
 จริงทุกจำนวน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด
ไม่ใช่เซตของจำนวนจริงทุกจำนวน เพราะโดเมนคือจำนวนจริง
แต่เรนจ์ คือนับจำนวนจริงบวก.

ภาพที่ 8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 1 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กรณีที่ 2 นักเรียนที่มีคำตอบผิดแต่มีการอธิบายอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบอย่างสมเหตุสมผลบางส่วน โดยมีลักษณะคำตอบจากโจทย์ ดังนี้ “จงเขียนความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y > x + 1\}$ แบบแจกแจงสมาชิกเมื่อกำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบให้ชัดเจน” ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องควรเป็น $r = \{(1, 3), (1, 4), (2, 4)\}$ เนื่องจาก $r \subset A \times B$ โดยที่สมาชิกของคู่อันดับตัวหลังใน $A \times B$ ต้องมีค่ามากกว่าสมาชิกของคู่อันดับตัวหน้าอยู่ 1 ตามเงื่อนไข $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y > x + 1\}$ แต่นักเรียนตอบว่า $r = \{(1, 3), (2, 4)\}$ หากคำตอบได้ไม่ครบถ้วนจึงทำให้คำตอบผิด แต่มีการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้บางส่วน โดยพยายามอธิบายว่าสมาชิกของคู่อันดับตัวหลังใน $A \times B$ ต้องมีค่ามากกว่าสมาชิกของคู่อันดับตัวหน้าอยู่ 1 ตามเงื่อนไข $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y > x + 1\}$ ดังภาพที่ 9

2. จงเขียนความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y > x + 1\}$ แบบแจกแจงสมาชิกเมื่อกำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

และ $B = \{2, 3, 4\}$ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบให้ชัดเจน

$r = \{(1, 3), (2, 4)\}$ เพราะ: x คือค่าของ A และ y คือค่าของ B จาก $y > x + 1$ จะได้ $3 > 1 + 1$ และ $4 > 2 + 1$

ภาพที่ 9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน กรณีที่ 2 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน คือนักเรียนที่มีคำตอบผิดหรือไม่มีการเขียนใด ๆ โดยมีลักษณะตัวอย่างคำตอบจากโจทย์ ดังนี้ “โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x - 4}\}$ เป็นเซตของจำนวนจริงทุกจำนวนใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด” ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ไม่เป็นเซตของจำนวนจริงทุกจำนวน แต่นักเรียนตอบว่าเป็นเซตของจำนวนจริง จึงเป็นคำตอบที่ผิด ดังภาพที่ 10

3. โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x-4}\}$ เป็นเซตของจำนวน
จริงทุกจำนวน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

ใช่ เพราะ $y = \sqrt{x-4}$ มีโดเมนและเรนจ์เป็นจำนวนจริง

ภาพที่ 10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน ด้านความสามารถในการให้เหตุผล
ทางคณิตศาสตร์

บทที่ 5

สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา ซึ่ง โรงเรียนจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียน แบบลดความสามารถทางการเรียน จำนวน 10 ห้องเรียน โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 47 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) และเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ ความสัมพันธ์ โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความสัมพันธ์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 7 แผน โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60-1.00 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.50-0.73 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.38-0.75 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.716 และ 3) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ชุด เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.50-0.69 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.39-0.72 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.801 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบที (t -test) แบบ One sample

สรุปผลการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัย ได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่อาศัยการนำเสนอตัวอย่าง เหตุการณ์ สถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย และมากพอ ซึ่งทำให้นักเรียนได้มีการสังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์ หาลักษณะร่วม ในตัวอย่าง เหตุการณ์ หรือสถานการณ์ที่ผู้สอนได้นำเสนอซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยผู้สอนใช้คำถามนำ เช่น คู่อันดับสองคู่อันดับใด ๆ จะเท่ากันเมื่อไร จงอธิบายเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้กระบวนการทางความคิด สรุปความรู้ออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร หลักการ หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ใบกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ยกตัวอย่าง เช่น ใบกิจกรรมที่ 1 คู่อันดับที่เท่ากัน ซึ่งครูยกตัวอย่าง คู่อันดับสองคู่อันดับใด ๆ ที่เท่ากัน และไม่เท่ากัน มาจนครบทุกกรณี และให้นักเรียนพิจารณาว่าคู่อันดับต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด ทำให้นักเรียนได้เปรียบเทียบลักษณะร่วมของตัวอย่างที่นำเสนอ และสรุปออกมาเป็นมโนทัศน์ของตนเอง แล้วนำมโนทัศน์ที่สรุปนั้นมาเปรียบเทียบกับเพื่อน เพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้องร่วมกัน และเพื่อให้สิ่งที่นักเรียนสรุปมานั้นถูกต้องยิ่งขึ้น ครูและนักเรียนจึงร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้มาอีกครั้ง นอกจากนี้นักเรียนยังได้นำมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับมาประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกเพื่อความเข้าใจมโนทัศน์ยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ออซูเบล (Ausubel, 1968, p. 505) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ คือ นักเรียนวิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับสิ่งเร้าที่เหมือนกัน ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง ๆ เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐานให้มาสัมพันธ์กับระบบที่อยู่เดิมในโครงสร้างของความคิด เลือกความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่ได้รับมาใหม่ให้ครอบคลุมไปยังมโนทัศน์ที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กัน สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะ

ของมโนทัศน์ใหม่ให้ครอบคลุมสมาชิกทุก ๆ หน่วยภายในกลุ่ม คิดหาสัญลักษณ์ที่เหมาะสมมาเป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ เพื่อเป็นสื่อกลางในการทำความเข้าใจกับมโนทัศน์นั้น ๆ ได้ตรงกัน อันจะเป็นประโยชน์ในการถ่ายทอดมโนทัศน์ไปสู่กลุ่มอื่น ๆ ดังที่ นาคยา ปิลันธนานนท์ (2542, หน้า 22) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนามโนทัศน์ โดยการสอนแบบอุปนัย ดังนี้ คือ ไม่บอกมโนทัศน์และความหมายมโนทัศน์นั้นให้นักเรียน โดยให้นักเรียนเลือกตัวอย่างแล้วให้คัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน และให้สังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้น สรุปอธิบายความหมายว่าเป็นอย่างไร

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ข้างต้น พบว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยยังสามารถที่จะพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียนได้อย่างต่อเนื่อง (Tennyson & Cocchiarella, 1986 อ้างถึงใน บุญเลี้ยง ทุมทอง, 2544, หน้า 37) ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ คือ 1) ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ที่ผู้สอนสร้างความสนใจให้นักเรียนอยากเรียน โดยผู้สอนจะเริ่มด้วยการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนและเตรียมตัวเรียนความรู้ใหม่ 2) ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอน เสนอตัวอย่างที่หลากหลายให้มาทบทวนและอภิปรายถึงตัวอย่าง โดยที่นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผู้สอนนำเสนอ 3) ขั้นสังเกตเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนร่วมกันทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวมเปรียบเทียบ และอธิบายเหตุผลหาความสัมพันธ์ของลักษณะร่วมในตัวอย่างที่นำเสนอ 4) ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างจากการเปรียบเทียบมาสรุป เป็นหลักการ กฎ นิยาม หรือมโนทัศน์ ด้วยตัวนักเรียนเอง 5) ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะโดยการนำหลักการ กฎ นิยาม หรือมโนทัศน์ที่ได้รับ ไปใช้ โดยผู้สอนเตรียมตัวอย่างใหม่ที่หลายหลายให้ผู้เรียนฝึกทำ ซึ่งพบว่าในขั้นที่ 2 และ 3 นักเรียนได้มีการสังเกตเปรียบเทียบ หาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่นำเสนอ จนสามารถสรุปออกมาเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หลักการ หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ ในขั้นที่ 4 และในขั้นที่ 5 นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้รับไปประยุกต์ใช้ทำแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างอื่น ๆ ที่ผู้สอนเตรียมไว้ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ได้รับยิ่งขึ้น

นอกจากนี้จากผลการวิจัยที่พบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ดังที่กล่าวไปแล้วนั้นสอดคล้องกับงานวิจัยของ กุลนิกา วรสารนันท์ (2552, หน้า 87) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดล

การอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียน และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ให้เหตุผล ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ แนวคิดหรือข้อความรู้ต่าง ๆ อย่างเข้าใจ จนสรุปความรู้หลักการหรือแนวคิดต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้นักเรียน เกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่าง ข้อมูล ความคิด เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ แนวคิดที่ต้องการสอนให้แก่ นักเรียน และให้นักเรียนศึกษาวิเคราะห์ อธิบายให้เหตุผล จนสามารถดึงหลักการ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์ อื่น ๆ หรือกล่าวอย่างสั้น ๆ ว่าเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ อธิบายให้เหตุผล ประกอบ สามารถจับหลักการหรือประเด็นสำคัญ ๆ ได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้แนวคิด หลักการ หรือสรุปความรู้ต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ ซึ่งสอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 18) และ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2549, หน้า 279) ได้เสนอว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการที่ฝึกให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ ตามหลักตรรกศาสตร์และวิทยาศาสตร์ สรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล อันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถเรียนด้วยความเข้าใจ ขจัดข้อสงสัย และสามารถจำได้นาน ฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผล ทำกิจกรรมด้วยตนเอง มีโอกาสและมีส่วนร่วมในการค้นพบ และได้รับการฝึกให้รู้จักการสังเกตเปรียบเทียบ วิเคราะห์ ไปสู่การสรุป

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ คือ 1) ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ที่ผู้สอนสร้างความสนใจให้นักเรียนอยากเรียน โดยผู้สอนจะเริ่มด้วยการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนที่มีความสัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการเรียนและเตรียมตัวเรียนความรู้ใหม่ 2) ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอนเสนอตัวอย่างที่หลากหลายให้มากพอและอภิปรายถึงตัวอย่าง โดยที่นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผู้สอนนำเสนอ 3) ขั้นสังเกตเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนร่วมกันทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบ และอธิบายเหตุผลหาความสัมพันธ์

ของลักษณะร่วมในตัวอย่างที่นำเสนอ 4) ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างจากการเปรียบเทียบมาสรุป เป็นหลักการ กฎ นิยาม หรือมโนทัศน์ ด้วยตัวนักเรียนเอง

5) ขันนำไปใช้ เป็นขั้นฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะโดยการนำหลักการ กฎ นิยาม หรือมโนทัศน์ที่ได้รับไปใช้ โดยผู้สอนเตรียมตัวอย่างใหม่ที่หลากหลายให้ผู้เรียนฝึกทำ หรือการทำ ซึ่งพบว่าตั้งแต่ขั้นที่ 2 และ 3 นักเรียนได้มีการพิจารณาตัวอย่างที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลในทุกสถานการณ์ ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องและหลากหลาย ครูใช้คำถามนำ เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนแปลงไปจะเป็นอย่างไร” ทำให้นักเรียนมีการฝึกการคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผล และสังเกตเปรียบเทียบเพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่นำเสนอ ส่วนในขั้นที่ 4 พบว่า นักเรียนนำลักษณะร่วมดังกล่าวมาสรุปเป็นหลักการ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง และมีการนำเสนอข้อสรุป พร้อมทั้งแสดงเหตุผลในการสรุป ต่อเพื่อน ๆ และครูผู้สอน เพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้องร่วมกัน ในขั้นที่ 5 นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดที่เตรียมไว้ มีการคิดวิเคราะห์ แสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้สมเหตุสมผล สามารถจับหลักการหรือประเด็นสำคัญ ๆ ได้ด้วยตนเอง ทำให้สรุปความรู้ต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจ และเข้าใจในมโนทัศน์ที่ได้รับยิ่งขึ้น

นอกจากนี้จากผลการวิจัยที่พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังที่กล่าวมาแล้วนั้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ (2553, หน้า 81) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนา มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนา มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และยังมี ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ และข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรศึกษารายละเอียดและทำความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมเป็นอย่างดี ควรนำเสนอตัวอย่างหรือสถานการณ์ที่หลากหลาย และมากพอ ที่จะให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ ตั้งเกตเปรียบเทียบหาลักษณะร่วม และสรุปออกมาเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นวิธีการสอนที่ผู้เรียนจะต้องคิดหาคำตอบด้วยตนเอง หากผู้เรียนขาดทักษะพื้นฐานในการคิด อาจได้ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้องได้ ผู้สอนควรตรวจสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียน ก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เพื่อเป็นการประเมินความรู้ของผู้เรียน

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ อื่น ๆ เช่น เซต จำนวนจริง ฟังก์ชัน เป็นต้น
2. ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา การสื่อสาร การเชื่อมโยง หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นต้น
3. ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการวิจัยอื่น ๆ เช่น ทดลองกลุ่มเดียวเปรียบเทียบก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย หรือเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับกลุ่มปกติ เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กุลนิตา วรสารนันท์. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัย
ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษา
คณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2555). *การคิดเชิงมโนทัศน์* (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ: ชัคเชสมิเดีย.
- เกียรติศักดิ์ มั่นจิตร. (2557, 25 มีนาคม) *ครูชำนาญการพิเศษ*. สัมภาษณ์.
- ฉันท ชาติทอง. (2550). *การออกแบบการสอนและบูรณาการ*. นครปฐม: เพชรเกษมการพิมพ์.
- ชนาธิป พรกุล. (2554). *การสอนกระบวนการคิด: ทฤษฎีและการนำไปใช้*. กรุงเทพฯ: วี พริ้นท์
(1991).
- ชินภัทร ภูมิรัตน. (2556). *กพฐ. ชี้ สอบ GAT-PAT ไม่ได้วัดคุณภาพเด็ก*. เข้าถึงได้จาก
<http://www.l3nr.org/posts/514806>
- ชาญชัย อัจฉินสมาจาร. (2547). *หลักการสอนทั่วไป (General principle of teaching)*.
กรุงเทพฯ: รวมสาส์น.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). *เอกสารประกอบการสอน: สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา
(Statistics for educational research)*. นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปกร.
- ณยศ สงวนสิน. (2547). *การสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอน
อุปนัย-นिरนัย เรื่อง พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์การศึกษา
มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, **บัณฑิตวิทยาลัย**, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทิสนา เขมมณี. (2556). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี
ประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 17). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ชนะรัตน์ ธนากิจเจริญสุข. (2541). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีแรงจูงใจไม่สัมฤทธิ์ต่างกัน ที่เรียนจากวิดีโอทัศน์ที่มีวิธีการเสนอเนื้อหาแบบอุปนัย และนินัย. ปรินานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นาดยา ปิลันธนานนท์. (2542). การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept learning). กรุงเทพฯ: เจ้าพระยา ระบบการพิมพ์.
- บุญเลี้ยง ทูมทอง. (2554). การวิจัยการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ (Learning mathematics research). มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ปิยนุช คนฉลาด. (2541). วิธีสอนทั่วไป (พิมพ์ครั้งที่ 2). ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2546). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: พิมพ์ดี.
- พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2548). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ ออฟ เคอร์รี่มีสท์.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช. (2549). คณิตศาสตร์การศึกษาและการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 10). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วีณา ประชากุล และประสาธต์ เนิ่งเฉลิม. (2553). รูปแบบการเรียนการสอน. มหาสารคาม: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2546). การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอนและการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2556). รายงานผลทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ
ขั้นพื้นฐาน O-NET ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2555. เข้าถึงได้จาก
<http://www.niets.or.th/>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์
ระดับประถมศึกษา ตราหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ:
เอส.พี.เอ็น. การพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเกชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). ครูคณิตศาสตร์มีอาชีพ เส้นทางสู่
ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ค). ทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: คิวมีเดีย.
- สุรางค์ โค้วตระกูล. (2553). จิตวิทยาการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่ง
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). กลยุทธ์ การสอนเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัดภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). 21 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.
- สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์. (2544). กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- สำนักงานรับรองมาตรฐานและการประเมินคุณภาพการศึกษา. (2547). พระราชบัญญัติการศึกษา
แห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. ประกาศในราชกิจจานุเบกษา
เล่ม 116 ตอนที่ 74 ก 19 สิงหาคม 2542.
- อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนา
มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผล
เชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตร
มหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสาร
วิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2547). เอกสารประกอบการสอนรายวิชาการพัฒนาทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคนอง. (2552). รายงานการวิจัยเรื่องการพัฒนาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดล
การได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ:
ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2553). หลักการสอน (ฉบับปรับปรุง) (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2551). วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และ
สังคมศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สามลดา.
- Artzt, A. F., & Shirel, Y. F. (1999). Mathematics reasoning during small-group problem solving.
In L. V. Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*
(pp. 115-126). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Arendes, R. I. (2004). *Library of congress cataloging-in-publication Data* (6th ed.). New York:
McGraw-Hill.
- Ausubel, D. P. (1986). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart
and Winston.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-8: helping children
think mathematically*. Englewood: Macmillan.
- Christou, C., & Papageorgiou, E. (2007). A framework of mathematics inductive reasoning.
Learning and Instruction, 17(1), 55-66. Retrieved from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959475206001198>
- Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of teaching secondary
school mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.
- De Cecco, J. P., & Crawford, W. R. (1974). *The psychology of learning and instruction:
Educational psychology*. Englewood: Pentice-Hall.
- Eggen, P. D., Kauchak, D. P., & Harder, R. J. (1979). *Strategies for teacher information
processing models in the classroom*. New Jersey: Englewood Cliffs Prentice-Hill.
- Eggen, P. D., & Kauchak, D. O. (2001). *Strategies for teaching: Content and thinking skill*
(3rd ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Good, C. V. (1945). *Dictionary of education*. New York: McGraw-Hill.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of education* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill Book.

- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Mourad, N. M. (2005). *Inductive reasoning in the algebra classroom*. Retrieved from http://scholarworks.sjsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3812&context=etd_theses
- O'Daffer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical thinking, mathematical reasoning and proof. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (pp. 39-56). New York: MacMilan.
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 curriculum and evaluation standards: Reading from the arithmetic teacher*. Virginia: The National Council of teachers of Mathematics.
- Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment* (2nd ed.). New Jersey: Prentice-Hall.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือที่ใช้

ในการวิจัย

- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อัยเรศ เอี่ยมพันธ์
อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา
2. ดร.ศันสนีย์ เนรเทียน
อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์ประภัสสร โทประเสริฐ
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ อาจารย์ 3
ระดับ 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนตดครุณี จังหวัดฉะเชิงเทรา
4. อาจารย์เกียรติศักดิ์ มั่นจิตร
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ อาจารย์ 3
ระดับ 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์
จังหวัดฉะเชิงเทรา
5. อาจารย์ทองคลัง โพธิ์สวัสดิ์
ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ อาจารย์ 3
ระดับ 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์
จังหวัดฉะเชิงเทรา



ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว. ๓๑๖.๖๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๔ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๓

๑. พฤศจิกายน ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัครเดช เอี่ยมพันธ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโคร่งย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายธีระยุทธ ชมชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๔

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๐-๖๗๘๗๕๐๐



ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว ๒๓๙๙

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๖๒ พฤศจิกายน ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ดร ศันสนีย์ เณรเทียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย ค่าโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายธีระยุทธ ชมชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในกรณีนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๓๕-๒๕๘๖, ๐-๓๘๓๓๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๓๕-๓๕๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๐-๖๓๘๗๙๐๐



ที่ ศร ๖๖๒๗/ว.ปว.ส.๑๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๓

ณ วันที่ พฤศจิกายน ๒๕๕๗

เรื่อง ขอบขออนุญาตระงับในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางประภัสสร โทประเสริฐ

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายธีระยุทธ ชมชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคะภักทรชกร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอขออนุญาตระงับจากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๐-๖๖๒๗๕๐๐



ที่ ศธ ๖๖๒๑/๑๖๓๖๓

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๓๓๑

๑๔ พฤศจิกายน ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายเกียรติศักดิ์ มั่นจิตร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เข้าโครงการวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายสิระยุทธ ชมชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีผลต่อโมทีฟทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๐-๖๓๘๗๕๐๐



ที่ ศธ ๖๖๒๓/๖ ๒๕๖๓

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

พ.ศ. ๒๕๖๓

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายทองคลัง ไช้สวัสดิ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย ค่าโสร่งย้อมวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนายธีระยุทธ ชมชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีผลต่อเมตริกซ์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฎุทธิ์ อังคนะภัทรขจร ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ไช้สวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๐-๖๗๘๗๙๐๐



โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์
9186
15 ธ.ค. 2557

ที่ ศบ ๐๖๒๐๗/๒.๕๖ :

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๓๖๔ ถ.ลพบุรีบางแสน ๓.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๓

๙ ธันวาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ ฉะเชิงเทรา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๓ ชุด

คายนายอิระยุทธ ชมชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา
การสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" ในความควบคุมดูแลของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังณะภัทรชอง
ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ ๔/๖ จำนวน ๕๐ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่าง
วันที่ ๔ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๗ - ๑๒ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๗ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอน
พิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่า
คงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

- เสนอ ผู้อำนวยการ
1. เห็นโปรดทราบ
 2. เห็นอนุมัติ
 3. ควรแจ้ง รอ กง. *ก.ก. กง*
 4. ควรอนุมัติ *ง.น.ก.บ. ๒๕๕๗*

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ธีรสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ *๑๕.๑๖*
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๔-๓๔๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๔-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๐-๖๙๘๙๙๐๐

1. กง.
2. กง/๒
1๒๕.๑.๕7

(นางสุคนธ์ พรหมนิช)

รองผู้อำนวยการโรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์
ผู้อำนวยการโรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์



โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์
3187
15 ธ.ค. 2557

ที่ ศธ ๖๖๖๑ ๒ ๕๕๗

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สงครามบางสน ค.นสนสุช
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒ ธันวาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ ฉะเชิงเทรา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๓ ชุด

ช่วยนายธีระยุทธ ชมชื่น นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อเมทริกซ์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔" อยู่ในความควบคุมดูแลของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรชจร ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนาจความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔/๓ จำนวน ๔๗ คน ขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๗ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๗ - ๒๖ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๗ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริกุลชัย)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

เสนอ ผู้อำนวยการ

- 1. เครื่องมือวิจัย
- 2. เครื่องมือวิจัย
- ๒๕๗ ๕
- 3. ค.ศ.๕๕๗ ร.๕๕๗
- 4. ค.ศ.๕๕๗ ร.๕๕๗

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๓๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัยโทร ๐๘๐-๖๗๘๗๙๐๐

1. กท
2. จิตใจ
16 ธ.ค. 57

รองผู้อำนวยการโรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์
ผู้อำนวยการโรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
- แนวทางคำตอบใบกิจกรรมของตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรม

การเรียนรู้แบบอุปนัย

- แบบทดสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์
- แนวทางคำตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์
- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์
- แนวทางคำตอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

ความสัมพันธ์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้	คณิตศาสตร์	รายวิชา ค31102
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	ภาคเรียนที่ 2	ปีการศึกษา 2557
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน	เวลา 1 ชั่วโมง

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัด

มฐ. ค 4.1 ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่างๆ เช่น ตาราง กราฟ และ สมการ

มฐ. ค 4.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปได้อย่างเหมาะสม

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากที่เรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถบอกจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซต

ที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/ กระบวนการ

นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเหตุผลประกอบการหาผลคูณคาร์ทีเซียนตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีความรับผิดชอบ
2. นักเรียนมีความร่วมมือ

4. ตารางสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product) ของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต A และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \times B$ อ่านว่า เอกคูณบี โดยที่

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$$

ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิก $n(A)$ ตัว และเซต B มีจำนวนสมาชิก $n(B)$ ตัว แล้วจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

5. ตารางการเรียนรู้

ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product) ของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต A และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \times B$ อ่านว่า เอกคูณบี โดยที่

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$$

ในทำนองเดียวกัน $B \times A = \{(b, a) | b \in B \wedge a \in A\}$

$$A \times A = \{(a, a) | a \in A\}$$

$$B \times B = \{(b, b) | b \in B\}$$

ตัวอย่าง ให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{c, d\}$ เขียนผลคูณคาร์ทีเซียน ได้ดังนี้

$$A \times B = \{(1, c), (1, d), (2, c), (2, d), (3, c), (3, d)\}$$

$$B \times A = \{(c, 1), (c, 2), (c, 3), (d, 1), (d, 2), (d, 3)\}$$

$$A \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$B \times B = \{(c, c), (c, d), (d, c), (d, d)\}$$

ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิก $n(A)$ ตัว และเซต B มีจำนวนสมาชิก $n(B)$ ตัว แล้วจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เขียนแทนด้วย $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

จากตัวอย่างข้างต้น จะได้ว่า $n(A) = 3$ และ $n(B) = 2$

ดังนั้น จะได้จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $n(A \times B) = n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6$

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเตรียม

1. ครูทบทวนเนื้อหาเรื่องคู่อันดับ โดยใช้คำถามนำว่า คู่อันดับคืออะไรให้นักเรียนอธิบายความหมายพร้อมยกตัวอย่าง จนนักเรียนสามารถอธิบายได้ว่า (a, b) เป็นคู่อันดับ โดยที่มี a เป็นสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ และมี b เป็นสมาชิกของตัวหลังของคู่อันดับ เขียนลงในวงเล็บเล็กคั่นด้วยเครื่องหมายจุดภาค ตัวอย่างที่เป็นคู่อันดับ เช่น $(a, b), (1, 2), (c, 3), (4, d), (\frac{6}{7}, 5), (m, \frac{1}{8})$ โดยที่ $a, 1, c, 4, \frac{6}{7}, m$ เป็นสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ และ $b, 2, 3, d, 5, \frac{1}{8}$ เป็นสมาชิกของตัวหลังของคู่อันดับ

ขั้นเสนอตัวอย่าง

2. นักเรียนพิจารณาเซตสองเซตใด ๆ ที่กำหนดให้จากใบกิจกรรมที่ 1 ว่าในแต่ละเซตมีจำนวนสมาชิกเท่าใด ถ้าหาผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้จะมีสมาชิกเป็นอย่างไร และมีจำนวนสมาชิกเท่าใด โดยครูใช้คำถามนำว่าจากใบกิจกรรมที่ 1 ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้จะมีสมาชิกเป็นอย่างไร และมีจำนวนสมาชิกเท่าใด

ขั้นสังเกตเปรียบเทียบ

3. นักเรียนสังเกต ตัวอย่างจากใบกิจกรรมที่ 1 จากนั้นครูใช้คำถามนำให้เกิดการเปรียบเทียบ เช่น จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนสังเกต พบว่าผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้จะมีสมาชิกเป็นอย่างไร เป็นเซตใช่หรือไม่ และลักษณะสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนเป็นอย่างไร สมาชิกตัวหน้าของผลคูณคาร์ทีเซียนอยู่ในเซตใด สมาชิกตัวหลังของผลคูณคาร์ทีเซียนอยู่ในเซตใด จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน สัมพันธ์กันอย่างไรกับจำนวนสมาชิกของเซตที่กำหนด เพราะเหตุใด ให้นักเรียนให้เหตุผลและสรุปเป็นคำตอบของตนเอง โดยครูคอยสังเกตพร้อมทั้งให้คำแนะนำในข้อสงสัยของนักเรียน

ขั้นสรุป

4. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายโดยการนำเสนอข้อสรุปของตนเอง จากการสังเกตเกี่ยวกับการหาผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนด รวมถึงจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน โดยครูสุ่มนักเรียนมานำเสนอข้อสรุปของตนเอง โดยใช้คำถามนำว่า จากการสังเกตนักเรียนได้ข้อสรุปอย่างไรพร้อมอธิบายเหตุผล เกี่ยวกับการหาผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้จะมีสมาชิกเป็นอย่างไร และมีจำนวนสมาชิกเท่าใดเพราะเหตุใด ให้นักเรียนนำข้อสรุปของตนเองมาเปรียบเทียบกับเพื่อน จนนักเรียนสรุปได้ตรงกันว่า ผลคูณคาร์ทีเซียน ของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต A และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \times B$ อ่านว่า เอกูณบี โดยที่ $A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$

$$\text{ในทำนองเดียวกัน} \quad B \times A = \{(b, a) | b \in B \wedge a \in A\}$$

$$A \times A = \{(a, a) | a \in A\}$$

$$B \times B = \{(b, b) | b \in B\}$$

5. ครูให้นักเรียนสรุปเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตใด ๆ โดยใช้คำถามนำว่าถ้ากำหนด ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตคุณจะมีจำนวนสมาชิกเท่าใด จนนักเรียนสรุปได้ว่า ถ้ามีเซตสองเซตใด ๆ โดยกำหนดให้ เซต A มีจำนวนสมาชิก $n(A)$ ตัว และเซต B มีจำนวนสมาชิก $n(B)$ ตัว แล้วจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

6. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปมโนทัศน์เกี่ยวกับผลคูณคาร์ทีเซียน ของเซตสองเซตใด ๆ เพื่อความเข้าใจของนักเรียนยิ่งขึ้น โดยสรุปพร้อมกันว่า ผลคูณคาร์ทีเซียน ของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต A และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \times B$ อ่านว่า เอกูณบี โดยที่ $A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$ และถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิก $n(A)$ ตัว และเซต B มีจำนวนสมาชิก $n(B)$ ตัว แล้วจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เขียนแทนด้วย $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

จึนน่าไปใช้

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน ที่เตรียมไว้โดยให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบให้ถูกต้อง โดยครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำโน้ตสน์ที่ได้รับไปใช้ได้อย่างถูกต้องหรือไม่ โดยครูคอยเดินสังเกตพร้อมทั้งให้คำปรึกษาในข้อสงสัยของนักเรียน

8. นักเรียนและครูร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 เพื่อความเข้าใจในมโนทัศน์ เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน ของนักเรียนยิ่งขึ้น

7. สื่อ และอุปกรณ์การเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน
2. แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน

8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
- นักเรียนสามารถเขียนผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้ได้ - นักเรียนสามารถบอกจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้ได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน การตรวจแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน การถามตอบในชั้นเรียน	ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน	ความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดร้อยละ 70 ขึ้นไป
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายเหตุผลประกอบการหาผลคูณคาร์ทีเซียนตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้			ความถูกต้องในการให้เหตุผลถูกต้องเหมาะสมร้อยละ 70 ขึ้นไป
- นักเรียนมีความรับผิดชอบ - นักเรียนมีความร่วมมือ	สังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์	แบบสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์	อยู่ในช่วง 3-4 คะแนน

9. บันทึกหลังการสอน

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนผลคูณคาร์ทีเซียนและบอกจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตที่กำหนดให้ได้ มีนักเรียนบางส่วนหาผลคูณคาร์ทีเซียนผิด เนื่องจากขาดความรอบคอบในการทำแบบฝึกหัด ผู้สอนจึงให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบกับเพื่อน ๆ ในชั้นเรียน โดยที่ผู้สอนจะสรุปความรู้เกี่ยวกับการเขียนผลคูณคาร์ทีเซียนและจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนอีกครั้งเพื่อความเข้าใจของนักเรียนยิ่งขึ้น

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนอธิบายให้เหตุผลประกอบการหาผลคูณคาร์ทีเซียนตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ โดยสามารถให้เหตุผลว่า ผลคูณคาร์ทีเซียน ของเซต A และเซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต A และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต B และสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนได้ เช่น $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เอคูณบี มาจากจำนวนสมาชิกของเซตเอคูณจำนวนสมาชิกของเซตบี แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับผลคูณคาร์ทีเซียนได้ ผู้สอนและผู้เรียนจึงร่วมกันสรุปความรู้ทั้งหมดเกี่ยวกับการเขียนผลคูณคาร์ทีเซียนและจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนอีกครั้ง เพื่อความเข้าใจของนักเรียนยิ่งขึ้น

นักเรียน เข้าเรียนตรงเวลา ส่งการบ้านตรงเวลา และมีส่วนร่วมในการทำงานที่ได้รับมอบหมายจนเสร็จตามเวลาที่กำหนด อีกทั้งยังร่วมแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นายณัฐปัญชาณ์ พิชญาชมชื่น)

...../...../.....

ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลคูณคาร์ทีเซียน พร้อมทั้งบอกจำนวนสมาชิก ของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อ	เซต A	n(A)	เซต B	n(B)	ผลคูณคาร์ทีเซียน	จำนวนสมาชิกของ ผลคูณคาร์ทีเซียน
1	{1,2,3}	3	{a,b}	2	$A \times B = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$ $B \times A = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$ $A \times A = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$ $B \times B = \{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)\}$	$n(A \times B) = 6$ $n(B \times A) = 6$ $n(A \times A) = 9$ $n(B \times B) = 4$
2	{3,4,5}	{6,7}	$A \times B =$ $B \times A =$ $A \times A =$ $B \times B =$
3	{m,n}	{x,y,z}	$A \times B =$ $B \times A =$ $A \times A =$ $B \times B =$
4	{-2,-1}	{1,2}	$A \times B =$ $B \times A =$ $A \times A =$ $B \times B =$

จากตัวอย่างข้างต้นจงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ผลคูณคาร์ทีเซียนเป็นเซตใช่หรือไม่.....

2. สมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนเป็นอย่างไร.....

2.1 สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ อยู่ในเซตใด

.....

และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ อยู่ในเซตใด

.....

2.2 สมาชิกตัวหน้าของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ อยู่ในเซตใด

.....
 และ สมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ อยู่ในเซตใด

2.3 สมาชิกตัวหน้าของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times A$ อยู่ในเซตใด

.....
 และ สมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times A$ อยู่ในเซตใด

2.4 สมาชิกตัวหน้าของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times B$ อยู่ในเซตใด

.....
 และ สมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times B$ อยู่ในเซตใด

3. พิจารณาจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนต่อไปนี้

3.1 $n(A \times B)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(A)$ และ $n(B)$

3.2 $n(B \times A)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(B)$ และ $n(A)$

3.3 $n(A \times A)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(A)$

3.4 $n(B \times B)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(B)$

ดังนั้นถ้ากำหนดให้ A และ B เป็นเซตสองเซตใด ๆ ผลคูณคาร์ทีเซียน ของ A และ B คือ

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \times B = \{(a, b) | a \in \dots \wedge b \in \dots\}$ อ่านว่า

และ $n(A \times B) = \dots$ เพราะ

แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบคำตอบให้ถูกต้อง

1. กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ จงหา

$A \times B =$

เหตุผล.....

และ $n(A \times B) =$ เพราะ.....

$B \times A =$

เหตุผล.....

และ $n(B \times A) =$ เพราะ.....

2. ให้ $A = \{a\}$ และ $B = \{\emptyset\}$ จงหา

2.1 $A \times B =$ เพราะ.....

และ $n(A \times B) =$ เพราะ.....

2.2 $B \times A =$ เพราะ

และ $n(B \times A) =$ เพราะ

2.3 $A \times A =$ เพราะ

และ $n(A \times A) =$ เพราะ

2.4 $B \times B =$ เพราะ

และ $n(B \times B) =$ เพราะ

3. ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ และ $B = \emptyset$ จงหา

3.1 $A \times B =$ เพราะ

และ $n(A \times B) = \dots\dots\dots$ เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

3.2 $B \times A = \dots\dots\dots$ เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

และ $n(B \times A) = \dots\dots\dots$ เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลคูณคาร์ทีเซียน พร้อมทั้งบอกจำนวนสมาชิก ของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อ	เซต A	n(A)	เซต B	n(B)	ผลคูณคาร์ทีเซียน	จำนวนสมาชิกของ ผลคูณคาร์ทีเซียน
1	{1,2,3}	3	{a,b}	2	$A \times B = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$ $B \times A = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$ $A \times A = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$ $B \times B = \{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)\}$	$n(A \times B) = 6$ $n(B \times A) = 6$ $n(A \times A) = 9$ $n(B \times B) = 4$
2	{3,4,5}	3	{6,7}	2	$A \times B = \{(3,6),(3,7),(4,6),(4,7),(5,6),(5,7)\}$ $B \times A = \{(6,3),(6,4),(6,5),(7,3),(7,4),(7,5)\}$ $A \times A = \{(3,3),(3,4),(3,5),(4,3),(4,4),(4,5),(5,3),(5,4),(5,5)\}$ $B \times B = \{(6,6),(6,7),(7,6),(7,7)\}$	$n(A \times B) = 6$ $n(B \times A) = 6$ $n(A \times A) = 9$ $n(B \times B) = 4$
3	{m,n}	2	{x,y,z}	3	$A \times B = \{(m,x),(m,y),(m,z),(n,x),(n,y),(n,z)\}$ $B \times A = \{(x,m),(x,n),(y,m),(y,n),(z,m),(z,n)\}$ $A \times A = \{(m,m),(m,n),(n,m),(n,n)\}$ $B \times B = \{(x,x),(x,y),(x,z),(y,x),(y,y),(y,z),(z,x),(z,y),(z,z)\}$	$n(A \times B) = 6$ $n(B \times A) = 6$ $n(A \times A) = 4$ $n(B \times B) = 9$
4	{-2,-1}	2	{1,2}	2	$A \times B = \{(-2,1),(-2,2),(-1,1),(-1,2)\}$ $B \times A = \{(1,-2),(1,-1),(2,-2),(2,-1)\}$ $A \times A = \{(-2,-2),(-2,-1),(-1,-2),(-1,-1)\}$ $B \times B = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$	$n(A \times B) = 4$ $n(B \times A) = 4$ $n(A \times A) = 4$ $n(B \times B) = 4$

จากตัวอย่างข้างต้นจงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ผลคูณคาร์ทีเซียนเป็นเซตใช่หรือไม่.....ใช่.....

2. สมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนเป็นอย่างไร.....เป็นคู่อันดับ.....

2.1 สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ อยู่ในเซตใด

.....อยู่ในเซต A.....

และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ อยู่ในเซตใด

.....อยู่ในเซต B.....

2.2 สมาชิกตัวหน้าของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต B.....

และสมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต A.....

2.3 สมาชิกตัวหน้าของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times A$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต A.....

และสมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times A$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต A.....

2.4 สมาชิกตัวหน้าของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times B$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต B.....

และสมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times B$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต B.....

3. พิจารณาจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนต่อไปนี้

3.1 $n(A \times B)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(A)$ และ $n(B)$ $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

3.2 $n(B \times A)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(B)$ และ $n(A)$ $n(B \times A) = n(B) \times n(A)$

3.3 $n(A \times A)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(A)$ $n(A \times A) = n(A) \times n(A)$

3.4 $n(B \times B)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(B)$ $n(B \times B) = n(B) \times n(B)$

ดังนั้นถ้ากำหนดให้ A และ B เป็นเซตสองเซตใด ๆ ผลคูณคาร์ทีเซียน ของ A และ B คือ

ผลคูณคาร์ทีเซียน ของเซต A และเซต B คือเซตของกลุ่มอันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่สมาชิก
ตัวหน้าของกลุ่มอันดับเป็นสมาชิกของเซต A และสมาชิกตัวหลังของกลุ่มอันดับเป็นสมาชิกของเซต B
เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$ อ่านว่า เอกคูณบี.....

และ $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เอกคูณบี มาจากจำนวน
สมาชิกของเซตเอกคูณจำนวนสมาชิกของเซตบี.....

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบคำตอบให้ถูกต้อง

1. กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ จงหา

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$$

เหตุผล เนื่องจากผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{1, 2\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{2, 3\}$

และ $n(A \times B) = 2 \times 2 = 4$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เอกุณบี มาจากจำนวนสมาชิกของเซตเอกุณจำนวนสมาชิกของเซตบี

$$B \times A = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

เหตุผล เนื่องจากผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{2, 3\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{1, 2\}$

และ $n(B \times A) = 2 \times 2 = 4$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน บีคูณเอ มาจากจำนวนสมาชิกของเซตบีคูณจำนวนสมาชิกของเซตเอ

2. ให้ $A = \{a\}$ และ $B = \{\emptyset\}$ จงหา

2.1 $A \times B = \{(a, \emptyset)\}$ เพราะ เนื่องจากผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{a\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{\emptyset\}$

และ $n(A \times B) = 1 \times 1 = 1$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เอกุณบี มาจากจำนวนสมาชิกของเซตเอกุณจำนวนสมาชิกของเซตบี

2.2 $B \times A = \{(\emptyset, a)\}$ เพราะ ผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{\emptyset\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{a\}$

และ $n(B \times A) = 1 \times 1 = 1$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน บิคุนเอ มาจาก จำนวนสมาชิกของเซตบิคุนจำนวนสมาชิกของเซตเอ

2.3 $A \times A = \{(a,a)\}$ เพราะ ผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times A$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{a\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{a\}$

และ $n(A \times A) = 1 \times 1 = 1$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เอคุนเอ มาจาก จำนวนสมาชิกของเซตเอคุนจำนวนสมาชิกของเซตเอ

2.4 $B \times B = \{(\emptyset, \emptyset)\}$ เพราะ ผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times B$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{\emptyset\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{\emptyset\}$

และ $n(B \times B) = 1 \times 1 = 1$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน บิคุนบี มาจาก จำนวนสมาชิกของเซตบิคุนจำนวนสมาชิกของเซตบี

3. ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ และ $B = \emptyset$ จงหา

3.1 $A \times B = \emptyset$ เพราะ B เป็นเซตว่าง และผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \emptyset$

และ $n(A \times B) = 0$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เอคุนบี มาจาก จำนวนสมาชิกของเซตเอคุนจำนวนสมาชิกของเซตบี

3.2 $B \times A = \emptyset$ เพราะ B เป็นเซตว่าง และผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \emptyset$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{1, 2, 3, \dots\}$

และ $n(B \times A) = 0$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน บิคุนเอ มาจาก จำนวนสมาชิกของเซตบิคุนจำนวนสมาชิกของเซตเอ

แบบบันทึกการสังเกตคุณลักษณะอันพึงประสงค์รายบุคคล

ลำดับ ที่	ชื่อ - สกุล	หัวข้อการประเมิน					
		ความรับผิดชอบ			ความร่วมมือ		
		2	1	0	2	1	0

ความรับผิดชอบ ได้แก่ การเข้าเรียน การส่งงาน

ความร่วมมือ ได้แก่ การทำงาน การร่วมแสดงความคิดเห็น การนำเสนอในชั้นเรียน

เกณฑ์การให้คะแนนระดับคุณภาพ

ดี	- พฤติกรรมที่ปฏิบัติชัดเจนและสม่ำเสมอ	ให้ 2 คะแนน
พอใช้	- ปฏิบัติบางครั้ง	ให้ 1 คะแนน
ควรปรับปรุง	- ไม่ปฏิบัติ	ให้ 0 คะแนน

เกณฑ์การสรุปผล

ดี	3-4 คะแนน
พอใช้	2 คะแนน
ควรปรับปรุง	0-1 คะแนน

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $x = u$ และ $y = v$ โดยที่ x และ u เป็นสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ และ y และ v เป็นสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ แล้วคู่อันดับ (x, y) และคู่อันดับ (u, v) สัมพันธ์กันอย่างไร

.....

2. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตสองเซตใด ๆ โดยที่ $A \neq B$ แล้ว $A \times B$ กับ $B \times A$ เหมือนหรือต่างกัน หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

.....

3. กำหนดให้ $A = \{1,3\}$ และ $B = \{2,4\}$ และให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B จงพิจารณาสมาชิกของความสัมพันธ์ r มีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับ $A \times B$ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

.....

4. ถ้าเซต A มีสมาชิก 4 ตัว และ เซต B มีสมาชิก 2 ตัว แล้วจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B กับ จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก B ไป A เท่ากันหรือไม่ จงอธิบาย

.....

5. กำหนดให้ $r_1 = \{(-1,1),(-2,2),(-3,3),(-4,4),\dots\}$ และ $r_2 = \{(x,y) \in R \times R | y = -x\}$ โดเมนของ r_1 สัมพันธ์กับ โดเมนของ r_2 หรือไม่อย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

6. $r_1 = \{(0,0),(1,1),(2,4),(3,9),(4,16),\dots\}$ และ $r_2 = \{(x,y) \in I \times I | y = x^2\}$ เรนจ์ของ r_1 เท่ากับ เรนจ์ของ r_2 หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

7. กำหนด $r_1 = \{(x,y) \in I \times I | y = x - 3\}$ และ $r_2 = \{(x,y) \in R \times R | y = x - 3\}$ พิจารณาว่ากราฟ r_1 และ r_2 เหมือนหรือต่างกันอย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

8. กำหนด r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ แล้วจะสามารถหา r^{-1} ได้อย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

9. กำหนด r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ แล้ว D_r สัมพันธ์กับ $R_{r^{-1}}$ หรือไม่ จงอธิบายพร้อม ยกตัวอย่างประกอบ

.....

.....

.....

เฉลยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. ถ้า $x = u$ และ $y = v$ โดยที่ x และ u เป็นสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ และ y และ v เป็นสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ แล้วคู่อันดับ (x, y) และคู่อันดับ (u, v) สัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ คู่อันดับ (x, y) และคู่อันดับ (u, v) สัมพันธ์กันคือ คู่อันดับ (x, y) เท่ากับคู่อันดับ (u, v) เนื่องจากมีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเท่ากันคือ $x = u$ และมีสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเท่ากันคือ $y = v$

2. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตสองเซตใด ๆ โดยที่ $A \neq B$ แล้ว $A \times B$ กับ $B \times A$ เหมือนหรือต่างกัน หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

ตอบ จากโจทย์กำหนดให้ A และ B เป็นเซตสองเซตใด ๆ โดยที่ $A \neq B$ ซึ่งสามารถตอบได้ 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ถ้า $A \neq B$ โดยที่ A และ B ไม่เท่ากับเซตว่าง จะได้ว่า $A \square B$ ต่างกับ $B \square A$ เนื่องจาก $A \square B$ คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่ $a \in A$ และ $b \in B$ แต่ $B \square A$ คือเซตของคู่อันดับ (b, a) ทั้งหมด โดยที่ $b \in B$ และ $a \in A$

กรณีที่ 2 ถ้า $A \neq B$ โดยที่ A หรือ B เป็นเซตว่าง จะได้ว่า $A \square B$ เท่ากับ $B \square A$ เนื่องจาก $A \square B$ เท่ากับเซตว่าง และ $B \square A$ เท่ากับเซตว่าง

3. กำหนดให้ $A = \{1, 3\}$ และ $B = \{2, 4\}$ และให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B จงพิจารณาสมาชิกของความสัมพันธ์ r มีความสัมพันธ์อย่างไรกับ $A \times B$ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

ตอบ จากโจทย์กำหนดให้ ให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B จะได้ว่า $r \subset A \times B$ ดังนั้นสมาชิกของความสัมพันธ์ r อยู่ในผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ ตัวอย่างเช่น ความสัมพันธ์น้อยกว่าจาก A ไป B คือ $\{(1, 2), (1, 4), (3, 4)\}$ เพราะวา
 $A \times B = \{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4)\}$

4. ถ้า เซต A มีสมาชิก 4 ตัว และ เซต B มีสมาชิก 2 ตัว แล้วจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B กับ จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก B ไป A เท่ากันหรือไม่ จงอธิบาย

ตอบ มีจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดเท่ากัน เนื่องจาก จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B คือ $2^{n(A) \times n(B)} = 2^{4 \times 2} = 2^8$ และจำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก B ไป A

คือ $2^{n(B) \times n(A)} = 2^{2 \times 4} = 2^8$

5. กำหนดให้ $r_1 = \{(-1,1),(-2,2),(-3,3),(-4,4),\dots\}$ และ $r_2 = \{(x,y) \in R \times R | y = -x\}$ โดเมนของ r_1 สัมพันธ์กับ โดเมนของ r_2 หรือไม่อย่างไร จงอธิบาย

ตอบ โดเมนของ r_1 สัมพันธ์กับ โดเมนของ r_2 คือ D_{r_1} เป็นสับเซตของ D_{r_2} เนื่องจาก โดเมนของความสัมพันธ์คือเซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับในความสัมพันธ์ r นั่นคือ $D_{r_1} = \{-1,-2,-3,-4,\dots\} = I^-$ และ $D_{r_2} = R$

6. $r_1 = \{(0,0),(1,1),(2,4),(3,9),(4,16),\dots\}$ และ $r_2 = \{(x,y) \in I \times I | y = x^2\}$ เรนจ์ของ r_1 เท่ากับ เรนจ์ของ r_2 หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

ตอบ เรนจ์ของ r_1 เท่ากับ เรนจ์ของ r_2 เนื่องจาก เรนจ์ของความสัมพันธ์คือเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับในความสัมพันธ์ r นั่นคือ $R_{r_1} = \{0,1,4,9,16,\dots\}$ และ $R_{r_2} = \{0,1,4,9,16,\dots\}$

7. กำหนดให้ $r_1 = \{(x,y) \in I \times I | y = x - 3\}$ และ $r_2 = \{(x,y) \in R \times R | y = x - 3\}$ พิจารณาว่า กราฟ r_1 และ r_2 เหมือนหรือต่างกันอย่างไร จงอธิบาย

ตอบ กราฟของ r_1 และ r_2 แตกต่างกัน เนื่องจาก $r_1 = \{(x,y) \in I \times I | y = x - 3\}$ มีโดเมนและเรนจ์เป็นจำนวนเต็มกราฟจึงมีลักษณะเป็นกราฟแบบจุดที่ไม่ต่อเนื่องกัน และจาก $r_2 = \{(x,y) \in R \times R | y = x - 3\}$ มีโดเมนและเรนจ์เป็นจำนวนจริงกราฟจึงมีลักษณะเป็นกราฟแบบจุดที่ต่อเนื่องกัน

8. กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ แล้วจะสามารถหา r^{-1} ได้อย่างไร จงอธิบาย

ตอบ เนื่องจาก r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ จะสามารถหา r^{-1} ได้โดยการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับของความสัมพันธ์ r

9. กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ แล้ว D_r สัมพันธ์กับ $R_{r^{-1}}$ หรือไม่ จงอธิบายพร้อมยกตัวอย่างประกอบ
 ตอบ จากโจทย์กำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์ใด ๆ จะได้ว่า D_r และ $R_{r^{-1}}$ มีความสัมพันธ์กันคือ D_r และ $R_{r^{-1}}$ มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว ตัวอย่างเช่น $r = \{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ นั่นคือ $r^{-1} = \{(2,1),(4,3),(6,5)\}$ ซึ่งมี $D_r = \{1,3,5\} = R_{r^{-1}}$

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้ากำหนดให้ $A \times B = \{(-3,4),(-3,5),(-3,6),(-5,4),(-5,5),(-5,6)\}$ แล้ว $B \times A$ เท่ากับเซตใด
เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงเขียนความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid y > x + 1\}$ แบบแจกแจงสมาชิกเมื่อกำหนดให้
 $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{2,3,4\}$ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบให้ชัดเจน

.....

.....

.....

.....

.....

3. โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x-4}\}$ เป็นเซตของจำนวน
จริงทุกจำนวน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

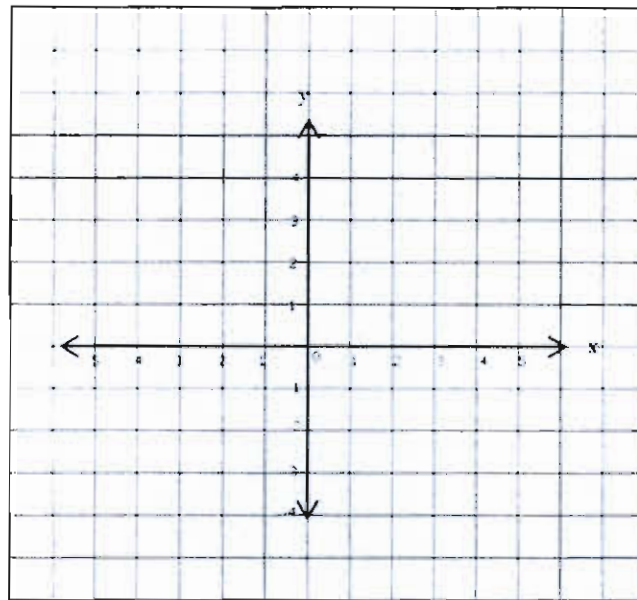
.....

.....

.....

4. จงเขียนกราฟพร้อมแสดงเหตุผลประกอบให้ชัดเจนเมื่อกำหนดความสัมพันธ์

$$r = \{(x, y) \in R \times R \mid x \geq 3 \text{ และ } y \geq 2\}$$



5. จงพิจารณาว่า B เป็นอินเวอร์สของความสัมพันธ์ A หรือไม่ เพราะเหตุใด เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ $A = \{(\{2\}, 4), (\{2\}, \{6\}), (4, 4), (\{4\}, 6)\}$ และ $B = \{(\{4\}, 2), (\{6\}, \{2\}), (4, 4), (6, \{4\})\}$

เฉลยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่องความสัมพันธ์

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. ถ้ากำหนดให้ $A \times B = \{(-3,4),(-3,5),(-3,6),(-5,4),(-5,5),(-5,6)\}$ แล้ว $B \times A$ เท่ากับเซตใด เพราะเหตุใด

ตอบ $B \times A = \{(4,-3),(4,-5),(5,-3),(5,-5),(6,-3),(6,-5)\}$ เนื่องจาก

$A \times B = \{(-3,4),(-3,5),(-3,6),(-5,4),(-5,5),(-5,6)\}$ ซึ่ง $A \times B$ คือเซตของคู่อันดับ (a,b)

ทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับอยู่ในเซต A และ สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับอยู่ในเซต B

ดังนั้นจะได้ว่า $A = \{-3,-5\}$ และ $B = \{4,5,6\}$ และเนื่องจาก $B \times A$ คือเซตของคู่อันดับ (b,a) ทั้งหมด

โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับอยู่ในเซต B และ สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับอยู่ในเซต A ทำให้ได้

ว่า $B \times A = \{(4,-3),(4,-5),(5,-3),(5,-5),(6,-3),(6,-5)\}$

2. จงเขียนความสัมพันธ์ $r = \{(x,y) \in A \times B \mid y > x + 1\}$ แบบแจกแจงสมาชิกเมื่อกำหนดให้ $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{2,3,4\}$ พร้อมอธิบายเหตุผลประกอบให้ชัดเจน

ตอบ $r = \{(1,3),(1,4),(2,4)\}$ เนื่องจาก

$A \times B = \{(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),(3,4)\}$ และ r เป็นความสัมพันธ์ที่

คู่อันดับ (x,y) ใด ๆ เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ จะได้ว่า r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป

B นั่นคือ $r \subset A \times B$ โดยที่ สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับในผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ ต้องมีค่ามากกว่า

สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับอยู่หนึ่ง ทำให้ได้ว่า $r = \{(1,3),(1,4),(2,4)\}$

3. โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x,y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x-4}\}$ เป็นเซตของจำนวนจริงทุกจำนวน ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \{(x,y) \in R \times R \mid y = \sqrt{x-4}\}$ ไม่เป็นเซต

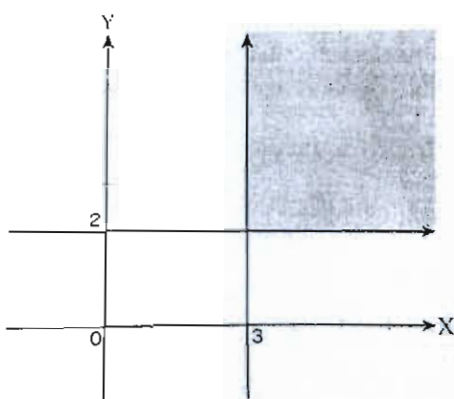
ของจำนวนจริงทุกจำนวน เนื่องจาก $y = \sqrt{x-4}$ จะได้ว่า y สามารถหาค่าได้ เมื่อ $x-4 \geq 0$ นั่นคือ

$x \geq 4$ ดังนั้น $D_r = [4, \infty)$ และจาก $y = \sqrt{x-4} \geq 0$ เสมอ ดังนั้น $R_r = [0, \infty)$

4. จงเขียนกราฟพร้อมแสดงเหตุผลประกอบให้ชัดเจนเมื่อกำหนดความสัมพันธ์

$$r = \{(x, y) \in R \times R \mid x \geq 3 \text{ และ } y \geq 2\}$$

ตอบ จากโจทย์ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid x \geq 3 \text{ และ } y \geq 2\}$ จะสามารถเขียนกราฟของความสัมพันธได้ดังรูป



เนื่องจากความสัมพันธ์ที่กำหนด กราฟจะต้องแรเงาในส่วนที่ $x \geq 3$ และแรเงาในส่วนที่ $y \geq 2$

ดังนั้นกราฟที่ได้คือกราฟที่แรเงาทับกันระหว่างจุด $x \geq 3$ และ $y \geq 2$

5. จงพิจารณาว่า B เป็นอินเวอร์สของความสัมพันธ์ A หรือไม่ เพราะเหตุใด เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ $A = \{(\{2\}, 4), (\{2\}, \{6\}), (4, 4), (\{4\}, 6)\}$ และ $B = \{(\{4\}, 2), (\{6\}, \{2\}), (4, 4), (6, \{4\})\}$

ตอบ B ไม่เป็นอินเวอร์สของความสัมพันธ์ A เพราะว่าเป็นอินเวอร์สของความสัมพันธ์คือความสัมพันธ์ที่เกิดจากการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของความสัมพันธ์ ซึ่งจาก $A = \{(\{2\}, 4), (\{2\}, \{6\}), (4, 4), (\{4\}, 6)\}$ จะได้อินเวอร์สของความสัมพันธ์คือ $\{(4, \{2\}), (\{6\}, \{2\}), (4, 4), (6, \{4\})\}$ ซึ่งไม่เท่ากับ B

ภาคผนวก ค

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนา
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผล เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่องความสัมพันธ์

- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์
ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์

- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถ
ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์

- คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

- คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 17 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนา
 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้
 แบบอุปนัย

แผนที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	+1	-1	0.60
6	+1	+1	+1	+1	-1	0.60
7	+1	+1	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ 18 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์
 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	0	0.80
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
7	+1	+1	+1	-1	+1	1.00
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
9	+1	+1	+1	+1	0	0.80

ตารางที่ 18 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 1	ท่านที่ 1	ท่านที่ 1	ท่านที่ 1	
10	+1	+1	+1	+1	0	0.80
11	+1	+1	+1	+1	-1	0.60
12	+1	+1	+1	+1	-1	0.60
13	+1	+1	+1	+1	-1	0.60
14	+1	+1	+1	+1	-1	0.60
15	+1	+1	+1	+1	-1	0.60
16	+1	+1	+1	+1	-1	0.60
17	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
18	+1	+1	+1	+1	-1	0.60

ตารางที่ 19 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	+1	0	0.80
7	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
8	+1	+1	+1	+1	0	0.80
9	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
11	+1	+1	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ 20 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดคัมโนทัศน์
ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.69	0.63
2	0.60	0.46
3	0.60	0.38
4	0.50	0.75
5	0.58	0.50
6	0.60	0.54
7	0.69	0.54
8	0.63	0.58
9	0.73	0.38
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ คือ 0.716		

ตารางที่ 21 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถใน
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.63	0.42
2	0.50	0.39
3	0.69	0.44
4	0.57	0.72
5	0.53	0.67
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ คือ 0.801		

ตารางที่ 22 คะแนนโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่	คะแนนโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
1	11
2	10
3	9
4	15
5	15
6	9
7	12
8	14
9	8
10	16
11	13
12	18
13	17
14	15
15	16
16	14
17	14
18	17
19	18
20	14
21	15
22	12
23	16
24	16
25	7

ตารางที่ 22 (ต่อ)

คนที่	คะแนนโมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
26	10
27	9
28	10
29	9
30	12
31	16
32	15
33	17
34	6
35	18
36	16
37	16
38	15
39	17
40	15
41	12
42	14
43	14
44	15
45	9
46	17
47	15
คะแนนเฉลี่ย	13.57
ร้อยละ	75.41

ตารางที่ 23 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 15 คะแนน)
1	11
2	5
3	7
4	15
5	15
6	5
7	11
8	15
9	13
10	10
11	11
12	15
13	14
14	13
15	12
16	9
17	15
18	15
19	15
20	12
21	14
22	11
23	14
24	14

ตารางที่ 23 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
	(คะแนนเต็ม 15 คะแนน)
25	4
26	6
27	5
28	13
29	9
30	11
31	15
32	14
33	15
34	8
35	15
36	15
37	15
38	15
39	11
40	11
41	9
42	14
43	15
44	15
45	9
46	15
47	15
คะแนนเฉลี่ย	12.02
ร้อยละ	80.13

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยโดยใช้โปรแกรม SPSS

1) ผลการวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ จากการทำแบบวัด โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 11

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Concept	47	13.5745	3.19473	.46600

	Test Value = 12.6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Concept	2.091	46	.042	.97447	.0365	1.9125

ภาพที่ 11 ผลการวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

2) ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการทำแบบวัด โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 12

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Reasoning	47	12.0213	3.34592	.48805

	Test Value = 10.5					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Reasoning	3.117	46	.003	1.52128	.5389	2.5037

ภาพที่ 12 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for one sample

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างใบกิจกรรมของนักเรียน :

ใบกิจกรรมที่ 1

เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาผลคูณคาร์ทีเซียน พร้อมทั้งบอกจำนวนสมาชิก ของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อ	เซต A	n(A)	เซต B	n(B)	ผลคูณคาร์ทีเซียน	จำนวนสมาชิกของ ผลคูณคาร์ทีเซียน
1	{1,2,3}	3	{a,b}	2	$A \times B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$ $B \times A = \{(a,1), (a,2), (a,3), (b,1), (b,2), (b,3)\}$ $A \times A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)\}$ $B \times B = \{(a,a), (a,b), (b,a), (b,b)\}$	$n(A \times B) = 6$ $n(B \times A) = 6$ $n(A \times A) = 9$ $n(B \times B) = 4$
2	{3,4,5}	3	{6,7}	2	$A \times B = \{(3,6), (3,7), (4,6), (4,7), (5,6), (5,7)\}$ $B \times A = \{(6,3), (6,4), (6,5), (7,3), (7,4), (7,5)\}$ $A \times A = \{(3,3), (3,4), (3,5), (4,3), (4,4), (4,5), (5,3), (5,4), (5,5)\}$ $B \times B = \{(6,6), (6,7), (7,6), (7,7)\}$	$n(A \times B) = 6$ $n(B \times A) = 6$ $n(A \times A) = 9$ $n(B \times B) = 4$
3	{m,n}	2	{x,y,z}	3	$A \times B = \{(m,x), (m,y), (m,z), (n,x), (n,y), (n,z)\}$ $B \times A = \{(x,m), (x,n), (y,m), (y,n), (z,m), (z,n)\}$ $A \times A = \{(m,m), (m,n), (n,m), (n,n)\}$ $B \times B = \{(x,x), (x,y), (x,z), (y,x), (y,y), (y,z), (z,x), (z,y), (z,z)\}$	$n(A \times B) = 6$ $n(B \times A) = 6$ $n(A \times A) = 4$ $n(B \times B) = 9$
4	{-2,-1}	2	{1,2}	2	$A \times B = \{(-2,1), (-2,2), (-1,1), (-1,2)\}$ $B \times A = \{(1,-2), (1,-1), (2,-2), (2,-1)\}$ $A \times A = \{(-2,-2), (-2,-1), (-1,-2), (-1,-1)\}$ $B \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$	$n(A \times B) = 4$ $n(B \times A) = 4$ $n(A \times A) = 4$ $n(B \times B) = 4$

จากตัวอย่างข้างต้นจงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ผลคูณคาร์ทีเซียนเป็นเซตใดหรือไม่ ใช่

2. สมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนเป็นอย่างไร เป็นคู่อันดับ

2.1 สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ อยู่ในเซตใด

อยู่ในเซต A

และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ อยู่ในเซตใด

อยู่ในเซต B

2.2 สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต B

และ สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต A

2.3 สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times A$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต A

และ สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times A$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต A

2.4 สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times B$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต B

และ สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times B$ อยู่ในเซตใด
อยู่ในเซต B

3. พิจารณาจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนต่อไปนี้

3.1 $n(A \times B)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(A)$ และ $n(B)$ $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$

3.2 $n(B \times A)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(B)$ และ $n(A)$ $n(B \times A) = n(B) \times n(A)$

3.3 $n(A \times A)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(A)$ $n(A \times A) = n(A) \times n(A)$

3.4 $n(B \times B)$ สัมพันธ์กันอย่างไรกับ $n(B)$ $n(B \times B) = n(B) \times n(B)$

ดังนั้นถ้ากำหนดให้ A และ B เป็นเซตของเซตใด ๆ ผลคูณคาร์ทีเซียนของ A และ B คือ

ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B คือ เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต A และตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต B

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \times B = \{(a, b) | a \in A, \wedge b \in B\}$ อ่านว่า เอ คู บี

และ $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน เอ คู บี มาจากจำนวนสมาชิกของเซต เอ คู บี จำนวนสมาชิกของเซต บี

แบบฝึกหัดที่ 1

กำข้แจง ใหนักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบคำตอบให้ถูกต้อง

1. กำหนดให้ $A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$ จงหา

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)\}$$

เหตุผล เนื่องจากผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{1, 2\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{2, 3\}$

และ $n(A \times B) = 2 \times 2 = 4$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ มาจากจำนวนสมาชิกของเซต A คูณจำนวนสมาชิกของเซต B

$$B \times A = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

เหตุผล เนื่องจากผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{2, 3\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{1, 2\}$

และ $n(B \times A) = 2 \times 2 = 4$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ มาจากจำนวนสมาชิกของเซต B คูณจำนวนสมาชิกของเซต A

2. ให้ $A = \{a\}$ และ $B = \{\emptyset\}$ จงหา

$$A \times B = \{(a, \emptyset)\}$$

เหตุผล เนื่องจากผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมด โดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{a\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับสมาชิกของเซต $B = \{\emptyset\}$

และ $n(A \times B) = 1 \times 1 = 1$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ มาจากจำนวนสมาชิกของเซต A คูณจำนวนสมาชิกของเซต B

2.2 $B \times A = \{(\emptyset; a)\}$ เพราะ ผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{\emptyset\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{a\}$

และ $n(B \times A) = 1 \times 1 = 1$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน มีคุณเว มาจากจำนวนสมาชิกของเซต คู่อันดับหนึ่งสมาชิกของเซต B

2.3 $A \times A = \{(a, a)\}$ เพราะ ผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times A$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{a\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{a\}$

และ $n(A \times A) = 1 \times 1 = 1$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนของคู่อันดับ มาจากจำนวนสมาชิกของเซต คู่อันดับหนึ่งสมาชิกของเซต A

2.4 $B \times B = \{(\emptyset, \emptyset)\}$ เพราะ ผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times B$ คือเซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{\emptyset\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \{\emptyset\}$

และ $n(B \times B) = 1 \times 1 = 1$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียนมีคุณเว มาจากจำนวนสมาชิกของเซต คู่อันดับหนึ่งสมาชิกของเซต B

3. ให้ $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ และ $B = \emptyset$ จงหา

3.1 $A \times B = \emptyset$ เพราะ B เป็นเซตว่าง และผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ คือ เซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิกของเซต $B = \emptyset$

และ $n(A \times B) = 0$ เพราะ จำนวนสมาชิกของ ผลคูณคาร์ทีเซียน
 เอเคอมี มาจาก จำนวนสมาชิกของเซตเอคูณจำนวนสมาชิกของเซตบี

3.2 $B \times A = \emptyset$ เพราะ B เป็นเซตว่าง และผลคูณคาร์ทีเซียน
 $B \times A$ คือ เซตของคู่อันดับทั้งหมดโดยที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเป็น
 สมาชิกของเซต B = \emptyset และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเป็นสมาชิก
 ของเซต A = $\{1, 2, 3, \dots\}$

และ $n(B \times A) = 0$ เพราะ จำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน
 บีคูณเอ มาจากจำนวนสมาชิกของเซตบีคูณจำนวนสมาชิกของเซตเอ