

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภัทรอร อริยชนพงศ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษิตตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

กรกฎาคม 2558

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ภัทรอร อริยชนพงศ์ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์)


..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พิมผล)


..... กรรมการ
(ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์)


..... กรรมการ
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา


..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 29 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2558

งานวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษ
ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์
และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี เนื่องจากความอนุเคราะห์ของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องให้กับผู้วิจัย ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งกับความกรุณาและความทุ่มเทของอาจารย์ทั้งสองเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำชี้แนะและตรวจแก้ไข ทำให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น รวมทั้งผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 5 ท่าน ที่สละเวลาในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ โดยให้คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ทำให้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา ตลอดจนคณะครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/5 และ 5/8 ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการหาคุณภาพเครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย และขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาตลอดหลักสูตรและทุนการศึกษาในการทำวิจัยแก่นิสิต โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ณงลักษณ์ และคุณพ่อจำลอง อริยชนพงศ์ รวมทั้งเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ที่ให้กำลังใจและความช่วยเหลือมาโดยตลอด

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่บุพการี ครูบาอาจารย์ที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ และผู้มีพระคุณทุกท่าน ที่ทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จตราบเท่าทุกวันนี้

ภัทรอร อริยชนพงศ์

56910176: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: กิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด/ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ ความน่าจะเป็น
 ภัทรอร อริชนพงศ์: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION ACTIVITIES ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITY IN PROBABILITY OF MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: ผลาดร สุวรรณโพธิ์, วท.ค., พรรณทิพา พรหมรัญ, ค.ค. 182 หน้า, ปี พ.ศ. 2558.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 32 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด จำนวน 5 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.891 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t-test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

56910176: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.

(MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION ACTIVITIES/ MATHEMATICAL
PROBLEM SOLVING ABILITY/ MATHEMATICAL REASONING
ABILITY/ PROBABILITY

PATTARAON ARIYATHANAPONG: THE EFFECTS OF COGNITIVELY
GUIDED INSTRUCTION ACTIVITIES ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND
REASONING ABILITY IN PROBABILITY OF MATHAYOMSUKSA 5 STUDENTS.
ADVISORY COMMITTEE: PALADORN SUWANNAPHO, Ph.D., PANTIPA PROMARAK,
Ph.D. 182 P. 2015.

The purposes of this research were; 1) to compare mathematical problem solving ability on probability of Mathayomsuksa 5 students after studying with cognitively guided instruction activity as compare with the criterion of 70 % and; 2) to compare mathematical reasoning ability on probability of the students after studying with the cognitively guided instruction activity as compare with the criterion of 70 % The samples were selected by cluster random sampling technique there were 32 Mathayomsuksa 5 students in second semester of 2557 school year. The research instruments used in this research consisted of; 1) five lesson plans on probability using cognitively guided instruction activity, 2) mathematical problem solving and reasoning abilities test with reliability of 0.891. The statistics used for analyzing the collected data were mean, percentage, standard deviation and t-test for one sample group.

Research results were;

1. The mathematical problem solving ability on probability of Mathayomsuksa 5 after studying with cognitively guided instruction activity was higher than the criterion of 70% at .05 level of significance.

2. Mathematical reasoning ability on probability of the students after studying with the cognitively guided instruction activity was higher than the criterion of 70% at .05 level of significance.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่	
1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	7
สมมติฐานของการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย	7
ขอบเขตของการวิจัย	7
นิยามศัพท์เฉพาะ	9
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์.....	13
การสอนแนะให้รู้คิด (CGI).....	19
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	28
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	53
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	67
3 วิธีดำเนินการวิจัย	70
การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง	70
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	71
การดำเนินการวิจัย.....	84

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	85
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	90
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	90
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	90
5 สรุปผลและอภิปรายผล.....	95
สรุปผลการวิจัย.....	96
อภิปรายผล.....	96
ข้อเสนอแนะ.....	104
บรรณานุกรม.....	106
ภาคผนวก.....	113
ภาคผนวก ก.....	114
ภาคผนวก ข.....	123
ภาคผนวก ค.....	169
ภาคผนวก ง.....	173
ภาคผนวก จ.....	175
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	182

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2-1	สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์..... 19
2-2	การสังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) 25
2-3	เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสิริพร ทิพย์คง..... 48
2-4	เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สสวท..... 49
2-5	เกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สถาบัน ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 50
2-6	เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาแบบภาพรวมของ สุวิทย์ มูลคำ..... 50
2-7	เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยจากการแสดงวิธีการในการหา คำตอบและความถูกต้องของคำตอบของ ศศิธร แม้นสงวน..... 51
2-8	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ ประกอบของผู้วิจัย..... 52
2-9	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ของกรมวิชาการ..... 65
2-10	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี..... 66
2-11	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย..... 67
3-1	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5..... 72
3-2	การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนแบบทดสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์..... 79
3-3	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 81
3-4	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์..... 82

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
3-5 แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design).....	85
4-1 ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	91
4-2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70.....	92
4-3 ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	93
4-4 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70	94
ค-1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักเรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	170
ค-2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	170
ค-3 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	171
ค-4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	171

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	11
2-1 ลำดับขั้นของการคิดของ Krulik and Rudnick	53
ง-1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t-test for One Sample	174
ง-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t-test for One Sample.....	174

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คุณภาพของคนเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาประเทศ และคนจะมีคุณภาพได้นั้น ต้องอาศัยการศึกษาเป็นเครื่องมือบ่มเพาะสติปัญญา ดังจะเห็นได้จากแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11 พ.ศ. 2555 – 2559 ที่มุ่งเน้นการพัฒนาคนเพื่อเสริมสร้างทุนทางปัญญาอย่างยั่งยืน โดยมุ่งพัฒนาคนไทยให้มีศักยภาพในการคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ มีความคิดสร้างสรรค์ ใฝ่เรียนรู้ มีคุณธรรมจริยธรรม ค่านิยมที่ดีงาม อีกทั้งยังมุ่งพัฒนาเด็กวัยเรียนให้มีความรู้ทางวิชาการ และสติปัญญาทางอารมณ์ที่เข้มแข็ง สามารถศึกษาหาความรู้และต่อยอดองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง รวมทั้งส่งเสริมการศึกษาทางเลือกที่สอดคล้องกับความต้องการของผู้เรียน เน้นการพัฒนาผู้เรียนเป็นสำคัญให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง (สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2555, หน้า 15, 46, 49) จากแผนพัฒนาดังกล่าว ได้ให้ความสำคัญในการพัฒนาคน โดยเริ่มตั้งแต่วัยเรียนให้มีทักษะด้านการคิด วิเคราะห์อย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีความคิด ยืดหยุ่นสร้างสรรค์ เน้นกระบวนการสอนที่ฝึกให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตรประจำวัน ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิต ให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 1) จะเห็นได้ว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งทางตรงและทางอ้อม ไม่ว่าจะเป็นการพัฒนาทักษะการคิด คุณภาพชีวิตของทุกคนในชาติ ตลอดจนเป็นพื้นฐานในการศึกษาศาสตร์ในแขนงอื่น ทั้งนี้เพื่อที่จะพัฒนาขับเคลื่อนประเทศชาติต่อไปให้เจริญจึงจำเป็นต้องมีการส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ภายในชาติให้ก้าวหน้าทัดเทียมกับนานาชาติอารยประเทศ

ประเทศไทยได้ให้ความสำคัญกับการเรียนคณิตศาสตร์ไม่น้อยไปกว่าวิชาอื่น ๆ โดยมุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับประเทศอื่น ๆ กลับพบว่า เรายังอยู่ในอันดับรั้งท้ายในการสอบวัดผลต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นการสอบ PISA

(Program for international student assessment) หรือ โครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ ขององค์กรเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ ที่รู้จักกันในนามของ OECD (Organization for economic co-operation and development) ซึ่งเป็นการประเมินทักษะการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับ ในการสอบ PISA 2012 เป็นการประเมินผลระยะที่ 2 ที่เน้นด้านคณิตศาสตร์ โดยมีน้ำหนักข้อสอบด้านคณิตศาสตร์คิดเป็น 60% จากทั้งหมด ซึ่งการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของบุคคลในการคิดใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายและทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยแบบทดสอบของ PISA จะประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนระบุประเด็นของสถานการณ์หรือปัญหาและทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายเพื่อทำการวิเคราะห์ แล้วจึงใช้หลักการ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา และประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมถึงสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหาได้ (สุชาติ ปัทมวิภาต, 2557, หน้า 35-36)

จากผลคะแนนเฉลี่ย OECD ของคณิตศาสตร์ใน PISA 2012 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD ที่มีคะแนนมาตรฐานอยู่ที่ 494 คะแนน และเมื่อเรียงตามคะแนนเฉลี่ยจะอยู่ที่ตำแหน่งประมาณ 50 ซึ่งประเทศในเอเชียที่มีคะแนนต่ำกว่าไทยมีเพียงประเทศเดียวเท่านั้น หากพิจารณาคะแนนเฉลี่ยเป็นระดับความสามารถหรือระดับความรู้และทักษะคณิตศาสตร์แล้ว นักเรียนไทยรู้คณิตศาสตร์ถึงระดับสูงสุด โดยเฉลี่ยมีเพียงร้อยละ 0.5 แต่ นักเรียนไทยที่รู้คณิตศาสตร์ไม่ถึงระดับพื้นฐานที่ควรจะมี (Minimum requirement) นั่นคือ ไม่ถึงระดับ 2 โดยมีถึงร้อยละ 50 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2556, หน้า 7-9) ซึ่งสอดคล้องกับที่ วิทยากร เชียงกุล (2555, หน้า 45) กล่าวว่า นักเรียนไทยส่วนใหญ่มีผลสอบที่จัดอยู่ในสมรรถนะระดับ 1-2 ซึ่งเป็นระดับต่ำสุด ในขณะที่นักเรียนส่วนใหญ่ของประเทศที่ได้คะแนนเฉลี่ยรวมสูงกว่าไทย มีระดับสมรรถนะสูง จากระดับ 3 ขึ้นไปถึงระดับ 5-6 นั่นคือ ระดับที่นักเรียนมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์แก้ปัญหา และจากผลการประเมิน PISA 2012 (สสวท., 2556, หน้า 13) พบว่า ค่าเฉลี่ยนักเรียนไทยมีจุดอ่อนที่สุดในกระบวนการการคิดวิธีการหรือการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ นั่นคือ การคิดถึงปัญหาตามสถานการณ์ในบริบทให้เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าภาพรวมของเด็กไทยในเวทีการสอบระดับ โลกยังมีจุดบอดในเรื่องของกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีเหตุผล

นอกจากนี้ในการสอบ O-NET (Ordinary national educational test) ซึ่งเป็นการทดสอบความรู้ขั้นพื้นฐานระดับชาติวิชาคณิตศาสตร์นับเป็นวิชาหนึ่งที่ผลคะแนนสอบในภาพรวมของนักเรียนทั่วทั้งประเทศเฉลี่ยแล้วต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งสอดคล้องกับที่ สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (2552, หน้า 4) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนทุกช่วงชั้น ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละค่อนข้างต่ำเมื่อเทียบกับวิชาอื่น เมื่อพิจารณาผลคะแนนสอบ O-NET ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในปีการศึกษา 2556 วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดจากทุกวิชา (สำนักนายกรัฐมนตรี, 2557) โดยมีสถิติคะแนนเฉลี่ย 20.48 จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน แต่เมื่อพิจารณาจากสถิติในปี 2551 ซึ่งมีสถิติคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 35.97 และปี 2552 มีสถิติคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 28.56 (สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ องค์การมหาชน, 2557) ซึ่งเป็นสถิติที่ดีกว่าในปี 2556 หากพิจารณาการสอบ O-NET ในช่วงปี 2551-2556 จะเห็นว่า สถิติคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ในภาพรวมของประเทศอยู่ในระดับต่ำและมีแนวโน้มของคะแนนค่อนข้างลดลงต่อเนื่องกันทุกปี

จากรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2556 ของโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา พบว่า ค่าสถิติระดับโรงเรียนในมาตรฐาน ค.5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และมาตรฐาน ค.5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 22.49 และ 26.44 คะแนน ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน จากคะแนนในมาตรฐาน ค.5.2 และ ค.5.3 สามารถสะท้อนให้เห็นได้ว่า นักเรียนยังขาดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลในเรื่อง สถิติและความน่าจะเป็น ประกอบกับการที่ผู้วิจัยได้เข้าไปสอบวัดความรู้ในเรื่อง ความน่าจะเป็น กับนักเรียนที่ผ่านการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นมาแล้วพบว่า มีนักเรียนมากกว่าครึ่งได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และจากการสัมภาษณ์อาจารย์ผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์และนักเรียน โรงเรียนสาธิตพิบูลบำเพ็ญ มหาวิทยาลัยบูรพา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ความน่าจะเป็น เป็นเนื้อหาหนึ่ง que ผู้เรียนประสบปัญหาในการเรียนรู้ เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่ไม่มีสูตรที่ตายตัวในการหาคำตอบ การแก้ปัญหาก็ต้องอาศัยการให้เหตุผลควบคู่ ซึ่งต่างจากเนื้อหาคณิตศาสตร์บางเรื่อง เมื่อมีโจทย์ที่ไม่เคยฝึกทำมาก่อนในชั้นเรียนหรือโจทย์ที่มีการพลิกแปลงสถานการณ์ผู้เรียนส่วนใหญ่จะไม่สามารถหาคำตอบได้ (พจนีย์ เถิงจ่าง, ชัชวาล พูลสวัสดิ์, สัมภาษณ์, 17 กรกฎาคม 2557)

จากปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น อาจเกิดจากสาเหตุหลายประการ แต่คุณภาพการจัดการเรียนการสอนของครูย่อมเป็นปัจจัยสำคัญอย่างมากและส่งผลโดยตรงต่อคุณภาพของผู้เรียน (บรรดล สุขปิติ, 2553, หน้า 16) การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จึงควรต้องมีการพัฒนาและปรับปรุง

เนื่องจากครูส่วนใหญ่ยังชินกับวิธีการสอนแบบเดิมคือบรรยายและบอกเล่า ซึ่งเป็นการจำกัดความคิดของนักเรียน ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น บางครั้งอาจเนื่องมาจากการจำกัดของเวลา ความซับซ้อนและปริมาณของเนื้อหาวิชา ความไม่เคยชินกับการตั้งคำถามแบบสืบเสาะหาความรู้ เพื่อให้ให้นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดออกมา (ฉวีวรรณ เสวตมาลย์, 2545, หน้า 46) ซึ่งสอดคล้องกับ ศักดิ์ศรี ปาณะกุล, นิรมล ศตวุฒิ และระวีวรรณ ศรีศรีรามครัน (2556, หน้า 53) ที่ได้กล่าวไว้ว่า วิธีการสอนของครูส่วนใหญ่ สอนแบบบรรยายโดยครูเป็นผู้บอกให้นักเรียนท่องจำ จากอดีตที่ผ่านมา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาและการทำงานตามขั้นตอนหรือกระบวนการที่ผู้สอนยกตัวอย่าง ซึ่งการที่ผู้เรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ได้ นั่น ส่วนหนึ่งเป็นผลมาจากการที่ผู้สอนไม่ได้ฝึกให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ให้มากพอ จึงจำเป็นอย่างยิ่ง ที่ผู้สอนต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการนำไปใช้หรือทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและมากพอ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 68) เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท., 2555 ก, หน้า 1) ซึ่งทักษะการแก้ปัญหาถือเป็นหัวใจสำคัญของคณิตศาสตร์ (National council of teachers of mathematics [NCTM.], 2000, p. 341) ที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต (สสวท., 2555 ข, หน้า 78) นอกจากนี้ ยังสามารถกล่าวได้ว่า "คณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผล" (NCTM., 1989, p. 29) เนื่องจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การแก้ปัญหасวมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล (Alice & Shirel, 1999, p. 114) การที่ผู้เรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจาก เมื่อผู้เรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ผู้สอนอาจไม่ได้ให้โอกาสผู้เรียนแสดงผล ซึ่งทำให้ทั้งผู้สอนและผู้เรียนไม่ทราบว่าที่ผิคนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้น สิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้องแต่เหตุผลผิด คือ การได้คำตอบที่ผิด แต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 4-5)

จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ได้กำหนดแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นถึงตัวผู้เรียน โดยยึดหลักว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด ผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ซึ่งสอดคล้องกับที่สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้ (2548, หน้า 45) ได้ประเมินผู้เรียนที่เป็นผลจากการจัดการศึกษาที่ผู้เรียนสำคัญพบว่าผู้เรียนที่ได้รับการพัฒนาตามแนวทางนี้ จะมีการพัฒนาด้านทักษะการคิดเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับการเรียนรู้ด้วยวิธีการสอนแบบเดิม ดังนั้นกระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ รวมทั้งให้ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการการเผชิญสถานการณ์และการประยุกต์ความรู้มาใช้ป้องกันและแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively guided instruction: CGI) ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเองมุ่งเน้นประสิทธิภาพในการพัฒนาองค์ความรู้ของผู้เรียนและทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา ซึ่งพัฒนาโดย คาร์เพนเทอร์และคณะ ในปี ค.ศ. 1980 (Carpenter et al., 2000, p.1) โดยตั้งอยู่บนพื้นฐานปรัชญาที่ว่า ความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีผลต่อการคิดของนักเรียนและการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด ต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (Carpenter et al., 1989, pp. 499-531; Fennema et al., 1993, pp. 555-583 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร, 2553, หน้า 2) การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้ของผู้เรียนและให้ความสำคัญกับการคิดแก้ปัญหาด้วยตัวของผู้เรียนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยผู้สอนจะใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนนำเสนอความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ประกอบการแก้ปัญหาของตนและร่วมกันอภิปรายทั้งชั้นเรียน ก่อให้เกิดการเชื่อมโยงบนพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียนให้สัมพันธ์กับกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น (Carpenter et al, 1989, pp. 499-531) จะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ไม่ใช่กิจกรรมที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่ยังส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหาบนพื้นฐานของความรู้เดิมที่มีเหตุผล สนับสนุนให้ผู้เรียนมีการคิดวิเคราะห์กระบวนการได้มาซึ่งคำตอบควบคู่กับเหตุผลที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร (2553, หน้า 2) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวทางของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นแนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการคิดของผู้เรียน ฝึกให้ผู้เรียนสามารถคิดวิเคราะห์และให้เหตุผลได้ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 86) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนรู้หรือกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดนี้ จะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในระยะยาวจะสามารถพัฒนาเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

จากหลักการสำคัญของการสอนแบบแนะให้รู้คิดข้างต้น นับเป็นการจัดการเรียน การสอนที่มีประสิทธิภาพเหมาะกับวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งส่งเสริมและพัฒนาความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควบคู่กัน ประกอบกับงานวิจัยที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนแบบสอนแนะให้รู้คิด แล้วส่งผลดีต่อการพัฒนา ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น งานวิจัยของสุชาร์รัตน์ สมรรถการ (2556) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัด กิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมวดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นอกจากนี้ งานวิจัยที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนแบบสอน เน้นให้รู้คิด แล้วส่งผลดีต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เช่น งานวิจัย ของ เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2551) พบว่า จากการนำกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้ คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลไปทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนมีคะแนน เฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 และจากการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการอธิบายการหา ความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผลมากที่สุด โดยที่นักเรียน สามารถตอบคำถามถูกต้อง และแสดงเหตุผลได้เกือบสมบูรณ์

จากสภาพปัญหาและเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาผลการจัดกิจกรรม การเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และเพื่อให้เห็นถึงประสิทธิภาพและประสิทธิผล ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด จึงกำหนดเกณฑ์การประเมินตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ไว้ที่ร้อยละ 70 ซึ่งอยู่ในระดับดี ตาม กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 14) ซึ่งทางโรงเรียนได้ใช้เกณฑ์การประเมินตาม กระทรวงศึกษาธิการด้วยเช่นกัน ทั้งนี้ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนมีศักยภาพ ตลอดจนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 4 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 142 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 32 คน ได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งนักเรียนทุกห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องแบบความสามารถ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่องความน่าจะเป็น รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ซึ่งมีหัวข้อ ดังนี้

1. แผนภาพต้นไม้
2. กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ
3. หลักการบวก
4. หลักการคูณ
5. เซตเปิดสเปซ
6. เหตุการณ์
7. ความน่าจะเป็น

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โดยใช้เวลาในการทำการวิจัยทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที แบ่งเป็นเวลาในการสอน จำนวน 12 คาบ และเวลาในการทดสอบจำนวน 2 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดของผู้เรียน เน้นให้ผู้เรียนพัฒนาความเข้าใจด้วยตัวเองผ่านการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ รวมถึงการใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนสะท้อนวิธีคิดและเหตุผลที่ใช้ในการแก้ปัญหาร่วมกันจนกว่าจะได้ข้อสรุปแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นนำเสนอปัญหา: เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอโจทย์/สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน ที่ท้าทายและกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน

1.2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล: เป็นขั้นที่นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์/ สถานการณ์ปัญหา โดยวางแผนแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา จากการวิเคราะห์ข้อมูลเงื่อนไขและความสัมพันธ์ ร่วมกับการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากพื้นฐานความรู้เดิม ตลอดจนดำเนินการแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหาและสรุปผลของคำตอบที่ได้ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือข้อสงสัยในระหว่างการทำกิจกรรม รวมถึงอำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในด้านสื่ออุปกรณ์ ที่จะช่วยทำให้การแก้ปัญหาสำเร็จลุล่วง

1.3 ขั้นนำเสนอคำตอบ: เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอคำตอบ พร้อมทั้งแสดงแนวคิดหรือเหตุผลที่ใช้ในการแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา ซึ่งครูและนักเรียนคนอื่นใช้คำถามเพิ่มเติมเพื่อให้ผู้นำเสนอเกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมมากที่สุด

1.4 ขั้นอภิปรายและสรุป: นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวความคิดจากการนำเสนอคำตอบเพื่อสรุปประเด็นและองค์ความรู้ โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาศัยพื้นฐานความรู้ ทักษะ/ กระบวนการ และประสบการณ์เดิมประมวลเข้าด้วยกัน ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ โดยกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจโจทย์ ว่าต้องการหาอะไรและมีเงื่อนไขอย่างไร โดยเขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ รวมถึงเงื่อนไขที่โจทย์ให้มาเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้

ขั้นที่ 4 การสรุปผล เป็นขั้นสรุปคำตอบ ว่าผลที่ได้เป็นไปตามที่ต้องการ ถูกต้องหรือไม่

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียน ในการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหาได้อย่างครบถ้วน ถูกต้อง และสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ


4. เกณฑ์ที่ร้อยละ 70 หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีความความสามารถ ในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ร้อยละ 70 ขึ้นไป ของคะแนนรวม ซึ่งอยู่ใน ระดับดี ตามกระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 14)

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ซึ่งเป็นแนวคิดหนึ่งใน การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน เน้นให้ ผู้เรียนพัฒนาความเข้าใจด้วยตัวเอง โดยผู้สอนใช้การสังเกต การถาม และฟังอภิปรายของผู้เรียน เพื่อพิจารณาถึงแนวทางและเหตุผลในการแก้ปัญหานั้น ๆ ด้วยเหตุนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบสอนแนะให้รู้คิด จึงน่าจะสามารถช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีกรอบแนวคิดดัง ภาพที่ 1-1

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด
ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำเสนอปัญหา: ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอโจทย์/ สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่ทำท่ายและกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน
 2. ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล: นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์/ สถานการณ์ปัญหา โดยวางแผนแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา จากการวิเคราะห์ข้อมูล เสรินใจและความสัมพันธ์ ร่วมกับการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากพื้นฐานความรู้เดิม ตลอดจนดำเนินการแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหาและสรุปผลของคำตอบที่ได้ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถาม
 3. ขั้นนำเสนอคำตอบ: นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมทั้งแสดงแนวคิดหรือเหตุผลที่ใช้
 4. ขั้นอภิปรายและสรุป: นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวความคิดจากการนำเสนอคำตอบเพื่อสรุปประเด็นและองค์ความรู้ โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน
- (Carpenter et al., 1999; เวชฤทธิ อังกนะภักทรขจร, 2551; ขวัญ เพ็ชร์ชัย, 2553)

- 
1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 จุดประสงค์ของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.3 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
 - 1.4 คุณภาพผู้เรียน
 - 1.5 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. การสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI)
 - 2.1 ความหมายของการสอนแนะให้รู้จักคิด
 - 2.2 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI)
 - 2.3 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI)
 - 2.4 บทบาทของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI)
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.7 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 4.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยในประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นเพื่อให้เขตพื้นที่การศึกษา หน่วยงานระดับท้องถิ่นและสถานศึกษาทุกสังกัดที่จัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้นำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการพัฒนาหลักสูตรและจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาเด็กและเยาวชนไทยทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 56-91) ให้รายละเอียดเกี่ยวกับหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน คัดลึนใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่น ได้อย่างมีความสุข

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกระเบียบจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัด ระบบต่างๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนีกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรม เลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จุดประสงค์ของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การเรียนคณิตศาสตร์มีจุดประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพจึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างเป็นระบบชัดเจนรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียน

คณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆและใช้ในชีวิตประจำวัน

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้ เทคโนโลยี ด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

จะเห็นได้ว่า สมรรถนะที่สำคัญที่ผู้เรียนพึงมีล้วนเป็นทักษะที่จะก่อเกิดในกระบวนการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานที่สำคัญต่อการดำรงชีวิต ไม่ว่าจะเป็นความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ แก้ปัญหา การใช้ทักษะชีวิตและการใช้เทคโนโลยี เห็นได้ชัดว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐาน โดยมุ่งเน้นการสร้างทักษะความสามารถที่สำคัญต่อการพัฒนาคุณภาพของบุคคล ทำให้บุคคลนั้นมีความสามารถในการจัดการที่ดี รู้จักคิด วางแผน แก้ปัญหาอย่างเป็นระบบระเบียบและสร้างสรรค์

คุณภาพผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดคุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ หาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังโดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้
3. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซต และใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
4. เข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
5. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้
6. เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
7. รู้และเข้าใจการแก้สมการ และอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสอง รวมทั้งใช้กราฟของสมการ อสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา
8. เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลางได้เหมาะสมกับข้อมูล และวัดดูประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ
9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร

การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เน้นคุณภาพของผู้เรียนในด้านการใช้ความรู้เกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผล

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนในการเรียนคณิตศาสตร์ประกอบด้วย สาระที่เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และสาระที่เป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนมีดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัดประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัดวัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พืชคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้ อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่กล่าวมาข้างต้นนี้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ทั้งหมด 6 สาระ รวม 14 มาตรฐาน ซึ่งสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยนำมาใช้ประกอบงานวิจัยในครั้งนี้คือสาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นประกอบด้วย มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้ อย่างสมเหตุสมผล มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ซึ่งมีตัวชี้วัดดังตารางที่ 2-1

ตาราง 2-1 สารที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสารที่ 6 ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล	ค 5.2 ม.4-6/ 2 อธิบายการทดลองสุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้
มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา	ค 5.3 ม.4-6/ 2 ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	ค 6.1 ม.4-6/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ค 6.1 ม.4-6/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด

มีนักวิชาการได้ให้ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด หรือ การสอนแบบแนะให้รู้คิด ดังนี้

Carpenter et al. (2000, p. 1) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิด เป็นการสอนที่ช่วยพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งขึ้นอยู่กับความรู้และความเชื่อของครูผู้สอนที่นำมาออกแบบวิธีการสอนและการฝึกฝนของนักเรียน ตลอดจนการตัดสินใจและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาแล้วจึงสะท้อนความคิดของแต่ละคนออกมาเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดร่วมกันจนได้ข้อสรุป

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 63) กล่าวว่า การสอนแบบแนะให้รู้คิด เป็นการสอนวิธีหนึ่งที่มีความสำคัญต่อวิธีการคิดของผู้เรียน เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้อย่างแท้จริง ในชั้นสอนผู้สอนเป็นเพียงผู้คอยรับฟังและชี้แนะ แต่นอกชั้นเรียนผู้สอนต้องเตรียมการสอนพอสมควรเพื่อให้การเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมายตามที่คาดหวังไว้

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2555, หน้า 103) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิด เป็นรูปแบบการสอนที่ให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาและการสร้างความรู้ของผู้เรียน โดยมีผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดของผู้เรียน เน้นให้ผู้เรียนพัฒนาความเข้าใจด้วยตัวเองผ่านการแก้ปัญหา โดยมีผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ รวมถึงการใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนสะท้อนวิธีคิดและเหตุผลที่ใช้ในการแก้ปัญหาร่วมกันจนกว่าจะได้ข้อสรุป

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitive guided instruction: CGI) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิธีหนึ่ง ที่มุ่งเน้นประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาโดยให้เหตุผลประกอบ แนวคิดนี้ถูกพัฒนาโดยคาร์เพนเตอร์และคณะในปี ค.ศ.1980 (Carpenter et al., 2000, p. 1) ซึ่งแนวการสอนแบบแนะให้รู้คิด หรือ CGI นี้ตั้งอยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชื่อของครูผู้สอน ที่เกิดจากการสังสมและการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา (Carpenter et al., 1989, p. 499-531; Fennema et al., 1993, pp. 555-583) กล่าวคือ ไม่มีวิธีการสอนที่เป็นรูปแบบตายตัว แต่ขึ้นอยู่กับบริบทของผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยอยู่บนพื้นฐานปรัชญาที่ว่า การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้ของผู้เรียนและให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาคด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนผลักดันให้ผู้เรียนใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นเหตุเป็นผล ไม่คำนึงถึงความถูกต้องของคำตอบแต่จะคำนึงถึงเหตุผลที่ได้มาของคำตอบมากกว่า ผู้เรียนจะใช้เวลาส่วนใหญ่ในการหาวิธีการและรูปแบบที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ทั้งนี้ต้องเป็นวิธีที่ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลได้และสามารถอธิบายหน้าชั้นเรียนได้อย่างสมเหตุสมผล โดยมีการแลกเปลี่ยนแนวความคิด วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายรูปแบบของผู้เรียนในชั้นนั้น ๆ เพื่อก่อให้เกิดกระบวนการสร้างความรู้ด้วยตนเองจากประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองและผู้อื่น จนได้ข้อสรุปในท้ายที่สุด ซึ่งผู้สอนจะไม่สอนวิธีการแก้ปัญหาแต่จะอำนวยความสะดวกหรือสนับสนุนให้ผู้เรียนพยายามแก้ปัญหาด้วยตัวเอง สนับสนุนให้ผู้เรียนค้นพบข้อผิดพลาดของตนเอง เป็นวิธีการเรียนการสอนที่สนับสนุนและพัฒนาความเข้าใจของผู้เรียนในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งคาร์เพนเตอร์ (Carpenter et al., 2000, pp. 1-2) ได้ตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนแบบ CGI ไว้ว่า

1. การสอนควรเป็นการสอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. ความรู้และความเชื่อของครูมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน

4. ความรู้และความเชื่อและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูได้รับอิทธิพลมาจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากหลักการของการสอนแนะให้รู้คิด นำมาซึ่งหลักการของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ดังนี้ (เวทฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2553, หน้า 3)

1. การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน โดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหา ใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน

2. การจัดการเรียนการสอนควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรม ให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ

3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา มโนทัศน์ หรือทักษะกับความรู้อื่นที่มีอยู่

4. เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแบบนี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ได้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหาที่นั้น ๆ ได้ แต่ประเมินด้วยว่านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเอง จากประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองและผู้อื่นจนได้ข้อสรุป โดยครูจะต้องประเมินกระบวนการคิดของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ รวมทั้งมีการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ พร้อมกับเหตุผลที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

มีนักวิชาการได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ไว้ดังนี้

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1999, pp. 60-85; Carpenter et al., 2000, pp. 4-5 อ้างถึงใน เวทฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2553, หน้า 4) และฮิลเบิร์ตและคณะ (Hiebert et al., 1997 อ้างถึงใน เวทฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2553, หน้า 4) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอน ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของชั้นเรียน CGI ที่สอดคล้องกันดังนี้

ขั้นตอนที่ I ครูนำเสนอปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหาครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับ

นักเรียนอีกครั้งหนึ่งในการเลือกปัญหา ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้และช่วยแนะนำจนครูมีความมั่นใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้ แล้วครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้สิ่งสำคัญของชั้นเรียน CGI คือในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหาครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่ออุปกรณ์หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาหลังจากที่ครูนำเสนอปัญหาและให้เวลานักเรียนแก้ปัญหา แล้วครูจึงตั้งคำถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล เพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียนและในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมคุณถึงเริ่มต้นด้วย... คุณแก้ปัญหานั้นอย่างไร บอกได้ไหมว่าคุณได้คำตอบมาได้อย่างไร หรือคุณบอกได้ไหมว่ากำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนเอง แล้วนักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างโดยครูเป็นผู้ทำให้เกิดการอภิปราย โดยใช้คำถามเช่นคำตอบทั้งสองนี้เหมือนหรือต่างกันอย่างไร มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้หรือไม่ เป็นต้น และครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2551, หน้า 68) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางของชั้นเรียน CGI ออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับปัญหา
2. นักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูลตามสถานการณ์/ ปัญหาหรือนักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์/ ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายหาคำตอบ โดยในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรม ครูจะเป็นผู้อำนวยความสะดวก และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด รวมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา
3. นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ จากนั้นครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด

4. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการแนวคิดและเหตุผลที่ใช้จากการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย จากนั้นนักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดจากข้อมูลเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม และสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 64) ได้สรุปขั้นตอนการสอนแนะให้รู้จักคิดเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่ นักเรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูเลือกมานั้นต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน มีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา เมื่อนักเรียนเกิดความชัดเจนในสถานการณ์ปัญหาแล้ว จากนั้นนักเรียนลงมือคิดวิเคราะห์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้แนวคิดของตนเอง โดยการอาศัยการเชื่อมโยงปัญหาแนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิม

ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ในขั้นนี้ครูคอยสังเกตดูการแก้ปัญหาของนักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ตอบคำถามและรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนที่มีข้อสงสัยหรือเกิดความไม่ชัดเจนในบางประเด็น โดยครูจะไม่บอกวิธีคิดแต่จะอาศัยการชี้แนะให้แก่ นักเรียน การตัดสินใจในการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับนักเรียน ครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูเปิด โอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างกัน พร้อมกับมีการขยายประเด็นของปัญหาโดยครูหรือนักเรียนและร่วมกันอภิปรายในประเด็นที่ขยายของปัญหา

ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ ในขั้นนี้ นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปในประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา มีครูเป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปร่วมกับนักเรียน จากนั้นครูมอบหมายงานและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์หลังสิ้นสุดการสอนพร้อมติดตามการประเมินผล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เป็น 4 ขั้นตอน ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์มาจากขั้นตอนของนักการศึกษาทั้งหมดที่กล่าวมาข้างต้น สรุปเป็นขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้แนะปัญหา: เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอ โจทย์/ สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน ที่ท้าทายและกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน

2. **ชั้นวิเคราะห์ข้อมูล:** เป็นชั้นที่นักเรียนทำความเข้าใจ โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา โดยวางแผนแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา จากการวิเคราะห์ข้อมูลเงื่อนไขและความสัมพันธ์ ร่วมกับการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากพื้นฐานความรู้เดิม ตลอดจนดำเนินการแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหาและสรุปผลของคำตอบที่ได้ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือข้อสงสัยในระหว่างการทำกิจกรรม รวมถึงอำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในด้านสื่ออุปกรณ์ ที่จะช่วยทำให้การแก้ปัญหาสำเร็จลุล่วง

3. **ชั้นนำเสนอคำตอบ:** เป็นชั้นที่นักเรียนนำเสนอคำตอบ พร้อมทั้งแสดงแนวคิดหรือเหตุผลที่ใช้ในการแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา ซึ่งครูและนักเรียนคนอื่นใช้คำถามเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้นำเสนอเกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมมากที่สุด

4. **ชั้นอภิปรายและสรุป:** นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวความคิดจากการนำเสนอคำตอบเพื่อสรุปประเด็นและองค์ความรู้ โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน

ผู้วิจัยได้แสดงการสังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็น 4 ขั้นตอน ดังตาราง 2-2

ตาราง 2-2 การสังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

Carpenter และ คณะ	วัตถุประสงค์ อิงกระบวนกร	หัวข้อ เพื่อช่วย	ผู้วิจัย
ขั้นที่ 1: ครูนำเสนอปัญหาตาม วัตถุประสงค์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริง	ขั้นที่ 1: ครูนำเสนอปัญหา/ สถานการณ์ในชีวิตจริง	ขั้นที่ 1: ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่ น่าสนใจให้นักเรียน	ขั้นที่ 1: ชี้นำเสนอปัญหา ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอโจทย์/ สถานการณ์ปัญหา ในชีวิตประจำวันให้แก่ ผู้เรียน
ขั้นที่ 2: ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความ เข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้ นักเรียนแก้ปัญหา โดยครูอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์หรือ เครื่องมือที่นักเรียนต้องการ	ขั้นที่ 2: นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูล จากปัญหา/สถานการณ์ โดยครูใช้ คำถามกระตุ้นและให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถาม	ขั้นที่ 2: นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหาโดยใช้ แนวคิดของตนเอง ขั้นที่ 3: ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ โดยไม่ บอกริคิดแต่อาศัยการชี้แนะให้นักเรียน	ขั้นที่ 2: ชี้นำวิเคราะห์ข้อมูล นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูล เองใจ และ ความสัมพันธ์จากโจทย์/สถานการณ์ปัญหา โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนเกิด ข้อคำถาม
ขั้นที่ 3: นักเรียนรายงานคำตอบและ วิธีการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลประกอบ ครูเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคล	ขั้นที่ 3: นักเรียนนำเสนอผลการ ปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ ใช้ จากนั้นครูและนักเรียนทั้งชั้น ร่วมกันถามผู้นำเสนอ	ขั้นที่ 4: นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการ แก้ปัญหาของตนเองและร่วมอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน	ขั้นที่ 3: ชี้นำเสนอคำตอบ นักเรียนนำเสนอคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงแนวคิดหรือเหตุผลที่ใช้
ขั้นที่ 4: ครูและนักเรียนช่วยกันช่วยกัน อภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยครู เป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย	ขั้นที่ 4: นักเรียนร่วมกันอภิปราย แนวคิดและเหตุผลที่ใช้ โดยครู เป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการ อภิปราย	ขั้นที่ 5: นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ โดยมี ครูเป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปร่วมกับ นักเรียน	ขั้นที่ 4: ชี้นำอภิปรายและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวคิด และสรุปองค์ความรู้ โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามนำ ให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน

บทบาทของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI)

มีนักวิชาการได้เสนอบทบาทของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมแบบสอนแบบแนะให้รู้จักไว้ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2553, หน้า 5-6) ได้เสนอบทบาทของผู้สอนในชั้นเรียน CGI

ไว้ดังนี้

1. ครูควรใช้คำถามหรือการชี้แนะ ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้
2. ครูควรมีความกระตือรือร้นและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของนักเรียนแต่ละคน
3. ครูควรเตรียมสื่อ วัสดุ อุปกรณ์ต่าง ๆ ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน
4. ครูควรสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้หลากหลายไม่เป็นการพูด การเขียนหรือการวาดภาพซึ่งเป็นแนวทางที่ให้นักเรียนเข้าใจตนเองว่ากำลังคิดอะไรและทำอะไร รวมทั้งครูก็สามารถประเมินความคิดและเหตุผลของนักเรียนได้ด้วย
5. ครูควรนำเสนอปัญหา สถานการณ์หรือกิจกรรมที่เหมาะสมกับนักเรียนทุกคนและสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้
6. ครูควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองแทนที่เป็นแต่ผู้ถ่ายทอดความรู้
7. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มและมีการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่นส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในชั้นเรียน
8. ครูควรให้เวลาที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการแก้ปัญหาต่าง ๆ
9. ครูไม่ควรเตรียมแนวทางการสอนที่ชัดเจนตายตัว หรือใช้สื่ออุปกรณ์การเรียน การสอนที่เฉพาะเจาะจงแต่ครูควรเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ และปรับกิจกรรมการเรียนการสอนตามความต้องการหรือแนวความคิดของนักเรียน

นอกจากนี้ ยังมีบรรยากาศในชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้เพื่อสอนแนะให้รู้จักจากลักษณะของห้องเรียนแบบเดิมที่ผู้เรียนจะมีภาระงานและทำตามที่ผู้สอนบอกให้ทำกระบวนการ ส่วนใหญ่จะมุ่งประเด็นไปที่ขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาคำตอบจากแต่ละคำถามผู้สอนคาดหวังให้ผู้เรียนทุกคนได้กระทำในส่วนที่เหมือนกันเป็นงานประจำและมีความรู้คณิตศาสตร์ที่เหมือนกัน ซึ่งการแก้ปัญหาที่เหมือนกันจะเป็นการสนับสนุนบริบทของผู้เรียนในการฝึกหัดการแสดงลำดับขั้นตอนมากกว่าการแข่งขันกัน นำเสนอความคิดและวิธีการในการแก้ปัญหาฐานคิดของผู้สอน

จะมาจากการตัดสินใจของผู้สอนเองที่คิดว่าอะไรมีความสำคัญสำหรับผู้เรียนในการเรียนรู้ ในขณะที่ห้องเรียนที่จัดการเรียนรู้เพื่อชี้แนะการรู้คิด เป็นที่ซึ่งสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ผู้เรียนรู้ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาในแนวทางที่แตกต่างกัน บรรยากาศของชั้นเรียนที่จัดการเรียนรู้เพื่อสอนแนะให้รู้คิดเป็นการรับฟังความคิดของแต่ละคน ซึ่งมีความสำคัญและได้รับการเอาใจใส่จากเพื่อน ๆ และผู้สอน วิธีการแก้ปัญหของผู้เรียนเป็นไปตามความสามารถเฉพาะบุคคล มีการยอมรับฟังความคิดเห็นของเพื่อน ๆ ในห้องเรียนด้วย ซึ่งหากต้องการให้เกิดการปฏิรูปการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ผู้เรียนทุกระดับจะต้องได้รับการฝึกให้สามารถใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างผู้เชี่ยวชาญ คือ การร่วมแรงร่วมใจในการหาคำตอบ การอภิปรายได้เถียงกัน ในข้อค้นพบหรือคำตอบที่ได้การเชื่อมโยงประเมิณผล

สำหรับการประเมินของชั้นเรียนที่จัดกิจกรรมการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ควรมีการประเมินความรู้ความเข้าใจของผู้เรียนบ่อย ๆ และใช้วิธีการที่หลากหลายในการประเมิน เช่น ประเมินโดยการสังเกต การใช้คำถาม การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการฟังจากการนำเสนอแนวคิดและเหตุผลของนักเรียน เป็นต้น โดยการประเมินนั้นควรทำควบคู่ไปกับการเรียนการสอน

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 64) ได้เสนอบทบาทของครูในการสอนแนะให้รู้คิดไว้ ดังนี้

1. เตรียมโจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับผู้เรียน
2. เป็นผู้อำนวยความสะดวกโดยการให้คำชี้แนะ เป็นที่ปรึกษา สร้างแรงจูงใจและความเชื่อมั่นให้กำลังใจ สนับสนุนสื่ออุปกรณ์การเรียน จัดสภาพสิ่งแวดล้อมและสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มากกว่าที่จะมาเป็นผู้ให้ความรู้แก่นักเรียน
3. รู้จักใช้คำถามเพื่อล้วงเอาความคิดของเด็กว่าเด็กมีแนวความคิดอย่างไร เพื่อที่จะได้วางแผนการประเมินตัวเด็ก ได้อย่างถูกต้อง
4. ให้เวลาและเอาใจใส่ในการฟังเด็กขณะที่เด็กอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน เน้นสัมพันธ์ภาพที่ดีระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนและระหว่างผู้เรียนกับครู
6. ส่งเสริมการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและตัดสินใจในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
7. เนื่องจากไม่มีรูปแบบการสอนที่ตายตัว ดังนั้นครูต้องเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ แต่ควรจะต้องดูความสนใจและรู้จักปรับกิจกรรมการเรียนการสอนให้เข้ากับความเข้าใจหรือแนวคิดของนักเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนสามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่มีอยู่แก้ปัญหาได้
8. ประเมินแบบดูความก้าวหน้าหรือประเมินผลแบบเป็นระยะ ๆ มากกว่าที่จะประเมินผลหลังสิ้นสุดการเรียนการสอนเพียงครั้งเดียว

จากที่กล่าวมา จะเห็นว่า บทบาทของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ครูผู้สอนจะต้องเป็นผู้อำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เช่น เตรียมโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมและหลากหลายให้กับนักเรียน ให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาของนักเรียน ให้คำแนะนำในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีคิด รวมทั้งจัดเตรียม สื่อ อุปกรณ์การเรียนต่างๆ ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้และเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดร่วมกัน สร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมการสื่อสารแนวความคิด เน้นการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นอกจากนี้ ครูผู้สอนควรประเมินความรู้ความเข้าใจของผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ ควบคู่ไปกับการเรียนการสอน

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

Bell (1978, pp. 309-310) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ใด ๆ ซึ่งเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งบุคคลใดถ้าเอาใจใส่ มีความต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้น ได้ทันทีทันใด การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้หาคำตอบด้วย

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2537 ก, หน้า 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยสรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

ยุพิน พิพิธกุล (2542, หน้า 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่ผู้เรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือเป็นปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหา

คณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ จะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

สสวท. (2555 ก, หน้า 7) เสนอว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นได้ในทันที

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือโจทย์ปัญหา

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความหรือโจทย์ปัญหา ที่ต้องการค้นหาคำตอบซึ่งไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ในทันที แต่ต้องอาศัยความรู้ นิยาม ทฤษฎีบท รวมถึงทักษะกระบวนการมาประมวลเข้าด้วยกันจึงจะสามารถหาคำตอบได้

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

Polya (1980, p. 1) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิถีที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป โดยหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อสรุปหรือคำตอบที่มีความชัดเจน ซึ่งสิ่งเหล่านี้ไม่สามารถเกิดขึ้นได้ทันทีทันใด

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 ก, หน้า 62) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามันจะต้องใช้ความรู้ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

น้อมศรี เกท (2547, หน้า 20) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การทำงานเพื่อหาคำตอบในเรื่องใดเรื่องหนึ่งซึ่งมีวิธีการหาคำตอบนั้นยังไม่ทราบล่วงหน้า ในการพยายามหาคำตอบนั้นนักเรียนจะต้องใช้ความรู้เพื่อแก้ปัญหาด้วยกระบวนการแก้ปัญหานี้จะทำให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ใหม่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

สสวท. (2555 ก, หน้า 7) ได้เสนอความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เวชฎฐี อังคะภทรขจร (2555, หน้า 109) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามันจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

จากความหมายของนักการศึกษาข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาศัยพื้นฐานความรู้ ทักษะ/ กระบวนการ และประสบการณ์เดิมประมวลเข้าด้วยกัน

สำหรับความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนรวมถึงความสามารถต่อไปนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางการแก้ปัญหา
2. ประเมินการแก้ปัญหาที่เชื่อว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยคำนึงถึงปัญหาเดิม
4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบ และกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

สวท. (2555 ก, หน้า 77) เสนอว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากความหมายของนักการศึกษาข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า ความสามารถของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาศัยพื้นฐานความรู้ ทักษะ/ กระบวนการ

และประสบการณ์เดิมประมวลเข้าด้วยกัน

ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Fisher (1987, pp. 2 - 3) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหา เป็นทักษะพื้นฐานสำหรับการดำเนินชีวิตในแต่ละวัน ส่งเสริมความสามารถในระดับต่าง ๆ ที่จะนำไปสู่การประสบความสำเร็จในชีวิต ทักษะการแก้ปัญหานี้จะส่งผลต่อทักษะอื่น ๆ ได้แก่ ความคิด สร้างสรรค์ และความคิดวิจารณ์ญาณ และส่งเสริมกลยุทธ์ต่าง ๆ ได้แก่ การสังเกต การออกแบบ การตัดสินใจ การระดมสมองทำงานเป็นกลุ่มและใช้เป็นเครื่องมือหาคำตอบ การแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่สำคัญในการดำรงชีวิตของมนุษย์ ดังนั้นการแก้ปัญหาก็มีความสำคัญในการจัดการศึกษาของมนุษย์ด้วย

Bell (1978 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 11) กล่าวว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์และเป็นเครื่องช่วยให้อรรถกถาศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหามีช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริงทักษะมโนคติ และหลักการต่าง ๆ โดยการเชื่อมโยงและประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์นั่นเอง

สสวท. (2555 ก, หน้า 6) เสนอว่า การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมั่นใจในการแก้ปัญหาคือเผชิญอยู่ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 169) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือพื้นฐานสำคัญในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาย่างสม่ำเสมอเพื่อจะช่วยให้ นักเรียนสามารถเผชิญกับสถานการณ์ของปัญหาที่แตกต่างกันออกไป

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือทักษะที่มีความสำคัญยิ่งและมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาก็มักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ

จากข้อความข้างต้น สามารถสรุปความสำคัญของการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ได้ว่าการแก้ปัญหาคือทักษะที่สำคัญอย่างยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความคิดที่หลากหลาย คิดอย่างเป็นระบบระเบียบ สามารถวิเคราะห์ วางแผน และตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ตลอดจนสามารถเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดี

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Charles and Lester (1982, pp. 6-10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภทดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียว มุ่งให้เข้าใจ โนมติทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองการดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ โนมติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดการกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ โนมติและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

Polya (1985, pp.123-128) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาให้ค้นพบสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจจะเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติอาจจะเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 ก, หน้า 62) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือ ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้แก้ปัญหา มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหา จะต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2541, หน้า 2) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปกติ (Routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่วไป ผู้แก้ปัญหา มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Non-routine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิดและปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหามust ประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับเป้าหมายและจุดประสงค์ของการนำไปใช้ โดยส่วนใหญ่แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ได้แก่ ปัญหาให้ค้นหาและปัญหาให้พิสูจน์

2. พิจารณาจากความซับซ้อนของปัญหา ได้แก่ ปัญหาธรรมดาและปัญหาไม่ธรรมดา ซึ่งในงานวิจัยชิ้นนี้ ผู้วิจัยใช้ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่ให้ค้นหา

คำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล ซึ่งมีส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข ซึ่งสอดคล้องกับธรรมชาติของเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักศึกษาคณิตศาสตร์ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1957, pp. 16-17) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้มา และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูป และแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและท้ายสุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจ ว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือหรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

สุวิทย์ มูลคำ (2547 , หน้า 27) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมี 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหาเป็นการทบทวนปัญหาที่พบ เพื่อทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ในประเด็นต่าง ๆ รวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา

ขั้นที่ 2 ตั้งสมมติฐานหรือหาสาเหตุของปัญหา เป็นการคาดคะเนคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ช่วยในการคาดคะเน รวมทั้งการพิจารณาสาเหตุของปัญหาว่ามาจากสาเหตุอะไรหรือจะมีวิธีการแก้ปัญหาคำตอบได้โดยวิธีใดบ้าง ซึ่งควรจะต้องตั้งสมมติฐานไว้หลาย ๆ อย่าง

ขั้นที่ 3 วางแผนแก้ปัญหา เป็นการคิดหาวิธีการเทคนิคเพื่อแก้ปัญหาและกำหนดขั้นตอนย่อยของการแก้ปัญหาไว้อย่างเหมาะสม

ขั้นที่ 4 เก็บรวบรวมข้อมูล เป็นการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ตามแผนที่วางไว้ซึ่งขั้นนี้จะเป็นขั้นของการทดลองและลงมือแก้ปัญหาคำตอบ

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาทำการวิเคราะห์วินิจฉัยว่ามีความถูกต้องเที่ยงตรงและเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใดและทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 6 สรุปผล เป็นการประเมินผลวิธีการแก้ปัญหาหรือการตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลดีที่สุด โดยสรุปในรูปของหลักการที่จะนำไปอธิบายเป็นคำตอบตลอดจนนำความรู้ไปใช้

สสวท. (2555 ก, หน้า 103) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่พบในประเด็นต่าง ๆ คือ 1) ปัญหาถามว่าอย่างไร 2) ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และ 3) มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา ในกรณีที่ต้องตรวจสอบปัญหาในการทดลอง ขั้นตอนนี้ก็จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วยการสร้างข้อความคาดการณ์ การออกแบบการทดลองเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์และแนวทางหรือเกณฑ์ในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยผู้เรียนจะต้องมองย้อนกลับไปที่กระบวนการทำงานเพื่อตรวจสอบว่ามีข้อบกพร่องในส่วนใด เช่น ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่ถูกต้องหรือมีการคำนวณผิดพลาด

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหา ทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลของการแก้ปัญหา การตัดสินใจและการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีแก้ปัญหาแบบอื่นหรือไม่ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไป

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า กระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์มีหลายขั้นตอน ซึ่งนักวิชาการแต่ละท่านได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหแตกต่างกันออกไป หากพิจารณาโดยภาพรวมส่วนใหญ่จะพบว่า กระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์นั้น ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนที่

สำคัญ ซึ่งส่วนใหญ่ในขั้นที่ 4 คือ การตรวจสอบผล เป็นการพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องหรือไม่ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีแก้ปัญหาแบบอื่นหรือไม่ เพื่อให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัยขั้นนี้ ในขั้นที่ 4 จึงมีเพียงการสรุปผลคำตอบเท่านั้น เนื่องจากธรรมชาติของเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ไม่สามารถที่จะตรวจสอบผลหรือมองย้อนกลับได้ ซึ่งสามารถสรุปเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจ โจทย์ ว่าต้องการหาอะไรและมีเงื่อนไขอย่างไร โดยเขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 ขั้ววางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ รวมถึงเงื่อนไขที่โจทย์ให้มาเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ เพื่อดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้

ขั้นที่ 4 การสรุปผล เป็นขั้นสรุปคำตอบ ว่าผลที่ได้เป็นไปตามที่ต้องการ ถูกต้องหรือไม่ **แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

นักการศึกษาและผู้ที่เกี่ยวข้อง ได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM., 2000, p. 64) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. วิธีการแก้ปัญหามีความน่าสนใจในเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งเป็นการพัฒนาวิธีการแก้ไขสิ่งที่ไม่รู้ ดังนั้นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องมี “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” ซึ่งจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ด้วยความระมัดระวังในรูปแบบทางคณิตศาสตร์และใช้คุณสมบัติที่เหมาะสมในการกำหนดปัญหาบนสถานการณ์พื้นฐานที่เขาพบ

2. การแก้ปัญหาที่ดีเพื่อให้ให้นักเรียน ได้ฝึกจะทำให้ความรู้ของเขามั่นคงและเพิ่มพูน โดยจะกระตุ้นให้เกิดความสนใจที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้งหลายนั้นสามารถที่จะเกิดขึ้นได้โดยผ่านทางปัญหาพื้นฐานและจากมวลประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนหรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนต้องการที่จะพัฒนารอบของยุทธวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจใช้แผนภาพสังเกตุหาแบบรูป หรือพยายามหาความหมายพิเศษ หรือเลือกใช้การตรวจสอบยุทธวิธีเหล่านี้ต้องการชี้แนะอย่างยิงเพื่อให้ให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง อย่างไรก็ตามการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคาร์ต้องมีความสอดคล้องกับหลักสูตรด้วย ทั้งนี้เพื่อให้ให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนที่จะ

ตรวจสอบและปรับปรุงยุทธวิธี ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

4. การสอนของครูมีบทบาทที่สำคัญยิ่งในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูต้องเลือกปัญหาที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน หาวิธีการสถานการณ์แวดล้อมที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจลองผิดลองถูก แบ่งปันความล้มเหลวความสำเร็จร่วมกัน ซึ่งครูควรใช้คำถามนำเรื่อยไปดังนั้นในสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมจะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความเชื่อมั่นและต้องการที่จะสำรวจปัญหาต่าง ๆ สามารถพิจารณาและตัดสินใจภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 ข, หน้า 66-74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยาสรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน โดยการวิเคราะห์ความสำคัญความเข้าใจในปัญหา เป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความเกินพอของข้อมูล ปัญหาที่ใช้เพิ่มเติมอาจไม่ใช่ปัญหาคณิตศาสตร์ก็ได้

1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ

1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพ หรือแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล จะช่วยทำให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรม ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 ลดปริมาณที่กำหนดในปัญหาให้น้อยลง เพื่อเน้น โครงสร้างของปัญหา มีความชัดเจนขึ้น โดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุผล

1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อทำความเข้าใจ โดยกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็นหรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ เพื่อให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้หรือข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ที่บางครั้งมีข้อมูลมากมายที่ผู้เรียนจะต้องเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาใช้ในบางครั้ง ข้อมูลอาจไม่เพียงพอ ผู้เรียนจะต้องแสวงหาความรู้ให้เพียงพอ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน ถ้าโจทย์กับปัญหามีความซับซ้อนควรฝึกให้ผู้เรียนเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนหรือพูดลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนลงมือทำ เพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็นเสมือนการวางแผนในการแก้ไขปัญหา ถ้าผู้เรียนฝึกฝนสม่ำเสมอ

ทำให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีแนวทางดังนี้

2.1 ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาโดยตรง แต่กระตุ้น โดยใช้คำถามนำแล้วให้ผู้เรียนหาคำตอบ ถ้ายังตอบไม่ได้ให้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง คำตอบของผู้เรียนจะช่วยให้แผนการแก้ปัญหาชัดเจนขึ้น

2.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดออกมดั่ง ๆ (Think aloud) สามารถบอกให้คนอื่นทราบว่าตนคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจคนเดียว ๆ การคิดออกมดั่ง ๆ อาจอยู่ในรูปการสนทนา หรือ การเขียนลำดับขั้นตอนการคิดออกมให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของผู้เรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำ ทำให้เห็นภาพรวมของปัญหา ประเมินความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหาเพื่อป้องกันการผิดพลาดหรือแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบ

2.4 จัดปัญหาให้นักเรียนฝึกทักษะควรเป็นปัญหาที่ทำหายเหมาะสมกับความสามารถ ไม่ยากหรือง่ายเกินไป

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผนในการดำเนินการตามแผนผู้เรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนและประเมินความสามารถที่จะดำเนินการได้หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็นคือ ประเด็นแรกตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการรวมทั้งยุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง คือ มองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหา โดยสร้างสรรค์ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ มีแนวทางการพัฒนาดังนี้

4.1 กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ (ความเป็นไปได้)

5. สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ให้ผู้เรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

สสวท. (2555 ก, หน้า 153–158) ได้เสนอแนวทางในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย

กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมกันเป็นทีมหรือกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวัง ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำเสนออุทวิวิธีแก้ปัญหา และกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล่าวแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้น

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาคด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้ นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ

ในการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำเดียว เติมคำตอบสั้น ๆ แล้วจึงเติมคำตอบเป็นข้อความ หรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการให้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาคเป็นกลุ่ม เพราะการแก้ปัญหาคเป็นกลุ่มจะช่วยให้ นักเรียนได้มี โอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด

ขณะที่นักเรียนอธิบายและนำเสนอแนวคิดของตนเอง ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย้ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรซักถาม อธิบาย และเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน

ในการทำกิจกรรม ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะและตั้งคำถามนำ ครูควรตระหนักว่าการถามนำมากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูทีละคำถาม ต่อเนื่องกันจนได้คำตอบ โดยไม่คิดเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการด้วยตนเอง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ แก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา

ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นนั้นหาคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปด้วยตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตัวเองบ่อย ๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทาง ในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาใช้ช่องทางการสื่อสารอื่นที่ใช้ในการสื่อความหมาย

ทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ

ในการลงมือแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ นักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ แต่นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่นขณะแก้ปัญหาอีกด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้และการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาแบบเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้ จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตน ได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง

หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบความคิด และกระบวนการคิดของตนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนออกมาด้วยโดยการให้นักเรียนเขียนอนุทินในหัวข้อเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความคิดเห็นของข้าพเจ้าต่อการแก้ปัญหานี้ ความประทับใจของข้าพเจ้าต่อการแก้ปัญหา อุปสรรคที่ข้าพเจ้าพบในการทำ การแก้ปัญหา ยุทธวิธีอื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความสมเหตุสมผลในการให้เหตุผลของข้าพเจ้า ประสิทธิภาพในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอของข้าพเจ้าในการแก้ปัญหาหรือความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของข้าพเจ้าในการแก้ปัญหา เป็นต้น

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหา

เพื่อให้นักเรียนได้มีความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูควรเป็นผู้นำเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้น เกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทำ แล้วร่วมกันพิจารณาและสรุปว่ายุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร (2555, หน้า 112-114) ได้กล่าวถึง แนวทางในการพัฒนาทักษะ และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ผู้สอนควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของผู้เรียน โดยปัญหาที่ผู้สอนนำมาควรมีลักษณะ ดังนี้

1.1 ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ทำทลายความสามารถของผู้เรียนเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจจะไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ทำทลาย แต่ถ้ายากเกินไปผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

1.2 ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้างหรืออาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เพราะว่าสิ่งเหล่านี้ผู้เรียนต้องเผชิญในชีวิตจริง

1.3 ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยสำหรับผู้เรียนเพราะถ้าผู้เรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้นมาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป

2. ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนสื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตนให้แก่ผู้อื่น ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเองและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง

3. ผู้สอนควรเปิด โอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

4. ผู้สอนควรเปิด โอกาสให้ผู้เรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ รวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้เรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของผู้เรียนจะทำให้ผู้สอน ได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ผู้สอนไม่ควรย้ำสิ่งที่ผู้เรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ผู้สอนควรอธิบายและเปิดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ผู้สอนควรให้ความรู้และสนับสนุนให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหานั้น ๆ

6. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อผู้เรียนแก้ปัญหานั้นได้คำตอบของปัญหาแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นและสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหานั้นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้ผู้เรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นได้มากกว่าหนึ่งวิธี

7. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนตั้งคำถามกับตัวเอง โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้ผู้เรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทาง ในการนำเสนอคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น

9. ผู้สอนควรสนับสนุนให้ผู้เรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหานั้นจากปัญหาเดิม ซึ่งการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนเองได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ทางคณิตศาสตร์นั้น ประกอบด้วยหลายส่วนที่สำคัญ ไม่ว่าจะเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทของครูผู้สอนในชั้นเรียน รวมไปถึงการสนับสนุนและผลักดันให้ผู้เรียนแก้ปัญหานั้นด้วยตนเอง โดยสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านสถานการณ์ปัญหาที่ท้าทาย ชวนคิด ไม่ยากจนเกินไป เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน ซึ่งกิจกรรมที่ใช้จัดการเรียนการสอนนั้น ควรเป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนสะท้อนความคิดเห็นของตนเองได้ เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนพยายามที่จะแก้ปัญหานั้นด้วยตนเองก่อน ซึ่งผู้สอนสามารถใช้คำถามกระตุ้นกระบวนการคิดของผู้เรียน ในระหว่างการแก้ปัญหานั้น ทั้งนี้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหาคำตอบ โดยพิจารณาถึงกระบวนการแก้ปัญหานั้นใช้ร่วมกัน

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานั้นทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนนั้น จะสามารถทราบได้ว่านักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนมากน้อยเพียงไร ต้องอาศัยการวัดผลและการประเมินผลเป็นเครื่องมือซึ่งสามารถตรวจสอบโดยการใช้เครื่องมือวัดผลว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์หรือผลการเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ แล้วนำมาประเมินผล ซึ่งในการประเมินผลต้องอาศัยเกณฑ์เป็นตัวจำแนกผลการประเมิน

เกณฑ์การประเมินที่นิยมใช้สำหรับการประเมินการเรียนการสอนคือ เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก ซึ่งจะนำเสนอ ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงาน ได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตราของผู้สอน โดยเกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริกก็คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ เพราะเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน ผู้เรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม นับเป็นเกณฑ์การให้คะแนนที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบายแก่ผู้อื่นให้เข้าใจการประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง (Goodrich, 1997, pp. 14-17 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 184)

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกไว้ ดังนี้

Goodrich (ม.ป.ป. อ้างถึงใน เศรษฐา ซาบง, 2544, หน้า 44) กล่าวถึงการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก ดังนี้

1. กำหนดโครงร่าง คุณลักษณะที่ต้องการวัดโดยอาศัยประสบการณ์การสอนของตนเองว่าการจะผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้จุดประสงค์หนึ่งควรมีคุณลักษณะอย่างไรบ้าง และในแต่ละลักษณะควรมีคุณภาพที่ระดับ
2. นำคุณลักษณะและระดับคุณภาพที่ต้องการประเมินชี้แจงแก่นักเรียน และใช้วิธีการระดมสมองเพื่อเพิ่มหรือตัดบางคุณลักษณะ ทั้งนี้การเพิ่มหรือตัดคุณลักษณะใดควรพิจารณาเหตุผลสนับสนุนและการยอมรับของนักเรียนส่วนใหญ่
3. เมื่อได้ระดับคุณลักษณะที่ต้องการวัดแล้วต่อมาสร้างระดับคุณภาพของคุณลักษณะที่ต้องการวัด
4. เมื่อได้โครงร่างอันประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ คุณลักษณะที่ต้องการวัด และระดับคุณภาพของแต่ละคุณลักษณะเรียบร้อยแล้ว ให้แสดงโครงร่างกับนักเรียนเพื่อถามความเห็น หรือข้อเสนอแนะอีกครั้ง

ราตรี นันทสุคนธ์ (2553, หน้า 71-75) ได้ให้ความหมายของรูบริกไว้ว่า เกณฑ์การประเมิน (Rubric score) เป็นเครื่องมือที่ประกอบด้วยคุณลักษณะแต่ละระดับค่าคะแนนของชิ้นงานหรือกระบวนการปฏิบัติ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการตัดสินชิ้นงานหรือกระบวนการปฏิบัติงานนั้น ๆ ซึ่งแบ่งประเภทของเกณฑ์การประเมินได้ 2 ประเภท ดังนี้

1. การกำหนดเกณฑ์โดยภาพรวม (Holistic rubric score) เป็นการให้คะแนนโดยพิจารณาผลงานของผู้เรียนในภาพรวมว่า มีคุณภาพสอดคล้องกับเกณฑ์ในระดับใดบ้าง และมีคะแนนชุดเดียวสำหรับงานชิ้นนั้น ซึ่งจะมีคำอธิบายคุณภาพของงานประกอบการให้คะแนนและตัดสินระดับคะแนนต่าง ๆ ได้ด้วยการให้คะแนนแบบภาพรวม มีวิธีพิจารณาได้หลายวิธี ได้แก่

วิธีที่ 1 กำหนดตามระดับความผิดพลาด โดยพิจารณาจากความบกพร่องของคำตอบว่ามีมากน้อยเพียงใดแล้วหักจากคะแนนสูงสุดที่ระดับ

วิธีที่ 2 กำหนดระดับของการยอมรับและคำอธิบาย

2. การกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบแยกองค์ประกอบ (Analytical rubric score) เป็นการกำหนดเกณฑ์โดยจำแนกสิ่งต่าง ๆ ที่ต้องการประเมินออกเป็นประเด็น ๆ การให้คะแนนจะให้ตามระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนจากการประเมินประเด็นทั้งหมดมารวมกันอีกครั้งหนึ่ง

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 184-185) ได้ให้ความหมายของรูบริกไว้ว่า รูบริกคือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของผู้เรียนจากระดับที่ยอดเยียมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา ซึ่งผู้สอนสามารถออกแบบให้เหมาะกับผู้เรียนของตนเองได้ โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของผู้เรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของผู้เรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic score) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบและวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้าน

สสวท. (2555 ก, หน้า 168-170) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ใน

การแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปผลรวมคะแนนทุกด้านด้วยได้

ในการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักจะนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) การให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการให้คะแนนแบบรูปรีคที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้น เมื่อใช้กับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

จากที่กล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การให้คะแนนแบบรูปรีค มี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Score) เป็นการกำหนดระดับคะแนนในภาพรวม ซึ่งจะบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นภาพรวม โดยไม่แยกเป็นด้าน ๆ

2. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน โดยพิจารณาตามส่วนต่าง ๆ ของสิ่งที่ต้องการประเมิน ซึ่งในแต่ละส่วนต้องบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมตามหัวข้อขององค์ประกอบนั้น ๆ ให้ชัดเจนด้วย

2. เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กรมวิชาการ (2544, หน้า 113-120) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาแบบวิเคราะห์ ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา

2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง

0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย

2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องแต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหามบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง

0 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

4. การตอบ

2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์

1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด

0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

สิริพร ทิพย์ทอง (2545, หน้า 218-220) ได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา และ 3) การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ ดังตาราง 2-3

ตาราง 2-3 เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สิริพร
ทิพย์คง

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	4	สำหรับความเข้าใจใน โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาในแต่ละส่วนของ โจทย์ปัญหา
	0	สำหรับความเข้าใจใน โจทย์ปัญหาผิด
การวางแผนในการ แก้ปัญหา	4	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่ การได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
	2	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาบางส่วนได้ถูกต้อง
	0	สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาหรือ วางแผนไม่เหมาะสม
การดำเนินการตามแผน และคำตอบที่ได้	3	สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2	สำหรับการดำเนินการตามแผนถูกต้องแต่คำตอบผิด
	1	สำหรับการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมาคิดไม่ ถูกต้อง (ขาดความรอบคอบ ทำให้ลอกโจทย์มาคิดผิด) หรือมีบางส่วนของคำตอบถูก
	0	สำหรับคำตอบที่ผิดหรือไม่มีคำตอบ

สสวท. (2546, หน้า 104 - 105) ได้นำเสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคแบบ
วิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 2-4

ตาราง 2-4 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ซึ่งอาจจะนำไปสู่ คำตอบที่ถูกต้องแต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาลำดับส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็น บางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ

สสวท. (2546, หน้า 123) ได้นำเสนอตัวอย่างเกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการ
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 2-5

ตาราง 2-5 เกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สถาบันส่งเสริม
การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ระดับคุณภาพ	ความสามารถในการแก้ปัญหา
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพอธิบายถึงเหตุผล ในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จแต่อาจอธิบายถึงเหตุผลในการใช้ วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วนอธิบายถึงเหตุผลในการ ใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วนเริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการ นั้นแล้วหยุดอธิบายต่อไม่ได้แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ไม่พยาม	ทำไม่ได้ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

สุวิทย์ มูลคำ และคณะ (2554, หน้า 71) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถใน
การแก้ปัญหาแบบภาพรวม ดังตาราง 2-6

ตาราง 2-6 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาแบบภาพรวมของ สุวิทย์ มูลคำ

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหา
4 (ดีมาก)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึง เหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3 (ดี)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่อาจจะอธิบายถึงเหตุผลใน การใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 (พอใช้)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผล ในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1 (ควรปรับปรุง)	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้ วิธีการนั้น แล้วหยุดอธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 (ไม่มีความพยายาม)	ทำไม่ได้ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 268) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบ
 อัตนัยที่พิจารณาจากการแสดงวิธีการในการหาคำตอบและความถูกต้องของคำตอบ ดังตาราง 2-7

ตาราง 2-7 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยจากการแสดงวิธีการในการหาคำตอบ
 และความถูกต้องของคำตอบของ ศศิธร แม้นสงวน

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4: ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
3: ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนมากนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบ ถูกต้องครบถ้วน
2: พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ
1: ควรปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนักแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ ถูกต้อง หรือ ไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่แสดงวิธีทำแต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง
0: ไม่มีความพยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปเกณฑ์ที่ผู้วิจัยเลือกใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้เป็นเกณฑ์การให้
 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ ซึ่งปรับมาจากเกณฑ์
 ของกรมวิชาการ (2544, หน้า 113-120) และ สสวท. (2546, หน้า 104-105) มีรายละเอียดดัง
 ตาราง 2-8

ตาราง 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบของผู้วิจัย

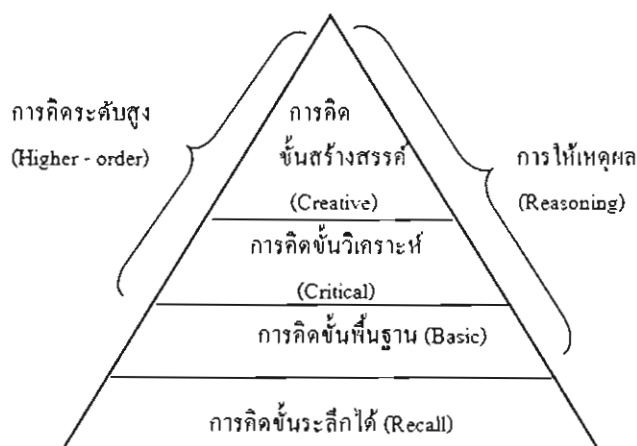
รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ครบถ้วนสมบูรณ์
	1	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน
	0	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอยใดๆปรากฏ
การวางแผนการแก้ปัญหา	2	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขใน โจทย์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขใน โจทย์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขใน โจทย์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องไม่มีร่องรอยใดๆปรากฏ
การดำเนินการแก้ปัญหา	3	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้ได้สำเร็จครบถ้วน
	2	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้ได้เกือบจะสำเร็จ
	1	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้ได้สำเร็จบางส่วน
	0	ไม่ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้ ไม่มีร่องรอยใดๆปรากฏ
การสรุปผล	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอยใดๆปรากฏ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp. 3-5) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด ซึ่งการคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดคะเน หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ โดยครูลิติกและรุคนิคได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การคิดขั้นระลึกได้ (Recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) การคิดขั้นวิเคราะห์ (Critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) ส่วนการให้เหตุผล ครูลิติกและรุคนิคมองว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 2-1 ลำดับขั้นของการคิด (Krulik & Rudnick, 1993, p. 3)

Krulik and Rudnick (1993, p. 3) อธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นที่แสดงในภาพมิได้แยกขาดออกจากกันเลยทีเดียว แต่ละขั้นตอนอาจคาบเกี่ยวกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าวจะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ Krulik and Rudnick เรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง (Higher-order thinking)

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 37) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

สสวท. (2555 ก, หน้า 38-39) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากความหมายของนักการศึกษาข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ผู้เรียนอธิบายหรือแสดงแนวคิด และแสดงข้อสรุปของคำตอบที่สมเหตุสมผล

สำหรับความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษา และสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

O'Daffer (1990, p. 378) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความสามารถในการคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผลและการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

พรณทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีหลากหลาย ที่สำคัญมีดังนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ

4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผล ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ได้

สสวท. (2555 ข, หน้า 79) เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการข้อคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้น ๆ

จากความหมายของนักการศึกษาข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการอธิบายหรือแสดงแนวคิดอย่าง สมเหตุสมผล

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการได้ให้ความหมายที่เกี่ยวกับความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายท่าน ดังนี้

Baroody (1993, p. 59) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ โดยในสมัยก่อนยุคกรีก นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทาง เรขาคณิต สำหรับในปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับผู้อื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น ไม่ว่าจะ เป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับ ได้ ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผล จึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมี การคิด การไตร่ตรอง และแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

Alice and Shirel (1999, p. 114) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถ เข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล กล่าวได้ ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 97 – 98) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการ โยงความสัมพันธ์เชิงตรรกะในทาง คณิตศาสตร์ การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนรู้อาศัย

การคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญ โดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ
2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล
3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ
4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์หรือประเภทของปัญหาที่จะเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน
5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน
6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

สสวท. (2555 ก, หน้า 39) ได้เสนอความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ/ กระบวนการ ที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างมีระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ดัดสนใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงาน และดำเนินชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่าเดิม

จากความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้นนั้น สรุปได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สำคัญและมีความจำเป็นอย่างมากในวิชาคณิตศาสตร์นี้ เพราะการให้เหตุผลของผู้เรียนจะทำให้ผู้สอนทราบถึงกระบวนการคิดของผู้เรียน เป็นตัวสะท้อนว่าผู้เรียนมีความเข้าใจมากน้อยเพียงไร ซึ่งผู้สอนสามารถปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาและส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลได้ดียิ่งขึ้น

ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน ดังนี้

O'Daffer (1990, p. 378 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 38) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนคติหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุป จากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นแบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ หลักการที่เป็นจริงเสมอ

Baroody (1993, p. 59) ได้จำแนกชนิดของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. การให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณ (Intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้ายๆกัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่า เหตุสามารถกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะ ไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป

ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหา กรณีเฉพาะ เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

Stiggins (1997, pp. 6-7) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลหลัก ๆ 3 แบบ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลในการประเมิน โดยได้อธิบายไว้ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณา ส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้น ๆ เป็นการศึกษาลึกลงในส่วนย่อย ๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่า สิ่งนั้น ๆ มีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกัน ในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกัน บางโอกาส เราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกัน การใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าอย่างไรที่ถือว่าเหมือนกัน อย่างไรถือว่าต่างกั ก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative reasoning) เป็นการให้เหตุผลประเมิน เมื่อเราตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน

นอกจากนี้ Stiggins ยังได้กล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่น ๆ อีก ได้แก่ การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการนำข้อมูลต่าง ๆ มาหลอมรวมเป็นข้อสรุป หรือเป็นการนำข้อมูลจากหลาย ๆ แหล่งมาทำความเข้าใจและหาข้อสรุป เช่น การสอนแบบเป็นหัวเรื่อง (Thematic) ที่นำการให้เหตุผลและความรู้จากหลาย ๆ สาขาวิชา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษา มาบูรณาการ ใช้การให้เหตุผลมาแก้ปัญหาทางสังคมหรือทางวิทยาศาสตร์ เป็นต้น

การจำแนก (Classifying) เป็นการจัดแบ่งประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืช ประเภทของสัตว์ ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องการจำแนก เป็นอย่างดี และอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก

การอนุมาน (Inferential) เป็นการให้เหตุผลให้ได้มาเป็นผลผลิต เช่น ได้หลักการข้อสรุป เป็นการหากรณีทั่วไปจากหลักฐาน กล่าวคือ ใช้ความจริงจากกรณีหนึ่ง ๆ นำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไป และในทางกลับกันการให้เหตุผลที่อ้างอิงกฎหรือกรณีทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาก็ ถือเป็น การให้เหตุผลแบบอนุมาน

สสวท. (2555 ก, หน้า 40-45) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 3 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิด หรือสามัญสำนึก

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสนับสนุนนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายประเภท ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่นักวิชาการเลือกใช้พิจารณา อาจแบ่งตามลักษณะหรือวัตถุประสงค์ก็ได้ ซึ่งส่วนใหญ่การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากความรู้สึกนึกคิดของตนเอง ไม่ได้เกิดขึ้นมาจากการพิจารณาข้อมูลใด ๆ ประกอบ แต่เกิดจากความรู้สึกว่าน่าจะเป็นแบบนี้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการใช้ข้อมูลที่มีอยู่มาวิเคราะห์ สร้างหลักการหรือรูปแบบทั่วไปทางคณิตศาสตร์ จากการสังเกตตัวอย่างเป็นจำนวนมากแล้วนำมาสร้างเป็นข้อสรุป

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปซึ่งเป็นจริงเสมอ เป็นหลักในการหาผลสรุปของกรณีอื่น ๆ ที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์นั้น

ทั้งนี้ มีนักวิชาการบางท่านที่แบ่งประเภทของการให้เหตุผลที่แตกต่างออกไป ได้แก่ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลในการประเมิน เป็นต้น ซึ่งในงานวิจัยชิ้นนี้ใช้การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical reasoning) เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยนักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลายท่าน ดังนี้

Brandt (1984, p. 3) ได้กล่าวว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น ได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล และสอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 ทาง คือ

1. แนวการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชาโดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน
2. แนวทางการสอนการคิด (Teaching of thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำไปใช้ในการคิด โดยเฉพาะโดยเน้นไปที่ทักษะการคิด หรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวตามความเชื่อพื้นฐานของผู้จัดสร้างแนวทางการสอน
3. แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระการสอนโดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังทำอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไร และไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเอง

Lappan and Schram (1989, pp. 18-19) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล เป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาพร้อมกัน ดังนั้น ในการพัฒนาทักษะในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาคการณ์ ค้นหา วิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิดโดยการอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพหรือแบบจำลองและตอบคำถามต่าง ๆ การสร้างข้อความคาคการณ์ การกำหนดแบบจำลองและการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์

Rowan and Morrow (1993, pp. 16-18) ได้กล่าวว่านอกจากการเตรียมกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแล้วยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว แต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

สสวท. (2547, หน้า 18) ได้กล่าวถึง การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่า การพัฒนาด้านการให้เหตุผลจะบรรลุผลได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับครูและการจัดการของครูเป็นสำคัญ รวมทั้งการจัดบรรยากาศ กิจกรรม พฤติกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผล ซึ่งหลักการในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลที่สำคัญมี ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดคล้องทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม
3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน
4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะถูกฝึกให้เกิดเป็นนิสัย
5. ควรจัดให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล
6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผลแนวการดำเนินการเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดทักษะในการให้เหตุผล

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 99) ได้สรุปการพัฒนาทักษะและกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ ที่จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักใช้เหตุผล มีดังนี้

1. ผู้สอนควรให้ผู้เรียนได้พบเห็น โจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบ
2. ผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนให้ผู้เรียนช่วยกันสรุป แล้วผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ไหน อย่างไร นอกจากนี้ ผู้สอนควรจะ

กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ คำถามที่ใช้ควรกระตุ้นนักเรียนด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด”

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 119-120) ได้กล่าวว่า ปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนเกิดความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ เนื่องจากผู้เรียนมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้วิธีการจดจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้ผู้เรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และสกัดกั้นการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข

2. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า... แล้วผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบาย หรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อน ได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น รวมทั้งโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นาคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ซึ่งแจ้งเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพ หรือแบบจำลองและตอบคำถามต่างๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

5. ผู้สอนควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้ฝึกการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนต้องสามารถปรับแนว

การอภิปรายให้เข้ากับวิถีคิดของผู้เรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียน ถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งผู้สอนต้องมีความอดทน ให้ความสนใจให้โอกาสแก่ผู้เรียน

6. ผู้สอนควรส่งเสริมผู้เรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้ เป็นสิ่งที่ฝึกได้และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติใน สถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนรู้ว่า ผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยผู้สอนจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อผู้เรียนสามารถให้เหตุผลที่ดีผู้สอน ควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้ผู้เรียนได้แสดงผล

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์นั้นประกอบด้วยปัจจัยที่สำคัญหลายประการด้วยกัน เช่น กิจกรรมที่กระตุ้นให้ผู้เรียน เกิดการใช้เหตุผล พฤติกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้แสดงผลหรือแนวคิดของคน การจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่สนับสนุนการแสดงความคิดของผู้เรียน เป็นต้น ซึ่งปัจจัยที่สำคัญ ที่สุดก็คือ ครูผู้สอน เพราะครูเป็นผู้ออกแบบในทุกขั้นตอนของการจัดกิจกรรม ตลอดจนการใช้ คำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงผลหรือแนวคิด ดังนั้น หากครูสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู ได้เหมาะสมกับผู้เรียนแล้ว จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ ผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องมีที่บ่งชี้ว่า ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงไรและเหตุผลที่ให้มานั้น สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยสามารถใช้เกณฑ์เป็นตัวจำแนกความสามารถของผู้เรียนแต่ละคนได้ ซึ่งเกณฑ์ที่นิยมใช้กันมากคือ เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก แบ่งได้ 2 แบบ ดังนี้ 1) การให้ คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) และ 2) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นั้น ควรพิจารณาควบคู่กับแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ให้มีความสอดคล้องกัน สามารถใช้วัดผลและประเมินผลได้จริงตรงตามเกณฑ์ที่วางไว้ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

California state department of education (1989 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรัักษ์, หน้า 61-62) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนกรณีที่ข้อสอบเป็นแบบอัตนัย โดยแบ่งเป็นระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุมีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุมีผล และสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหามีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อยแต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor flaws but satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสมหรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious flaws but nearly satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจแนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begins but fails to complete problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to begin effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

กรมวิชาการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบบแยกองค์ประกอบ ดังตาราง 2-9

ตาราง 2-9 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของ
กรมวิชาการ

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4/ ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผล ในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ควรแก้ไข	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0/ ต้องปรับปรุง	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สสวท. (2547, หน้า 50-52) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
 2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อาคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
 3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
 4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์
- ในการประเมินผลควรจะคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการประเมินเพื่อจุดประสงค์ ในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวมโดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนนป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรมตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนาโดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 2-10

ตาราง 2- 10 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/ แนวคิดไม่ถูกต้องเลย
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่อง 2 แห่ง
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่อง 1 แห่ง
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดการประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคสำหรับวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ ปรับมาจากเกณฑ์การให้คะแนนของ กรมวิชาการ (2546, หน้า 123) และสสวท. (2547, หน้า 50-52) ดังตาราง 2-11

ตาราง 2-11 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	อธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดได้ครบถ้วน ถูกต้องและสมเหตุสมผลทั้งหมด
ระดับ 2 ดี	อธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดได้สมเหตุสมผลเกือบทั้งหมด
ระดับ 1 พอใช้	อธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดได้สมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
ระดับ 0 ปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ เขียนอธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดไม่ถูกต้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1989, pp. 499-531) ที่ศึกษาผลการใช้แนวการสอนแบบ CGI กลุ่มตัวอย่างเป็นครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน จาก 24 โรงเรียน โดยสุ่มครู 20 คนใช้การสอนแบบ CGI และครูอีก 20 คนที่เหลือใช้การสอนแบบปกติ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 คน ถูกเลือกอย่างสุ่มจากแต่ละชั้นเรียนเพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมายในการวิเคราะห์ผลจากแนวการสอนแบบ CGI การประเมินผลวัดจากความสามารถในการคำนวณและการแก้ปัญหาซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของแบบวัดทักษะพื้นฐานของไอโอวา (Iowa test of basic scale: ITBS) ซึ่งอยู่ในแนวทางเดียวกับกิจกรรมที่เน้นการแก้ปัญหาที่พัฒนาโดยทีมวิจัย CGI และการทดลองครั้งนี้มีการสอบก่อนการทดลองและสอบหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนความสามารถทางการบวกและการลบซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของแบบทดสอบ ITBS สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI เท่ากับ 8.6 คะแนนส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติเท่ากับ 7.8 คะแนน 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหของแบบทดสอบ ITBS สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI เท่ากับ 5.61 คะแนนส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติเท่ากับ 5.38 คะแนน

วิลเลซซีเนอร์ และ เคปเนอร์ (Villasenor & Kepner, 1993, pp. 62-69) ได้ทำการสำรวจการใช้แนวการสอนแบบ CGI ของโรงเรียนขนาดใหญ่ในแถบตะวันตกตอนกลาง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 144 คนในชั้นเรียน CGI และนักเรียนอีก 144 คน จากชั้นเรียนปกติ เป็นกลุ่มควบคุม เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินนักเรียน คือ แบบทดสอบวัดความสามารถทางเลขคณิต จากนั้นทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อประเมินขั้นตอนและยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาทั้งปัญหาประเภทที่เป็นตัวเลขและเป็นโจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนในชั้นเรียน CGI ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนคือ 9.41 คะแนนต่อ 3.18 คะแนน จากคะแนนเต็ม 14 คะแนน

2) นักเรียนในชั้นเรียน CGI ได้คะแนนจากการสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เป็นโจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนคือ 5.44 คะแนน ต่อ 2.93 คะแนน จากคะแนนเต็ม 6 คะแนน และ

3) นักเรียนในชั้นเรียน CGI ได้คะแนนจากการสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เป็นตัวเลขสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนคือ 4.68 คะแนน ต่อ 3.00 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน

งานวิจัยในประเทศ

เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร (2551, หน้า 190-191) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อม พบว่า ด้านทักษะการให้เหตุผล นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ.01

ชัยวัฒน์ อู่ปอาจ (2552, หน้า 106) ได้ศึกษาผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขวัญ เพ็ชช่าย (2553, หน้า 104) ได้ทำวิจัย เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2) นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน อยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

สุธารัตน์ สมรรถการ (2556, หน้า 107) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยเปรียบเทียบก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) และเปรียบเทียบกับเกณฑ์ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรม และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อำภารัตน์ ผลาวรรณ (2556, หน้า 133) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักรู้ในการรู้จักคิด และความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จักคิด สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิดเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบหนึ่งที่จะส่งเสริมกระบวนการคิดแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยตัวของผู้เรียนเอง และส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิดแก้ปัญหาอย่างมีเหตุมีผล ทำให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหากับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดี

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 โดยมีหัวข้อในการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การดำเนินการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สาย วิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี จำนวน 4 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 142 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สาย วิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 32 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยแต่ละห้องเรียนมีผลการเรียนไม่แตกต่างกันและจัดนักเรียนแบบละความสามารถ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้
รู้คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น มีดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตร
สถานศึกษา ในด้านคำอธิบายรายวิชา จุดมุ่งหมาย เนื้อหาสาระ แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียนและคู่มือครู กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อนำไปเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้
2. ศึกษาตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
แบบแนะให้รู้คิด (CGI)
3. วิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และชั่วโมงที่สอน
โดยมีรายละเอียด ดังตาราง 3-1

ตาราง 3-1 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
1	ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และ นำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนด	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถเขียนแผนภาพต้นไม้จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ ด้านทักษะกระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผลประกอบในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม	แผนภาพต้นไม้	2
2	ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และ นำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนด	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (หลักการคูณ) ได้ ด้านทักษะกระบวนการ 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (หลักการคูณ) ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผลประกอบในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม	กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับ การนับ	2

ตาราง 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
3	ก 6.1 ม.4-6/3	ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	การนับ (หลักการคูณ) ได้ ด้านคุณลักษณะ 1. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับกรนับ
	ค 5.2 ม.4-6/2	อธิบายการทดลองสุ่ม	ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถหาค่าตอบจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับกรนับ (หลักการบวก) ได้ ด้านทักษะกระบวนการ	
4	ก 6.1 ม.4-6/2	ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับกรนับ (หลักการบวก) ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผลประกอบวิธีการหาค่าตอบ โดยใช้ความรู้เรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับกรนับ (หลักการบวก) ได้ ด้านคุณลักษณะ	3
	ค 5.2 ม.4-6/2	อธิบายการทดลองสุ่ม	1. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	
	ความน่าจะเป็น	เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และผลลัพธ์ที่ได้ใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนด	- การทดลองสุ่ม - แกรมเบิ้ลสเปซ - เหตุการณ์ - ความน่าจะเป็น	

ตาราง 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
	<p>ค.5.3 ม.4-6/2 ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา</p> <p>ค.6.1 ม.4-6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>ค.6.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>2. นักเรียนสามารถหาแอมพลิจูด และความน่าจะเป็น จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้</p> <p><u>ด้านทักษะกระบวนการ</u></p> <p>1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลอง</p> <p>2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองได้</p> <p>3. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองได้</p> <p>4. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองได้</p>	<p>สาระการเรียนรู้</p>	<p>3</p>
5	<p>จิตวิทยา</p> <p>จิตวิทยาจะมีความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน</p> <p>จิตวิทยาจะมีความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน</p> <p>จิตวิทยาจะมีความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน</p>	<p>1. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองได้</p> <p>2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองได้</p> <p>3. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองได้</p> <p>4. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองได้</p>	<p>สาระการเรียนรู้</p>	<p>3</p>

ตาราง 3-1 (ต่อ)

แผนที่	คำชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
ค 6.1 ม.4-6/2	ใช้ความรู้ ทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่าง เหมาะสม	2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผลประกอบ วิธีการหาความน่าจะเป็นจาก โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ <u>ด้านคุณลักษณะ</u> 1. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	ความน่าจะเป็น	3
ค 6.1 ม.4-6/3	ให้เหตุผลประกอบการ ตัดสินใจและสรุปผล ได้อย่างเหมาะสม			
รวม				12

4. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดจำนวน 5 แผน ใช้เวลาทั้งสิ้น 12 คาบ

โดยในแผนการจัดการเรียนรู้ได้ออกแบบให้นักเรียนได้ใช้กิจกรรมการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

4.1 ขั้นนำเสนอปัญหา: เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอโจทย์/สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับความน่าจะเป็น ซึ่งเป็น โจทย์/ สถานการณ์ปัญหาที่ทำนายและกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน

4.2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล: เป็นขั้นที่นักเรียนทำความเข้าใจโจทย์/ สถานการณ์ปัญหา โดยวางแผนแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา จากการวิเคราะห์ข้อมูล เงื่อนไข และความสัมพันธ์ ร่วมกับการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากพื้นฐานความรู้เดิม ตลอดจนดำเนินการแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหาและสรุปผลของคำตอบที่ได้ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือข้อสงสัยในระหว่างการทำกิจกรรม รวมถึงอำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในด้านสื่อ อุปกรณ์ ที่จะช่วยทำให้การแก้ปัญหาสำเร็จลุล่วง ซึ่งมีขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

4.2.1 ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจโจทย์ ว่าต้องการหาอะไรและมีเงื่อนไขอย่างไร โดยเขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

4.2.2 ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ รวมถึงเงื่อนไขที่โจทย์ให้มาเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล

4.2.3 ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้เรียนลงมือปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาคตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้

4.2.4 ขั้นที่ 4 การสรุปผล เป็นขั้นสรุปคำตอบ ว่าผลที่ได้เป็นไปตามที่ต้องการ ถูกต้องหรือไม่

4.3 ขั้นนำเสนอคำตอบ: เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอคำตอบ พร้อมทั้งแสดงแนวคิดหรือเหตุผลที่ใช้ในการแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา ซึ่งครูและนักเรียนคนอื่นใช้คำถามเพิ่มเติม เพื่อให้ผู้นำเสนอเกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมมากที่สุด

4.4 ขั้นอภิปรายและสรุป: นักเรียนร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวความคิดจากการนำเสนอคำตอบเพื่อสรุปประเด็นและองค์ความรู้ โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน

โดยองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีดังนี้ 1) มาตรฐานการเรียนรู้ 2) ตัวชี้วัด 3) จุดประสงค์การเรียนรู้ (ด้านความรู้, ด้านทักษะ/ กระบวนการ, ด้านคุณลักษณะอันพึง

ประสงค์) 4) สารระสำคัญ 5) สารระการเรียนรู้ 6) กิจกรรมการเรียนรู้ 7) สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้ 8) การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ 9) การบันทึกผลหลังการเรียนรู้

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมและความสอดคล้องระหว่าง มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สารระสำคัญสารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ รวมทั้งระยะเวลาที่ใช้ เพื่อนำข้อเสนอมารับปรุงแก้ไขตลอดจนภาษาที่ใช้

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องของแผนซึ่งประกอบด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ สารระสำคัญ สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน

-1 หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ไม่สอดคล้องกัน

ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) และผู้วิจัยได้ปรับปรุงรายละเอียดที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ ได้แก่ การปรับคำถามให้ชัดเจนและรัดกุม การเพิ่มตัวอย่างสถานการณ์ในขั้นนำเสนอปัญหา การปรับภาษาที่ใช้และแก้ไขคำที่พิมพ์ผิดทุกแผนการจัดการเรียนรู้ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้ (Try - out) กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 38 คน โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวนทั้งสิ้น 12 คาบ

ผลจากการทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า ในบางแผนการจัดการเรียนรู้ อาจใช้เวลาในการจัดกิจกรรมเกินเวลาที่กำหนดไว้ ทำให้ผู้วิจัยต้องปรับเวลาในบางแผนการจัดการเรียนรู้

โดยลดกิจกรรมลง เช่น การลดคำถาม หรือ ลดระดับความซับซ้อนของโจทย์ลงเพื่อให้เหมาะสม และพอดีกับเวลา

9. นำผลการทดลองมาปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น และ จัดพิมพ์ฉบับจริงเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ศึกษาคู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและแนวทางการวัดผลและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
3. กำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย
4. วิเคราะห์เนื้อหาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อจัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และกำหนดจำนวนข้อสอบ โดยมีรายละเอียด ดังตาราง 3-2

ตารางที่ 3-2 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์และนำผลที่ได้ไปใช้ คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนด	กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับการนับ	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล ประกอบวิธีการหาค่าตอบ โดยใช้การเขียนแผนภาพต้นไม้ได้	2	1
ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลอง สุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์และนำผลที่ได้ไปใช้ คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนด	กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับการนับ	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (หลักการคูณ) ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล ประกอบวิธีการหาค่าตอบ โดยใช้ความรู้เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (หลักการคูณ) ได้	2	1
ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลอง สุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์และนำผลที่ได้ไปใช้ คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนด	กฎเกณฑ์เบื้องต้น เกี่ยวกับการนับ	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (หลักการบวก) ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล ประกอบวิธีการหาค่าตอบ โดยใช้ความรู้เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (หลักการบวก) ได้	2	1

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค.5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลอง	-การทดลองสุ่ม	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองสุ่ม แคมป์เปิดสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	6	3
ค.5.3 ม.4-6/2 ให้ความรู้เกี่ยวกับ	- ความน่าจะเป็น	2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผล โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองสุ่ม แคมป์เปิดสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้		
ความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา			รวม	6
			รวม	12
				6

5. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามตารางวิเคราะห์รายละเอียดของเนื้อหา จำนวน 12 ข้อ นำไปใช้จริง 6 ข้อ ซึ่งในแต่ละข้อจะประกอบด้วย 4 ขั้นตอนของการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นที่ 1: ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	คะแนนเต็ม	2 คะแนน
ขั้นที่ 2: ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	คะแนนเต็ม	2 คะแนน
ขั้นที่ 3: ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	คะแนนเต็ม	3 คะแนน
ขั้นที่ 4: ขั้นสรุปคำตอบ	คะแนนเต็ม	1 คะแนน

ส่วนการให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาที่ให้อธิบายถึงเหตุผลหรือแสดงแนวคิดในการหาคำตอบเป็นคะแนนเต็ม 3 คะแนน

6. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

6.1 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) ซึ่งผู้วิจัยปรับมาจากเกณฑ์การให้คะแนนของกรมวิชาการ (2544, หน้า 113-120) และสสวท. (2546, หน้า 104 - 105) ดังตาราง 3-3

ตารางที่ 3-3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ครบถ้วนสมบูรณ์
	1	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน
	0	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง
		ไม่มีร่องรอยใดๆ ปรากฏ
การวางแผน	2	เลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหาและเขียนเงื่อนไขที่โจทย์ให้มาได้ถูกต้องเหมาะสม
การแก้ปัญหา	1	เลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหาและเขียนเงื่อนไขที่โจทย์ให้มาได้ถูกต้องบางส่วน

ตารางที่ 3-3 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การดำเนินการแก้ปัญหา	0	เลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหาและเขียนเงื่อนไขที่ โจทย์ให้มาไม่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
	3	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้ ได้สำเร็จครบถ้วน
	2	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้ ได้เกือบจะสำเร็จ
	1	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วางไว้ ได้สำเร็จบางส่วน
	0	ไม่ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการหรือแนวทางที่วาง ไว้ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
การสรุปผล	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ

6.2 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม (Holistic scoring) ซึ่งผู้วิจัยปรับมาจากเกณฑ์การให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546, หน้า 123) และสสวท. (2547, หน้า 50-52) ดังตาราง 3-4

ตารางที่ 3-4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	อธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดได้ครบถ้วน ถูกต้องและสมเหตุสมผลทั้งหมด
ระดับ 2 ดี	อธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดได้สมเหตุสมผลเกือบทั้งหมด

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 1 พอใช้	อธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิด ได้สมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
ระดับ 0	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
ปรับปรุง	เขียนอธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดไม่ถูกต้อง

7. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น และเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมและชี้แนะข้อบกพร่อง แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

8. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาและพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ให้คะแนน +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้คะแนน 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้คะแนน -1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) และผู้วิจัยได้ปรับปรุงรายละเอียดที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ ได้แก่ การปรับคำถามให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่วางไว้ เนื่องจากบางคำถามนักเรียนสามารถคิดได้หลากหลายวิธี เช่น

จาก ปากกาต่างกัน 3 ด้าม ดินสอด่างกัน 2 แท่งและ ไม้บรรทัดแตกต่างกัน 2 อัน จะจัดเป็นชุดของของขวัญวันเกิดโดยมีของทั้งสามชนิดนี้อย่างละ 1 ชิ้น จะจัดชุดของขวัญได้กี่วิธีที่แตกต่างกัน

ปรับเป็น ปากกาต่างกัน 3 ด้าม ดินสอด่างกัน 2 แท่งและ ไม้บรรทัดแตกต่างกัน 2 อัน จะจัดเป็นชุดของขวัญวันเกิดโดยมีของทั้งสามชนิดนี้อย่างละ 1 ชิ้น จะจัดชุดของขวัญได้กี่วิธีที่แตกต่างกัน โดยใช้แผนภาพต้นไม้

9. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

10. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผ่านการปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้ (Try - out) กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 38 คน โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยผ่านการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็นมาแล้ว เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

11. นำคะแนนจากการสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย (P) ตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

12. คัดเลือกแบบทดสอบที่มีความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์และครอบคลุมจุดประสงค์และเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 6 ข้อ มีค่าความยากง่าย (P) เท่ากับ 0.35-0.49 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.42-0.75 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) จากนั้นนำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัก (ราตรี นันทสุนทร, 2553 , หน้า 253) ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.891

13. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่สมบูรณ์แล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งเชิงทดลองแบบกลุ่มเดียว คือ เลือกรุ่นตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่ม แล้วทำการทดสอบหลังการทดลอง และหาค่าคะแนนเฉลี่ย จากนั้นนำคะแนนมาทดสอบสมมติฐานเทียบคะแนนเฉลี่ยกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าสถิติ t - test จึงใช้แบบแผนการวิจัยแบบ ศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2551, หน้า 270)

ตารางที่ 3-6 แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว
(one-group posttest-only design)

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>O</i>

เมื่อ	<i>E</i>	แทน	กลุ่มทดลอง (Experimental group)
	<i>X</i>	แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (Treatment)
	<i>O</i>	แทน	การทดสอบหลังการทดลอง (Posttest)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้แจงเพื่อทำความเข้าใจให้กับนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อให้ นักเรียนทุกคนเข้าใจบทบาทของผู้เรียน จุดประสงค์การเรียนรู้ และวิธีการประเมินผลการเรียนรู้เพื่อปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
2. ดำเนินการจัดกิจกรรมด้วยแผนการเรียนรู้การจัดกิจกรรมการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น กับกลุ่มตัวอย่าง เป็นระยะเวลา 12 คาบ
3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาใช้ทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 2 คาบ หลังจากได้รับการสอนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
4. นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน โดยให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละชั้น ดังนี้

ชั้นที่ 1: ชั้นทำความเข้าใจปัญหา	คะแนนเต็ม	2 คะแนน
ชั้นที่ 2: ชั้นวางแผนแก้ปัญหา	คะแนนเต็ม	2 คะแนน
ชั้นที่ 3: ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา	คะแนนเต็ม	3 คะแนน
ชั้นที่ 4: ชั้นสรุปคำตอบ	คะแนนเต็ม	1 คะแนน

ส่วนการให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในขั้นของการดำเนินการแก้ปัญหาที่ให้อธิบายถึงเหตุผลหรือแสดงแนวคิดในการหาคำตอบเป็นคะแนนเต็ม 3 คะแนน

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลของงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่องความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample
2. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่องความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร (ราตรี นันทสุคนธ์, 2553, หน้า 191)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนหรือข้อมูลทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนคะแนนหรือข้อมูลทั้งหมด

2. ร้อยละ (Percentage) คำนวณได้จากสูตร (ราตรี นันทสุคนธ์, 2553, หน้า 186)

$$\text{ร้อยละ} = \frac{n}{N} \times 100$$

เมื่อ	n	แทน	จำนวนที่ต้องการหา
	N	แทน	จำนวนทั้งหมด

3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) คำนวณได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ, 2538, หน้า 79)

$$s = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	X	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน

ΣX	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
$(\Sigma X)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
ΣX^2	แทน	ผลรวมคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

1. หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยคำนวณจากสูตร (ราตรี นันทสุนทร, 2553, หน้า 227)

$$IOC = \frac{\Sigma R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	ΣR	แทน	ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. หาค่าความยากง่าย (P_D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนี และ ดี แอล ซาเบอร์ส (D. R. Whitney & D. L. Sabers อ้างถึงใน พิเชิต ฤทธิจรูญ, 2548, หน้า 149)

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_D	แทน	ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

3. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนี และ ดี แอล ซาเบอร์ส (D. R. Whitney & D. L. Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิจรูญ, 2548, หน้า 149)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบแต่ละข้อ
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

4. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยคำนวณจากสูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (ราตรี นันทสุคนธ์, 2553, หน้า 253)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$\sum s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนข้อหนึ่งๆ
	s^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งหมด

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ที่ ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ สำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 86)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
	\bar{X}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีการนำเสนอผลการวิจัย ดังต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิจัย เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการเสนอผลการวิจัย ดังนี้

- t แทน ค่าสถิติ t
- \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน
- μ แทน ค่าเฉลี่ยของประชากรที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
- s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- p แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
- * แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แสดงดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชั้นการแก้ปัญหา	ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				ร้อยละของ คะแนนเฉลี่ยรายข้อ
		0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน	3 คะแนน	
ขั้นทำความเข้าใจ ปัญหา (2 คะแนน)	1	0	3	29		95.31
	2	1	16	15		71.87
	3	0	11	21		82.81
	4	0	8	24		87.50
	5	0	2	30		96.87
	6	0	15	17		76.56
ขั้นวางแผน แก้ปัญหา (2 คะแนน)	1	4	7	21		76.56
	2	2	24	6		56.25
	3	4	12	16		68.75
	4	0	2	30		96.87
	5	1	2	29		93.75
	6	1	2	29		93.75
ขั้นดำเนินการ แก้ปัญหา (3 คะแนน)	1	3	2	1	26	85.41
	2	1	2	1	28	91.67
	3	2	7	2	21	77.08
	4	2	1	0	29	91.67
	5	2	0	0	30	93.75
	6	3	6	1	22	77.08

ตารางที่ 4-1 (ต่อ)

ชั้นการแก้ปัญหา	ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				ร้อยละของ คะแนนเฉลี่ยรายข้อ
		0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน	3 คะแนน	
ขั้นสรุปคำตอบ (1 คะแนน)	1	4	28			87.50
	2	4	28			87.50
	3	10	22			68.75
	4	5	27			84.37
	5	2	30			93.75
	6	8	24			75.00

จากตารางที่ 4-1 พบว่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยรายข้อส่วนใหญ่สูงกว่าร้อยละ 70 แต่มีบางข้อในชั้นวางแผนแก้ปัญหา ที่มีคะแนนเฉลี่ยรายข้อต่ำกว่าร้อยละ 70 ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับหลักการคูณและหลักการบวกตามลำดับ ส่วนในขั้นสรุปคำตอบที่มีคะแนนเฉลี่ยรายข้อต่ำกว่าร้อยละ 70 เป็นเรื่องเกี่ยวกับหลักการบวก

จากนั้นผู้วิจัยได้นำคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทักษะคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample ซึ่งผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทักษะคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนน เต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	s	ร้อยละ	t	p
คะแนน ความสามารถ ในการแก้ปัญห ทางคณิตศาสตร์	32	48	33.60	40.40	6.79	84.17	5.665*	.000

* $p < .05, (t_{(0.05,31)} = 1.6955)$

จากตารางที่ 4-2 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น มีค่าเท่ากับ 40.40 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 84.17 เมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แสดงดังตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย รายข้อ
	0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน	3 คะแนน	
1	2	6	5	19	76.04
2	1	3	10	18	80.21
3	1	6	13	12	70.83
4	0	4	6	22	85.41
5	2	0	8	22	85.41
6	1	6	7	18	77.08

จากตารางที่ 4-3 พบว่า ร้อยละของคะแนนรายข้อทุกข้อสูงกว่าร้อยละ 70 จากนั้นผู้วิจัย ได้นำคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample ซึ่งผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนน เต็ม	μ (ร้อยละ 70)	\bar{X}	s	ร้อยละ	t	p
คะแนน ความสามารถ ในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์	32	18	12.60	14.25	3.54	79.16	2.632*	.006

* $p < .05, (t_{(.05,31)} = 1.6955)$

จากตารางที่ 4-4 พบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น มีค่าเท่ากับ 14.25 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 79.16 เมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

บทที่ 5

สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิตพิบูลบำเพ็ญ มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี จำนวน 4 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 142 คน โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/8 สายวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 32 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) และเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ ความน่าจะเป็น

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 6 แผน โดยมีค่าดัชนีความสอดคล้อง 1.00 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 1 ชุด เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.35 – 0.49 มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.42 – 0.75 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.891 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบที (t-test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก เป็นการจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดของผู้เรียน เน้นให้ผู้เรียนพัฒนาความเข้าใจด้วยตัวเอง โดยผู้สอนใช้การสังเกต การถาม และฟังอภิปรายของผู้เรียน เพื่อพิจารณาถึงแนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ Carpenter et al. (2000, p. 1) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักเป็นการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเองมุ่งเน้นประสิทธิภาพในการพัฒนาองค์ความรู้ของผู้เรียน และทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา และสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังคะนภัทรขจร (2553, หน้า 2) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักนั้นตั้งอยู่บนพื้นฐานปรัชญาที่ว่า ความรู้และความเชื่อของครูที่เกิดจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีผลการคิดของนักเรียนและการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้นประกอบด้วย 1) ช้้นนำเสนอปัญหา 2) ช้้นวิเคราะห์ข้อมูล 3) ช้้นนำเสนอคำตอบ และ 4) ช้้นอภิปรายและสรุป พบว่าในชั้นที่ 1 ช้้นนำเสนอปัญหา เป็นชั้นที่ครูนำเสนอโจทย์/สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่ทำทหายและกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนเกิด

ความรู้สึกที่อยากจะแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยนำเสนอ จากนั้นในขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล ในขั้นนี้จะเน้นให้นักเรียนแต่ละคนทำความเข้าใจโจทย์/ สถานการณ์ปัญหา และวางแผนแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหา จากการวิเคราะห์ข้อมูลเงื่อนไขและความสัมพันธ์ร่วมกับการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จากพื้นฐานความรู้เดิม ตลอดจนดำเนินการแก้โจทย์/ สถานการณ์ปัญหาและสรุปผลของคำตอบที่ได้ด้วยตนเองก่อน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Polya (1957, pp. 16-17) ที่กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล นอกจากนี้ จึงใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาร่วมกันภายในกลุ่ม ทำให้นักเรียนเห็นมุมมองหรือวิธีการที่แตกต่างกันออกไป โดยนักเรียนสามารถเปรียบเทียบแนวคิดของตนกับเพื่อนภายในกลุ่มจนกระทั่งได้แนวทางการแก้ปัญหาที่พิจารณา ร่วมกัน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของอดัมและแฮมม (Adam & Hamm., 1990, p. 33) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มจะส่งผลให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามากกว่า การที่นักเรียนแก้ปัญหาเพียงลำพัง ซึ่งในขั้นนี้จะมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือข้อสงสัยในระหว่างการทำกิจกรรม รวมถึงอำนวยความสะดวกให้กับนักเรียนในด้านสื่ออุปกรณ์ ที่จะช่วยทำให้การแก้ปัญหาสำเร็จลุล่วง ขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอคำตอบ เป็นขั้นที่ให้ตัวแทนของนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอคำตอบพร้อมทั้งอธิบายการแก้ปัญหา ซึ่งครูและนักเรียนคนอื่นจะใช้คำถามเพิ่มเติมเพื่อให้ผู้นำเสนอเกิดการแสดงแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ชัดเจนมากที่สุด ซึ่งจะนำไปสู่ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายและสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวความคิดจากการนำเสนอคำตอบเพื่อสรุปประเด็นและองค์ความรู้ โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน โดยใช้คำถาม เช่น การแก้ปัญหของแต่ละกลุ่มเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร จากวิธีการแก้ปัญหาที่เพื่อนออกมานำเสนอนักเรียนสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นได้หรือไม่อย่างไร เป็นต้น ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนวิพากษ์วิจารณ์ร่วมกันในชั้นเรียน โดยให้นักเรียนเปรียบเทียบวิธีการวางแผนแก้ปัญหา แนวทางการดำเนินการแก้ปัญหาและคำตอบที่แต่ละกลุ่มนำเสนอจนกระทั่งได้คำตอบและข้อสรุปที่ถูกต้อง ซึ่งการที่ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองโดยผ่านกิจกรรมที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา จะส่งผลให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2544, หน้า 33) ที่กล่าวว่า วิธีสอนของครูและกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นตัวผู้เรียน โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของผู้เรียน ย่อมจะส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบที่ครูเป็นผู้บอกให้รู้

อย่างไรก็ตามในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2) ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดวิเคราะห์ รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาในขั้นตอนต่างๆที่ผู้วิจัยสอดแทรกในใบกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่จะคุ้นชินกับการสอนหน้ากระดาน โดยมีครูเป็นผู้บรรยายและบอกจุด ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดนั้นจะต่างออกไป เนื่องจากการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านการลงมือแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยเริ่มต้นจากสถานการณ์ที่ท้าทายเพื่อดึงดูดให้นักเรียนสนใจที่จะแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจในปัญหาที่ผู้วิจัยนำเสนอเป็นอย่างดี และเมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละคนวิเคราะห์สถานการณ์ตัวอย่างร่วมกันจะมีเพียงนักเรียนบางคนที่ตอบ นักเรียนส่วนใหญ่จะไม่กล้าตอบคำถามหรือแสดงวิธีคิดของคนเพราะขาดความมั่นใจกลัวว่าจะตอบผิด ทำให้ผู้วิจัยต้องสร้างบรรยากาศภายในห้องเรียนที่แลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกัน ยกตัวอย่างเช่น การเสริมแรงนักเรียนที่ตอบถูก ไม่กล่าวตำหนินักเรียนที่ตอบผิดแต่กลับชื่นชมในความพยายามที่จะแก้ปัญหาและความกล้าแสดงออกในชั้นเรียน ใช้คำพูดที่กระตุ้นความคิดของนักเรียน เป็นต้น และในชั้นวิเคราะห์ข้อมูลที่นักเรียนจะพิจารณาแนวทางการแก้ปัญหาร่วมกันภายในกลุ่ม มีบางกลุ่มที่ไม่อภิปรายร่วมกันต่างคนต่างคิดหาคำตอบด้วยตนเอง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่านักเรียนไม่คุ้นชินกับการนำเสนอความคิดของตนเองให้เพื่อนฟัง หรืออาจคิดว่าเพื่อนคนอื่นน่าจะตอบเหมือนตนเองจึงไม่จำเป็นต้องแสดงความคิดเห็นร่วมกัน ผู้วิจัยจึงเข้าไปทำให้เกิดการแสดงความคิดเห็นร่วมกันภายในกลุ่ม นอกจากนี้ยังมีนักเรียนบางคนที่มีข้อสงสัยหรือข้อซักถามขณะดำเนินกิจกรรมแต่ไม่กล้าซักถาม โดยจะให้เพื่อนนักเรียนบางคนที่ยกมือแสดงออกเป็นผู้ซักถามแทน ผู้วิจัยจึงต้องสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนที่เป็นกันเองเพื่อให้นักเรียนสามารถซักถามโดยไม่เขินอาย และเมื่อพิจารณาถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาพบว่าขั้นวางแผนแก้ปัญหาเป็นขั้นที่นักเรียนเขียนตอบในใบกิจกรรมได้ไม่ถูกต้องมากที่สุด เนื่องจากนักเรียนไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นวางแผนแก้ปัญหาวางอย่างไรดีและมีนักเรียนบางคนเขียนขั้นวางแผนแก้ปัญหาได้ไม่สัมพันธ์กับขั้นตอนการแก้ปัญหา ยกตัวอย่าง โจทย์เช่น “ข้อสอบเก็บคะแนน วิชา ชีววิทยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบให้เลือกตอบว่า ถูก หรือ ผิด ในข้อสอบหนึ่งชุด จะมีทั้งหมด 10 ข้อ นักเรียนที่ทำข้อสอบชุดนี้จะมีวิธีเลือกตอบได้ต่างกันกี่วิธี โดยบังคับว่าต้องตอบคำถามทุกข้อ” มีนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาวาง มีข้อสอบทั้งหมด 10 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อเลือกตอบได้ 2 วิธี คือถูกหรือผิด โดยใช้หลักการคูณซึ่งเป็นการวางแผนที่ถูกต้อง แต่เมื่อถึงขั้นดำเนินการการแก้ปัญหาปรากฏว่านักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาเป็น $2 \times 10 = 20$ วิธี ซึ่งที่ถูกต้องคือ $2^{10} = 1024$ วิธี จะเห็นได้ว่ามีนักเรียนบางคนที่ยังไม่เข้าใจหลักการคูณอย่างถ่องแท้ ผู้วิจัยจึงจะใช้การอภิปรายร่วมกันใน

ชั้นเรียนเพื่อให้นักเรียนแต่ละคนแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบ โดยไม่ว่ากล่าวและเน้นย้ำว่านักเรียนคนนั้น ๆ ตอบผิดแต่จะใช้วิธีการแสดงความคิดร่วมกันจนได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง

ในช่วงที่สองของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-4) พบว่าพัฒนาการในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยนักเรียนเริ่มมีการคิด วิเคราะห์และตระหนักถึงความสัมพันธ์หรือเงื่อนไขของข้อมูลที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาได้ครบถ้วนสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ส่งผลให้การแก้ปัญหาของนักเรียนดีขึ้นตามลำดับ เริ่มจากขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถนำสิ่งที่เขียนในขั้นนี้มาใช้ในการวางแผนได้ดีขึ้น โดยสามารถมองเห็นว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไรและจะวางแผนอย่างไรจึงจะได้คำตอบ โดยแต่ละขั้นที่วางแผนจะเป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดมาให้ ผู้วิจัยเห็นพัฒนาการได้อย่างชัดเจนจากการที่นักเรียนเริ่มซักถาม โดยแสดงแนวคิดความเข้าใจของตนก่อนที่จะขอรับคำแนะนำเพิ่มเติมจากผู้วิจัย แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่วางแผนแก้ปัญหาไม่ถูกต้องซึ่งส่งผลให้ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องตามไปด้วย ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหของตนเองกับเพื่อนภายในกลุ่มว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร โดยร่วมกันโต้แย้งถึงสาเหตุและวิธีการจนได้ข้อสรุปของกลุ่มและส่งตัวแทนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ยกตัวอย่างเช่น โจทย์ “มีนก 3 ตัว กำลังบินมาทางต้นไม้ต้นหนึ่ง ซึ่งมีทั้งหมด 5 กิ่งไม้ จะมีกี่วิธีที่นกอย่างน้อยสองตัวบินมาเกาะกิ่งไม้กิ่งเดียวกัน” จากการอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาที่แต่ละกลุ่มออกมานำเสนอพบว่า โจทย์ข้อนี้มีวิธีคิดได้หลายวิธี โดยมีบางกลุ่มคิดแบบแบ่งกรณี ได้แก่ กรณีที่นกสองตัวบินมาเกาะกิ่งไม้เดียวกันและกรณีที่นกทั้งสามตัวบินมาเกาะกิ่งไม้กิ่งเดียวกัน แล้วนำทั้งสองกรณีที่ได้มารวมกัน และบางกลุ่มก็นำเสนอแนวคิดโดยหาจำนวนวิธีที่นกจะบินมาเกาะกิ่งไม้โดยไม่มีข้อจำกัดด้วยจำนวนวิธีที่นกแต่ละตัวเกาะบนกิ่งไม้ไม่ซ้ำกัน ซึ่งแต่ละวิธีคิดนำมาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องแต่ต่างกันที่กระบวนการคิด จะเห็นได้ชัดว่านักเรียนเกิดกระบวนการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง สามารถแก้ปัญหาอย่างเป็นอิสระ ไม่ยึดติดกับกรอบความรู้เดิม สามารถสรรหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ทั้งนี้ นักเรียนเริ่มมีความคุ้นชินกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดวิเคราะห์มากขึ้น นักเรียนกล้าที่จะแสดงออกและโต้แย้งข้อสรุปที่นักเรียนคิดว่าไม่ถูกต้องอย่างมีเหตุผล ไม่มีความกังวลในการตอบคำถามเหมือนคาบแรกๆ ที่เรียนและในท้ายกิจกรรมนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปองค์ความรู้ด้วยภาษาพูดของตนเองตามความเข้าใจ

ในช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5) พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องมากยิ่งขึ้น ตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนเกือบทุกคนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง รวมถึงสามารถนำมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี ในขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเกือบทุกคน โดยเฉพาะในการหาความน่าจะเป็น นักเรียนสามารถบอกได้ว่าแซมเปิลสเปซของโยทซ์ข้อนี้คืออะไรและมีจำนวนแซมเปิลสเปซเป็นเท่าไร เหตุการณ์ของโยทซ์ข้อนี้คืออะไรและมีจำนวนของเหตุการณ์เป็นเท่าไร ซึ่งจะนำไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหาและขั้นสรุปคำตอบที่ต้อง ยกตัวอย่าง โยทซ์ “ถุงใบหนึ่งใส่ลูกกวาดไว้ 100 ใบ โดยเขียนเลข 1 ถึง 100 กำกับไว้ ถ้าหยิบลูกกวาด 1 ใบ ออกจากถุง จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกกวาดที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม” นักเรียนวางแผนว่า

- 1) หาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกกวาดทั้งหมด หรือ $n(S)$
- 2) หาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกกวาดที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม หรือ $n(E)$
- 3) หาความน่าจะเป็น $P(E)$ ขึ้น

ดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาคำนวณที่นักเรียนวางแผนไว้โดยเริ่มจากการหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกกวาดทั้งหมด หรือ $n(S) = 100$ ต่อมาหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้ลูกกวาดที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม หรือ $n(E) = 10$ ซึ่งนักเรียนระบุเหตุการณ์ที่จะจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม ซึ่งได้แก่ 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 และ 100 นักเรียนจึงสรุปว่า ดังนั้นความน่าจะเป็นที่หยิบได้ลูกกวาดที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม เท่ากับ $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

จะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดนั้น ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1989, pp. 499-531) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหของแบบทดสอบ ITBS สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ วิลเลสซีเนอร์ และ เคปเนอร์ (Villasenor & Kepner, 1993, pp. 62-69) พบว่า นักเรียนในชั้นเรียน CGI ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีลักษณะเป็น โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนในชั้นเรียน CGI ได้คะแนนจากการสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เป็น โจทย์ปัญหาและที่เป็นตัวเลขสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ชัยวัฒน์ อู๋ปาอาจ (2552, หน้า 106) พบว่า นักเรียนที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุธารัตน์ สมรรถการ (2556) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียง

สับเปลี่ยนและวิธีจัดหมวดหมู่ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อัมภารัตน์ ผลาวรณ (2556, หน้า 133) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยอยู่บนพื้นฐานของควมมีเหตุผล สนับสนุนให้ผู้เรียนมีการคิด วิเคราะห์กระบวนการได้มาซึ่งคำตอบควบคู่กับเหตุผลที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังคนะภทรขจร (2553, หน้า 2) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ตามแนวทางของการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นแนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการคิดของผู้เรียน ฝึกให้ผู้เรียนสามารถคิด วิเคราะห์และให้เหตุผลได้ เนื่องจากนักเรียนจะต้องแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนการแก้ปัญหาตามแนวความคิดของตนเอง จะเห็นได้จากใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดจะมีการให้เหตุผลควบคู่กับขั้นตอนการแก้ปัญหา เพื่อให้ให้นักเรียนระบุที่มาที่ไปของคำตอบหรือจำนวนที่นักเรียนเขียนแสดงเพื่อสะท้อนแนวคิดของตัวเองและป้องกันความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนซึ่งอาจเกิดขึ้นได้ในเนื้อหาเรื่องนี้ อีกทั้งยังเป็นการแสดงถึงว่าการแก้ปัญหาที่ถูกต้องจะขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบเป็นสำคัญ

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้นประกอบด้วย 1) ขั้นนำเสนอปัญหา 2) ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล 3) ขั้นนำเสนอคำตอบ และ 4) ขั้นอภิปรายและสรุป พบว่า ในขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล เป็นขั้นที่ครูจะใช้คำถามนำให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด วิเคราะห์ข้อมูล เงื่อนไขและความสัมพันธ์ร่วมกับการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากพื้นฐานความรู้เดิมและใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อให้นักเรียนนำเสนอแนวทางในการหาคำตอบของแต่ละคน ตลอดจนแสดงผลประกอบคำตอบที่ได้มาซึ่งคำตอบอย่างสมเหตุสมผลจนกระทั่งได้แนวทางการหาคำตอบที่พิจารณาร่วมกัน ซึ่งการที่นักเรียนได้แสดงออก โดยการพูดหรือการเขียน ตลอดจนการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่ม จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลโดยไม่รู้ตัว ในการจัดกิจกรรมขั้นที่ 3 ขั้นนำเสนอคำตอบ เป็นขั้นที่ให้ตัวแทนของนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอคำตอบพร้อมทั้งแสดงแนวคิดหรือเหตุผลที่ใช้ในการหาคำตอบ ซึ่งครูและนักเรียนคนอื่นจะใช้คำถามเพิ่มเติมเพื่อให้ผู้นำเสนอแสดงแนวคิดหรือเหตุผลได้

ครอบคลุมมากที่สุด และในขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายและสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวความคิดและเหตุผลจากที่แต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบเพื่อสรุปประเด็นและองค์ความรู้ โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน โดยใช้คำถาม เช่น เหตุผลที่ใช้ประกอบการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และเหตุผลที่เพื่อนนำเสนอ นั้นสมเหตุสมผลหรือไม่อย่างไร เป็นต้น ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนวิพากษ์วิจารณ์ร่วมกันในชั้นเรียน โดยให้นักเรียนเปรียบเทียบเหตุผลที่ใช้ประกอบการแก้ปัญหาในแต่ละชั้นตอนว่าถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่ จนกระทั่งได้คำตอบและข้อสรุปที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับคาร์เพนเทอร์ และเลซเซอร์ (Carpenter & Lehrer, 1999, pp. 20-23) ที่กล่าวว่า การเรียนรู้ที่เน้นการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการเขียนหรือการอภิปรายเพื่อสะท้อนสิ่งที่นักเรียนรู้ จะช่วยส่งเสริมความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตัวนักเรียนเอง

อย่างไรก็ตามในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2) ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถอธิบายแนวคิดหรือแสดงเหตุผลประกอบขั้นดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมเหตุสมผล อีกทั้งยังแสดงแนวคิดที่แตกต่างกันในโจทย์ข้อหนึ่ง ยกตัวอย่าง โจทย์ “ในตู้เสื้อผ้าของนภค มีเสื้อ 5 ตัว สีขาว สีเหลือง สีชมพู สีฟ้า และสีน้ำเงิน กางเกง 3 ตัว สีดำ สีเทาและ สีน้ำตาล นภคจะสามารถแต่งกายโดยใส่เสื้อและกางเกงได้ทั้งหมดกี่แบบโดยไม่ซ้ำกัน” นักเรียนบางคนอธิบายว่าใช้แผนภาพต้นไม้โดยเริ่มจากเสื้อแล้วแตกกิ่งออกไปเป็นกางเกง โดยเสื้อแต่ละตัวจะแตกกิ่งเป็นกางเกงได้ 3 กิ่ง เพราะเสื้อ 1 ตัว สามารถเลือกใส่กับกางเกงได้ 3 ตัว ดังนั้นจะได้ทั้งหมด 15 กิ่ง นับเป็น 15 วิธี แต่มีนักเรียนบางคนเสนอแนวคิดที่ไม่จำเป็นเป็นต้องเอาเสื้อขึ้นก่อนก็ได้ สามารถนำกางเกงขึ้นก่อนแล้วค่อยแตกกิ่งจำนวนเสื้อออกมาได้จำนวนวิธีเท่ากัน โดยนักเรียนกลุ่มนี้อธิบายเพิ่มเติมว่า เหตุที่จำนวนวิธีเท่ากันโดยไม่ว่าจะนำสิ่งใดขึ้นก่อนและหลังนั้น เปรียบเสมือนการสวมกางเกงก่อนแล้วค่อยสวมเสื้อ ซึ่งจะได้ผลลัพธ์เท่ากับการสวมเสื้อก่อนแล้วค่อยสวมกางเกงตาม เพราะถึงยังงี้ก็จะได้เสื้อกับกางเกงคู่นี้อยู่ดีไม่สามารถเปลี่ยนเป็นคู่อื่นได้ เนื่องจากไม่ได้สนใจลำดับก่อนหลังแต่เราสนใจที่จะจับคู่เสื้อกับกางเกง ดังนั้นไม่ว่าจะเริ่มแตกกิ่งของแผนภาพต้นไม้ของสิ่งใดก่อนหรือหลังจำนวนวิธีที่ได้จะเท่ากัน แต่ทั้งนี้ยังมีนักเรียนส่วนหนึ่งที่ยังไม่สามารถเขียนอธิบายแนวคิดหรือแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนอาจยังไม่คุ้นชินกับวิธีการเรียนหรือใบกิจกรรมที่ต้องเขียนแสดงแนวคิดหรือเหตุผลประกอบด้วย

ในช่วงที่สองของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-4) พบว่า พัฒนาการในการให้เหตุผลของนักเรียนมีการพัฒนาขึ้นอย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยนักเรียนเริ่มเขียนแสดงแนวคิดได้สมเหตุสมผลมากขึ้น แต่ในบางข้อนักเรียนแสดงแนวคิดหรือให้เหตุผลประกอบได้

เพียงบางส่วนเท่านั้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าเนื้อหาเริ่มมีความยากและซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งมีนักเรียนบางคนที่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ให้เกิดผลประกอบหรือให้เกิดผลประกอบแต่ไม่สมเหตุสมผลเท่าที่ควร ซึ่งอาจมาจากความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรือความไม่รอบคอบของตัวนักเรียนเอง ยกตัวอย่าง โจทย์ “ทอดลูกเต๋านึ่งลูก 2 ครั้ง จงหาจำนวนวิธีที่จะทอดลูกเต๋ได้แล้วได้แต้มเป็นจำนวนคู่ทั้งสองครั้งหรือผลรวมแต้มมากกว่า 10 ” นักเรียนส่วนมากจะแสดงวิธีคิดออกเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ 1)หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะทอดลูกเต๋านึ่งลูก 2 ครั้ง 2) หาจำนวนวิธีที่จะทอดลูกเต๋านึ่งลูก 2 ครั้ง แล้วได้แต้มที่เป็นจำนวนคู่ทั้งสองครั้งหรือผลรวมแต้มมากกว่า 10 3) หาคความน่าจะเป็น โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เกิดผลประกอบได้ถูกต้องในขั้นที่ 1 และ 2 แต่ในขั้นที่หาคความน่าจะเป็น มีนักเรียนบางคนไม่ได้ลบเหตุการณ์ที่ซ้ำกันในขั้นที่ 1 และ 2 ออก ทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งเป็นผลมาจากการขาดความระมัดระวังในการทำโจทย์นั่นเอง

ในช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5) ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เกิดผลได้ถูกต้องมากขึ้น รวมถึงมีความระมัดระวังในการทำโจทย์เป็นอย่างดี ซึ่งเห็นได้ชัดจากใบกิจกรรมที่ 6 นักเรียนเกือบทุกคนสามารถเขียนอธิบายแนวคิดหรือให้เกิดผลประกอบเพื่อสนับสนุนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถให้เกิดผลประกอบเกี่ยวกับสมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็นได้อย่างถูกต้อง โดยครูนำเสนอลำถามว่า “นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่าความน่าจะเป็นมีค่ามากและน้อยที่สุดเท่าไร เพราะเหตุใด” นักเรียนส่วนใหญ่อธิบายแนวคิด โดยให้เกิดผลว่า จำนวนของเหตุการณ์ หรือ $n(E)$ นั้นเลือกมาจาก $n(S)$ ซึ่งจะมีค่าได้มากที่สุดไม่เกิน $n(S)$ กล่าวคือ $n(E) \leq n(S)$ ถ้า $n(E) = n(S)$ จะทำให้ความน่าจะเป็นจะมีค่ามากที่สุดคือ 1 ซึ่งหมายถึงว่า เหตุการณ์ที่เราสนใจจะเกิดขึ้นอย่างแน่นอน แต่ถ้าไม่มีเหตุการณ์ที่เราสนใจเกิดขึ้นเลย ซึ่งหมายถึงว่า $n(E) = 0$ จะทำให้ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์นั้นเท่ากับ 0 ด้วยเช่นกัน ซึ่งเป็นค่าน้อยที่สุดของความน่าจะเป็น จากคำถามและการแสดงแนวคิดร่วมกันในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนเกิดข้อสรุปตามสมบัติของจำนวนจริงที่ว่า “ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใดๆ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เสมอ นั่นคือ $0 < P(E) < 1$ ”

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า นักเรียนมีการพัฒนาด้านความสามารถในการให้เกิดผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างชัดเจนและเป็นลำดับขั้นตอน ตั้งแต่ช่วงแรกจนถึงช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งการที่นักเรียนสามารถให้เกิดผลควบคู่กับการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลนี้ จะช่วยให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีวิจารณญาณ สามารถแก้ปัญหาโดยตั้งมั่นอยู่บนพื้นฐานของควมมีเหตุผล

จะเห็นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดนั้น ส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เกิดผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2551) พบว่า จากการนำกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลไปทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบ ภายหลังจากทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 และจากการสังเกตพฤติกรรม และการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการด้านการอธิบายการหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผลมากที่สุด โดยที่นักเรียนสามารถตอบคำถามถูกต้อง และแสดงเหตุผลได้เกือบสมบูรณ์ และผลการวิจัยของ ขวัญ เพ็ญชัย (2553, หน้า 104) พบว่า นักเรียนที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนกลุ่ม ตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรม ที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน อยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิดที่มีต่อ ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด เป็นการจัดการเรียนการสอน ที่ตั้งอยู่บนพื้นฐานความรู้และความเชื่อของครูผู้สอน ดังนั้นครูผู้สอนจะต้องทำความเข้าใจใน เนื้อหาและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาเป็นอย่างดี
2. การตั้งคำถามควรใช้คำถามที่เน้นกระบวนการคิดระดับสูง ให้นักเรียนเกิดการคิด วิเคราะห์และการคิดสังเคราะห์ โดยเป็นคำถามที่สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้เกิดความน่าสนใจและให้นักเรียนมีความคิดว่าคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิต ได้จริง ไม่ใช่เพียงโจทย์สมมติภายในห้องเรียน
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิดเป็นกิจกรรมที่เน้นสร้างองค์ ความรู้ด้วยตนเองโดยอาศัยกระบวนการกลุ่มเข้ามามีส่วนร่วม ดังนั้นการสร้างบรรยากาศ จึงเป็นสิ่งสำคัญที่เอื้อต่อการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ควรมีการจัดห้องเรียนในลักษณะนั่ง เป็นกลุ่ม เป็นต้น

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิดเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น สถิติ ลำดับและอนุกรม กำหนดการเชิงเส้น เป็นต้น
2. ควรมีการศึกษาลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิดที่ส่งผลต่อนักเรียนในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการสื่อสาร มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น
3. ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิดร่วมกับรูปแบบหรือเทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอื่นๆ เช่น เทคนิคการใช้คำถามระดับสูง เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2541). *เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
อันดับที่ 9 เรื่องการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา
ลาดพร้าว.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่ง
สินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- ขวัญ เพ็ช้อย, (2553), *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิง
สัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญาณิพนธ์การศึกษาคุณูปภัณจิต.
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลัย. (2545). *การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน์.
- ชัชวาล พูลสวัสดิ์. (2557, 17 กรกฎาคม). ครูโรงเรียนสาธิต “พินุลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา
จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.
- ชัยวัฒน์ อู่ป่าอาจ. (2552). *ผลการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญาณิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชา
หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เชษฐา ชาบง. (2544). *รูปรีค : อีกคำตอบสำหรับการวัดและประเมินผลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้
ตามสภาพที่แท้จริง*. *วารสารวิชาการ*, 4(2), 42-45.
- ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). *เอกสารประกอบการสอน: สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา
(Statistics for educational research)*. นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- น้อมศรี เคท. (2547). *คุณภาพหลากหลายที่ได้จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. *วารสารครุศาสตร์*,
32(3), 18-28.
- บรรดล สุขปิติ. (2553). *หลักสูตรและนวัตกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*.
นครปฐม : มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม.

- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537 ก). *การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*. ใน ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและ
 วิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 – 15. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537 ข). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*.
วารสารคณิตศาสตร์, 38(435), 62-74.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด
 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญานิพนธ์การศึกษาคุณวุฒิบัณฑิต.
 สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พจนีย์ เถิงจ่าง. (2557, 17 กรกฎาคม). *ครู โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา
 จังหวัดชลบุรี*. สัมภาษณ์.
- พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยใช้กระบวนการวางนัย
 ทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสาร
 ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญญาครุศาสตรคุณวุฒิบัณฑิต,
 สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิ์จัญญ. (2548). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 3).
 กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ ออฟ เคอร์มีสท์.
- ยูพิน พิพิธกุล. (2542, กุมภาพันธ์ – เมษายน). *การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*. *วารสารคณิตศาสตร์*,
 42(485), 5-11.
- ราตรี นันทสุคนธ์. (2553). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (ฉบับปรับปรุง).
 กรุงเทพฯ: บริษัท จุกทอง จำกัด.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 4).
 กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้* (พิมพ์ครั้งที่ 2).
 กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วิทยากร เชียงกุล. (2555). *รายงานสภาวะการศึกษาไทย ปี 2552-2553: จะปฏิรูปการศึกษาให้เกิดผล
 จริงได้อย่างไร*. กรุงเทพฯ: สำนักวิจัยและพัฒนาการศึกษา สำนักงานเลขาธิการสภา
 การศึกษา.

- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2551). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยง โดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินญาณินพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต. สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2552-2553, ตุลาคม-มกราคม). การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively guided instruction: CGI): รูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *วารสารศึกษาศาสตร์, 21(1), 2-4.*
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอน และการวิจัย.* กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.
- ศักดิ์ศรี ปาณะกุล, นิรมล ศตวุฒิ และระวีวรรณ ศรีศรีรามพันธ์. (2556). *หลักสูตรและการจัดการเรียนรู้.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2555). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 Teaching behavior in mathematics 2.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ของมหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ องค์การมหาชน. (2557). *ค่าสถิติพื้นฐานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินิยมขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2551-2556.* วันที่ค้นข้อมูล 9 มิถุนายน 2557, เข้าถึงได้จาก <http://www.niets.or.th/>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: รากขวัญ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: 3 คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปของผู้บริหาร.* กรุงเทพฯ: แอดวานซ์พรินติ้ง เซอร์วิส.

- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์การศึกษาคุณูปบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem Solving). วารสารคณิตศาสตร์, 5, 71-79.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุชาดา ปัทมวิภาต. (2557). การประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015. นิตยสาร สสวท., 42(188), 35-39.
- สุรารัตน์ สมรรถการ. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญาณการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). กลยุทธ์การสอนคิดแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2554). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิด. กรุงเทพฯ: อี เค บุ๊คส์.
- สำนักงานคณะกรรมการการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2555). แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติฉบับที่สิบเอ็ด พ.ศ. 2555-2559. ม.ป.ท.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. กรุงเทพฯ: อัมรินทร์ พรินต์ติ้ง.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2552). รายงานความก้าวหน้าการจัดการเรียนรู้ ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปี 2551-2552. กรุงเทพฯ: เพลิ้น สตูดิโอ.
- สำนักนายกรัฐมนตรี. (2557). ผลการประเมิน O-Net ปีการศึกษา 2556. เข้าถึงได้จาก <http://www.moe.go.th/websm/2014/mar/079.html>
- สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนารการเรียนรู้. (2548). รายงานการวิจัยการสังเคราะห์องค์ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นตัวผู้เรียนเป็นสำคัญ ตั้งแต่ พ.ศ. 2542-2547 (ฉบับย่อ). กรุงเทพฯ: สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนารการเรียนรู้.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2551). วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สามลดา.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคอง. (2547). ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ใน พร้อมพรรณ อุคมลิน และอัมพร ม้าคอง (บรรณาธิการ), *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* (หน้า 110 – 125). กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- อัมพร ม้าคอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อำภรณ์ ผลาวรณ. (2556). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องความน่าจะเป็น ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิดและความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*
- Adams, D. M., & Hamm, M. E. (1990). *Cooperative learning: Critical thinking and collaboration across the curriculum*. Illinois: Charles C. Thomas.
- Artzt, A. F., & Shirel, Y. F. (1999). Mathematics reasoning during small-group problem solving. In Stiff, L. V. (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp. 115-126). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (1999 Yearbook)
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. Englewood: Macmillan.
- Bell, F. H. (1978). *Teaching and learning mathematics (In secondary school)*. Wm. C. Brown: Company Publishers.
- Brandt, R. (1984, September). Teaching of thinking for thinking about thinking. *Educational Leadership*, 42(1), 3.
- Carpenter, T. P. et al. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational research Journal*, 26(4), 499-531
- Carpenter, T. P. et al. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. portsmouth, NH: Heinemann.

- Carpenter, T. P. et al.. (2000). *Cognitively guided instruction: A research-based teacher professional development program for elementary school mathematics*. National center for improving student learning and achievement in mathematics and science.
- Charles, R., & Lestre, F. (1982). *Teaching problem solving what why & how*. United States of America & Canada: Seymour.
- Fennema, E. et al. (1993). Using children's knowledge in instruction. *American Educational Research Journal*, 27(4), 555-583.
- Fisher, R. (1987). *Problem solving in primary school*. Great Britain: Basil Blackwell.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Lappan, G., & Schram, P.W. (1989). *Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics teacher*. Reston Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- National council of teacher of mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National council of teacher of mathematics.
- National council of teacher of mathematics. (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National council of teacher of mathematics.
- O'Daffer, P. G. (1990). Inductive and deductive Reasoning. *Mathematics Teacher*, 84(5), 378-380.
- Polya, G. (1957). *How to solve it* (3rd ed.). New York: Double Day.
- Polya, G. (1980). On solving mathematical problem in high school. In *Problem solving in school mathematics*. Virginia: National council of teacher of mathematics.
- Polya, G. (1985). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. New Jersey: Princeton University Press.
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 curriculum and evaluation standards: Reading from the arithmetic teacher*. Virginia: The National Council of teachers of Mathematics.
- Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment* (2nd ed.). New Jersey: Prentice-Hall.

Villasenor, A., & Klapner, S. H. (1993). Arithmetic from a problem-solving perspective:
An urban implementation. *Journal for research in mathematics education*, 62-69.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อทำการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.คงรัฐ นवलเปง
 อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
 ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ดร.รัชนิกร ชลไชยะ
 อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
 ภาควิชาคณิตศาสตร์
 คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นางกาญจนา ต.ไชยสุวรรณ
 ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี
4. นายสุจินต์ ชลิตตาภรณ์
 ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี
5. นางสาวพนีย์ เติงจ่าง
 ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ”
 มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๖๒๑/๑, ๕๕ วันที่ ๙ มกราคม พ.ศ. ๒๕๕๘
 เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน ดร.คงรัฐ นवलแปง

ด้วยนางสาวภัทรอร อริยธนพงศ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว. ๕๕ วันที่ ๙ มกราคม พ.ศ. ๒๕๕๘
 เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย
 เรียน ดร.รัชนิกร ชลไชยะ

ด้วยนางสาวภัทรอร อริยชนพงศ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัยของนิสิตในครั้งนี

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



ที่ ศธ. ๖๖๒๑/ ๖. ๕๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๘ มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางกาญจนา ต.ไชยสุวรรณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวภัทรอร อริยธนพงศ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๔๑๔๗๒๓๔



ที่ ศธ. ๖๖๒๑/ ว. ๕๙

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๙ มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายสุจินต์ ชลิตตาภรณ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย คำร้องขอวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวภัทรอร อริยธนพงศ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ สิริสวัสดี)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๔๑๔๗๒๓๔



ที่ ศธ. ๖๖๒๑/ว.๕๖

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๙ มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางสาวพนีย์ เถิงจำง

สิ่งที่ส่งมาด้วย ค่าโครงย่อยวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวภัทรอร อริยธนพงศ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙

โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๖-๔๑๔๗๒๓๔



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
ที่ ศธ ๖๖๒๑/11๕/๖ วันที่ ๓ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

ด้วยนางสาวภัทรอร อริยชนพงศ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์
เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” ในความ
ควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนาจความสะดวก
ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ สายวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์
โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๕ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ - ๑๒
กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของ
มหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่ง
ว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์



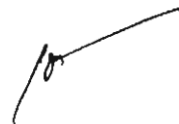
บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
 ที่ ศธ ๖๖๒๑/๓๙๕ วันที่ ๓ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘
 เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

ด้วยนางสาวภัทรอร อริยชนพงศ์ นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษา
 มหาคณบดี สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง
 “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้
 เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕” ในความควบคุมดูแล
 ของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการ
 เก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ แผนการสอนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์
 โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองระหว่างวันที่ ๑๖ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ – ๖
 มีนาคม พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของ
 มหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่าง
 ยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้



(ดร.เชษฐ สิริวสต์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
 คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด
- เฉลยใบกิจกรรมที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 5 และแบบฝึกหัดที่ 4 ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้		
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน
รหัสวิชา ค 32102	ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 2
เรื่อง ความน่าจะเป็น		จำนวน 3 คาบ

มาตรฐานการเรียนรู้

- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

- ค 5.2 ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนด
- ค 5.3 ม.4-6/2 ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา
- ค 6.1 ม.4-6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
- ค 6.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายการทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้
2. นักเรียนสามารถหาแซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็น จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผลโดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระสำคัญ

การทดลองสุ่ม (random experiment) คือ การทดลองซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจเกิดเป็นอะไรบ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่า ในแต่ละครั้งที่ทดลองผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไร

ปริภูมิตัวอย่าง หรือ แซมเปิลสเปซ (sample space) คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม

เหตุการณ์ คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ หรือ เซตของผลลัพธ์ที่สนใจ

ความน่าจะเป็น เป็นจำนวนที่บอกให้ทราบว่า เหตุการณ์ที่สนใจมีโอกาสเกิดขึ้นได้มากน้อยเพียงไร

ถ้า $n(S)$ เป็นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ ซึ่งประกอบด้วย สมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน และ $n(E)$ เป็นจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ ซึ่งเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซ แล้วความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$ จะเท่ากับ $\frac{n(E)}{n(S)}$

สาระการเรียนรู้

- การทดลองสุ่ม
- แซมเปิลสเปซ
- เหตุการณ์
- ความน่าจะเป็น

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ชั้นนำเสนอปัญหา

1. ครูนำเสนอลำถามกับนักเรียนว่า ถ้าทดลองทอตุลลูกเต๋า 1 ลูก จะเกิดผลลัพธ์ใดได้บ้าง เพราะเหตุใด จากนั้นครูใช้คำถามต่อว่า นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่า ลูกเต๋าทอออกไปจะออกแต้มอะไร นักเรียนร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า ถ้าทอตุลลูกเต๋า 1 ลูก จะสามารถออกได้ตั้งแต่แต้ม 1-6 เพราะลูกเต๋ามี 6 หน้า แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าในการทอตุลลูกเต๋าแต่ละครั้งจะออกแต้มอะไร จากการทดลองดังกล่าวเราทราบว่า จะเกิดผลลัพธ์อะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าการทดลองในแต่ละครั้งจะเกิดเหตุการณ์ใด หรือเรียกว่า การทดลองสุ่ม
2. ครูนำเสนอลำถามกับนักเรียนต่อว่า เราสามารถนำผลการทดลองสุ่มของการทอตุลลูกเต๋า 1 ลูก มาเขียนเป็นเซตได้หรือไม่ อย่างไร นักเรียนร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า สามารถนำผลการทดลองสุ่มของการทอตุลลูกเต๋า 1 ลูก มาเขียนเป็นเซตได้ ดังนี้ {แต้ม 1, แต้ม 2, แต้ม 3, แต้ม 4, แต้ม 5, แต้ม 6} จากการเขียนเซตดังกล่าว คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม เรียกว่า แซมเปิลสเปซ หรือ ปริภูมิตัวอย่าง
3. ครูนำเสนอลำถามกับนักเรียนต่อว่า ถ้าสนใจผลลัพธ์ที่ทอตุลลูกเต๋ได้แล้วได้แต้มคู่ จะมีผลลัพธ์ใดบ้าง แล้วสามารถนำผลลัพธ์ที่ได้มาเขียนเป็นเซตได้หรือไม่ อย่างไร นักเรียนร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า ทอตุลลูกเต๋ได้แล้วได้แต้มคู่เกิดได้ 3 กรณี ได้แก่ แต้ม 2, แต้ม 4 และแต้ม 6 สามารถเขียนเป็นเซตได้ ดังนี้ {แต้ม 2, แต้ม 4, แต้ม 6} ซึ่งเซตของผลลัพธ์ที่เราสนใจนี้ เรียกว่า เหตุการณ์
4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 และนำเสนอปัญหาเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนแต่ละคนพิจารณาเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ และเหตุการณ์ ดังนี้

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนบอกว่า การกระทำต่อไปนี้เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าเป็นจงเขียนแซมเปิลสเปซ

 - 1) จับสลากแลกของขวัญปีใหม่ในห้องเรียน
 - 2) การยิงลูกโทษ 1 ลูก ของนักฟุตบอลคนหนึ่ง
 - 3) ให้นักเรียนหญิงที่มีน้ำหนัก 100 กิโลกรัมขึ้นไป เข้าประกวดธิดาช้าง
 - 4) การจับใบคำใบแดงคัดเลือกทหาร
 - 5) การซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาล

ตอนที่ 2 จงเขียนแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ของสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- 1) โยนเหรียญ 1 บาท 2 ครั้ง แล้วขึ้นหน้าที่เหมือนกัน
- 2) โยนเหรียญ 1 บาท 3 ครั้ง แล้วขึ้นหัวหนึ่งครั้ง
- 3) โยนเหรียญ 1 ครั้ง และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกัน แล้วแต้มบนหน้าลูกเต๋าเป็นจำนวนคี่
- 4) หยิบไฟหนึ่งใบจากสำรับ แล้วได้ ไฟโพดำ

ตอนที่ 2

5. ครูนำเสนอคำถามกับนักเรียนว่า การทอดลูกเต๋า 1 ลูก แล้วได้แต้มคู่กับการทอดลูกเต๋า 1 ลูก แล้วได้แต้มที่เป็นจำนวนเฉพาะ เหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นมากกว่ากัน เพราะเหตุใด ครูใช้คำถามนำนักเรียน เช่น ทอดลูกเต๋า 1 ลูก เกิดเหตุการณ์ใดได้บ้าง , จำนวนเฉพาะมีอะไรบ้าง เป็นต้น จากนั้นนักเรียนร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุปว่า มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน เพราะโอกาสที่ลูกเต๋าจะขึ้นแต้มคู่ เกิดได้ 3 กรณี จากทั้งหมด 6 กรณี หรือ $\frac{3}{6}$ หรือครึ่งหนึ่ง $\left(\frac{1}{2}\right)$ ส่วนโอกาสที่จะทอดลูกเต๋า 1 ลูก แล้วได้แต้มที่เป็นจำนวนเฉพาะ เกิดได้ 3 กรณี เช่นกัน คือ แต้ม 2 , แต้ม 3, แต้ม 5 จากทั้งหมด 6 กรณี หรือ $\frac{3}{6}$ หรือ ครึ่งหนึ่ง $\left(\frac{1}{2}\right)$ เช่นกัน ซึ่งจำนวนที่บอกให้ทราบว่า เหตุการณ์ที่สนใจมีโอกาสเกิดขึ้นได้มากน้อยเพียงไร เรียกว่า ความน่าจะเป็น
6. จากนั้นนักเรียนร่วมกันสรุปหลักการทั่วไปในการหาความน่าจะเป็น ซึ่งจะได้ว่า จำนวนจากอัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจกับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ ดังนี้

$$\text{ความน่าจะเป็น} = \frac{\text{จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์}}{\text{จำนวนสมาชิกในแซมเปิลสเปซ}}$$

$$\text{หรือ ใช้สัญลักษณ์แทนได้ว่า } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

7. ครูให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์แล้วถาม-ตอบร่วมกัน ดังนี้
ถ้าสุ่มครอบครัวที่มีบุตร 2 คน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน
- สิ่งที่โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาคำตอบ คืออะไร ?
(ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน)

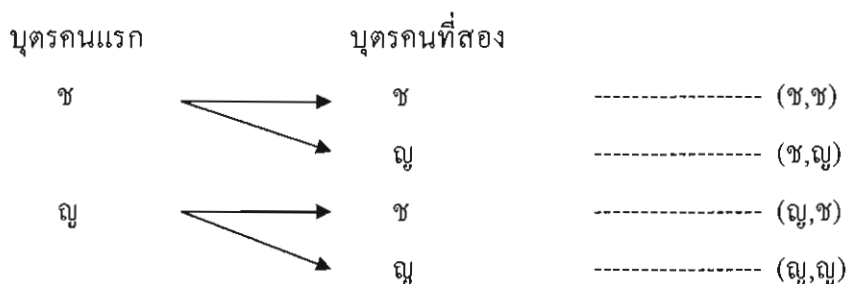
- สิ่งทีโจทย์กำหนดให้ มีอะไรบ้าง ?

(ครอบครัวนี้ มีบุตร 2 คน)

- บุตรแต่ละคน สามารถเป็นเพศใดได้บ้าง

(ชาย หรือ หญิง)

- ถ้ามีบุตร 2 คน จะเกิดผลลัพธ์ได้กี่กรณี



- นักเรียนมีวิธีการหาความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน
อย่างไร

(ขั้นที่ 1: หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่บุตรทั้ง 2 คน จะเป็นชายหรือหญิง หรือ $n(S) = 4$)

ขั้นที่ 2: หาจำนวนวิธีที่บุตรจะเกิดมาแล้วเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน หรือ $n(E) = 2$

ขั้นที่ 3: หาความน่าจะเป็น จากสูตร

$$\text{ความน่าจะเป็น} = \frac{\text{จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์}}{\text{จำนวนสมาชิกในแซมเปิลสเปซ}} = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

8. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 5 และนำเสนอปัญหาเพิ่มเติม ดังนี้

สถานการณ์ที่ 1

- ห้องเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนชาย 26 คน นักเรียนหญิง 24 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะ
หยิบฉลากใบแรกได้เป็นนักเรียนหญิง

สถานการณ์ที่ 2

- ในลิ้นชักมีถุงเท้าอยู่ 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และถุงเท้าสีขาว 2 คู่ ถ้าทำการทดลองสุ่ม
โดยหยิบถุงเท้าออกมา 2 คู่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่ต่างสีกัน

สถานการณ์ที่ 3

- ถุงใบหนึ่งใส่ฉลากไว้ 100 ใบ โดยเขียนเลข 1 ถึง 100 กำกับไว้ ถ้าหยิบฉลาก 1 ใบ ออก
จากถุง จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ฉลากที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่
สองเป็นจำนวนเต็ม

ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล

9. นักเรียนแต่ละคนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 5 โดยวิเคราะห์ข้อมูล เงื่อนไข และความสัมพันธ์ ร่วมกับการอ้างอิงพื้นฐานความรู้เดิม
10. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน
11. แต่ละกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์แนวทางการแก้ปัญหาจากแนวคิดของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม โดยพิจารณาสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ รวมถึงการวางแผนและการดำเนินการแก้ปัญหา ตลอดจนเหตุผลที่ใช้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยมีครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหาในระหว่างการทำกิจกรรม

ภาพที่ 3

ขั้นนำเสนอคำตอบ

12. เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มทำใบกิจกรรมเสร็จแล้ว ครูสุ่มเลือกนักเรียน 3-4 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มจะส่งตัวแทนออกมานำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาในแต่ละขั้น ดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นสรุปคำตอบ พร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ จากนั้นครูและนักเรียนคนอื่นใช้คำถามเพิ่มเติมเพื่อให้ผู้นำเสนอเกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมมากที่สุดและเปิดโอกาสให้นักเรียนกลุ่มที่เหลือนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาหรือเหตุผลที่ใช้ประกอบการแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไป

ขั้นอภิปราย

13. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปแนวคิดและเหตุผล จากการนำเสนอคำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน เช่น การแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร เหตุผลที่ใช้ประกอบการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และเหตุผลนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ เป็นต้น จากนั้นนักเรียนร่วมกันสรุปประเด็นและองค์ความรู้ ดังนี้
 - การทดลองสุ่ม (random experiment) คือ การทดลองซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจจะเกิดเป็นอะไรบ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่า ในแต่ละครั้งที่ทดลองผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไร
 - ปริภูมิตัวอย่าง หรือ แซมเปิลสเปซ (sample space) คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
 - เหตุการณ์ คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ หรือ เซตของผลลัพธ์ที่สนใจ

- ความน่าจะเป็น เป็นจำนวนที่บอกให้ทราบว่า เหตุการณ์ที่สนใจมีโอกาสเกิดขึ้นได้มากน้อยเพียงไร ซึ่งหาได้จาก ความน่าจะเป็น = $\frac{\text{จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์}}{\text{จำนวนสมาชิกในแซมเปิลสเปซ}}$
หรือ ใช้สัญลักษณ์แทนได้ว่า $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

14. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 4 เป็นการบ้าน

การวัดและประเมินผล (ด้านความรู้, ด้านกระบวนการ, ด้านคุณลักษณะ)

รายการ	วิธีวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การวัด
ด้านความรู้ (Knowledge)			
1. นักเรียนสามารถอธิบายการทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้	การตรวจ ใบกิจกรรมที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 5 และใบงานที่ 4	ใบกิจกรรมที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 5 ใบงานที่ 4	นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 5 และ ใบงานที่ 4 ถูกต้องร้อยละ 70
2. นักเรียนสามารถหาแซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็น จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้	การตรวจ ใบกิจกรรมที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 5 และใบงานที่ 4	ใบกิจกรรมที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 5 ใบงานที่ 4	นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 5 และ ใบงานที่ 4 ถูกต้องร้อยละ 70
ด้านกระบวนการ (Process)			
1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นได้	การตรวจ ใบงานที่ 4	ใบงานที่ 4	นักเรียนมีผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70
2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผลโดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นได้	การตรวจ ใบงานที่ 4	ใบงานที่ 4	นักเรียนมีผลการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70

รายการ	วิธีวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การวัด
ด้านคุณลักษณะ (Attribute)			
1. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	การสังเกต พฤติกรรม	แบบสังเกต พฤติกรรม	นักเรียนมีผลการประเมินอยู่ในระดับพอใช้ขึ้นไป

สื่อ/ อุปกรณ์/ แหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซและเหตุการณ์
2. ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น
3. ใบงานที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการจัดการเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายการทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้ตามความเข้าใจของตน และสามารถหาแซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็น จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ ซึ่งมีนักเรียนบางคนที่ตอบผิดในบางข้อ แต่โดยรวมนักเรียนตอบ ได้ค่อนข้างถูกต้องเกือบทั้งหมดทุกข้อ

ด้านทักษะ/กระบวนการ

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาพร้อมทั้งอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผลประกอบในสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เรื่อง การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลเกือบทั้งหมด แต่มีนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถเขียนหรือเรียบเรียงความคิดของคนผ่านใบกิจกรรมได้ แต่สามารถถ่ายทอดความคิดของตนได้อย่างถูกต้อง ครูจึงคอยให้คำแนะนำและใช้กระบวนการกลุ่มเข้ามามีส่วนช่วย

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นเป็นอย่างดี สามารถทำใบกิจกรรมได้สำเร็จภายในเวลาที่กำหนด มีความรับผิดชอบงานหรือแบบฝึกหัดที่ได้รับมอบหมายเป็นอย่างดีและตรงต่อเวลา

2. ปัญหา / อุปสรรค

นักเรียนบางคนไม่พยายามที่จะคิดแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ในใบกิจกรรม

 จะรอเวลาเพื่อที่จะเข้ากลุ่มแล้วฟังวิธีการแก้ปัญหาหรือคำตอบจากเพื่อน

3. ข้อเสนอแนะ / แนวทางแก้ไข

ครูควรกระตุ้นและสร้างบรรยากาศในการคิด วิเคราะห์ ให้นักเรียนสนใจที่จะแก้ปัญหา

 ด้วยตนเอง โดยครูอาจใช้คำถามนำนักเรียนให้แสดงแนวคิดตามความเข้าใจของตนออกมา และ

 ให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย

ลงชื่อ.....ผู้ใช้แผนการจัดการเรียนรู้

(นางสาวภัทรอร อริยชนพงศ์)

แบบสังเกตด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ-สกุล	พฤติกรรม						รวม	ผลการประเมิน
		ให้ความร่วมมือและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น			ปฏิบัติงานตามที่ได้รับมอบหมาย				
		3	2	1	3	2	1		
1.									
2.									
3.									
4.									
5.									

เกณฑ์การให้คะแนนด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

- 3 หมายถึง - นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นเป็นอย่างดี ตลอดทั้งกิจกรรม
- นักเรียนปฏิบัติงานตามที่ได้รับมอบหมายและสำเร็จเรียบร้อยดี
- 2 หมายถึง - นักเรียนให้ค่อนข้างให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น แต่มีบางขณะที่ขาดความสนใจ
- นักเรียนปฏิบัติงานตามที่ได้รับมอบหมาย แต่มีบางส่วนไม่เรียบร้อยดี
- 1 หมายถึง - นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมและไม่รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
- นักเรียนไม่ปฏิบัติงานตามที่ได้รับมอบหมาย

ผลการประเมิน

- 5 - 6 คะแนน อยู่ในระดับ ดี
- 3 - 4 คะแนน อยู่ในระดับ พอใช้
- 1 - 2 คะแนน อยู่ในระดับ ควรปรับปรุง

ใบกิจกรรมที่ 4

เรื่อง การทดลองสุ่ม แคมเปิลสเปซและเหตุการณ์

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนบอกว่า การกระทำต่อไปนี้เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าเป็นจงเขียนแคมเปิลสเปซ

- 1) จับสลากเลขของขั้วญี่ปุ่นใหม่ของห้อง ม.5/ 8 ซึ่งมีคนร่วมจับของขั้วทั้งสิ้น 23 คน

.....การทดลองสุ่ม เพราะ.....

.....

แคมเปิลสเปซ(S) =

- 2) การยิงลูกโทษ 1 ลูก ของนักฟุตบอลคนหนึ่ง

..... การทดลองสุ่ม เพราะ.....

.....

แคมเปิลสเปซ (S) =.....

- 3) ให้นักเรียนหญิงที่มีน้ำหนัก 100 กิโลกรัมขึ้นไป เข้าประกวดธิดาช้าง

..... การทดลองสุ่ม เพราะ.....

.....

แคมเปิลสเปซ (S) =.....

- 4) การจับใบคำใบแดงคัดเลือกทหาร

..... การทดลองสุ่ม เพราะ.....

.....

แคมเปิลสเปซ (S) =.....

- 5) การซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาล

..... การทดลองสุ่ม เพราะ.....

.....

แคมเปิลสเปซ (S) =.....

ตอนที่ 2 จงเขียนแชนเบิลสเปซและเหตุการณ์ของสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- 1) โยนเหรียญ 1 บาท 2 ครั้ง แล้วขึ้นหน้าที่เหมือนกัน
 แชนเบิลสเปซ (S) คือ.....
 S =

 เหตุการณ์ (E) คือ
 E =
- 2) โยนเหรียญ 1 บาท 3 ครั้ง แล้วขึ้นหัวหนึ่งครั้ง
 แชนเบิลสเปซ (S) คือ.....
 S =

 เหตุการณ์ (E) คือ
 E =
- 3) โยนเหรียญ 1 ครั้ง และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกัน แล้วแต้มบนหน้าลูกเต๋ายเป็นจำนวนที่
 แชนเบิลสเปซ (S) คือ.....
 S =

 เหตุการณ์ (E) คือ
 E =
- 4) หยิบไพ่หนึ่งใบจากสำรับแล้วได้ ไพ่โพดำ
 แชนเบิลสเปซ (S) คือ.....
 S =

 เหตุการณ์ (E) คือ
 E =

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่บุตรทั้งสองคน จะเป็นชายหรือหญิง $n(S) = 4$	$S = \{(ช,ช),(ช,ญ),(ญ,ช),(ญ,ญ)\}$
ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีที่บุตรเป็น ชาย 1 คน และหญิง 1 คน $n(E) = 2$	$E = \{(ช,ญ), (ญ,ช)\}$
ขั้นที่ 3 : หาความน่าจะเป็น $\text{ได้ } \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	จากสูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

ขั้นสรุปคำตอบ

ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน เท่ากับ $\frac{1}{2}$

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

สถานการณ์ 1

ห้องเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนชาย 26 คน นักเรียนหญิง 24 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบฉลากใบแรกได้เป็นนักเรียนหญิง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

สถานการณ์ 2

ในลิ้นชักมีถุงเท้าอยู่ 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และถุงเท้าสีขาว 2 คู่ ถ้าทำการทดลองสุ่มโดยหยิบถุงเท้าออกมา 2 คู่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่ต่างสีกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

สถานการณ์ 3

ถุงใบหนึ่งใส่ฉลากไว้ 100 ใบ โดยเขียนเลข 1 ถึง 100 กำกับไว้ ถ้าหยิบฉลาก 1 ใบ ออกจากถุง จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ฉลากที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ใบงานที่ 4

เรื่อง ความน่าจะเป็น

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

สถานการณ์ 1

ในการเลือกจำนวน 2 จำนวนโดยไม่เจาะจงจาก $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ โดยเลือกทีละจำนวนและไม่ซ้ำกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....
.....

สถานการณ์ 2

หยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากถุงใบหนึ่งซึ่งมีลูกปิงปองสีแดง 15 ลูก สีขาว 1 ลูก สีเหลือง 1 ลูก สีเขียว 1 ลูก สีฟ้า 1 ลูก และสีดำ 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบไม่ได้ลูกปิงปองสีดำ

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....
.....

สถานการณ์ 3

ในการ โยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 3 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 4

เรื่อง การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซและเหตุการณ์

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนบอกว่า การกระทำต่อไปนี้เป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าเป็นจงเขียนแซมเปิลสเปซ

- 1) จับสลากแจกของขวัญปีใหม่ของห้อง ม.5/8 ซึ่งมีคนร่วมจับของขวัญทั้งสิ้น 23 คน
 เป็น การทดลองสุ่ม เพราะ เป็นการสุ่มเลือกรายชื่อที่รู้อยู่แล้วว่าเป็นใครบ้าง
 แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าจะหยิบได้ชื่อใคร
 แซมเปิลสเปซ (S) = {เลขที่ 1, เลขที่ 2, ..., เลขที่ 23}
- 2) การยิงลูกโทษ 1 ลูก ของนักฟุตบอลคนหนึ่ง
 เป็น การทดลองสุ่ม เพราะ รู้ว่าผลลัพธ์เกิดขึ้นได้ 2 แบบ คือ ยิงเข้า หรือ ยิงไม่เข้า
 แต่ไม่สามารถบอกได้ว่านักฟุตบอลจะยิงเข้าหรือไม่
 แซมเปิลสเปซ (S) = {ยิงเข้า, ยิงไม่เข้า}
- 3) ให้นักเรียนหญิงที่มีน้ำหนัก 100 กิโลกรัมขึ้นไป เข้าประกวดธิดาข้าง
 ไม่เป็น การทดลองสุ่ม เพราะ เป็นการเลือกคนที่น้ำหนักเกิน 100 กิโลกรัม
 ขึ้นไป ไม่ใช่การสุ่ม
 แซมเปิลสเปซ (S) = -
- 4) การจับใบดำใบแดงคัดเลือกทหาร
 เป็น การทดลองสุ่ม เพราะ รู้ว่าจะสุ่มหยิบออกมาได้ใบแดง ไม่ก็ใบดำ
 แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าจะหยิบได้อะไร
 แซมเปิลสเปซ (S) = { ใบแดง, ใบดำ }
- 5) การซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาล
 เป็น การทดลองสุ่ม เพราะ รู้ว่าเลขที่ออกรางวัลมีหกหลัก แต่ไม่รู้ว่าผลการออก
 สลากกินแบ่งจะออกรางวัลเลขหกหลักอะไร
 แซมเปิลสเปซ (S) = { ถูกรางวัล, ไม่ถูกรางวัล }

ตอนที่ 2 จงเขียนแซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ของสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- 1) โยนเหรียญ 1 บาท 2 ครั้ง แล้วขึ้นหน้าที่เหมือนกัน
 แซมเปิลสเปซ (S) คือ เซตของการโยนเหรียญ 1 บาท 2 ครั้ง
 $S = \dots\dots\dots \{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$

 เหตุการณ์ (E) คือ เซตของการโยนเหรียญ 1 บาท 2 ครั้ง แล้วขึ้นหน้าที่เหมือนกัน
 $E = \dots\dots\dots \{(H,H),(T,T)\}$

- 2) โยนเหรียญ 1 บาท 3 ครั้ง แล้วขึ้นหัวหนึ่งครั้ง
 แซมเปิลสเปซ (S) คือ เซตของการโยนเหรียญ 1 บาท 3 ครั้ง
 $S = \dots\dots\dots \{(H,H,H),(H,H,T),(H,T,H),(H,T,T),(T,H,H),(T,T,H),(T,H,T),(T,T,T)\}$

 เหตุการณ์ (E) คือ เซตของการโยนเหรียญ 1 บาท 3 ครั้ง แล้วขึ้นหัวหนึ่งครั้ง
 $E = \dots\dots\dots \{(H,T,T),(T,T,H),(T,H,T)\}$

- 3) โยนเหรียญ 1 ครั้ง และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกัน แล้วแต้มบนหน้าลูกเต๋ายเป็นจำนวนคี่
 แซมเปิลสเปซ (S) คือ เซตของการโยนเหรียญ 1 ครั้ง และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกัน
 $S = \dots\dots\dots \{(H,1),(H,2),(H,3),(H,4),(H,5),(H,6),(T,1),(T,2),(T,3),(T,4),$
 $(T,5),(T,6)\}$

 เหตุการณ์ (E) คือ เซตของการโยนเหรียญ 1 ครั้ง และทอดลูกเต๋า 1 ลูก พร้อมกันแล้ว
 แต้มบนหน้าลูกเต๋ายเป็นจำนวนคี่
 $E = \dots\dots\dots \{(H,1),(H,3),(H,5),(T,1),(T,3),(T,5)\}$

- 4) หยิบไพ่หนึ่งใบจากสำรับ แล้วได้ ไพ่โพดำ
 แซมเปิลสเปซ (S) คือ เซตของการหยิบไพ่หนึ่งใบจากสำรับ
 $S = \dots\dots\dots \{A \text{ โพดำ}, A \text{ โพแดง}, A \text{ ดอกจิก}, A \text{ ข้าวหลามตัด}, \dots$
 $K \text{ ดอกจิก}, K \text{ ข้าวหลามตัด}\}$

 เหตุการณ์ (E) คือ เซตของการหยิบไพ่หนึ่งใบจากสำรับ แล้วได้ ไพ่โพดำ
 $E = \dots\dots\dots \{A \text{ โพดำ}, 2 \text{ โพดำ}, 3 \text{ โพดำ}, 4 \text{ โพดำ}, 5 \text{ โพดำ}, 6 \text{ โพดำ}, 7 \text{ โพดำ},$
 $8 \text{ โพดำ}, 9 \text{ โพดำ}, 10 \text{ โพดำ}, J \text{ โพดำ}, Q \text{ โพดำ}, K \text{ โพดำ}\}$

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 5

เรื่อง ความน่าจะเป็น

เนื้อหาสาระ

ในชีวิตประจำวันมีเหตุการณ์หรือสถานการณ์ต่างๆ เกิดขึ้นอย่างมากมายรอบตัวเรา การตัดสินใจเกี่ยวกับโอกาสที่เหตุการณ์หรือสถานการณ์ต่างๆ จะเกิดขึ้น จำเป็นต้องใช้เหตุผลและข้อมูลเพื่อสรุปเหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เป็นค่าที่บอกให้ทราบว่าเหตุการณ์ที่เราสนใจนั้นมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใดซึ่งเหตุการณ์นั้นอาจจะเกิดขึ้นหรือไม่เกิดขึ้นก็ได้

พิจารณาสถานการณ์ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง ถ้าสุ่มครอบครัวที่มีบุตร 2 คน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน

วิธีทำ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรเป็นชาย 1 คน
และหญิง 1 คน

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ครอบครัวนี้ มีบุตร 2 คน

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่บุตรทั้งสองคน จะเป็นชายหรือหญิง

ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีที่บุตรเป็นชาย 1 คน
และหญิง 1 คน

ขั้นที่ 3 : หาความน่าจะเป็น จาก

$$\text{ความน่าจะเป็น} = \frac{\text{จำนวนสมาชิกในเหตุการณ์}}{\text{จำนวนสมาชิกในแซมเปิลสเปซ}}$$

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
<p>ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่บุตรทั้งสองคน จะเป็นชายหรือหญิง</p> $n(S) = 4$	$S = \{(ช,ช),(ช,ญ),(ญ,ช),(ญ,ญ)\}$
<p>ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีที่บุตรเป็น ชาย 1 คน และหญิง 1 คน</p> $n(E) = 2$	$E = \{(ช,ญ), (ญ,ช)\}$
<p>ขั้นที่ 3 : หาคำนวณน่าจะเป็น</p> <p>ได้ $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$</p>	<p>จากสูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$</p>

ขั้นสรุปคำตอบ

ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน เท่ากับ $\frac{1}{2}$

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

สถานการณ์ 1

ห้องเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนชาย 26 คน นักเรียนหญิง 24 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบฉลาก
ใบแรกได้เป็นนักเรียนหญิง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ	ความน่าจะเป็นที่จะหยิบฉลากใบแรกได้เป็นนักเรียนหญิง.....
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	-นักเรียนชาย 26 คน.....
	-นักเรียนหญิง 24 คน.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีที่จะหยิบฉลากใบแรก $n(S)$ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีที่จะหยิบฉลากใบแรกได้นักเรียนหญิง $n(E)$ขั้นที่ 3 : หาความน่าจะเป็น $P(E)$

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

ขั้นที่ 1 : $n(S) = 26 + 24 = 50$

.....

.....

.....

ขั้นที่ 2 : $n(E) = 24$

.....

.....

ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{24}{50}$

.....

.....

.....

(ใช้หลักการบวก เนื่องจาก ห้องนี้

มีนักเรียนชาย 26 คน นักเรียนหญิง

24 คน จะมีฉลากทั้งหมด

 $26 + 24 = 50$ ใบ)

(เนื่องจาก ห้องนี้มีนักเรียนหญิง

24 คน จะมีฉลากที่เป็นนักเรียน

หญิง 24 ใบ)

(สูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)ขั้นสรุปคำตอบ.....
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบฉลากใบแรกได้เป็นนักเรียนหญิง เท่ากับ $\frac{12}{25}$
.....

สถานการณ์ 2

ในลิ้นชักมีถุงเท้าอยู่ 4 คู่ เป็นถุงเท้าสีดำ 2 คู่ และถุงเท้าสีขาว 2 คู่ ถ้าทำการทดลองสุ่มโดยหยิบถุงเท้าออกมา 2 คู่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ถุงเท้าทั้งสองคู่ต่างสีกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ	ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มหยิบถุงเท้าทั้งสองคู่ได้สีต่างกัน
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- ถุงเท้าสีดำ 2 คู่
	- ถุงเท้าสีขาว 2 คู่

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะสุ่มหยิบถุงเท้า 2 คู่
	ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะสุ่มหยิบถุงเท้า 2 คู่ แล้วได้สีต่างกัน
	ขั้นที่ 3 : หาความน่าจะเป็น

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : $n(S) = 6$ วิธี	($S = \{ ค1ค2, ค1ข1, ค1ข2, ข1ข2, ค2ข1, ค2ข2 \}$)
ขั้นที่ 2 : $n(E) = 4$ วิธี	($E = \{ ค1ข1, ค1ข2, ค2ข1, ค2ข2 \}$)
ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	(ใช้สูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มหยิบถุงเท้าทั้งสองคู่ได้สีต่างกัน เท่ากับ $\frac{2}{3}$

สถานการณ์ 3

ถุงใบหนึ่งใส่ฉลากไว้ 100 ใบ โดยเขียนเลข 1 ถึง 100 กำกับไว้ ถ้าหยิบฉลาก 1 ใบ ออกจากถุง จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ฉลากที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ	ความน่าจะเป็นที่หยิบได้ฉลากที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- ถุงใบหนึ่งใส่ฉลากไว้ 100 ใบ โดยเขียนเลข 1 ถึง 100 - สุ่มหยิบฉลาก 1 ใบ ออกจากถุง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีที่จะหยิบฉลาก 1 ใบ ออกจากถุง $n(S)$ ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีที่จะหยิบฉลาก 1 ใบ ออกจากถุง แล้วได้ตัวเลขที่เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม ขั้นที่ 3 : หาความน่าจะเป็น
-----------------	---

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : $n(S) = 100$ ใบ	(เพราะมีฉลาก 100 ใบ $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$)
ขั้นที่ 2 : $n(E) = 10$ ใบ	($E = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$)
ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	(สูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ฉลากที่มีตัวเลขกำกับไว้เป็นจำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม เท่ากับ $\frac{1}{10}$

เฉลย ใบงานที่ 4

เรื่อง ความน่าจะเป็น

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

สถานการณ์ 1

ในการเลือกจำนวน 2 จำนวนโดยไม่เจาะจงจาก $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ โดยเลือกทีละจำนวนและไม่ซ้ำกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ	ความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	เลือกจำนวน 2 จำนวน โดยไม่เจาะจง จาก $\{1,2,3,4,5\}$
	โดยเลือกทีละจำนวนและไม่ซ้ำกัน

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 1 : หา $n(S)$ คือ จำนวนวิธีที่เลือกจำนวน 2 จำนวน โดยไม่ซ้ำกัน
	ขั้นที่ 2 : หา $n(E)$ คือ จำนวนวิธีที่เลือกจำนวน 2 จำนวน โดยไม่ซ้ำกัน และมีผลบวกเป็น 6
	ขั้นที่ 3 : หาความน่าจะเป็น $P(E)$

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : $n(S) = 5 \times 4 = 20$	(ใช้หลักการคูณ โดยเลือกจำนวนแรกได้ 5 วิธี จำนวนที่สองเลือกได้ 4 วิธี
ขั้นที่ 2 : $n(E) = 4$	เนื่องจากห้ามเลือกจำนวนซ้ำกัน)
ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$	(สูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนสองจำนวนที่มีผลบวกเป็น 6 เท่ากับ $\frac{1}{5}$

สถานการณ์ 2

หยิบลูกบิงปอง 1 ลูก จากถุงใบหนึ่งซึ่งมีลูกบิงปองสีแดง 15 ลูก สีขาว 1 ลูก สีเหลือง 1 ลูก สีเขียว 1 ลูก สีฟ้า 1 ลูก และสีดำ 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบไม่ได้ลูกบิงปองสีดำ

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ	ความน่าจะเป็นที่จะหยิบไม่ได้ลูกบิงปองสีดำ
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	หยิบลูกบิงปอง 1 ลูก จากถุงใบหนึ่งซึ่งมีลูกบิงปอง สีแดง 15 ลูก สีขาว 1 ลูก สีเหลือง 1 ลูก สีเขียว 1 ลูก สีฟ้า 1 ลูก และสีดำ 1 ลูก

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีที่จะหยิบลูกบิงปอง 1 ลูกจากถุง n(S) ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีที่จะหยิบลูกบิงปอง 1 ลูกจากถุงแล้ว ไม่ได้ลูกบิงปองสีดำ ขั้นที่ 3 : หาความน่าจะเป็น
-----------------	---

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : $n(S) = 20$ วิธี	(เพราะมีลูกบิงปอง 20 ลูก)
ขั้นที่ 2 : $n(E) = 19$ วิธี	(มีสีดำ 1 ลูก ที่ไม่ใช่สีดำ 19 ลูก)
ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{19}{20}$	(สูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่หยิบไม่ได้ลูกบิงปองสีดำ เท่ากับ $\frac{19}{20}$

สถานการณ์ 3

ในการโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 3 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

ความน่าจะเป็นที่เหรียญออกก้อย 1 ครั้ง

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

โยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 3 ครั้ง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีทั้งหมดที่โยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 3 ครั้ง

ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีที่โยนเหรียญหนึ่งเหรียญ 3 ครั้ง แล้วเหรียญออกก้อย 1 ครั้ง

ขั้นที่ 3 : หาความน่าจะเป็น

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

ขั้นที่ 1 : $n(S) = 8$ วิธี

($S = \{ HHH, HTH, HTT, HHT, TTT, THT, THH, TTH \}$)

หรือ ใช้หลักการคูณ $2 \times 2 \times 2 = 8$)

ขั้นที่ 2 : $n(E) = 3$ วิธี

($E = HHT, HTH, THH$)

ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{3}{8}$

(สูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)

ขั้นสรุปคำตอบ

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญสามครั้งแล้วเหรียญ

ออกก้อย 1 ครั้ง เท่ากับ $\frac{3}{8}$

**แบบทดสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น**

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค 32102

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง ความน่าจะเป็น

จำนวน 6 ข้อ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

ข้อ 1

ในงานกีฬาสีของโรงเรียน การแข่งขันวอลเลย์บอล มีกติกาว่าถ้าทีมใดชนะหรือแพ้ 2 เกมติดต่อกัน จะยุติการแข่งขัน หรือชนะรวม 2 เกม จากทั้งหมด 3 เกม จะเป็นผู้ชนะในการแข่งขัน จงหาจำนวนวิธีการแข่งขันทั้งหมดโดยใช้แผนภาพต้นไม้

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

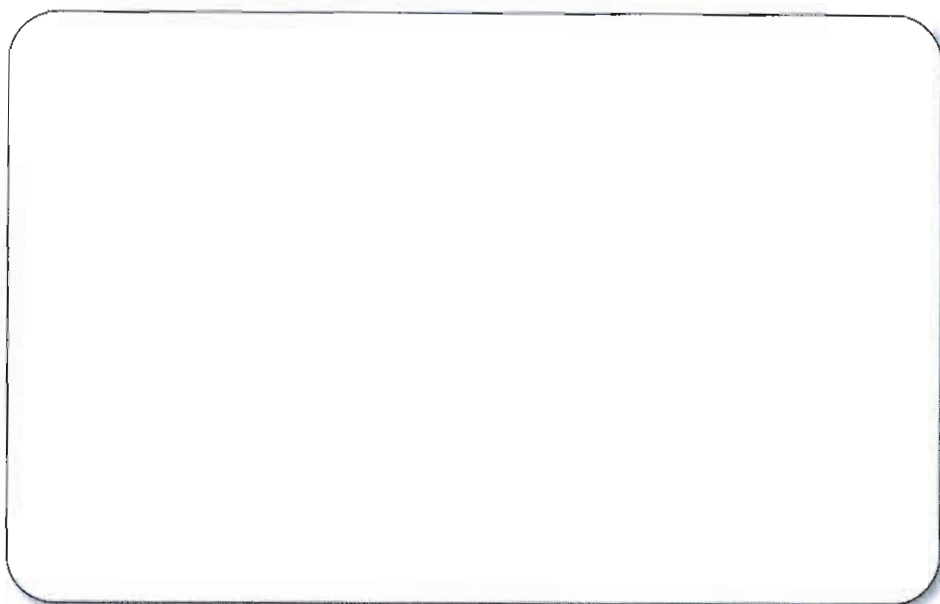
.....

.....

.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา



เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....



ข้อ 2 จงเขียนจำนวนคู่ที่มีสามหลัก จากเลขโดด 2-9 โดยแต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

.....

ข้อ 3 กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 2 ลูก สีแดง 3 ลูก ซึ่งแต่ละลูกแตกต่างกัน ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบนี้ 2 ลูกพร้อมกัน จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวอย่างมาก 1 ลูก กี่วิธี

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ข้อ 4 ในการทอดลูกเต๋านึ่งลูกทั้งหมด 3 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะทอดลูกเต๋านึ่งแล้วได้แต้ม
ไม่ซ้ำกันเลขทั้งสามครั้ง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ข้อ 5 ในการแบ่งกลุ่มทำรายงาน วิชา คณิตศาสตร์ ต้องเลือกหัวหน้ากลุ่ม 1 คนและรองหัวหน้า 1 คนนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีนักเรียนชาย 7 คน นักเรียน หญิง 5 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้ หัวหน้ากลุ่มเป็นชายและรองหัวหน้ากลุ่มเป็นหญิง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

ข้อ 6 ถ้าต้องการสร้างคำที่ประกอบด้วยตัวอักษรที่ต่างกัน 3 ตัว โดยสร้างตัวอักษรเหล่านี้มาจากคำว่า PROBABILITY จงหาความน่าจะเป็นที่จะสร้างคำโดยขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระ

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุปคำตอบ

.....

.....

เฉลย

แบบทดสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน	เรื่อง ความน่าจะเป็น	ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5
ภาคเรียนที่ 2	เรื่อง ความน่าจะเป็น	จำนวน 6 ข้อ

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแสดงแนวคิดในการ
หาคำตอบ

ข้อ 1 ในงานกีฬาสีของโรงเรียน การแข่งขันวอลเลย์บอล มีกติกาว่าถ้าทีมใดชนะหรือแพ้ 2 เกม
ติดต่อกันจะยุติการแข่งขัน หรือชนะรวม 2 เกม จากทั้งหมด 3 เกม จะเป็นผู้ชนะในการแข่งขัน จง
หาจำนวนวิธีการแข่งขันทั้งหมด โดยใช้แผนภาพต้นไม้

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

จำนวนวิธีทั้งหมดของการแข่งขันวอลเลย์บอล

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

กติกาการแข่งขันวอลเลย์บอล มีอยู่ว่าถ้าทีมใดชนะหรือ
แพ้ 2 เกมติดต่อกันจะยุติการแข่งขัน หรือชนะรวม 2
เกม จากทั้งหมด 3 เกม จะเป็นผู้ชนะ

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

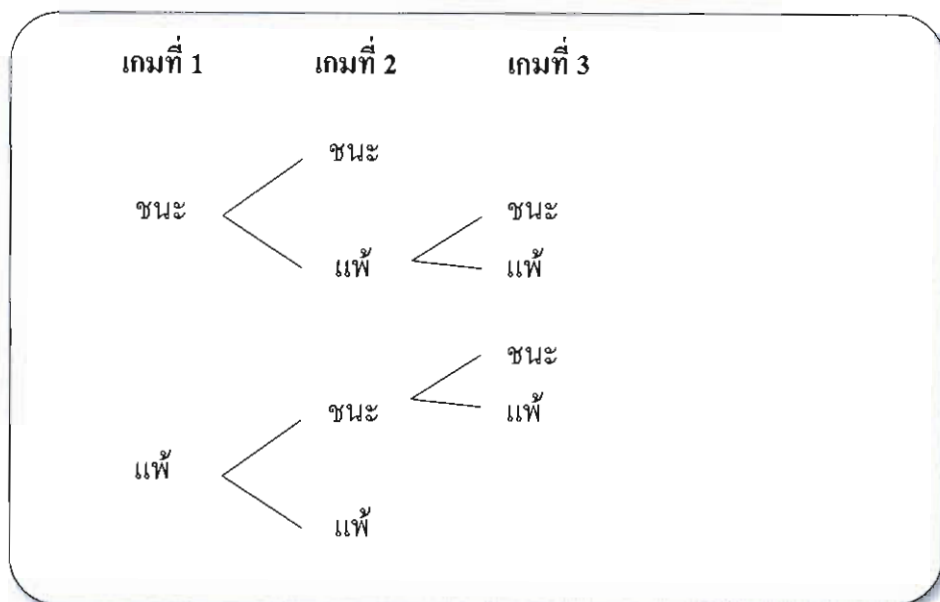
ขั้นที่ 1 : ผลการแข่งขันที่เป็นไปได้ของเกมที่ 1

ขั้นที่ 2 : ผลการแข่งขันที่เป็นไปได้ของเกมที่ 2

ขั้นที่ 3 : ผลการแข่งขันที่เป็นไปได้ของเกมที่ 3

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา



เหตุผลประกอบ

ขั้นที่ 1 : ผลการแข่งขันที่เป็นไปได้ของเกมที่ 1 คือ แพ้ หรือ ชนะ

ขั้นที่ 2 : ผลการแข่งขันที่เป็นไปได้ของเกมที่ 2 คือ แพ้ หรือ ชนะ แต่ถ้าเกมแรก ชนะและเกมนี้ก็ชนะด้วยจะยุติการแข่งขัน เป็นการชนะ 2 เกมรวด หรือ ถ้าเกมแรกแพ้และ เกมนี้ก็แพ้ด้วยจะยุติการแข่งขัน เป็นการแพ้ 2 เกมรวด

ขั้นที่ 3 : ผลการแข่งขันที่เป็นไปได้ของเกมที่ 3 คือ แพ้ หรือ ชนะ จะเล่นเกมที่ 3 ได้ในกรณีที่สองเกมที่ผ่านมามีผลชนะ 1 ครั้ง แพ้ 1 ครั้ง

ขั้นสรุปคำตอบ

จำนวนวิธีของการแข่งขันวอลเลย์บอลในงานกีฬาซีมีทั้งหมด 6 วิธี

ข้อ 2 จงเขียนจำนวนคู่ที่มีสามหลัก จากเลขโดด 2-9 โดยแต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ	จำนวนคู่ที่มีสามหลัก โดยแต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	เลขโดด 2-9

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา	<p>ขั้นที่ 1 : ใส่เลขโดดในหลักหน่วย</p> <p>ขั้นที่ 2 : ใส่เลขโดดในหลักสิบ</p> <p>ขั้นที่ 3 : ใส่เลขโดดในหลักร้อย</p> <p>ขั้นที่ 4 : นำจำนวนวิธีในขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 คูณกัน</p>
-----------------	--

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : ใส่เลขโดดในหลักหน่วยได้ 4 วิธี	(เพราะต้องเป็นจำนวนคู่ สามารถใช้เลข 2,4,6,8 ได้ทั้งหมด 4 ตัวเลข)
ขั้นที่ 2 : ใส่เลขโดดในหลักสิบได้ 7 วิธี	(เพราะใช้เลขในหลักหน่วยไปแล้วหนึ่งเลข เหลือ 7 ตัวเลข)
ขั้นที่ 3 : ใส่เลขโดดในหลักร้อยได้ 6 วิธี	(เพราะใช้เลขในหลักหน่วยไปแล้วหนึ่งเลข และในหลักร้อยอีกหนึ่งเลข เหลือ 6 ตัวเลข)
ขั้นที่ 4 : จะได้ $6 \times 7 \times 4 = 168$ วิธี	(ใช้หลักการคูณ เพราะการเขียนเลขสามหลัก ต่อเนื่องกัน)

ขั้นสรุปคำตอบ

จำนวนคู่ที่มีสามหลัก จากเลขโดด 2-9 โดยแต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน
เขียนได้ทั้งหมด 64 วิธี

ข้อ 3 กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 2 ลูก สีแดง 3 ลูก ซึ่งแต่ละลูกแตกต่างกัน ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบนี้ 2 ลูกพร้อมกัน จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวอย่างมาก 1 ลูก กี่วิธี

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ	จำนวนวิธีที่สุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบนี้ 2 ลูกพร้อมกัน จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวอย่างมาก 1 ลูก
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีขาว 2 ลูก สีแดง 3 ลูก ซึ่งแต่ละลูกแตกต่างกัน

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา	<p>ขั้นที่ 1 : หาจำนวนวิธีที่สุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบนี้ 2 ลูกพร้อมกัน จะหยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูก</p> <p>ขั้นที่ 2 : หาจำนวนวิธีที่สุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบนี้ 2 ลูกพร้อมกัน จะหยิบไม่ได้ลูกบอลสีขาวเลย</p> <p>ขั้นที่ 3 : นำจำนวนวิธีในขั้นที่ 1 กับขั้นที่ 2 รวมกัน</p>
-----------------	---

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : สุ่มหยิบลูกบอลจากกล่อง 2 ลูกพร้อมกัน จะหยิบได้ลูกบอลสีขาว 1 ลูก ได้ $2 \times 3 = 6$ วิธี	(ใช้หลักการคูณ เพราะลูกบอลแต่ละลูกแตกต่างกัน หยิบได้ลูกบอลสีขาวได้ 2 วิธี ซึ่งในแต่ละลูกจะสามารถหยิบลูกบอลสีแดงได้ 3 วิธี)
ขั้นที่ 2 : สุ่มหยิบลูกบอลจากกล่อง 2 ลูกพร้อมกัน จะหยิบไม่ได้ลูกบอลสีขาวเลย ได้ 3 วิธี	(หยิบไม่ได้ลูกบอลสีขาวแสดงว่า หยิบได้แต่ลูกบอลสีแดง จะได้ 3 กรณี คือ หยิบได้ (แดง 1, แแดง 2) หรือ (แดง 1, แแดง 3) หรือ (แดง 2, แแดง 3)
ขั้นที่ 3 : นำจำนวนวิธีในขั้นที่ 1 กับขั้นที่ 2 รวมกันได้ $6 + 3 = 9$ วิธี	(ใช้หลักการบวก)

ขั้นสรุปคำตอบ

ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบนี้ 2 ลูกพร้อมกัน จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวอย่างมาก 1 ลูก จะได้ 9 วิธี

ข้อ 4 ในการทอดลูกเต๋านึ่งลูกทั้งหมด 3 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะทอดลูกเต๋ได้แล้วได้แต้มในแต่ละครั้งไม่ซ้ำกันเลขทั้งสามครั้ง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

ความน่าจะเป็นที่จะทอดลูกเต๋ได้แล้วได้แต้มไม่ซ้ำกันเลขทั้งสามครั้ง

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ทอดลูกเต๋านึ่งลูกทั้งหมด 3 ครั้ง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 : หา $n(S)$ คือ จำนวนผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ของการทอดลูกเต๋านึ่งลูก 3 ครั้ง

ขั้นที่ 2 : หา $n(E)$ คือ จำนวนเหตุการณ์ที่จะทอดลูกเต๋ได้แล้วได้แต้มไม่ซ้ำกันเลขทั้งสามครั้ง

ขั้นที่ 3 : หา $P(E)$ จาก $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

ขั้นที่ 1 : $n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$

(ใช้หลักการคูณ เพราะการทอดลูกเต๋านึ่งลูกแต่ละครั้งต่อเนื่องกัน ซึ่งทอดลูกเต๋านึ่งลูกแต่ละครั้งเกิดได้ 6 ผลลัพธ์)

ขั้นที่ 2 : $n(E) = 6 \times 5 \times 4 = 120$

(ใช้หลักการคูณ เพราะทอดลูกเต๋านึ่งลูกครั้งแรกมีโอกาสดูขึ้นได้ 6 แต้ม ครั้งที่สองมีโอกาสดูขึ้น 5 แต้ม ที่ไม่ซ้ำกับแต้มในครั้งแรก และครั้งที่สามมีโอกาสดูขึ้นได้ 4 แต้ม ที่ไม่ซ้ำกับแต้มในครั้งแรกและครั้งที่สอง จะได้ 120 วิธี)

ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{120}{216} = \frac{5}{9}$

(จากสูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)

ขั้นสรุปคำตอบ

ความน่าจะเป็นที่จะทอดลูกเต๋านึ่งลูก 3 ครั้ง แล้วได้แต้มไม่ซ้ำกันเลขทั้งสามครั้งเป็น $\frac{5}{9}$

ข้อ 5 ในการแบ่งกลุ่มทำรายงาน วิชา คณิตศาสตร์ ต้องเลือกหัวหน้ากลุ่ม 1 คนและรองหัวหน้า 1 คนนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีนักเรียนชาย 7 คน นักเรียนหญิง 5 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้ หัวหน้ากลุ่มเป็นชายและรองหัวหน้ากลุ่มเป็นหญิง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ	ความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้หัวหน้ากลุ่มเป็นชายและรองหัวหน้าเป็นหญิง
สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	นักเรียนชาย 7 คน นักเรียนหญิง 5 คน เลือกหัวหน้ากลุ่ม 1 คนและรองหัวหน้า 1 คน

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 1 : หา $n(S)$ คือ จำนวนผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ของการเลือกหัวหน้ากลุ่ม 1 คนและรองหัวหน้า 1 คน ขั้นที่ 2 : หา $n(E)$ คือ จำนวนเหตุการณ์ที่จะเลือกได้หัวหน้ากลุ่มเป็นชายและรองหัวหน้าเป็นหญิง ขั้นที่ 3 : หา $P(E)$ จาก $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$
-----------------	--

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : $n(S) = 12 \times 11 = 132$	(ใช้หลักการคูณได้ เพราะเลือกหัวหน้าห้อง 1 คนจาก 12 คน และเลือกรองหัวหน้าห้องจาก 11 คน)
ขั้นที่ 2 : $n(E) = 7 \times 5 = 35$	(ใช้หลักการคูณได้ เพราะเลือกหัวหน้าห้อง 1 คนจากชาย 7 คน และเลือกรองหัวหน้าห้องจากหญิง 5 คน)
ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{35}{132}$	(จากสูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)

ขั้นสรุปคำตอบ

ความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้หัวหน้ากลุ่มเป็นชายและรองหัวหน้าเป็นหญิงเป็น $\frac{35}{132}$

ข้อ 6 ถ้าต้องการสร้างคำที่ประกอบด้วยตัวอักษรที่ต่างกัน 3 ตัว โดยสร้างตัวอักษรเหล่านี้มาจากคำว่า PROBABILITY จงหาความน่าจะเป็นที่จะสร้างคำโดยขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระ

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ ความน่าจะเป็นที่จะสร้างคำด้วยตัวอักษรที่ต่างกัน 3 ตัว จากคำว่า PROBABILITY โดยขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สร้างคำที่ประกอบด้วยตัวอักษรที่ต่างกัน 3 ตัว จากคำว่า PROBABILITY

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 1 : หา $n(S)$ คือ จำนวนผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ของการสร้างคำที่ประกอบด้วยตัวอักษรที่ต่างกัน 3 ตัว จากคำว่า PROBABILITY

ขั้นที่ 2 : หา $n(E)$ คือ จำนวนเหตุการณ์ที่จะสร้างคำที่ประกอบด้วยตัวอักษรที่ต่างกัน 3 ตัว จากคำว่า PROBABILITY โดยขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระ

ขั้นที่ 3 : หา $P(E)$ จาก $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
ขั้นที่ 1 : $n(S) = 9 \times 8 \times 7 = 504$	(ใช้หลักการคูณได้ 504 วิธี เพราะมีตัวอักษรที่ต่างกัน 9 ตัว ได้แก่ P,R,O,B,A,L,I,T,Y นำมาสร้างคำโดยใช้สามตัวอักษรที่ต่างกัน ตัวแรกเลือกได้ 9 ตัว ตัวที่สอง เลือกได้ 8 ตัว และตัวที่สาม เลือกได้ 7 ตัว)
ขั้นที่ 2 : $n(E) = 3 \times 7 \times 2 = 42$	(ใช้หลักการคูณได้ 42 วิธี เพราะมีสระ 3 ตัว ได้แก่ O,A,I จึงขึ้นต้นด้วยสระได้ 3 ตัว และลงท้ายด้วยสระได้ 2 ตัว เนื่องจากตัวอักษรห้ามซ้ำ ส่วนตัวกลางเป็นพยัญชนะหรือสระก็ได้ จึงเลือกได้ทั้ง 7 ตัวที่เหลือ)
ขั้นที่ 3 : $P(E) = \frac{42}{504} = \frac{1}{12}$	(จากสูตร $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$)

ขั้นสรุปคำตอบ

ความน่าจะเป็นที่จะสร้างคำด้วยตัวอักษรที่ต่างกัน 3 ตัว จากคำว่า PROBABILITY โดยขึ้นต้นและลงท้ายด้วยสระ เป็น $\frac{1}{12}$

ภาคผนวก ก

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักเรื่อง ความน่าจะเป็น
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ตารางที่ ค-1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก เรื่อง
ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แผนที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่า IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ ค-2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้
เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	ท่านที่ 4	ท่านที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00

ตารางที่ ค-3 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.49	0.51
2	0.49	0.75
3	0.35	0.42
4	0.45	0.55
5	0.46	0.66
6	0.39	0.63
ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.891		

ตารางที่ ค-4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถใน
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล
	ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 48 คะแนน)	ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
1	47	17
2	45	16
3	42	14
4	17	3
5	47	17
6	45	17
7	44	17
8	31	14
9	42	14
10	33	8

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล
	ทางคณิตศาสตร์	ทางคณิตศาสตร์
	(คะแนนเต็ม 48 คะแนน)	(คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
11	38	11
12	31	8
13	43	14
14	40	16
15	46	16
16	44	17
17	40	15
18	44	14
19	45	17
20	44	14
21	47	17
22	39	16
23	29	10
24	41	14
25	30	7
26	46	17
27	43	15
28	37	14
29	42	15
30	43	17
31	40	17
32	48	18
รวม	1,293	456
คะแนนเฉลี่ย	40.40	14.25
ร้อยละ	84.17	79.16

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย โดยใช้โปรแกรม spss

1) ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t - test for one sample ดังภาพที่ ง-1

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Problem	32	40.4063	6.79592	1.20136

	Test Value = 33.6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Problem	5.665	31	.000	6.80625	4.3561	9.2564

ภาพที่ ง-1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t - test for one sample

2) ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t - test for one sample ดังภาพที่ ง-2

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Reason	32	14.2500	3.54692	.62701

	Test Value = 12.6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Reason	2.632	31	.013	1.65000	.3712	2.9288

ภาพที่ ง-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t - test for one sample

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมและการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนการแก้ปัญหา**แสดงวิธีการแก้ปัญหา****เหตุผลประกอบ**

ขั้นที่ 1 : หาจำนวนที่นั่งในแถวที่มี 16 ที่นั่ง

$$\text{ได้ } 16 \times 13 = 208 \text{ ที่นั่ง}$$

ขั้นที่ 2 : หาจำนวนที่นั่งในแถวที่มี 15 ที่นั่ง

$$\text{ได้ } 15 \times 13 = 195 \text{ ที่นั่ง}$$

(มี 13 แถว เพราะตัวอักษร A-Z มีทั้งหมด 26 ตัว ถ้าแถวที่มีจำนวนที่นั่ง 16 และ 15 ที่นั่ง สลับกันจนถึงแถว Z จะทำให้มีแถวที่มี 16 และ 15 ที่นั่งอย่างละครึ่ง)

มีที่นั่งทั้งหมด $208 + 195 = 403$ ที่นั่ง

(ใช้หลักการบวก)

ขั้นสรุปคำตอบ

โรงหนังแห่งนี้มีที่นั่งทั้งหมด 403 ที่นั่ง

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนแสดงแนวคิดในการหาคำตอบ

สถานการณ์ 1

มีนักเรียน 3 คน ต้องการเข้าและออกห้องประชุมหนึ่งซึ่งมีประตู 3 บาน โดยนักเรียนคนที่ 1 เข้าและออกโดยใช้ประตูบานเดียวกัน นักเรียนคนที่ 2 เข้าและออกโดยไม่ใช้ประตูบานเดิม และนักเรียนคนที่ 3 เข้าและออกโดยใช้ประตูบานใดก็ได้ จงหาจำนวนวิธีที่นักเรียนทั้งสามคนเข้าและออกห้องนี้

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

จำนวนวิธีที่นักเรียนทั้ง 3 คน เข้าและออกห้องที่.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

: นักเรียนคนที่ 1 เข้าและออกประตูเดียวกัน.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา

1) หาจำนวนประตูของคนที่ 1.....

2) หาจำนวนประตูของคนที่ 2.....

จ. ทำจำนวนเข้าของคนที่ 3

.....

.....

.....

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

วันที่ 1 : คนที่ 1 เข้าออกได้ 3 วิธี	เพราะ เข้าออกประตูเดิมและประตู
.....	สี 3 ประตู)
วันที่ 2 : คนที่ 2 เข้า ออกได้	เพราะ เข้าได้ 3 ประตู แต่ออก
3 x 2 วิธี	ได้ 2 ประตู เพราะจะได้ไม่ซ้ำ
.....	ประตูเดิม)
วันที่ 3 : คนที่ 3 เข้า ออกได้ 3 x 3 วิธี	เพราะ เข้าได้ 3 ประตู
.....	ออกได้ 3 ประตู เพราะออก
.....	ประตูใดก็ได้)
วันที่ 4 : $3 + 6 + 9$	(ใช้หลักทแยงขวา)
$= 18$ วิธี
.....
.....
.....

ขั้นสรุปคำตอบ

จำนวนวิธีที่นักเรียนเข้า-ออกห้องนี้ 18 วิธี

.....

.....

สถานการณ์ 2
 มีนก 3 ตัว กำลังบินมาทางต้นไม้ต้นหนึ่ง ซึ่งมีทั้งหมด 5 กิ่งไม้ จะมีวิธีที่นกอย่างน้อยสองตัวบินมาเกาะกิ่งไม้กิ่งเดียวกัน

2 ตัว
หรือ 3 ตัว ก็ได้

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ มีวิธีที่นกอย่างน้อย 2 ตัว นินพนกเกาะกิ่งไม้ได้ยวกัน....
 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มีนก 3 ตัว นกมองพอบ 2 ตัวเกาะกิ่งเดียวกัน
 มี 5 กิ่งไม้

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา 1. หาจำนวนวิธี นก 2 ตัว เกาะกิ่งไม้เดียวกัน
 2. หาจำนวนวิธี นก 3 ตัว เกาะกิ่งไม้เดียวกัน
 3. วิธี 1 + วิธี 2

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
วิธีที่ 1 : $\binom{5}{2} + \binom{5}{3}$ $5 \times 4 \times 3$	(เพราะ นกตัวแรกเลือกได้ 5 กิ่ง นกอีกตัวเลือกได้ 4 กิ่งและนกตัวที่ 3 ได้ 3 กิ่ง)
วิธีที่ 2 : $\binom{5}{2} + \binom{5}{3}$ 5	(เพราะ นก 3 ตัว เกาะได้ 6 กิ่ง)
วิธีที่ 3 : $60 + 5$ $= 65$	(ใช้หลักการบวก)
วิธีที่ 2 : ทั้งหมด - นกตัวเดียวเกาะกิ่งไม้ $(5 \times 5 \times 5) - (5 \times 4 \times 3)$ $125 - 60$ $= 65$	

ขั้นสรุปคำตอบ

...วิธีที่กล่าวข้างต้น 2 ตัวนี้เหมาะที่จะใช้ได้ทั้งหมดได้ 65 วิธี

สถานการณ์ 3
จะเขียนจำนวนคู่ที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 0-9 โดยใช้เลขโดดไม่ซ้ำกันได้ทั้งหมดกี่จำนวน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : จำนวนคู่ 4 หลัก โดยใช้เลขโดดไม่ซ้ำกันได้ทั้งหมดกี่จำนวน
 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ : จำนวนหลัก 4 หลัก
 : เลขโดด 0-9 ต้องไม่ซ้ำกัน

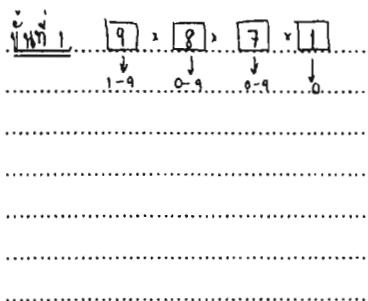
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหา 1. หาจำนวนหลักที่สี่หลักที่ใช้เลขโดดไม่ซ้ำกัน และลงท้ายด้วย 0
 2. ~~.....~~ 2, 4, 6, 8
 3. ห่วงั้ว 2. การพิจารณาจำนวน

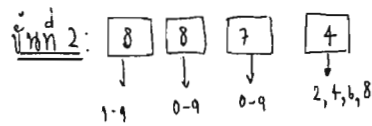
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ



(-หลักหนึ่งเป็นเลขโดดตั้งแต่ 0
 • หลักพัน เลือกได้ 9 วิธี (1-9)
 • หลักร้อย เลือกได้ 8 วิธี (0-9)
 แต่เพราะได้ไป 2 เลขใช้หลักหนึ่ง และหลักพันไปแล้ว
 • หลักสิบ เลือกได้ 7 วิธี (0-9)
 แต่ได้ไป 3 เลขแล้วใช้หลักหนึ่งร้อย, ร้อย, พัน



- หลักหน่วย เลือกได้ 2, 4, 6, 8 (4 วิธี)
- หลักพัน เลือกได้ 8 วิธี คือ เลข 1-9 มี 9 ตัว แต่ต้องไม่ซ้ำ หลักหน่วย. เลือกได้ 8 วิธี
- หลักร้อย เลือกได้ 8 วิธี จาก (0-9) มี 10 ตัว ใช้ในหลัก หน่วย, พัน เหลือ 8.
- หลักสิบ เลือกได้ 7 วิธี (0-9) แต่ใช้ในหลัก หน่วย, ร้อย, พัน แล้ว

ปีที่ 3: $(9 \times 8 \times 7 \times 1) + (8 \times 8 \times 7 \times 1)$
 $= 2,296$

(ใช้หลักการบวก)

ขั้นสรุปคำตอบ

จำนวนเลข 4 หลัก โดยเปลี่ยนไม่ซ้ำกัน มีทั้ง พ.ม.ด. 2296 วิธี
 เลขโดด



จากกิจกรรมที่ผ่านมา เราสามารถสรุป
 เป็นหลักการทั่วไปได้ ดังนี้

หลักการบวก จำนวนที่วางหลัง มีวิธีการทำ k วิธี

คือ วิธีที่ 1 ถึง วิธีที่ k โดยที่

การทำงานวิธีที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี

2 n_2 วิธี

การทำงานวิธีที่ k n_k วิธี

และวิธีการทำงานแต่ละวิธีแตกต่างกัน แล้วจำนวนวิธีทั้งหมด

เท่ากับ $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ วิธี