

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา  
และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ศิริมา วงษ์สกุลดี

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์


คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

กรกฎาคม 2558

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์  
ของ ศิริมา วงษ์สกุลดี ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้


คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก  
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)


  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม  
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธาน  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พันธ์ผล)

  
..... กรรมการ  
(ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

  
..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิจิต สุรัตน์เรืองชัย)

วันที่ 29 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2558

งานวิจัยนี้ได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษ  
ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์  
และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสำเร็จ ความเมตตา ความกรุณา และความปรารถนาดี รวมทั้งการให้คำปรึกษาและคำแนะนำอย่างดียิ่งของอาจารย์ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาเสียดสเวลาให้แนวคิดที่ถูกต้องในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ทำให้วิทยานิพนธ์ ฉบับนี้มีความถูกต้องยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล ประธาน และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์ กรรมการ ที่กรุณาให้คำแนะนำที่แนะ เพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิและผู้เชี่ยวชาญทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขอย่างดียิ่ง

ขอขอบพระคุณผู้บริหารและครู โรงเรียนพนัสพิทยาคาร ที่ให้ความอนุเคราะห์และอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยและทดลองสอนตลอดการดำเนินการทดลอง และขอขอบคุณนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ให้ความร่วมมือและปฏิบัติกิจกรรมในการทดลองอย่างตั้งใจ

ขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาตลอดหลักสูตร และทุนการศึกษาในการทำวิจัยแก่นิสิตโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ทำให้เกิดวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อสุนทร วงษ์สกุลดี คุณพ่อสมพงษ์ คุณแม่สท่อน แซ่เจ็ย และครอบครัว ขอขอบคุณเพื่อน ๆ และทุกท่านที่ให้กำลังใจ ให้การช่วยเหลือผู้วิจัยเสมอมา หากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ก่อให้เกิดคุณค่าและประโยชน์ต่อผู้ศึกษา ผู้วิจัยขอมอบความดีงามเหล่านี้เป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่บุพการี บูรพาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบันที่คอยให้ความห่วงใย และการสนับสนุนให้เกิดวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ด้วยดีตลอดมา

ศิริมา วงษ์สกุลดี

56910178: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก/ ความสามารถในการ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ สถิติ

ศิริมา วงษ์สกุลดี: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ที่มีต่อ

ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3 (THE EFFECTS OF ACTIVE LEARNING ACTIVITIES ON

MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITY IN STATISTICS OF

MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: พรณทิพา

พรหมรักษ์, ก.ค., เวชฤทธิ์ อังกณะภัทรขจร, กศ.ค. 220 หน้า. ปี พ.ศ. 2558.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557

จำนวน 48 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้คือ สถิติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จำนวน 9 แผน ใช้เวลา 16 คาบ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.841 และ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.731 และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) การทดสอบที (t-test) แบบ One sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

56910178: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.

(MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: ACTIVE LEARNING/ MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY/

MATHEMATICAL REASONING ABILITY/ STATISTICS

SIRIMA WONGSAKUNDEE: THE EFFECTS OF ACTIVE LEARNING

ACTIVITIES ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITY IN

STATISTICS OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE:

PANTIPA PROMARAK, Ph.D., VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D. 220 P.

2015.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical problem solving ability in statistics of Mathayomsuksa 3 students after receiving active learning activities with the criterion of 70%, and 2) to compare mathematical reasoning ability in statistics of Mathayomsuksa 3 students after receiving active learning activities with the criterion of 70%.

The participants, selected by the cluster random sampling technique, were 48 Mathayomsuksa 3 students in the second semester of 2014 academic year. The content of the research is statistics. The research instruments used in this research consisted of 1) nine mathematics lesson plans (16 periods), 2) a mathematic problem solving test with the reliability of 0.841, and 3) a mathematic reasoning ability test with the reliability of 0.731. The statistics used for analyzing the data were mean ( $\bar{X}$ ), percentage, standard deviation ( $s$ ), and t-test for one samples.

Research results found that;

1. Mathematical problem solving ability in statistics of Mathayomsuksa 3 students after receiving the active learning was higher than the criterion of 70% at the .05 level.

2. Mathematical reasoning ability in statistics of Mathayomsuksa 3 students after receiving the active learning was higher than the criterion of 70% at the .05 level.

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ .....	ญ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานการวิจัย .....	6
กรอบแนวคิดในการวิจัย .....	7
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	8
ขอบเขตของการวิจัย.....	9
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	10
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระ	
การเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	13
การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ .....	19
การเรียนรู้เชิงรุก .....	27
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	43
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	62
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	75
3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	78
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	78
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	79
การกำหนดแบบแผนการทดลอง .....	99

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล .....	99
การวิเคราะห์ข้อมูล .....	100
สถิติที่ใช้ในการคิดวิเคราะห์ข้อมูล .....	101
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	104
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	104
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	104
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	122
สรุปผลการวิจัย .....	123
อภิปรายผล .....	123
ข้อเสนอแนะ .....	129
บรรณานุกรม .....	131
ภาคผนวก .....	138
ภาคผนวก ก .....	139
ภาคผนวก ข .....	144
ภาคผนวก ค .....	201
ภาคผนวก ง .....	208
ภาคผนวก จ .....	212
ประวัติย่อของผู้วิจัย .....	220



## สารบัญญัตราง

ตารางที่	หน้า
2-1 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่ใช้ในการวิจัย.....	18
2-2 ความแตกต่างของลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนรู้ที่ครูเป็นสำคัญ.....	30
2-3 แสดงการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก.....	38
2-4 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสิริพร ทิพย์คง.....	59
2-5 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	60
2-6 เกณฑ์ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย.....	61
2-7 เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย.....	73
2-8 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริม การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	74
2-9 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย.....	75
3-1 วิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ.....	79
3-2 วิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ.....	87
3-3 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	89
3-4 วิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ.....	93
3-5 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	95
3-6 แบบแผนการทดลอง.....	98
4-1 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	105
4-2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านทำความเข้าใจปัญหา กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	106

## สารบัญญัตราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4-3 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านวางแผนการแก้ปัญหา กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	108
4-4 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านดำเนินการตามแผน กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	110
4-5 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านสรุปคำตอบ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 .....	113
4-6 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 .....	116
ค-1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย การเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ.....	202
ค-2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ.....	202
ค-3 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถใน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ.....	203
ค-4 ค่าความยากง่าย และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	204
ค-5 ค่าความยากง่าย และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	205
ค-6 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 .....	205

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย .....	8
2-1 ขั้นตอนการแก้ปัญหา .....	51
2-2 ลำดับขั้นของการคิด .....	63
4-1 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านทำความเข้าใจปัญหา .....	106
4-2 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านทำความเข้าใจปัญหา .....	107
4-3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านวางแผนการแก้ปัญหา .....	108
4-4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านวางแผนการแก้ปัญหา .....	109
4-5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านวางแผนการแก้ปัญหา .....	110
4-6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านดำเนินการตามแผน .....	111
4-7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านดำเนินการตามแผน .....	112
4-8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านดำเนินการตามแผน .....	113
4-9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านสรุปคำตอบ .....	114
4-10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านสรุปคำตอบ .....	115

## สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-11 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน กรณี 1 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	117
4-12 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน กรณี 2 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	117
4-13 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 1 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	118
4-14 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 2 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	119
4-15 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 3 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	119
4-16 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	120
4-17 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	121
ง-1 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จากการทำแบบทดสอบโดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample.....	209
ง-2 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านทำความเข้าใจปัญหาจาก การทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample.....	209
ง-3 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านวางแผนการแก้ปัญหาจาก การทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample.....	210
ง-4 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านดำเนินการตามแผนจาก การทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample.....	210
ง-5 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านสรุปคำตอบจาก การทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample.....	211
ง-6 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ จากการทำแบบทดสอบโดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample.....	211

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในยุคศตวรรษที่ 21 เป็นยุคของสังคมแห่งข้อมูลข่าวสารและความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี ส่งผลให้ประเทศต่าง ๆ มีความพยายามในการแข่งขันเพื่อการพัฒนา สร้างสรรค์ และคิดค้นความรู้ใหม่ ๆ ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้มีความเจริญก้าวหน้าไกลมากยิ่งขึ้น คณิตศาสตร์จึงกลายเป็นศาสตร์หนึ่งที่มีความสำคัญและเป็นเครื่องมือที่นำมาใช้ในการศึกษา วิทยาศาสตร์ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.], 2555 ก, หน้า 1) และคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แขนงหนึ่งที่มีลักษณะเป็นนามธรรม เนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่มีความต่อเนื่องกันเสมือนลูกโซ่ ขอบบ่งชี้ในการเรียนการสอนแต่ละระดับหรือแต่ละหัวเรื่องย่อมมีผลกระทบต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น และคณิตศาสตร์ไม่ใช่เป็นเพียงสิ่งที่เกี่ยวข้องกับทักษะการคำนวณเพียงอย่างเดียว แต่ยังคงช่วย สร้างสรรค์จิตใจของมนุษย์ ฝึกให้มนุษย์ได้คิดอย่างมีระเบียบ แบบแผน ช่วยส่งเสริมการสร้าง และใช้หลักการ (Principle of mathematics) สร้างให้รู้จักการคาดคะเน ช่วยในการแก้ปัญหาโดยใช้ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ (ชมนาด เชื้อสุวรรณ, 2542, หน้า 3) ซึ่งสอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 1) ที่ได้เสนอไว้ว่า “คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนา ความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถ วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถ่องถ้วนรอบครอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมี ประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้ อย่างมีความสุข”

จากการศึกษาลักษณะและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ในข้างต้นพบว่า คณิตศาสตร์ เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งและมีความจำเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาคน อันเป็น ทรัพยากรที่มีคุณค่าต่อการพัฒนาท้องถิ่น สังคมและประเทศชาติให้มีความเจริญก้าวหน้าเท่าทัน นานาประเทศ ทุกคนควรศึกษา เรียนรู้ ทำความเข้าใจในเนื้อหาและทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นในตนเองให้เป็นอย่างดี เพื่อที่สามารถนำความรู้ นั้น ไปประยุกต์ใช้ใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้ เพราะในชีวิตประจำวันสิ่งที่เรากระทำอยู่เป็นประจำ คือ การแก้ปัญหาที่

เกิดขึ้น ปัญหาเหล่านี้อาจจะไม่ยุ่งยากมากแต่บางปัญหาก็มีความซับซ้อนจนเราไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ร่วมกับเทคนิคการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์และด้านที่เกี่ยวข้องกับปัญหาอย่างเพียงพอ เข้าใจขั้นตอนของการแก้ปัญหา และใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เราก็สามารถแก้ปัญหานั้นได้ (สสวท., 2555 ก, หน้า 6) การแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ จำเป็นต้องมีการใช้เหตุผลมาช่วยในการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ซึ่งการให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์เช่นกัน (สสวท., 2555 ก, หน้า 39)

แต่จากการศึกษาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงหลายปีที่ผ่านมาพบว่า นักเรียนยังคงประสบปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ ดังเห็นได้จาก ผลการทดสอบ โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ หรือ PISA เป็นการทดสอบที่ใช้ประเมินระบบการศึกษาของประเทศสะท้อนคุณภาพระบบการศึกษาในด้านการเตรียมความพร้อมให้ประชาชนสำหรับการใช้ชีวิตในอนาคตอย่างมีคุณภาพ และมีส่วนร่วมในสังคมในอนาคตมากเพียงไร จึงเน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนที่จะใช้ความรู้และทักษะในการเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาของโลกในชีวิตจริงมากกว่าความรู้ในหลักสูตรภายในโรงเรียน (สุนีย์ คล้ายนิล, 2547, หน้า 12-22) จากผลการประเมินครั้งแรก ในปี ค.ศ. 2000 จนถึงปี ค.ศ. 2012 พบว่า ประเทศไทยมีแนวโน้มของคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ลดต่ำลงจากปี ค.ศ. 2000 ถึงแม้ในปี ค.ศ. 2009 และปี ค.ศ. 2012 จะมีคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นบ้าง แต่คะแนนก็ยังคงอยู่ในระดับที่ต่ำกว่าปี ค.ศ. 2000 และที่สำคัญผลการประเมินในแต่ละครั้งพบว่า ด้านคณิตศาสตร์เป็นด้านที่มีคะแนนต่ำที่สุดในการประเมิน โดยต่ำกว่าด้านวิทยาศาสตร์และด้านการอ่าน ในปี ค.ศ. 2012 ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์เท่ากับ 427 คะแนนซึ่งต่ำกว่าคะแนนมาตรฐาน OECD ที่มีคะแนนเฉลี่ย 494 คะแนน และหากพิจารณาผลการประเมินในหมวดกระบวนการทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนของประเทศไทยมีความสามารถต่ำที่สุดในเรื่องกระบวนการคิด วิธีการ หรือการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ นั่นคือ การคิดถึงปัญหาตามสภาพการณ์ในบริบทให้เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ (สสวท., 2556, หน้า 4-13) ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไทยประสบปัญหาด้านการนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาดัง ๆ ในชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับการรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET) ในช่วงระยะหลายปีย้อนหลัง พบว่า นักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ที่ตกต่ำลง และผลการทดสอบในแต่ละปี การศึกษาก็มีคะแนนโดยเฉลี่ยอยู่ในช่วงที่ไม่ผ่านครึ่งของคะแนนเต็ม ซึ่งเห็นได้จากปีการศึกษา 2554, 2555 และปีการศึกษา 2556 มีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ทั้งประเทศเป็น 32.08, 26.95 และ 25.45 คะแนน ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาให้ละเอียดลงไปถึงสาระการเรียนรู้ของรายวิชา คณิตศาสตร์พบว่า ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระการเรียนรู้ที่มีคะแนนเฉลี่ยต่ำ ที่สุด โดยผลการทดสอบของปีการศึกษา 2555 และ ปีการศึกษา 2556 มีคะแนนเฉลี่ยของสาระ การเรียนรู้ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็น 11.55 และ 10.18 คะแนน ตามลำดับ และอีกสาระการเรียนรู้หนึ่งที่มีคะแนนต่ำอีกเช่นกัน คือ สาระการเรียนรู้ที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น มีผลการทดสอบใน ปีการศึกษา 2557 เฉลี่ยเป็น 32.19 คะแนน ซึ่งอยู่ในระดับ ที่ต่ำกว่าครึ่งของคะแนนเต็มและมีคะแนนต่ำทั้งในระดับประเทศ ระดับจังหวัด ระดับสังกัด และในระดับโรงเรียน และจากการพิจารณาผลการทดสอบในระดับ โรงเรียนของ โรงเรียน พณิชยการ อำเภอนนทบุรี จังหวัดชลบุรี พบว่ามาตรฐานการเรียนรู้ ค 5.3 ว่าด้วยการใช้ ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้ มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 18.16 คะแนน ซึ่งเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ที่มีผลการทดสอบที่ต่ำที่สุดของระดับ โรงเรียน (ฝ่ายวิชาการ โรงเรียนพณิชยการ, 2556) และจากการสังเกตพฤติกรรมภายในชั้นเรียน การตรวจสอบสมุดของนักเรียน ร่วมกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการตอบ คำถามและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนบางส่วนไม่สามารถเริ่มต้นการแก้ปัญหาที่ มีความซับซ้อนได้ด้วยตนเอง หรือไม่สามรถแก้ปัญหาที่มีบริบทแตกต่างจากที่เคยแก้ปัญหาไป แล้วได้ นักเรียนบางส่วนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่เมื่อถูกขอให้บอกเหตุผลประกอบ คำตอบเหล่านั้น นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามต่าง ๆ ได้ไม่ชัดเจน หรือให้ เหตุผลประกอบการตอบคำถามไม่ถูกต้อง (ประนอม รื่นสุคนธ์; ทัศนยา บุญยรัตน์สุนทร, สัมภาษณ์, 13 ตุลาคม 2557) ซึ่งสอดคล้องกับสุนีย์ คล้ายนิล (2547, หน้า 12-22) ที่พบว่า นักเรียน ไทยยังไม่คุ้นเคยกับการประเมินผลแบบเขียนตอบหรือการให้อธิบายเหตุผลยาว ๆ นักเรียนประสบ ปัญหากับการที่ต้องตีความ การคิดวิเคราะห์ และการสะท้อนเอาความคิดของตนที่ตอบสนองต่อ ข้อมูลหรือข้อความที่ได้อ่าน และพบว่า ในด้านกระบวนการจัดการเรียนรู้ของไทยในปัจจุบัน ไม่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหรือได้แสดงออกอย่างเต็มที่ และสอดคล้องกับ ผลการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบของสสวท. (2555 ข, หน้า 35-37) ที่ทำการวิเคราะห์ ความสามารถด้านทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นใน โรงเรียน ด้วยการทำข้อสอบ พบว่า จากการตอบคำถามของนักเรียนมีเพียงหนึ่งในสามของนักเรียนทั้งหมด ที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ส่วนที่เหลือสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วนและนักเรียน

ส่วนใหญ่ที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้เลย และพบว่านักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการแก้โจทย์ปัญหา ในลักษณะที่นักเรียนต้องนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วนำมาประกอบกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ และต้องทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา ในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อหาคำตอบ นักเรียนขาดความสามารถในการทำ ความเข้าใจ โจทย์ที่ต้องใช้การวิเคราะห์ โจทย์และความสอดคล้องกับเงื่อนไขหลายเงื่อนไขใน โจทย์ และในนักเรียนบางคนมีการใช้เงื่อนไขจากโจทย์มาแก้ปัญหา ได้ถูกต้องแต่ยังให้เหตุผลประกอบไม่ชัดเจน

จากสภาพปัญหาดังกล่าวข้างต้น สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังประสบปัญหาเกี่ยวกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ในด้านการนำความรู้ไปใช้ประกอบการตัดสินใจและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งการคิดอย่างมีเหตุผลและการใช้เหตุผลอธิบายความคิดของตน จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องได้รับการปรับปรุงและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยในการตัดสินใจให้สูงขึ้น และเมื่อผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับสาเหตุของปัญหาดังกล่าว พบว่าสาเหตุหนึ่งของปัญหานี้มาจากตัวครูเอง เนื่องจากครูยังเลือกจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ยังไม่มีประสิทธิภาพ ดังที่ ยูนิพิพิทกุล (2539, หน้า 3-8) ที่ได้กล่าวถึงครูที่เลือกจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการสอนแบบเก่า ที่เน้นการบรรยายเนื้อหาและฝึกเนื้อหา ครูเป็นผู้กำหนดรูปแบบการเรียนรู้ให้กับนักเรียน ไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างนักเรียนในห้องเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ สุชาติรัตนกุล (2549, หน้า 520) ที่ได้กล่าวถึงครูส่วนใหญ่ที่ใช้วิธีการสอนแบบบรรยายอย่างเดียวตลอด ดังจะเห็นได้จากสภาพการเรียนของนักเรียนในปัจจุบันว่า นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดหรือการบ้านด้วยตนเองไม่ได้ ผู้ปกครองต้องจ้างครูพิเศษให้ช่วยสอน เพราะนักเรียนส่วนใหญ่คิดแก้ปัญหาไม่เป็น ไม่ทราบว่าจะตั้งต้นการคิดแก้ปัญหาอย่างไร อ่านโจทย์ปัญหาแล้วไม่เข้าใจว่าจะดำเนินการคิดแก้ปัญหาในทิศทางใด ครูส่วนใหญ่มิได้ช่วยให้ให้นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา และตีความโจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นตอน แต่ครูมักจะรวบรัดเข้าสมการให้เสียเอง ในที่สุดนักเรียนก็ไม่เกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่กำลังเรียน นั่นคือ นักเรียนประสบกับปัญหาการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และในบางครั้งครูอาจจะมีการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบบ้าง แต่ก็ไม่มากพอ และคำถามส่วนใหญ่มิได้กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด ได้ใช้เหตุผลประกอบการคิด ซึ่งจากการจัดการเรียนการสอนในลักษณะดังกล่าว ส่งผลให้นักเรียนไม่ค่อยมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ไม่ค่อยมีโอกาสได้ร่วมรู้ ร่วมคิด ร่วมแก้ปัญหา และร่วมกันโต้แย้ง แสดงเหตุผลในสิ่งที่กำลังเรียนอยู่มากนัก ในทำนองเดียวกับผลจากการศึกษาในประเด็นที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยในช่วงที่ผ่านมา พบว่า การจัดการเรียนการสอนยังคงมีปัญหาเพราะแม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา



การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล ซึ่งปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท., 2555 ก, หน้า 1)

จากสภาพสังคมที่เปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วมีการแข่งขันกันพัฒนาเทคโนโลยีใหม่ ๆ อยู่ตลอดเวลา และการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่คงประสพกับสภาพปัญหาดังที่กล่าวไว้ในข้างต้น การจัดการเรียนสอนจึงควรมีการปรับเปลี่ยนเพื่อให้สอดคล้องกับสภาพสังคมมากยิ่งขึ้น โดยต้องเน้นที่การพัฒนาให้นักเรียนมีทักษะการคิดมากขึ้น เพราะหากนักเรียนคิดเป็น หรือคิดอย่างเป็นระบบ แล้วนักเรียนก็จะสามารถนำข้อมูลที่ได้รับ แล้วนำมาสร้างเป็นองค์ความรู้ที่มีประโยชน์ หรือใช้ตัดสินใจในสถานการณ์ที่เป็นปัญหาได้อย่างมีเหตุผล (อักษรเจริญทัศน์, 2556, หน้า 4) ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาทฤษฎีการสอน รูปแบบการเรียนการสอนและแนวคิดต่าง ๆ เพื่อนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนแนวคิดหนึ่งที่น่าสนใจ คือ การเรียนรู้เชิงรุก (Active learning) ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองอย่างกระตือรือร้น ทั้งในเชิงทักษะต่าง ๆ และปฏิบัติเพื่อพัฒนาเขาว่าปัญญา เช่น การแก้ปัญหา วิเคราะห์ วิจัย หรือตัดสินใจเรื่องต่าง ๆ และเน้นให้นักเรียนได้คิด ค้นคว้า รายงาน แก้ปัญหา ได้ใช้ประสาทสัมผัสต่าง ๆ ทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างแท้จริง เพื่อแทนที่การเรียนการสอนที่เกิดจากครูบอกเล่าให้นักเรียนได้ฟังเพียงด้านเดียว โดยที่ครูทำหน้าที่เตรียมการ จัดบรรยากาศ การเรียนรู้ จัดสื่อ จัดสิ่งเร้า คอยเสริมแรงจูงใจในการเรียนรู้ ให้คำปรึกษาและสร้างสาระการเรียนรู้ร่วมกัน (ปรีชาญ เดชศรี, 2545 ก, หน้า 53; อภรณ์ ใจเที่ยง, 2550, หน้า 86)

การเรียนรู้เชิงรุกเป็นลักษณะการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนมีอิสระในการเรียนและมีการควบคุมตัวเองอยู่ในระดับสูง มีอิสระในการทำกิจกรรมและคิดในสิ่งที่กำลังทำด้วย การเรียนการสอนนี้กำหนดให้นักเรียนได้พูดและได้เขียนเกี่ยวกับเรื่องที่กำลังเรียน มีการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิมในอดีตและประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน นักเรียนต้องทำอะไร ๆ ที่เกี่ยวข้องกับ การเรียนให้เป็นส่วนหนึ่งของตัวเขาเอง จึงส่งผลให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาดีขึ้น และมีเจตคติต่อการเรียนที่ดีขึ้นด้วย (อุษณีย์ เทพวรชัย, 2543, หน้า 3) ซึ่งเห็นได้จากผลการวิจัยของ วรนุช นิลเขต (2554) ที่ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้จากกิจกรรมปฏิบัติจริง (Active learning) ที่มีต่อทักษะทางคณิตศาสตร์ของเด็กปฐมวัย พบว่า หลังการจัดกิจกรรมแบบปฏิบัติจริงแล้ว นักเรียนมีทักษะทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับสูง และสอดคล้องกับผลการวิจัยของสัจญา ภัทรการ (2552) ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา (Active learning) ที่จัดให้มีการปฏิสัมพันธ์กันระหว่างเพื่อนกับนักเรียนด้วยกัน และระหว่างนักเรียนกับครู ทำให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วย

ตนเองช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของพรรณทิภา ทองนวล (2554) ที่พบว่าการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนลักษณะต่าง ๆ เช่น แผนภาพ กราฟ ตาราง และสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหา ส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป

จากการศึกษาถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ สภาพปัญหา สาเหตุของปัญหา และแนวทางในการแก้ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหา เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และประเมินผลการทดลองด้วยการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ซึ่งเป็นเกณฑ์การประเมินผลการเรียนของกระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2554, หน้า 22)

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

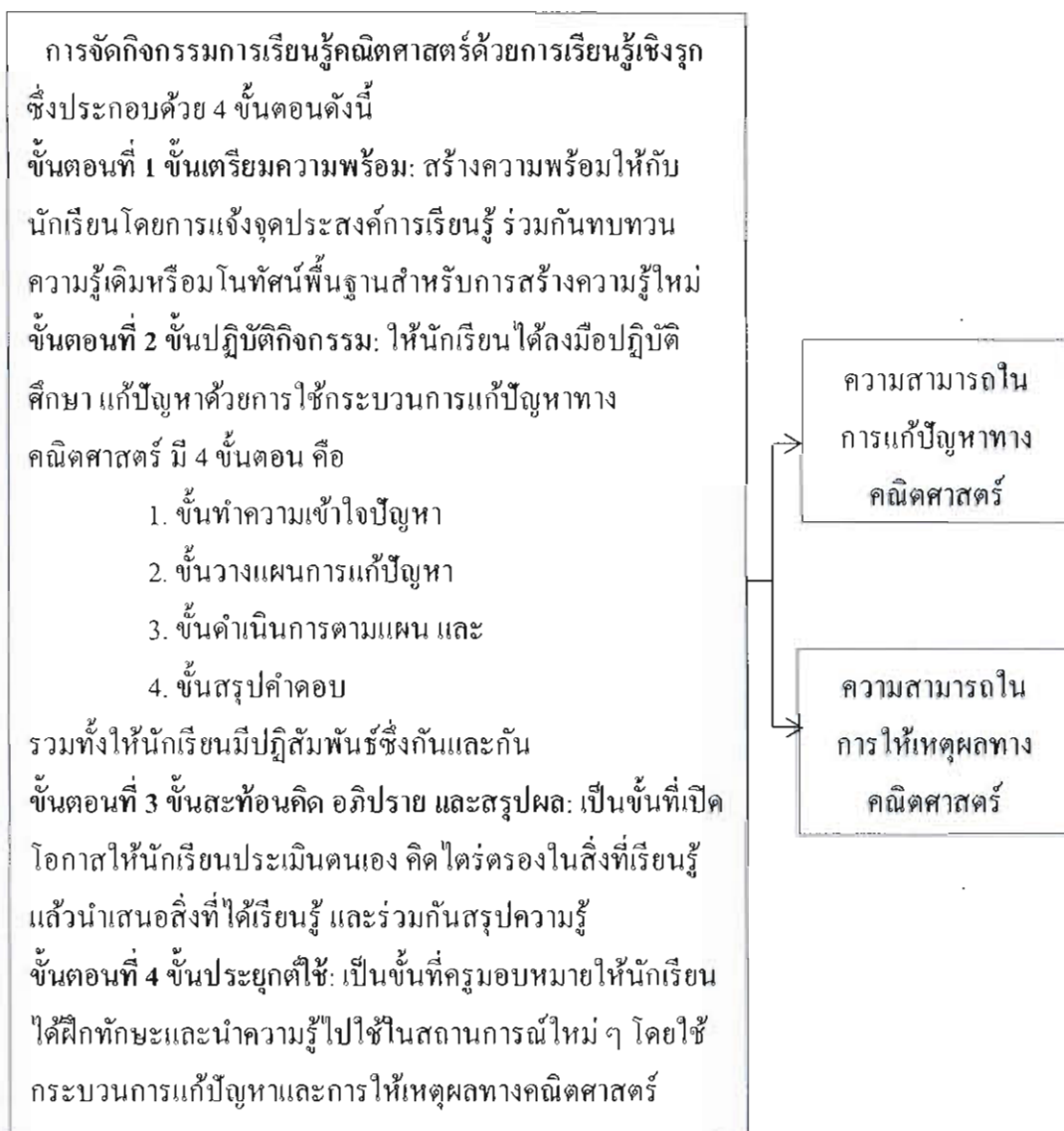
1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70

### สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

## กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดการจัดการเรียนรู้เชิงรุกซึ่งเป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียน ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองอย่างกระตือรือร้น ทั้งในเชิงทักษะต่าง ๆ และปฏิบัติเพื่อพัฒนาความรู้ปัญหา เช่น การแก้ปัญหา วิเคราะห์ วิจัย หรือตัดสินใจ เรื่องต่าง ๆ โดยการจัดการเรียนการสอนจะเน้นให้นักเรียนได้คิด แก้ปัญหา การสะท้อนคิด รวมทั้งได้ใช้ประสาทสัมผัสทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างแท้จริง ด้วยเหตุนี้การจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกน่าจะสามารถช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีกรอบแนวคิด (Hazzan, Lapidot & Ragonis, 2011, pp.17-18; ศิริพร มโนพิเชษฐวัฒนา, 2547, หน้า 84-85; สำนักงานสภาพัฒนาการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น, มปป. อ้างถึงใน บุญยัติ ชำนาญกิจ, 2549) ดังภาพประกอบที่ 1-1



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ครูได้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ตามแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. ครูได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน
3. นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก

## ขอบเขตของการวิจัย

### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนสนิมคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 10 ห้องเรียน รวม 496 คน

กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนสนิมคม จังหวัดชลบุรี ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบละความสามารของนักเรียน ได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 48 คน

### ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง สถิติ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จำนวน 16 คาบ คาบละ 55 นาที ซึ่งเนื้อหาประกอบด้วย

- |  |       |
|--|-------|
| 1. สถิติและข้อมูล  | 2 คาบ |
| 2. การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบต่าง ๆ                                 | 6 คาบ |
| 2.1 การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบตาราง                                 |       |
| 2.2 การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบแผนภูมิแท่ง                           |       |
| 2.3 การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบแผนภูมิวงกลม                          |       |
| 2.4 การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบกราฟเส้น                              |       |
| 2.5 การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบตารางแจกแจงความถี่                    |       |
| 2.6 การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบตารางแจกแจงความถี่ที่เป็นอันตรภาคชั้น |       |
| 2.7 การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบฮิสโทแกรม                             |       |
| 3. ค่ากลางของข้อมูล  | 4 คาบ |
| 3.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต   |       |
| 3.2 มัธยฐาน  |       |

### 3.3 ฐานนิยม

4. การกระจายของข้อมูล 2 คาบ

5. ความคลาดเคลื่อนในการใช้สถิติ 2 คาบ

#### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง

ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ใช้เวลาในการทดลอง จำนวน 18 คาบ คาบละ 55 นาที ดังนี้

1. ดำเนินการเรียนการสอน 16 คาบ

2. ทดสอบหลังเรียน 2 คาบ

รวม 18 คาบ

#### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก หมายถึง การจัด การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้นจากประสบการณ์ที่ ลงมือกระทำ แก้ปัญหา แสดงแนวคิดที่สมเหตุสมผล ใช้กระบวนการวิเคราะห์ รวมทั้งการสะท้อน ความคิด โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ จัดกิจกรรมที่หลากหลายและ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงออกเกี่ยวกับการพูด การเขียน และการไตร่ตรองแนวคิดหรือความรู้ ที่ได้รับ โดยแบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่นำนักเรียนเข้าสู่บทเรียน สร้างความพร้อม ให้นักเรียน โดยการแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ และทบทวนความรู้พื้นฐานสำหรับการสร้าง ความรู้ใหม่ โดยครูใช้คำถามหรือการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ให้นักเรียน เกิดความสนใจและสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ศึกษา แก้ปัญหาด้วยการใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอนคือ ขั้นทำความเข้าใจ ปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นสรุปคำตอบ รวมทั้งให้นักเรียนมี ปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ได้แลกเปลี่ยนความคิดและให้เหตุผลประกอบการคิด โดยครูจัดเตรียม โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ สื่อ อุปกรณ์ กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ ได้คิดวิเคราะห์ เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียน ประเมินตนเอง คิดไตร่ตรองในสิ่งที่เรียนรู้ รวบรวมสิ่งที่ได้เรียนรู้ แนวความคิดที่เกิดจากการปฏิบัติ กิจกรรม แล้วสะท้อนสิ่งที่ได้รับด้วยนำเสนอและร่วมกันอภิปรายข้อความรู้และกระบวนการ

การแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผลในชั้นเรียน หรือการเขียนบันทึกแบบไม่เป็นทางการ โดยครูเป็นผู้สนับสนุนให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนจนได้ข้อสรุปและเสริมข้อความรู้ที่ยังขาดหายไป

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ครูมอบหมายให้นักเรียนได้ฝึกทักษะและนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะและประสบการณ์ที่มีอยู่เข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่เป็นปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมกับการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน นักเรียนลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ ด้วยการนำวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสม มาใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาด้วยภาษาที่ชัดเจน เข้าใจได้ง่าย ซึ่งทำการวัดด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดประกอบการตอบคำถามที่ต้องอาศัยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งทำการวัดด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ

4. เกณฑ์ หมายถึง ข้อกำหนดขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน โดยใช้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งอยู่ในระดับดี ของกระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2554, หน้า 22)

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
  - 1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
  - 1.2 จุดประสงค์ของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
  - 1.3 คุณภาพของนักเรียน
  - 1.4 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์
  - 2.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์
  - 2.3 จิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์
3. การเรียนรู้เชิงรุก
  - 3.1 ความหมายของการเรียนรู้เชิงรุก
  - 3.2 ลักษณะของการเรียนรู้เชิงรุก
  - 3.3 องค์ประกอบของการเรียนรู้เชิงรุก
  - 3.4 ขั้นตอนของการเรียนรู้เชิงรุก
  - 3.5 บทบาทของครูและนักเรียนในการเรียนรู้เชิงรุก
  - 3.6 ประโยชน์ของการเรียนรู้เชิงรุก
4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 4.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 4.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 4.3 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี
  - 4.4 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 4.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



- 4.6 แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.7 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 5.1 ความหมายของการให้เหตุผล
  - 5.2 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 5.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 5.4 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 5.5 แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - 5.6 การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 6.1 งานวิจัยต่างประเทศ
  - 6.2 งานวิจัยในประเทศ

## หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้จัดทำขึ้นสำหรับท้องถิ่นและสถานศึกษา เพื่อใช้เป็นกรอบและทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาและจัดการเรียนการสอนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้ชี้ให้เห็นความสำคัญของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงจัดให้มีหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งสาระสำคัญของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552, หน้า 1-8) มีดังนี้

### ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดวิสัยทัศน์ หลักการ จุดหมาย สมรรถนะสำคัญของนักเรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ให้มีความเหมาะสมและชัดเจน เพื่อเป็นแนวทางให้สถานศึกษาและครูสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน และในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ คุณภาพนักเรียน มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ไว้ให้สถานศึกษาและครูนำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาและจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาเด็กและเยาวชน

ไทยทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตในสังคมที่มีการเปลี่ยนแปลง และแสวงหาความรู้เพื่อพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต เพราะวิชาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้การคำนวณ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในข้างข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นหลักสูตรที่ได้กำหนด สาระการเรียนรู้ คุณภาพนักเรียน มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระและ มาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ไว้ให้สถานศึกษาและครูนำไปใช้ เป็นกรอบและทิศทางในการจัดทำหลักสูตรสถานศึกษาและจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อ พัฒนาเด็กและเยาวชนไทยทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ให้มีคุณภาพด้านความรู้ และทักษะ ที่จำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวัน ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

#### จุดประสงค์ของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 มุ่งพัฒนานักเรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพในกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์จึงมุ่งให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิดการคำนวณสามารถนำคณิตศาสตร์ ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ จุดประสงค์ของ หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงต้องสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 โดยต้องปลูกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะต่าง ๆ เมื่อจบการศึกษา ขั้นพื้นฐานแล้ว ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ มีความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างเป็นระบบชัดเจนรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียน คณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตรประจำวัน

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับจุดประสงค์ของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งพัฒนาคุณภาพนักเรียนให้นักเรียนเป็นคนเก่ง คนดี มีความรู้ มีความสุข เน้นการนำความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา นำไปใช้ในการดำเนินชีวิต และมีศักยภาพในการศึกษาต่อ

#### คุณภาพของนักเรียน

หลังจากจบการศึกษาขั้นพื้นฐานแล้ว นักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งคุณภาพของนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ควรจะมีความสามารถ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็มเศษส่วนทศนิยมเลขยกกำลังรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตร ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้
3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรงอธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้
4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ในเรื่อง การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน และนำไปใช้ได้
5. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้
7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูล โดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูล ข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สามารถ ใช้ ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับคุณภาพของนักเรียนของกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ในข้างข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า คุณภาพของนักเรียนหลังจากนักเรียนเรียนจบ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้ว นักเรียนจะต้องเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่เรียน มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเรื่องต่าง ๆ คณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือ ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น ซึ่งคุณภาพของนักเรียนที่ ผู้วิจัยยึดเป็นหลักในการทำวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนสามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม เกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูล โดยใช้ แผนภูมิรูปร่างกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้ เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัชฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้ง นำความรู้มาใช้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ และใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

**สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและ มาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้
- มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและการแก้ปัญหาได้
- มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนใช้ได้

สาระที่ 2 การวัด ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

- มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้
- มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 เรขาคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

- มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้
- มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ ใช้เหตุเกี่ยวกับปริภูมิ และการใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 พีชคณิต ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

- มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน
- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

- มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้
- มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีการกำหนดสาระมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 6 สาระ 14 มาตรฐาน ซึ่งในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้นิยามคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยนำมาใช้พัฒนานักเรียนในครั้งนี้ คือ สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ประกอบด้วยมาตรฐาน มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้ มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้ และสาระที่ 6 ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งมีตัวชี้วัดดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่ใช้ในการวิจัย

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้	ค 5.1 ม.3/ 1 กำหนดประเด็นและเขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสม ค 5.1 ม. 3/ 2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม ค 5.1 ม.3/ 3 นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม

## ตารางที่ 2-1 (ต่อ)

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้	<p>ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอ</p> <p>ค 5.3 ม.3/ 1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติ และความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจใน สถานการณ์ต่าง ๆ</p> <p>ค 5.3 ม.3/ 2 อภิปรายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจ เกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ</p>
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	<p>ค 6.1 ม.3/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้ อย่างเหมาะสม</p> <p>ค 6.1 ม.3/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>

## การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

## ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดและมีความเกี่ยวข้องกับ การดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ ซึ่งมีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษากล่าวถึง ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กรมวิชาการ (2545, หน้า 189) ได้เสนอความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์ มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาศักยภาพของบุคคลในด้านการสื่อสาร การสืบเสาะ และเลือกสรร สารสนเทศ การตั้งข้อสันนิษฐาน การให้เหตุผล การเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานในการพัฒนาทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจน พื้นฐานในการพัฒนาวิชาการอื่น ๆ

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ (2545, หน้า 20-21) ได้ศึกษาประวัติความเป็นมาของคณิตศาสตร์ ที่มีวิวัฒนาการอันยาวนานตั้งแต่ยุคอารยธรรมโบราณ คณิตศาสตร์จากกรีก คณิตศาสตร์จากยุโรป และสรุปได้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อมนุษย์โดยทั่วไป 4 ลักษณะ คือ

### 1. ประโยชน์ในการนำไปใช้จริง (Practical values) ได้แก่

1.1 คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เช่น การซื้อ-ขาย การคำนวณสินค้าต้นทุน กำไร การประมาณค่า

1.2 คณิตศาสตร์ในงานอาชีพ ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เป็นผลมาจากความเจริญทางคณิตศาสตร์นับตั้งแต่สมัยโบราณ อาชีพเกือบทุกแขนงไม่ว่าจะเป็นทางวิทยาศาสตร์หรือสังคมศาสตร์ต้องเกี่ยวข้องกับงานวิจัย ซึ่งจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. ประโยชน์ในการฝึกวินัย (Disciplinary values) คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่ง ที่ฝึกให้คนมีวินัยในตนเอง จากการเสริมสร้างลักษณะนิสัยและเจตคติบางอย่างให้นักเรียน เช่น ความมีระเบียบในการทำงาน ความมีเหตุผลในการแก้ปัญหา การเคารพในกติกาของสังคม และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ตลอดจนความพึงพอใจและเข้าใจในสิ่งที่ตนสงสัย ด้วยเหตุที่คณิตศาสตร์ใช้ภาษาง่าย ๆ สัญลักษณ์ที่รัดกุม ใช้เหตุผลที่ถูกต้อง ส่งเสริมให้มีความคิดริเริ่ม และรู้จักประเมินค่าข้อมูลต่าง ๆ นั้นเอง

3. ประโยชน์ทางวัฒนธรรม (Cultural values) หนึ่งในบรรดาความรู้เบื้องต้นที่มนุษย์ควรเรียนรู้ตั้งแต่สมัยโบราณ คือความรู้เรื่องเลขคณิต ซึ่งเป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ เพราะมีความเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่สอนให้คนมีเหตุผล คณิตศาสตร์จึงถูกสืบทอดมาจนถึงปัจจุบัน คณิตศาสตร์แสดงให้เห็นรากเหง้าและวัฒนธรรมความเป็นอยู่ของมนุษย์ ทำให้สามารถสืบสาวเรื่องราวประวัติศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และเห็นคุณค่าในวิชาที่จำเป็นแก่โลก รวมทั้งความเข้าใจในความเจริญงอกงามทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีซึ่งเป็นผลมาจากความเจริญและวิวัฒนาการทางคณิตศาสตร์มาตั้งแต่โบราณกาล

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 1) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์ยังช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม

กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 1) ได้เสนอว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบครอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม



นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ช่วยให้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังแสดงให้เห็นถึงรากเหง้าและวัฒนธรรมความเป็นอยู่ของมนุษย์ในยุคโบราณ

#### หลักการสอนคณิตศาสตร์

หลักการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ครูจำเป็นต้องทราบและทำความเข้าใจแล้วนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจและประสบผลสำเร็จในการเรียน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ชมนาค เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 7) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ให้นักเรียนได้เข้าใจในพื้นฐานของคณิตศาสตร์ รู้จักใช้ความคิดริเริ่ม รู้เหตุผลและรู้ถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2. การเรียนรู้ควรเชื่อมโยงกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้มากที่สุด

3. ความเข้าใจต้องมาก่อนทักษะความชำนาญ

4. ความเข้าใจอย่างเดียวไม่เพียงพอต่อการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องมีทักษะความชำนาญ

5. เน้นการฝึกฝนให้เกิดทักษะ การสังเกต ความคิดตามลำดับเหตุผล แสดงออกถึงความรู้สึกนึกคิดอย่างมีระบบ ระเบียบ สั้น ง่าย กะทัดรัด ชัดเจน สื่อความได้ มีความละเอียดถี่ถ้วน มีความมั่นใจ แม่นยำ และรวดเร็ว

6. เน้นการศึกษาและเข้าใจเหตุผล โดยใช้ยุทธวิธีการสอนให้เกิดการเรียนรู้ เข้าใจ และค้นพบด้วยตนเอง เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เกิดการประยุกต์ใช้ได้

7. ให้นักเรียนสนุกสนานกับการเรียนคณิตศาสตร์ รู้คุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้วิชาอื่น ๆ

8. การเรียนการสอนไม่ควรเป็นเพียงการบอก ควรใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและค้นพบหลักเกณฑ์ ข้อเท็จจริงต่าง ๆ ด้วยตนเอง เคยชินต่อการแก้ปัญหาอันจะเป็นแนวทางให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะในกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 110-111) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม
2. สอนจากสิ่งที่อยู่ใกล้ตัวนักเรียนก่อนสอนสิ่งที่ไกลตัวนักเรียน
3. สอนจากเรื่องที่ยากก่อนสอนเรื่องที่ยาก
4. สอนตรงตามเนื้อหาที่ต้องการสอน
5. สอนให้คิดไปตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล โดยขั้นตอนที่กำลังทำเป็นผลมาจากขั้นตอนก่อนหน้านั้น
6. สอนด้วยอารมณ์ขัน ทำให้นักเรียนเกิดความเพลิดเพลิน โดยครูอาจใช้เกม ปริศนา เพลง
7. สอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจให้กับนักเรียน โดยการใช้คำพูด เช่น ดีมาก ทำได้ถูกต้องแล้ว ลองคิดอีกวิธีหนึ่งดูซิ
8. สอนด้วยการนำไปสัมพันธ์กับวิชาอื่น ๆ เช่น วิชาวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับการเพิ่มจำนวนแมลงหวี่ ซึ่งต้องอาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 8) เสนอหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ดังนี้

1. สอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ หรือ ได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิด และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และนำไปสู่ข้อสรุป
2. สอนให้นักเรียนเห็น โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์
3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือ ต้องคำนึงถึงเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน
4. สอนโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม อธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรม มาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้น หรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น
5. จัดกิจกรรมการสอน โดยคำนึงถึงประสบการณ์ และความรู้พื้นฐานของนักเรียน
6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล ฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวม เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น
7. สอนเพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยงสื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ

8. สอนเพื่อให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียน กับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

9. ครูควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของนักเรียน เพื่อจะได้จัดกิจกรรมการสอนให้ สอดคล้องกับนักเรียน

10. สอนให้นักเรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าคณิตศาสตร์ไม่ยากและ มีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. สังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของนักเรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้ คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักการสอนคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า หลักการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูต้องคำนึงถึง ได้แก่ ครูจะต้องคำนึงถึงการจัดการเรียน การสอนที่สอดคล้องกับประสบการณ์ ความรู้พื้นฐาน และศักยภาพของนักเรียน การสอนควรเลือก สอนจากเรื่องที่ยากก่อนสอนเรื่องที่ยาก สอนให้ตรงตามเนื้อหาและสอนให้นักเรียน ได้เข้าใจถึง พื้นฐานของคณิตศาสตร์และเน้นการฝึกฝนทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ฝึกการสังเกต การคิด วิเคราะห์ คิดตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล การสอนต้องทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ เห็น โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียน รู้คุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ ทักษะ ไปใช้ในชีวิตประจำวันและใช้เป็น เครื่องมือในการเรียนรู้วิชาอื่น ๆ ได้ และสอนด้วยหลักจิตวิทยา สร้างแรงจูงใจ เสริมกำลังใจ ให้นักเรียนสนุกสนานกับการเรียนคณิตศาสตร์

#### จิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์

จิตวิทยาการสอนมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนและช่วยส่งผลให้การเรียนรู้ ของนักเรียนประสบความสำเร็จได้มากยิ่งขึ้น ครูจึงควรเรียนรู้จิตวิทยาเกี่ยวกับการสอนเพื่อนำมา ประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอนและช่วยให้ครูสามารถคาดเดาพฤติกรรมและควบคุม พฤติกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงจิตวิทยา การสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ยูพิน พิพิชกุล (2539, หน้า 6) ได้กล่าวว่า ปัจจุบันการเรียนการสอนเป็นเรื่องที่ควบคู่ กันไปโดยนักเรียนและครูจะมีกิจกรรมร่วมกัน ดังนั้นครูต้องศึกษาจิตวิทยาเกี่ยวกับนักเรียน ดังนี้

#### 1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual differences)

นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจ และลักษณะนิสัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนบางคนมีสติปัญญาดี สามารถทำโจทย์ได้ คล่องแคล่ว แต่บางคนไม่สามารถทำโจทย์นั้นได้ ครูจะต้องให้กำลังใจแก่นักเรียน ไม่กล่าวสิ่งใด

ที่ทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย นักเรียนที่เรียนดีก็ส่งเสริมให้ก้าวหน้าไป นักเรียนที่เรียนซ้าก็จัด บทเรียนให้เหมาะสม และช่วยสอนซ่อมเสริมตามเวลาและโอกาส ครูควรพิจารณาในเรื่องต่อไปนี้

- 1.1 ศึกษา นักเรียนว่าแต่ละคนมีคุณสมบัติในการเรียนรู้ได้อย่างไร
- 1.2 รู้จักวินิจฉัยว่าแต่ละคนประสบปัญหาและเกิดความยากลำบากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างไร
- 1.3 สามารถวางโครงการสอน ให้แก่นักเรียนที่เรียนเก่งและเรียนอ่อน
- 1.4 รู้จักหาวิธีที่แปลก ๆ ใหม่ ๆ มาสอนนักเรียนที่แตกต่างกัน
- 1.5 ครูควรรู้จักสร้างหน่วยบทเรียนที่จะเสริมสร้างความรู้ของนักเรียนหรือทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะ รู้จักหาความรู้เพิ่มเติมจากเอกสารต่าง ๆ
- 1.6 ครูจะต้องมีความอดทน ขยันใฝ่หาความรู้ เสียสละเวลา จึงจะสามารถสนองความต้องการของนักเรียนที่มีสติปัญญาแตกต่างกัน

## 2. จิตวิทยาในการเรียนรู้ (Psychology of learning)

การเรียนรู้เป็นกระบวนการแห่งพัฒนาการ นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเพื่อให้เข้าใจในเรื่องการเรียนรู้ โดยกล่าวเป็นเรื่อง ๆ ดังนี้

2.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใดประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก เขาก็อยากรู้ อยากเห็น และอยากคิดออกมาให้ได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็นการลองผิดลองถูก แต่เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์นั้นอีกครั้งเขาสามารถตอบแทนทันทีแสดงว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้ขึ้น

2.2 การถ่ายทอดการเรียนรู้ นักเรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง โดยครูควรจะฝึกนักเรียนให้รู้จักสังเกตรูปแบบของสิ่งที่คล้ายคลึงกัน นำเรื่องที่เคยเรียนผ่านมาแล้ว มาเปรียบเทียบหรือใช้กับสิ่งที่ต้องเรียนใหม่ ควรให้นักเรียนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง จะทำให้นักเรียนเข้าใจ และจำได้นาน การถ่ายทอดความรู้จะสำเร็จมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครูด้วย

2.3 ธรรมชาติของการเรียนรู้ นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้นั้นนักเรียนจะต้องรู้จักประสงค์ในการเรียนในบทเรียนแต่ละบท นักเรียนรู้จักสัมพันธ์ความคิด โดยครูจะต้องพยายามทบทวนเนื้อหาให้ครบและเหมาะสมกับเวลา นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกัน หรือเปรียบเทียบกัน เพื่อนำไปสู่การค้นพบ นักเรียนต้องเรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ได้ ครูต้องมีปฏิภาณ สมองใจ รู้จักการนำไปสู่ข้อสรุป นักเรียนควรจะมีวิธีเรียน และครู

ควรเสริมกำลังใจให้นักเรียน ไม่ควรทำโทษนักเรียนเพราะจะทำให้ให้นักเรียนเบื่อหน่ายการเรียน  
คณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น

### 3. จิตวิทยาในการฝึก (Psychology of drill)

การฝึกนั้นเป็นสิ่งจำเป็น ครูควรพิจารณาในการฝึกให้เหมาะสม ซึ่งมีลักษณะ ดังนี้

3.1 การฝึกแบบรายบุคคล

3.2 การฝึกทีละเรื่อง เมื่อจบบทเรียนก็ควรจะฝึกทบทวนอีกครั้ง

3.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัดของนักเรียนเพื่อประเมินนักเรียนและตัวครู

3.4 แบบฝึกหัดคล้องกับบทเรียน

3.5 แบบฝึกหัดนั้นควรฝึกในหลาย ๆ ด้าน

3.6 การให้แบบฝึกหัดต้องคำนึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3.7 ก่อนทำแบบฝึกหัดต้องมั่นใจว่านักเรียนมีความเข้าใจเรื่องนั้นดีแล้ว ไม่ปล่อยให้ทำตามตัวอย่างที่ครูได้สอนไป

3.8 ตระหนักถึง ควรฝึกอย่างไร นักเรียนจึงคิดเป็น ไม่ใช่คิดตาม

### 4. การเรียนโดยการกระทำ (Learning by doing)

ตามแนวคิดของ จอน ดิวอี้ (Jhon Dewey) ให้นักเรียนได้ลงมือทดลอง ปฏิบัติด้วยตนเอง

### 5. ความพร้อม (Readiness)

ครูต้องสำรวจความพร้อมของนักเรียน เพราะนักเรียนมีพื้นฐานที่แตกต่างกัน ครูอาจจะจัดทดสอบก่อนเรียน

### 6. แรงจูงใจ (Motivation)

ครูต้องเป็นผู้สร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากเรียนคณิตศาสตร์ โดยครูคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อให้ นักเรียนแต่ละคนประสบความสำเร็จ เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จแล้วจะรู้สึกพอใจ แล้วจะมีกำลังใจ มีแรงจูงใจ ที่จะเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

### 7. การเสริมกำลังใจ (Reinforcement)

ครูเลือกใช้การเสริมกำลังใจให้เหมาะสมแก่กาลเทศะ จะเป็นกำลังใจให้กับนักเรียนในการเรียนต่อไป

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 7-8) กล่าวว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างประสบความสำเร็จ นอกจากปัจจัยภายนอกตัวนักเรียนแล้วยังมีปัจจัยเชิงจิตวิทยาภายในตัวของนักเรียนด้วย ที่จะช่วยส่งเสริมให้การเรียนบรรลุจุดหมาย ปัจจัยภายในตัวนักเรียนที่สำคัญได้แก่ ความพร้อม เจตคติ แรงจูงใจ ความวิตกกังวล รวมทั้งสิ่งที่ครูควรตระหนัก ได้แก่

ความแตกต่างระหว่างบุคคล ครูต้องตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนว่ามีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์ ลักษณะนิสัย และสภาพแวดล้อม ตลอดจนพื้นฐานความรู้เดิม

การเรียนรู้โดยการกระทำ ถ้านักเรียนสามารถได้ลงมือปฏิบัติ ทดลอง ใช้รูปธรรมอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรม ได้เห็นของเท็จจริง ได้ลงมือกระทำด้วยตนเอง จะทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจและจดจำได้นาน จะได้รับความคิดรวบยอดและเชื่อมโยงไปสู่เรื่องราวต่อไปได้

การเสริมกำลังใจ เป็นสิ่งสำคัญ ทำให้นักเรียนมีกำลังใจ มีความเชื่อมั่น กล้าคิด กล้าตอบ กล้าที่จะลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะทาง

รุ่ง เจนจิต (2537, หน้า 152-212) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับจิตวิทยาการเรียนรู้กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างประสบความสำเร็จ นอกจากปัจจัยภายนอกตัวนักเรียนแล้วยังมีปัจจัยภายในตัวนักเรียนอีกหลายปัจจัยที่อาจเป็นตัวชะลอหรือตัวส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนปัจจัยภายในตัวนักเรียนที่สำคัญ ได้แก่ เจตคติ ความพร้อม แรงจูงใจ ความวิตกกังวล ความแตกต่างระหว่างนักเรียน
2. การเข้าใจธรรมชาติของปัจจัยเชิงจิตวิทยาภายในตัวนักเรียนช่วยให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประสบความสำเร็จมากขึ้น
3. ในกลุ่มของนักจิตวิทยาการศึกษาด้วยกันมีความเชื่อเกี่ยวกับวิธีการเรียนรู้แตกต่างกัน ความเชื่อดังกล่าวเป็นพื้นฐานที่มีอิทธิพลต่อการทดลองศึกษารูปแบบการเรียนรู้
4. ความเชื่อของแต่ละกลุ่มของนักจิตวิทยาการศึกษาส่งผลต่อนวัตกรรมและเทคโนโลยีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่างกันออกไป
5. ปัจจุบันยังไม่มีทฤษฎีทางจิตวิทยาการเรียนรู้ใดที่อาจสรุปได้ว่าเป็นทฤษฎีที่เหมาะสมที่สุดในทุก ๆ สภาวะ

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับจิตวิทยาการสอนคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างประสบความสำเร็จนั้นส่วนหนึ่งมาจากการรู้ เข้าใจในพฤติกรรม และความต้องการของนักเรียน ครูควรศึกษาและทำความเข้าใจถึงจิตวิทยาการเรียนรู้แล้วนำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งจิตวิทยาการเรียนรู้ที่ควรคำนึงถึง ได้แก่ ความแตกต่างระหว่างบุคคลว่ามีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา จิตใจ อารมณ์ ลักษณะนิสัย และสภาพแวดล้อม ตลอดจนพื้นฐานความรู้เดิม การเข้าใจธรรมชาติของการเรียนรู้ของนักเรียน การเสริมกำลังใจเมื่อนักเรียนแสดงความสามารถออกมา

และคำนึงถึงปัจจัยเชิงจิตวิทยาภายในตัวของนักเรียนด้วย เช่น เจตคติ ความวิตกกังวลในการเรียน เป็นต้น

### การเรียนรู้เชิงรุก

Active learning เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ยังไม่มีการบัญญัติคำศัพท์ใด ๆ ในภาษาไทยที่มีความหมายชัดเจนและครอบคลุม ดังนั้นจึงมีการใช้ Active learning ในหลายคำด้วยกัน อาทิ เช่น การเรียนรู้เชิงปฏิบัติ (อัมพิกา ภูเดช, 2541) การเรียนรู้โดยองค์รวม (สุจินดา ขจรรุ่งศิลป์, 2542) การเรียนรู้ที่กระตือรือร้น (มนัส บุญประกอบ, ณสรณ์ ผลโลก, กาญจนา ชูครวงศ์, ประมวล ศิริพันธ์ และพรณี บุญประกอบ, 2543; ศิริพร มโนพิเชษฐวัฒนา, 2547) การเรียนแบบใฝ่รู้ (บัญญัติ ชำนาญกิจ, 2549; พรเทพ ฐัฒน, 2549) การเรียนการสอนเชิงรุก (อุษณีย์ เทพวรชัย, 2543) และการเรียนรู้เชิงรุก (ปราวีณา สุวรรณณัฐโชติ, ม.ป.ป.; คงรัฐ นวลแบ่ง, 2554) โดยในการตรวจเอกสาร และศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องของงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้คำว่า การเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งการเรียนรู้เชิงรุกเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มีมาตั้งแต่สมัยโซเครตีส (Socrates) และยังเป็นแนวคิดที่มีพื้นฐานมาจากแนวคิดของคิวอี้ที่มีแนวความคิดว่าการจัดการเรียนรู้จะต้องจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้เรียนรู้โดยการลงมือกระทำ (Learning by doing) และยังเป็นหลักการเดียวกันกับที่เพียเจต์ได้นำมาใช้กับการจัดประสบการณ์ให้กับเด็กปฐมวัย โดยเน้นการปฏิบัติ (บัญญัติ ชำนาญกิจ, 2549, หน้า 3) และสอดคล้องกับ Silberman (1996, p. 1) ที่ได้ยกคำกล่าวอ้างหนึ่งที่มีมานานกว่า 2,400 ปี ที่ว่า “What I hear, I forget. What I see, I remember. What I do, I understand.” ซึ่งหมายถึง การเรียนนั้นถ้านักเรียนเพียงได้ยิน นักเรียนจะลืม ถ้านักเรียนได้เห็น นักเรียนจะจำได้ แต่ถ้านักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ นักเรียนจะเกิดความเข้าใจ

#### ความหมายของการเรียนรู้เชิงรุก

การเรียนรู้เชิงรุกจัดเป็นแนวคิดหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการเรียนรู้เชิงรุก ไว้ดังนี้

Meyers and Jones (1993, pp. 4-11) กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุกเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์ที่ลงมือกระทำและการได้แก้ปัญหา กิจกรรมการเรียนการสอนเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงออกเกี่ยวกับการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และการไตร่ตรองแนวคิดและความรู้ที่ได้รับ

อุษณีย์ เทพวรชัย (2541, หน้า 3) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้เชิงรุกว่า เป็นการสอนที่นักเรียนมีอิสระในการเรียนและมีการควบคุมตัวเองอยู่ในระดับสูง มีอิสระในการทำกิจกรรมและคิดโนสิ่งที่กำลังทำด้วย ซึ่งเป็นการฝึกการคิดขั้นสูง คือ คิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และประเมินค่า เป็น

การเรียนการสอนที่กำหนดให้นักเรียนพูดและเขียนเกี่ยวกับเรื่องที่กำลังเรียน มีการเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในอดีตและประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน นักเรียนแสวงหาข้อมูลข่าวสารเอง เพื่อนำไปสู่การแปลความและถ่ายทอดโดยต้องมีกระบวนการวิเคราะห์ สังเคราะห์ การประเมินค่าและการสะท้อนความคิด

ปรีชาญ เดชศรี (2545, หน้า 53) ได้ให้ความหมายของการเรียนรู้เชิงรุกว่า การเรียนรู้เชิงรุก หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มีกิจกรรมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติทั้งในเชิงทักษะต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นการทดลอง การสำรวจตรวจสอบ และปฏิบัติเพื่อพัฒนาเชาวน์ปัญญา เช่น การคิดแก้ปัญหา วิเคราะห์วิจารณ์ หรือการตัดสินใจเรื่องต่าง ๆ เพื่อแทนที่การเรียนการสอนที่ครูบอกเล่าให้นักเรียนได้ฟังเพียงด้านเดียว

บุหงา วัฒนะ (2546, หน้า 30-31) ได้นิยามเกี่ยวกับการเรียนรู้เชิงรุก ไว้ว่า เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างมีความหมาย โดยการร่วมมือระหว่างนักเรียนด้วยกัน ในการนี้ครูต้องลดบทบาทในการสอนและการให้ข้อความรู้แก่นักเรียนโดยตรงลง แต่ไปเพิ่มกระบวนการและกิจกรรมที่จะทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการจะทำกิจกรรมต่าง ๆ มากขึ้น และเพิ่มกระบวนการ กิจกรรมอย่างหลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ โดยการพูด การเขียน การอภิปรายกับเพื่อน ๆ

ศิริพร มโนพิเชษฐวัฒนา (2547, หน้า 25) กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนได้มีบทบาทในการรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเองอย่างกระปรี้กระเปร่า โดยการลงมือทำและคิดสิ่งที่ตนกำลังทำ จากข้อมูลหรือกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับผ่านทาง การอ่าน พูด ฟัง คิด เขียน อภิปราย แก้ปัญหาและมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เพื่อทดแทนการสอนแบบบรรยาย

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, หน้า 4) กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนการสอนที่นักเรียนจะต้องค้นหาเนื้อเรื่องเพื่อก่อให้เกิดองค์ความรู้ โดยการพูดคุย การเขียน การอ่าน หรือการตั้งคำถาม หรือการเรียนการสอนที่นักเรียนมีการเคลื่อนไหว อาจให้นักเรียนทำงานคนเดียว เป็นกลุ่มเล็กหรือกลุ่มใหญ่ก็ได้

พรเทพ ฐิ์แผน (2549, หน้า 5) กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้คิดและลงมือกระทำ (Learning by thinking and doing) เพื่อแสวงหาความรู้ในสิ่งที่สนใจ หรือมีข้อสงสัย จนกระทั่งได้คำตอบซึ่งถือว่าเป็นความรู้ที่นักเรียนสร้างขึ้นด้วยตนเอง การจัดการเรียนรู้แบบนี้จึงช่วยสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ที่ทำทนายนักเรียน สร้างความกระตือรือร้น และความมีชีวิตชีวาให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี



ปราวีณา สุวรรณัฐโชติ (ม.ป.ป., หน้า 1) กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน ดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ซึ่งเป็นวิธีการเรียนรู้ในระดับลึก นักเรียนจะสร้างความเข้าใจและค้นหาความหมายของเนื้อหาสาระโดยเชื่อมกับประสบการณ์เดิมที่มี แยกแยะความรู้ใหม่ที่ได้รับกับความรู้เก่าที่มี สามารถประเมิน ต่อเติมและสร้างแนวคิดของตนเองซึ่งเรียกว่ามีการเรียนรู้เกิดขึ้น ซึ่งแตกต่างจากวิธีการเรียนรู้ในระดับผิวเผิน ซึ่งเน้นการรับข้อมูลและจดจำข้อมูลเท่านั้น นักเรียนลักษณะนี้จะเป็นนักเรียนที่เรียนรู้วิธีการเรียน (Learning how to learn) เป็นนักเรียนที่กระตือรือร้นและมีทักษะที่สามารถเลือกรับ ข้อมูลวิเคราะห์ และสังเคราะห์ข้อมูลได้อย่างมีระบบ

ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ (ม.ป.ป., หน้า 1) กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนที่เน้นให้นักเรียนได้ปฏิบัติ และสร้างความรู้จากสิ่งที่ปฏิบัติในระหว่างการเรียนการสอน โดยเน้นการพัฒนาทักษะ ความสามารถที่ตรงกับพื้นฐานความรู้เดิม ส่งผลให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมที่มี จากการปฏิบัติและความต้องการของนักเรียนเป็นสำคัญ

คงรัฐ นวลแปง (2554, หน้า 50) ให้ความหมายของการเรียนรู้เชิงรุกว่า เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนต้องรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเองอย่างกระตือรือร้น โดยการลงมือกระทำและสะท้อนคิด สิ่งที่ตนกำลังกระทำจากข้อมูลหรือกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับผ่านการอ่าน พูด ฟัง คิด เขียน เพื่อนำไปสู่การแปลความและถ่ายทอด โดยต้องมีกระบวนการวิเคราะห์ การประเมินค่า และการสะท้อนคิด

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการเรียนรู้เชิงรุกในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นแนวคิดที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้นจากประสบการณ์ที่ลงมือกระทำ แก้ปัญหา แสดงแนวคิดที่สมเหตุสมผล ที่ต้องใช้กระบวนการวิเคราะห์ รวมทั้งการสะท้อนความคิด โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ คอยจัดกิจกรรมที่หลากหลายและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงออกเกี่ยวกับการพูด การเขียน และการไตร่ตรองแนวคิดหรือความรู้ที่ได้รับ

#### **ลักษณะของการเรียนรู้เชิงรุก**

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวคิดการเรียนรู้เชิงรุก มีความจำเป็นที่ครูต้องเรียนรู้และทำความเข้าใจถึงลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เพื่อนำไปใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนให้เป็นไปตามแนวคิดการเรียนรู้เชิงรุกอย่างแท้จริง ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของการเรียนรู้เชิงรุกไว้ ดังนี้

Bonwell and Eison (1991, p. 2) กล่าวถึง ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. นักเรียนมีส่วนร่วมในชั้นเรียนโดยลงมือกระทำมากกว่านั่งฟังเพียงอย่างเดียว

2. การเรียนรู้ที่มุ่งลดการถ่ายทอดองค์ความรู้จากครูสู่นักเรียนให้น้อยลง และมีการพัฒนาทักษะให้เกิดกับตัวนักเรียน

3. นักเรียนได้พัฒนาการคิดระดับสูงในการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผลการนำไปใช้

4. นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่น การอ่าน การอภิปราย การเขียน

5. ให้ความสำคัญกับการสำรวจเจตคติและคุณค่าของการเรียนที่อยู่ในตัวของนักเรียน

Meyers and Jones (1993, p. xi) กล่าวถึง การเรียนรู้เชิงรุกว่า การเรียนรู้เชิงรุกมาจากข้อสมมติฐานพื้นฐาน 2 ประการที่ว่า 1) การเรียนรู้ คือ โดยธรรมชาติของความพยายามที่ปฏิบัติการ และ 2) บุคคลแต่ละบุคคลมีความแตกต่างกันจึงมีวิธีการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ผลจากข้อสมมติฐานในข้างต้นจึงมีการสอน 2 ลักษณะ คือ 1) นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีที่สุดเมื่อได้ลงมือปฏิบัติ และ 2) ครูต้องมีการจัดการเรียนการสอนให้กับนักเรียนอย่างหลากหลายรูปแบบ

Silberman (1996, p. xi) กล่าวถึง ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. มีปฏิสัมพันธ์ นักเรียนมีการพูดคุยกับเพื่อนร่วมชั้น สร้างความร่วมมือกัน และสร้างการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน

2. มีการเรียนรู้ที่เกิดจากประสบการณ์ของนักเรียน

3. นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน

Sherman and Sherman (2004, p. 22) ได้กล่าวถึงความแตกต่างของลักษณะการจัดการเรียนรู้ระหว่างการเรียนรู้เชิงรุกที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ กับการเรียนรู้ที่ครูเป็นสำคัญ ดังตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 ความแตกต่างของลักษณะการจัดการเรียนรู้เชิงรุกกับการเรียนรู้ที่ครูเป็นสำคัญ

ประเด็น	การเรียนรู้เชิงรุกที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ	การเรียนรู้ที่ครูเป็นสำคัญ
หลักสูตร	- เน้นการสร้างมโนทัศน์	- เน้นทักษะพื้นฐานเพียงอย่างเดียว
ทักษะ	- เน้นทักษะการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา	- คาดหวังกับคำตอบของนักเรียน
การคิด	- เน้นการคิดระดับสูง	- เน้นเนื้อหา ทฤษฎี
	- ตรวจสอบทักษะการคิดจากการทำงาน ของนักเรียน	- เรียนเป็นรายบุคคล หรือทั้ง ห้องเรียน
	- เรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มใหญ่ และ รายบุคคล	

## ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

ประเด็น	การเรียนรู้เชิงรุกที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ	การเรียนรู้ที่ครูเป็นสำคัญ
วิธีการ	- ประเมินจากแฟ้มสะสมผลงาน โครงการงาน	- ใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ
ประเมินผล	นิทรรศการ และสังเกตการทำงานของนักเรียน	เติมคำในช่องว่าง เลือกถูกผิด
	- ประเมินโดยใช้แบบทดสอบที่เหมาะสม	- เน้นการหาคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

บุหงา วัฒนะ (2546, หน้า 33) อธิบายว่า การที่จะตัดสินว่าเป็นการจัดการเรียนรู้เชิงรุกได้ก็ต่อเมื่อ

1. มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างนักเรียนกับครู
2. มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างนักเรียนด้วยกัน
3. บรรลุผลสำเร็จทางด้านวิชาการ
4. เกิดทักษะการติดต่อสื่อสารระหว่างกัน
5. มีการพัฒนาทักษะกระบวนการคิดไปสู่ในระดับที่สูงขึ้น
6. เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาที่เรียนและเกิดแรงจูงใจต่อการเรียนรู้

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, หน้า 4-5) กล่าวถึง ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน
2. นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้
3. นักเรียนได้พัฒนาทักษะการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง
4. นักเรียนรู้หน้าที่ วิธีการศึกษา และการทำงานในวิชาที่เรียนให้สำเร็จ
5. นักเรียนต้องอ่าน พูด ฟัง คิด และเขียน อย่างกระตือรือร้น
6. นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง คือ วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า
7. นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนรู้ กระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรม
8. นักเรียนมีโอกาสประยุกต์ข้อมูล สารสนเทศ มโนทัศน์ หรือทักษะใหม่ ๆ ใน

การเรียนรู้

9. ความรู้เกิดจากประสบการณ์และการสร้างความรู้โดยนักเรียน
10. ครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

อรนุช ลิมตศิริ (2555, หน้า 75) กล่าวถึง ลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ว่า เป็นการจัดกิจกรรมที่นักเรียนเป็นผู้ลงมือกระทำหรือปฏิบัติด้วยตนเองอย่างกระตือรือร้น นักเรียนเรียนจากประสบการณ์ตรง ผึกคิด แก้ปัญหา เรียนรู้จากการใช้ประสาทสัมผัสต่าง ๆ โดยครูมีบทบาทในการเตรียมบรรยากาศ การเรียนรู้ จัดสื่อการเรียนการสอน ใช้การเสริมแรง ให้คำปรึกษา แนะนำ และสรุปการเรียนรู้ร่วมกับนักเรียน

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2556, หน้า 81-82) กล่าวถึง ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. เป็นการเรียนรู้ที่มุ่งลดการถ่ายทอดความรู้จากครูสู่นักเรียนให้น้อยลง และพัฒนาทักษะให้เกิดขึ้นกับนักเรียน
  2. นักเรียนมีส่วนร่วมในชั้นเรียน โดยลงมือทำมากกว่านั่งฟังเพียงอย่างเดียว
  3. นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่น อ่าน อภิปราย เขียน เป็นต้น
  4. เน้นการสำรวจเจตคติและคุณค่าที่มีอยู่ในนักเรียน
  5. นักเรียนพัฒนาความคิดระดับสูงในการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผลการนำไปใช้
  6. นักเรียนและครูรับข้อมูลป้อนกลับจากการสะท้อนความคิดได้ อย่างรวดเร็ว
- จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า ลักษณะของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก จะลดการถ่ายทอดความรู้จากครูสู่นักเรียนให้น้อยลง สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกจัดการเรียนรู้เชิงรุกในลักษณะของครูจะเป็นผู้คอยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน มีการลงมือปฏิบัติ เกิดปฏิสัมพันธ์ที่ดีในการเรียนรู้ นักเรียนได้อ่าน พุด คิด เขียน และพัฒนาการคิด การแก้ปัญหา จนนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาที่เรียนและเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ต่อไป และในด้านวิธีการประเมินผล จะประเมินจากสภาพจริง โดยประเมินจากผลงาน การสังเกตการทำงานของนักเรียน

#### องค์ประกอบของการเรียนรู้เชิงรุก

การนำแนวคิดการเรียนรู้เชิงรุกมาใช้ในการเรียนการสอน จำเป็นจะต้องมีองค์ประกอบที่สำคัญ ๆ หลายส่วนมาประกอบกันจึงจะทำให้เกิดการเรียนรู้เชิงรุกขึ้นได้ ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่สำคัญไว้ ดังนี้

Meyers and Jones (1993, pp. 19-20) กล่าวถึง องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกว่า ประกอบด้วยปัจจัยที่มีความเกี่ยวข้องกัน 3 ประการ ได้แก่

1. ปัจจัยพื้นฐาน (Basic elements) มี 4 ด้าน ที่เป็นการเปิด โอกาสให้นักเรียนได้ แสดงออก ดังนี้

1.1 การพูดและการฟัง (Talking and listening) ให้นักเรียนได้ค้นหาความหมายของ สิ่งที่เรียน ฝึกการแก้ปัญหา จากการพูดคุยกันและการฟังจากเพื่อนๆในห้องเรียน

1.2 การอ่าน (Read) ให้นักเรียนได้อ่าน ค้นคว้าเอกสารที่เป็นข้อมูลและความรู้ต่าง ๆ

1.3 การเขียน (Write) ให้นักเรียนได้เขียนบันทึก สรุปสิ่งที่เรียนรู้เป็นข้อมูลด้วยภาษา ของนักเรียนเอง ช่วยพัฒนาความสามารถในการเน้นสาระสำคัญ

1.4 การสะท้อนแนวคิด ความรู้ที่ได้รับไปแล้ว (Reflect) จะช่วยให้นักเรียนได้นำสิ่ง ที่เรียนรู้ไปแล้วมาเชื่อมโยงกับสิ่งที่รู้มาก่อน หรือนำความรู้ที่ได้รับไปเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน หรือการให้นักเรียนได้ใช้เวลาในการคิดและบอกให้ผู้อื่นได้รู้ว่าตนได้เรียนรู้อะไรบ้าง

2. กลวิธีในการเรียนการสอน (Learning strategies) ซึ่งครูสามารถใช้วิธีการ และเทคนิค ต่าง ๆ ที่หลากหลายมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เช่น กลุ่มเล็ก ๆ (Small groups) การทำงาน แบบร่วมแรงร่วมใจ (Cooperative work) กรณีศึกษา (Case studies) สถานการณ์จำลอง (Simulations) การอภิปราย (Discussion) การแก้ปัญหา (Problem solving) และการเขียนบันทึก การเรียนรู้ (Journal writing)

3. ทรัพยากรทางการสอน (Teaching resources) ครูจะต้องจัดหาแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้า เช่น การอ่าน การกำหนดการบ้าน วิทยากรจากภายนอก การใช้ เทคโนโลยีในการสอน การเตรียมอุปกรณ์การศึกษา และโทรทัศน์ทางการศึกษา

Fink (1999, pp. 1-2) กล่าวถึงส่วนประกอบของการเรียนรู้เชิงรุกมี 2 ส่วน คือ การสนทนาสื่อสาร และประสบการณ์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การสนทนาสื่อสาร แบ่งเป็นส่วนประกอบย่อย 2 ส่วน คือ

1.1 การสนทนากับตัวเอง (Dialogue with self) เพื่อให้นักเรียนได้สะท้อนความคิด ถามตนเองว่าคิดอะไรหรือควรคิดอะไร มีความรู้สึกอย่างไรต่อหัวข้อนี้ และครูก็สมารถใช้การถาม คำถามช่วย ให้นักเรียนได้เรียนรู้ หรือเพิ่มประสบการณ์ นักเรียนควรเขียนเกี่ยวกับว่ากำลังเรียนอะไร เรียนอย่างไร สิ่งที่เราเรียนนี้มีบทบาทอย่างไรในชีวิตประจำวัน การเรียนเหล่านี้ทำให้นักเรียนรู้สึก อย่างไร

1.2 การสนทนาสื่อสารกับผู้อื่น (Dialogue with others) การอ่านตำรา หรือฟังคำ บรรยาย ในการสอนแบบเดิมนั้นนักเรียนจะถูกจำกัดกรอบความคิด ไม่มีการแลกเปลี่ยน ความคิดเห็นกับผู้อื่น ขาดความมีชีวิตชีวาในการสนทนาสื่อสาร หากครูมอบหมายให้อภิปรายกลุ่ม

ย่อในหัวข้อที่น่าสนใจในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก จะช่วยสร้างสรรค์สถานการณ์ในการสนทนา สื่อสารให้มีชีวิตชีวาได้

## 2. ประสบการณ์ แบ่งเป็นส่วนประกอบย่อย 2 ส่วน คือ

2.1 ประสบการณ์ที่ได้จากการลงมือกระทำ (Experience of doing) เป็นประสบการณ์ที่เกิดขึ้นโดยตรงจากการออกแบบการสร้าง ออกแบบการทดลอง การจัดการการทดลอง การวิจารณ์งานเขียน การเยี่ยมชมสถานที่ แหล่งประวัติศาสตร์ การนำเสนอปากเปล่า หรือประสบการณ์จากทางอ้อมที่เกิดจาก กรณีศึกษา บทบาทสมมติ กิจกรรมสถานการณ์จำลอง ฯลฯ

2.2 ประสบการณ์ที่ได้จากการสังเกต (Experience of observing) การที่นักเรียนเฝ้ามองหรือฟังคนอื่น ในสิ่งที่มีความสัมพันธ์กับหัวข้อที่กำลังศึกษาอยู่ โดยอาจเป็นการสังเกตโดยตรงจากสิ่งที่เกิดขึ้นจริง หรือจากการสังเกตสถานการณ์จำลอง จะทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ที่มีคุณค่า

อัมพิกา ภูเศษ (2541, หน้า 58) อธิบายว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกต้องมีส่วนประกอบ ดังนี้

1. การมีวัสดุ อุปกรณ์ เครื่องมือ ที่เป็นของจริงที่ครูหาให้สำหรับนักเรียนแต่ละคน ให้นักเรียนก่อสร้าง ทำโครงการสร้าง สร้างสรรค์และแก้ปัญหา
2. การมีโอกาสสำหรับการใช้มือ สัมผัสจริง นักเรียนทำงานอย่างคล่องแคล่ว กับวัสดุ อุปกรณ์ เครื่องมือ
3. มีตัวเลือกสำหรับนักเรียน นักเรียนเลือกกิจกรรมของตนเอง ครูให้นักเรียนเลือกกิจกรรมงานย่อย หรือแก้ปัญหาคด้วยวิธีการของแต่ละบุคคล
4. ภาษาจากนักเรียน นักเรียนพูดเกี่ยวกับสิ่งที่กำลังทำกับครูและเพื่อน
5. การสนับสนุนของครู ครูใช้กลยุทธ์หลากหลายเพื่อสนับสนุนความพยายามของนักเรียนและกระตุ้นนักเรียนให้ลงมือทำในสิ่งที่ท้าทายในระยะยาว

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมีหลายองค์ประกอบที่สำคัญ ทั้งตัวครู ตัวนักเรียน และสิ่งแวดล้อม สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยจัดแบ่งองค์ประกอบของการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. การได้รับการสนับสนุนและความช่วยเหลือจากครู ด้วยการสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความพยายามและกระตุ้นนักเรียนให้ลงมือทำสิ่งที่ท้าทาย คอยช่วยเหลือให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จัดหาอุปกรณ์ สื่อการเรียน

2. ปัจจัยพื้นฐานของการสอน ให้นักเรียนมีโอกาสได้แสดงออก ผ่านการพูดและการฟัง การอ่าน การเขียน การสะท้อนความคิด

3. กลวิธีในการเรียนรู้ ให้นักเรียนมีโอกาสได้สนทนา ตั้งคำถามกับตนเอง และสนทนากับผู้อื่น ให้นักเรียนมีประสบการณ์จากการได้ลงมือปฏิบัติหรือจากการสังเกตผู้อื่นที่มีความเกี่ยวข้องกับสิ่งที่กำลังเรียน โดยครูใช้การแบ่งกลุ่มเล็ก ๆ หรือมอบหมายเป็นการศึกษาแบบรายบุคคล เพื่อศึกษาจากกรณีศึกษา การอภิปราย การแก้ปัญหา การเขียนบันทึกในสิ่งที่มีความสนใจ และให้นักเรียนนำประสบการณ์เดิมของตนมาพัฒนาเป็นองค์ความรู้

4. ทรัพยากรในการสอน จะต้องมียแหล่งข้อมูลที่หลากหลายให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้า และลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ได้แก่ การอ่าน การให้การบ้าน การใช้เทคโนโลยีในการสอน การเตรียมอุปกรณ์การเรียนการสอน

#### ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

การเรียนรู้เชิงรุกเป็นอีกแนวคิดหนึ่งในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

Hazzan, Lapidot, and Ragonis (2011, pp. 17-18) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กระตุ้น (Trigger) เป็นการแนะนำหัวข้อและสิ่งที่จะได้จากการเรียนรู้หรือการมอบหมายงาน การกระตุ้นควรสร้างและส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมายและเกี่ยวข้องกับนักเรียน และเพื่อให้ประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นควรเพิ่มความหลากหลายของการตั้งคำถาม การสร้างข้อขัดแย้ง ทศนคติและการรับรู้ ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์หลักของการกระตุ้น

ขั้นที่ 2 กิจกรรม (Activity) ในขั้นนี้นักเรียนจะได้ปฏิบัติงานตามที่ครูได้กระตุ้นไว้ ช่วงเวลาในขั้นนี้อาจสั้น ๆ หรือว่ายาวนานและใช้เวลาเป็นส่วนใหญ่ของบทเรียน การปฏิบัติงานสามารถมอบหมายให้ทำเป็นรายบุคคล เป็นคู่ หรือเป็นแบบกลุ่มเล็ก ๆ

ขั้นที่ 3 อภิปราย (Discussion) เป็นการรวบรวมสิ่งที่ได้เรียนรู้ หัวข้อ แนวความคิดที่เกิดจากการปฏิบัติกิจกรรมแล้วนำเสนอหน้าชั้นเรียนและมีการร่วมกันอภิปรายข้อความรู้นั้นทั้งห้องเรียน ในขั้นนี้นักเรียนจะได้ปรับแต่งความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ข้อความรู้และทัศนคติของตนเอง

ขั้นที่ 4 สรุป (Summary) ครูเน้น และสรุปความคิด หลักการ ที่สำคัญเกิดจากการอภิปราย ในขั้นก่อนหน้านี้ที่หน้าชั้นเรียน

ศิริพร มโนพิชชววัฒนา (2547, หน้า 84-85) กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้  
 ขั้นที่ 1 ชี้นำเข้าสู่หน่วยการเรียนรู้ เป็นขั้นเตรียมความพร้อมของนักเรียนโดยการสร้าง  
 แรงจูงใจในการเรียนรู้ทบทวนความรู้เดิม หรือมโนทัศน์ที่จำเป็นต้องเป็นฐานสำหรับความรู้ใหม่  
 และนำหัวข้อเรื่องที่จะเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นกิจกรรมชี้นำประสบการณ์ เป็นการเสนอสถานการณ์ด้วยกิจกรรมที่น่าสนใจ  
 สัมพันธ์กับประสบการณ์ของนักเรียน และเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน  
 กิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจะรวมถึงการได้สนทนาสื่อสาร และการได้รับประสบการณ์ ดังนี้

- สนทนาสื่อสารกับตนเอง ด้วยกิจกรรมการอ่าน/ การเขียนที่กระตือรือร้น และการเขียน  
 แผนผังมโนทัศน์

- สนทนาสื่อสารกับผู้อื่น ด้วยกิจกรรมอภิปรายกลุ่ม การเรียนแบบร่วมแรงร่วมใจ  
 และเกม

- ประสบการณ์จากการลงมือกระทำด้วยกิจกรรมปฏิบัติการทักษะพื้นฐานการทดลอง  
 และการสืบสอบ

- ประสบการณ์จากการสังเกตกับเหตุการณ์จริงโดยตรง หรือ โดยอ้อม ด้วยกิจกรรมละคร  
 บทบาทสมมติสถานการณ์จำลอง การใช้กรณีศึกษา และการศึกษานอกสถานที่

ขั้นที่ 3 ขั้นกิจกรรมสรุปเชื่อมโยง และประยุกต์ใช้ เน้นให้นักเรียนฝึกทักษะและนำ  
 ความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ โดยนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิด หลักการ และมโนทัศน์ของ  
 เนื้อหาในบทเรียน เพื่อนักเรียนจะได้นำมโนทัศน์และหลักการดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหาใน  
 สถานการณ์ใหม่ต่อไป เป็นการบูรณาการประสบการณ์ มโนทัศน์หลักการ และกฎเกณฑ์  
 สู่การสร้างมโนทัศน์ที่มีความหมายและกระฉ่างยิ่งขึ้น ซึ่งสมาชิกในกลุ่มจะร่วมกันแก้สถานการณ์  
 ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผล เป็นการประเมินเพื่อปรับปรุงและพัฒนา นักเรียน โดยใช้  
 การประเมินผลตามสภาพจริง เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดไตร่ตรองในสิ่งที่เรียนรู้ (Reflect)  
 และประเมินความคิดนั้นของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง

สำนักงานสภาพัฒนาการศึกษาระดับชาติ (ม.ป.ป. อ้างถึงใน บัญญัติ ชำนาญกิจ, 2549) กล่าวว่า  
 ได้วิเคราะห์กระบวนการเรียนรู้เชิงรุกไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นแลกเปลี่ยนประสบการณ์ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูพยายามกระตุ้นให้นักเรียนดึง  
 ประสบการณ์เดิมของตนมาเชื่อมโยงหรืออธิบายประสบการณ์หรือเหตุการณ์ใหม่ แล้วนำไปสู่



การขบคิดเพื่อเกิดข้อสรุปหรือองค์ความรู้ใหม่ และแบ่งปันประสบการณ์ของตนกับผู้อื่น เป็นการรวบรวมมวลประสบการณ์ที่หลากหลายจากแต่ละคน เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ร่วมกัน

2. **ขั้นสร้างองค์ความรู้ร่วมกัน** ขั้นนี้ทำให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ สร้างสรรค์ มวลประสบการณ์ ข้อมูลความคิดเห็น ฯลฯ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถ่องแท้ชัดเจน หรือเกิดข้อสรุป/ องค์ความรู้ใหม่ หรือตรวจสอบ/ ปรับ/ เปลี่ยนความคิดความเชื่อของตนเอง กิจกรรมในขั้นนี้ เป็นกิจกรรมกลุ่มที่เน้นการตั้งประเด็นให้นักเรียนได้คิด สะท้อนความคิด หรือบอกความคิดเห็น ของตนเองให้คนอื่นได้รับรู้ และได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกันอย่างลึกซึ้งซึ่งงกเกิด ความเข้าใจชัดเจน ได้ข้อสรุปหรือองค์ความรู้ใหม่ หรือเกิด/ ปรับ/ เปลี่ยนความคิดความเชื่อตาม จุดประสงค์ที่กำหนด

3. **ขั้นนำเสนอความรู้** เป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนได้รับข้อมูลความรู้ แนวคิด ทฤษฎี หลักการขั้นตอน หรือข้อสรุปต่าง ๆ โดยครูเป็นผู้จัดให้ เพื่อใช้เป็นต้นทุนในการสร้างองค์ความรู้ ใหม่ หรือช่วยให้การเรียนรู้บรรลุจุดประสงค์ กิจกรรมการเรียนรู้อาจทำได้โดยการให้แนวคิด ทฤษฎี หลักการข้อมูล ความรู้ ขั้นตอนทักษะ ซึ่งทำได้โดยการบรรยาย คู่มือทัศน ฟังแถบเสียง อ่านเอกสาร/ ใบความรู้/ ตำรา ฯลฯ หรือการรวบรวมประสบการณ์ของนักเรียนที่เป็นผลให้เกิด การเรียนรู้เนื้อหาสาระเพิ่มขึ้น หรือการรวบรวมข้อสรุปของการสะท้อนความคิดและอภิปราย ประเด็นที่มอบหมายให้

4. **ขั้นประยุกต์ใช้หรือลงมือปฏิบัติ** เป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนได้นำความคิดรวบยอด หรือข้อสรุป หรือองค์ความรู้ใหม่ที่เกิดขึ้น ไปประยุกต์ใช้หรือทดลองใช้ หรือเป็นการแสดงผลสำเร็จ ของการเรียนรู้ในองค์ประกอบอื่น ๆ ซึ่งครูใช้กิจกรรมในองค์ประกอบนี้ในการประเมิน ผลการเรียนรู้ได้และยังเป็นองค์ประกอบสำคัญที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รู้จักการนำไปใช้ ในชีวิตจริง

จากแนวคิดการสร้างขั้นตอน บทบาทของนักเรียน บทบาทของครู และแนวทางการประเมินผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกที่กล่าวข้างต้น นำมาสังเคราะห์เป็นขั้นตอนการสอนที่จะนำไปใช้สำหรับการทดลองในครั้งนี้ ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งขั้นตอนการสอนออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 แสดงการตั้งตระหนักรู้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

Hazzan, Lapidot, & Ragonis (2011, pp. 17-18)	ศิริพร มโนพิเชษฐวัฒนา (2547, หน้า 84-85)	สำนักงานสภาพัฒนาการศึกษาระดับสูง ในบัณฑิตวิทยาลัย ชำนาญกิจ, 2549)	ผู้วิจัย
<p>1. กระตุ้น (Trigger) เป็นการแนะนำหัวข้อและสิ่งที่จะได้จากการเรียนรู้</p>	<p>1. ขันนำเข้าสู่หน่วยการเรียนรู้ ความรู้เดิม สร้างแรงจูงใจ</p>	<p>1. ขันแลกเปลี่ยนประสบการณ์ ครูกระตุ้นให้นักเรียนแบ่งปันประสบการณ์เดิม</p>	<p>1. ขันเตรียมความพร้อม ครูแนะนำหัวข้อสร้างแรงจูงใจในการเรียนและทบทวนความรู้เดิม</p>
<p>2. กิจกรรม (Activity) ขณะนักเรียนจะปฏิบัติงาน</p>	<p>2. ขันกิจกรรมขั้นนำประสบการณ์ ครูนำเสนอสถานการณ์ด้วยกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับนักเรียน</p>	<p>2. ขันสร้างองค์ความรู้ร่วมกัน นักเรียนคิดเพื่อให้เกิดข้อสรุปแล้วอภิปรายร่วมกัน</p>	<p>2. ขันปฏิบัติการรวม นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือ แนะนำ</p>
<p>3. อภิปราย (Discussion) นักเรียนนำเสนอสิ่งที่เตรียมรู้ และร่วมอภิปราย</p>	<p>3. ขันกิจกรรมสรุปเชื่อมโยง และประยุกต์ใช้ เน้นฝึกทักษะ และสรุปแนวความคิด มโนทัศน์แล้วนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่</p>	<p>3. ขันนำเสนอความรู้ ครูเป็นผู้จัดกิจกรรมให้ความรู้ แนวคิด ทฤษฎี</p>	<p>3. ขันสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล ให้นักเรียนคิดไตร่ตรองในสิ่งที่เรียนและประเมินความคิดนั้น แล้วรวบรวมความรู้ที่ได้รับแล้วนำเสนอและร่วมกันอภิปรายจนได้ข้อสรุป</p>
<p>4. สรุป (Summary) ครูเน้นความคิดหลัก และสรุปผล</p>	<p>4. ขันประเมินผล ใช้การประเมินผลตามสภาพจริง ให้นักเรียนคิดไตร่ตรองในสิ่งที่เรียนและประเมินความคิดนั้น</p>	<p>4. ขันประยุกต์ใช้ หรือลงมือปฏิบัติ ให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์หรือทดลองใช้</p>	<p>4. ขันประยุกต์ใช้ นำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่</p>

จากตารางที่ 2-3 ในแต่ละชั้นคอนมีรายละเอียด ดังนี้

ชั้นตอนที่ 1 ชั้นเตรียมความพร้อม เป็นชั้นที่นำนักเรียนเข้าสู่บทเรียน สร้างความพร้อมให้กับนักเรียนโดยการแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ และทบทวนความรู้พื้นฐานสำหรับการสร้างความรู้ใหม่ โดยครูใช้คำถามหรือการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ให้นักเรียนเกิดความสนใจและสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียน

ชั้นตอนที่ 2 ชั้นปฏิบัติการกิจกรรม เป็นชั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ศึกษาแก้ปัญหาด้วยการใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 4 ชั้นตอน คือ ชั้นทำความเข้าใจปัญหา ชั้นวางแผนการแก้ปัญหา ชั้นดำเนินการตามแผน และชั้นสรุปคำตอบ รวมทั้งให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ได้แลกเปลี่ยนความคิดและให้เหตุผลประกอบการคิด โดยครูจัดเตรียมโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ สื่อ อุปกรณ์ กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ ได้คิดวิเคราะห์ เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม

ชั้นตอนที่ 3 ชั้นสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล เป็นชั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนประเมินตนเอง คิดไตร่ตรองในสิ่งที่เรียนรู้ รวบรวมสิ่งที่ได้เรียนรู้ แนวความคิดที่เกิดจากการปฏิบัติการแล้วสะท้อนสิ่งที่ได้รับด้วยนำเสนอและร่วมกันอภิปรายข้อความรู้และกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผลในชั้นเรียน หรือการเขียนบันทึกแบบไม่เป็นทางการ โดยครูเป็นผู้สนับสนุนให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนจนได้ข้อสรุปและเสริมข้อความรู้ที่ยังขาดหายไป

ชั้นตอนที่ 4 ชั้นประยุกต์ใช้ เป็นชั้นที่ครูมอบหมายให้นักเรียนได้ฝึกทักษะและนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

#### **บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก**

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงบทบาทของครู บทบาทหน้าที่ของนักเรียน ในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ไว้ดังนี้

Sherman and Sherman (2004, p. 22) กล่าวถึง บทบาทของครูไว้ว่า ครูต้องจัดกิจกรรมตามประสบการณ์ของนักเรียน ใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดการสื่อสาร การอภิปราย และวิพากษ์ระหว่างนักเรียน ใช้สื่อการเรียนการสอน ยกตัวอย่าง และอธิบายให้เหมาะสมกับวัย ประสบการณ์ของนักเรียน มีการนำจุดประสงค์ของการเรียนรู้มาอภิปรายและพูดคุยร่วมกับนักเรียน คอยช่วยเหลือให้นักเรียนให้สร้างความรู้ด้วยตนเองและให้ความร่วมมือกับครูคนอื่น

นอกจากนี้ Sherman and Sherman ได้กล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกไว้ว่า นักเรียนต้องสร้างความรู้ ความเข้าใจ จัดทำเนื้อหาและหลักการ โดยอาศัยความเข้าใจที่ได้รับจากประสบการณ์ นักเรียนต้องค้นหาความคิดใหม่ ๆ ด้วยตนเองแล้วถ่ายทอดความรู้ให้เพื่อนได้ แสดงความคิดเห็นและเสนอผลงานได้อย่างเหมาะสม

มนัส บุญประกอบ และคณะ (2543, หน้า 12-13) ได้อธิบายถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. กระตุ้นความรับผิดชอบของนักเรียนเพื่อการเรียนรู้
2. ให้นักเรียนได้คิดเพื่อตัวของเขาเอง
3. เสนอโอกาสในการเรียนรู้และกลวิธีการเรียนรู้ที่หลากหลาย
4. กระตุ้นกิจกรรมใด ๆ ที่นำไปสู่สถานการณ์การเรียนรู้ที่กระตือรือร้น และยังสามารถกล่าวถึงบทบาทของนักเรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุกมี ดังนี้
  1. มีการสร้างความเกี่ยวข้องเป็นส่วนตัวกับเรื่องที่กำลังเรียนรู้
  2. ตัดสินใจเกี่ยวกับผลลัพธ์ของงาน
  3. มีความรู้สึกเป็นเจ้าของผลงานตนเอง
  4. ได้ทดสอบแนวความคิดของตนเอง
  5. วางแผนและออกแบบการทดลองของตนเอง
  6. รายงานผลงานต่อเพื่อนร่วมชั้นเรียน ประเมินผลงานของตน
  7. มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา
  8. อภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มอย่างเต็มที่
  9. สะท้อนถึงผลงานที่ตนเองได้ทำสำเร็จแล้วและกำหนดแนวความคิดของตนเอง

ขึ้นมาใหม่

บุหงา วัฒนะ (2546, หน้า 32) กล่าวถึงบทบาทของครูในการดำเนินการที่จะทำให้เกิดบรรยากาศของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. การเตรียมตัวให้พร้อมที่จะสอน หรือศึกษาขอบเขตและกรอบในการทำงาน
2. ศึกษาฝ่ายนักเรียน วิเคราะห์จุดอ่อนจุดแข็ง
3. จัดระบบการเรียนการสอน ซึ่งจะเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมมากที่สุด
4. รวบรวมทรัพยากรและผลิตขึ้นเพิ่มเติม โดยเฉพาะสื่อต่าง ๆ
5. ดำเนินการพัฒนานักเรียนและพัฒนางาน
6. ประเมินผล-สรุปผล และพัฒนางาน

ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ (ม.ป.ป., หน้า 3) ได้กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอน ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญ นั่นคือ การจะบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้เชิงรุก ครูควรมีบทบาท ดังนี้

1. จัดให้ครูเป็นศูนย์กลางของการเรียน กิจกรรมหรือเป้าหมายที่ต้องการต้องสะท้อนความต้องการที่จะพัฒนานักเรียน และเน้นการนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงของนักเรียน

2. สร้างบรรยากาศของการมีส่วนร่วม และการเจรจาโต้ตอบที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับครู และเพื่อนในชั้นเรียน

3. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เป็นพลวัต ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในทุกกิจกรรมที่สนใจรวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียน กิจกรรมที่เป็นพลวัตได้แก่ การฝึกแก้ปัญหาการศึกษาด้วยตนเอง เป็นต้น

4. จัดสภาพการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Collaboratory learning) ส่งเสริมให้เกิดการร่วมมือในกลุ่มนักเรียน

5. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ท้าทาย และให้โอกาสนักเรียนได้รับวิธีการสอนที่หลากหลายมากกว่าการบรรยายเพียงอย่างเดียว แม้รายวิชาที่เน้นทางด้านการบรรยายหลักการ และทฤษฎีเป็นหลักก็สามารถจัดกิจกรรมเสริม อาทิ การอภิปราย การแก้ไขสถานการณ์ที่กำหนดเสริมเข้ากับกิจกรรมการบรรยาย

6. วางแผนในเรื่องของเวลาการสอนอย่างชัดเจน ทั้งในเรื่องของเนื้อหา และกิจกรรมในการเรียน ทั้งนี้เนื่องจากการเรียนรู้เชิงรุกจำเป็นต้องใช้เวลาการจัดกิจกรรมมากกว่าการบรรยาย ดังนั้นครูจำเป็นต้องวางแผนการสอนอย่างชัดเจน โดยสามารถกำหนดรายละเอียดลงในประมวลรายวิชา เป็นต้น

7. ใจกว้าง ยอมรับในความสามารถในการแสดงออก และความคิดเห็นที่นักเรียนนำเสนอ

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทบาทของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ครูต้องจัดระบบการเรียนการสอน ที่เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมมากที่สุด ส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับครู และเพื่อนในชั้นเรียน จัดกิจกรรมให้มีความท้าทายตามประสบการณ์ของนักเรียน มีการยกตัวอย่าง และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้เกิดการสื่อสาร การอภิปราย และวิพากษ์ระหว่างนักเรียน และครูต้อง ประเมินผลสรุปผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และบทบาทของนักเรียนในการเรียนรู้เชิงรุก นักเรียนต้องสร้างความรู้ ความเข้าใจ ค้นหาความรู้ใหม่ ๆ ด้วยตนเอง พยายามมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา การอภิปรายและการมีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มอย่างเต็มที่ รวมทั้งร่วมแสดงความคิดเห็นและนำเสนอ ถ่ายทอดความรู้ให้เพื่อน

### ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ไว้ดังนี้

Bonwell and Eison (1991, pp. 2-3) กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ดังนี้

1. เป็นการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนเอง มีการเชื่อมโยงความรู้เดิมและส่งเสริมความจำในระยะยาว พัฒนาทักษะความคิดระดับสูงอย่างมีประสิทธิภาพ ช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินข้อมูลในสถานการณ์ใหม่ได้ดี ในที่สุดจะช่วยให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจจนสามารถชี้นำตนเองตลอดชีวิต ในฐานะผู้ฝึกฝนการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่สอนอย่างลึกซึ้งและถูกต้อง เกิดความคงทนและถ่ายโยงความรู้ได้ดี เนื่องจากการเรียนรู้เชิงรุก ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มีความสุข ทำหาย และเข้าใจให้ติดตามอยู่เสมอ มีโอกาสใช้เวลาร่วมกันคิดกับงานที่ลงมือกระทำมากขึ้น สามารถใช้มโนทัศน์ที่สำคัญในการแก้ปัญหา พัฒนาคำตอบของตนเอง บูรณาการและพัฒนา มโนทัศน์ที่กำลังเรียนอย่างเป็นระบบ ทำให้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์อย่างชัดเจน มีความสามารถ และทักษะทั้งในเชิงความคิด และเทคนิควิธีที่จะใช้ปฏิบัติงานและแก้ปัญหาในชีวิตจริง
3. ทั้งนักเรียนและครูได้รับประโยชน์จากข้อมูลป้อนกลับ เนื่องจากนักเรียนสามารถแก้ไขและปรับความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ทันทีจากการเรียนรู้เชิงรุก เพราะได้ใช้ มโนทัศน์พูดคุยและเขียนสื่อสารซึ่งกันและกัน วิเคราะห์โต้แย้งระหว่างเพื่อนและครู นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถจัดระบบการคิด และสร้างวินัยต่อการกระบวนกรแก้ปัญหา รับผิดชอบต่อการเรียนรู้ด้วยตนเองและรู้ว่าสิ่งที่เรียนนั้นคืออะไร ในส่วนของครู จะได้ประโยชน์จากข้อมูลป้อนกลับอย่างสม่ำเสมอว่า นักเรียนเข้าใจหรือไม่เข้าใจอะไร ซึ่งการได้รับข้อมูลป้อนกลับนี้จะช่วยให้ครูสามารถปรับปรุงการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียนได้
4. นักเรียนได้รับประโยชน์จากการสอนด้วยรูปแบบที่หลากหลาย เนื่องจากการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ทำได้ดีในห้องเรียนที่มีนักเรียนทั้งเก่งและอ่อน โดยครูใช้วิธีการที่แตกต่างกัน เพื่อให้ให้นักเรียนแต่ละคนเข้าใจ และสามารถมอบหมายให้นักเรียนที่เรียนได้เร็วกว่าอธิบายความเข้าใจให้เพื่อนฟัง เป็นการสอนโดยเพื่อนช่วยเพื่อน
5. ส่งเสริมเจตคติทางบวกต่อการเรียน เนื่องจากการเรียนรู้เชิงรุก ช่วยให้ครูสามารถปรับเจตคตินักเรียนต่อการเรียนรู้ได้ ถึงแม้จะสอนในชั้นเรียนขนาดใหญ่ เนื่องจากนักเรียนได้รับความพอใจจากเนื้อหาและแบบฝึกหัดที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง ทำให้เห็นความสำคัญและเกิดความพยายามในการเรียนรู้มากขึ้น
6. นักเรียนได้รับประโยชน์จากการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนกับเพื่อน โดยนักเรียนมีโอกาสดังคำถาม ตอบได้ วิพากษ์วิจารณ์ และชื่นชม การทำงานที่มีวิธีการและมุมมองที่แตกต่างกัน

ของแต่ละคน และแต่ละกลุ่ม สร้างความท้าทาย จูงใจทั้งนักเรียนและครูให้สนุกสนาน นำต้นตัมต้นนักเรียนพัฒนาประสบการณ์ทางสังคม และได้เรียนรู้วิธีการเรียนด้วยตนเอง สามารถปฏิบัติงานร่วมกับผู้อื่นได้ดี มีมนุษยสัมพันธ์อันดีต่อกัน

Meyers and Jones (1993, p. xi) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกก่อให้เกิดประโยชน์กับนักเรียน โดยช่วยเพิ่มแรงจูงใจต่อการเรียนรู้ ลดการแข่งขัน และการแยกตัวจากชั้นเรียนของนักเรียน นักเรียนทุกคนเรียนรู้ที่จะทำงานร่วมกัน และสามารถได้ข้อมูลป้อนกลับทันที เนื่องจากธรรมชาติของการจัดการเรียนรู้เป็นแบบที่ส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน ทำให้นักเรียนรู้สึกว่าการแนะนำที่ได้รับจากเพื่อนมีคุณค่า

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, หน้า 3) กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนที่มีคุณค่า นำต้นตัมต้น สนุกสนาน ทำความเข้าใจความสามารถ นักเรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่สอดคล้องกับความสนใจของตนเอง ได้ลงมือคิดและปฏิบัติอย่างมีความหมาย สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างแน่นอน การเรียนรู้เชิงรุกจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ลึกซึ้ง และสามารถเก็บกักข้อมูลข่าวสารไว้ในความทรงจำได้นานขึ้น นอกจากนี้ยังมีประสิทธิภาพในการพัฒนากระบวนการรับรู้ในลำดับที่สูงขึ้น เช่น การคิดแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกช่วยส่งผลดีต่อครูและนักเรียน โดยกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกช่วยเพิ่มแรงจูงใจต่อการเรียนรู้ เกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้ ลดการแข่งขันในการเรียน นักเรียนทุกคนได้เรียนรู้ที่จะทำงานร่วมกัน มีปฏิสัมพันธ์กันให้ห้อง เกิดความเข้าใจเนื้อหาวิชาที่เรียน ได้ชัดเจนยิ่งขึ้นและมีความคงทนมากขึ้นด้วยการได้ลงมือปฏิบัติ อีกทั้งนักเรียนยังสามารถค้นพบข้อความรู้ด้วยตัวของนักเรียนเอง และได้เรียนรู้ในสิ่งที่สอดคล้องกับความสนใจของตนเอง สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้

## ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษากล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ไว้ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 7) กล่าวถึง ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้ว ในปัจจุบัน

กรมวิชาการ (2544, หน้า 9-10) ได้เสนอว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูป ตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือ โจทย์ปัญหา

สสวท. (2555 ก, หน้า 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหายังไม่คุ้นเคยและยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ผู้แก้ปัญหาคือต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

### ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้จัดแบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1973, อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537, หน้า 8-10) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล
2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

Baroody (1993, pp. 2-34-2-36) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและ โครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้



1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาวัยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มิตั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

กรมวิชาการ (2541, หน้า 2) ได้เสนอว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปกติ (Routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไปผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Non-routine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิดและปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหาคงประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544, หน้า 19) ได้จำแนกปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาเป็นแบบฝึกทักษะ ปัญหาเช่นนี้ต้องใช้ความรู้และทักษะ
2. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาง่าย ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยทำเพียงขั้นตอนเดียว
3. ปัญหาที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน
4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ
5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์
6. ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องพิจารณาเงื่อนไขของโจทย์และทดลองแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) กล่าวถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพบและการดำเนินการแก้ปัญหามีลักษณะที่สำคัญ 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดคำนวณฝึกขั้นตอนวิธีมุ่งหวังให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจจะอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบเห็นมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิด วางแผนและอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวัง โดยมุ่งหวังให้ให้นักเรียนได้ใช้ความรู้

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจำแนกประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกได้หลายประเภทตามเกณฑ์ที่นักการศึกษาเลือกใช้ในการแบ่ง โดยในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาปกติ (Routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนักใช้ในการแก้ปัญหาโดยทำเพียงขั้นตอนเดียว ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ เน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดคำนวณฝึกขั้นตอนวิธีมุ่งหวังให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Non-routine problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ปัญหาที่เป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหามองหาประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์

#### ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาที่ดี ที่ควรควรสร้างขึ้นในกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้บรรลุเป้าหมายมากยิ่งขึ้น ซึ่งนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ไว้ดังนี้

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537, หน้า 90) ได้เสนอว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ท้าทายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ได้สำเร็จ

2. สภาพการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน สภาพการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดาและนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่มาก่อน

4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุม ถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหาเกี่ยวกับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

กรมวิชาการ (2544, หน้า 18) ได้เสนอว่า ลักษณะของปัญหาที่ดีควรมีลักษณะ ดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
8. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
9. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพหลายเส้น แผนภาพไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหาได้

จากการศึกษาเอกสารข้างต้น สรุปได้ว่า ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้องและสามารถเข้าใจได้ง่าย
2. สถานการณ์มีความแปลกใหม่ เหมาะสม และเชื่อมโยงอยู่ในชีวิตประจำวันของนักเรียน
3. สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

8. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพหลายเส้นแผนภาพไดอะแกรมหรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

### ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Good (1973, p. 439) กล่าวว่า การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่เราใช้เพื่อค้นหาหรือทำให้เกิดความสัมพันธ์ใหม่ ๆ จากสิ่งต่าง ๆ ที่เรากำลังสังเกตหรือรับรู้ กระบวนการดังกล่าวนี้ ประกอบด้วยการตั้งสมมติฐานทั้งแบบเปิดเผยและไม่เปิดเผย โดยใช้ความคิดและความเข้าใจทั้งอย่างง่าย ๆ หรืออย่างซับซ้อน เพื่อตรวจสอบสมมติฐานนั้น กระบวนการดังกล่าวนี้ถ้ากระทำอย่างเป็นระบบก็เรียกว่า การวิจัย

Polya (1980, p. 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหามีวิธีการที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการเพื่อที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้คำตอบที่มีความชัดเจน

Stephen and Jesse (1996, p. 3) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า เป็นความสามารถของแต่ละบุคคลในการนำความรู้ ทักษะ และความเข้าใจของตนเองที่มีอยู่ นำมาตอบสนองความต้องการของตนเอง เพื่อความพอใจในสถานการณ์ที่เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหามต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 11-14) ให้ความหมายของการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทั้งที่เป็นปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหามจะรวมถึงกระบวนการแก้ปัญหามทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์สุดท้าย

สสวท. (2555 ก, หน้า 6-7) ได้เสนอว่า การแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหาม ยุทธวิธีแก้ปัญหาม และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า การแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการใน

การประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะและประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

สำหรับความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2543, หน้า 5) ได้กล่าวถึงทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เหตุผลหลักของการศึกษาคณิตศาสตร์ก็เพื่อนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่พบ ซึ่งนักเรียนต้องสามารถประยุกต์รูปแบบการคิดอย่างสมเหตุสมผล เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง สามารถอธิบายข้อมูลและสรุปผลจากข้อมูลที่ปรากฏ

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 39) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรวมถึงความสามารถต่อไปนี้

- ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางการแก้ปัญหา
- ประเมินการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
- พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาเดิม
- พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
- ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

สสวท. (2555 ก, หน้า 77) เสนอว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะและประสบการณ์ที่มีอยู่เข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่เป็นปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

### กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้บรรลุเป้าหมาย ประสบความสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น นักเรียนควรจะได้รับการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ Polya (1957 อ้างถึงใน สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 39-40) เสนอกระบวนการของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

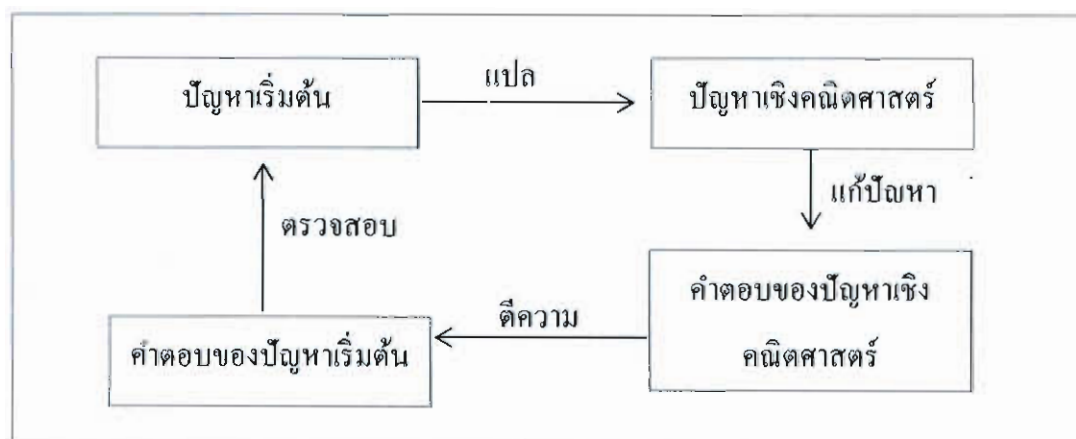
ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) นักเรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้

- 2.1 เป็น โจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับ โจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่
- 2.2 รู้จัก โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับ โจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และรู้จัก ทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่
- 2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับ โจทย์ที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่
- 2.4 ควรอ่าน โจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจสอบว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอื่นวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 16-17) ได้แสดงกระบวนการแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นจากการแปลปัญหาที่อยู่ในรูปถ้อยคำจากการพูดหรือการเขียนให้อยู่ในรูปปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมมูลกัน โดยใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ แล้วดำเนินการแก้ปัญหา หากคำตอบของปัญหาจากปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมมูลกันนี้ หลังจากนั้นต้องแปลความหมาย นำกลับไปอธิบายคำตอบของปัญหาเริ่มต้น โดยมีกระบวนการในภาพรวมดังภาพประกอบที่ 2-2



ภาพที่ 2-1 ขั้นตอนการแก้ปัญหา (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537)

ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล (2542, หน้า 15-16) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนด และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด
2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสมคือ ตั้งแถมกระสวนหรือรูปแบบคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ เคาและทดสอบ ทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง ลดความซับซ้อนขอปัญหา แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด
3. ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือก คำนวนหาคำตอบ และให้เหตุผล
4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ขั้นตอนนี้เป็นการระบุว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่า คัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ และวางนัยทั่วไป

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาแต่ละท่านมีลักษณะใกล้เคียงกัน อาจจะมีจำนวนขั้นตอนที่แตกต่างกันออกไปบ้าง โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้แบ่ง กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยอาศัยการพิจารณาจากโจทย์ปัญหาที่เคยพบมาก่อน และเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสม

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน นักเรียนลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ ด้วยการนำเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสม มาใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 ขึ้นสรุปคำตอบ นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาด้วยภาษาที่ชัดเจน ซึ่งในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ปรับขั้นตรวจสอบคำตอบเป็นขั้นสรุปคำตอบ เนื่องจากธรรมชาติของเนื้อหาเรื่องสถิติไม่สามารถดำเนินการตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้

#### แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนมีความจำเป็นเป็นอย่างมากที่ครูควรให้ความสำคัญ เพื่อสร้างให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ ต่อไปในอนาคต นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ครูนำมาใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Bitter (1990 อ้างถึงใน สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 79-80) เสนอวิธีการสอนของครูที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ ไม่ยากและไม่ง่ายจนเกินไป
2. ควรแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหาเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน



3. ควรเน้นให้นักเรียนพิจารณาว่าโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาและยังต้องการใช้ข้อมูลอื่นใดบ้างในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ
4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหามีอะไรบ้าง ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านโจทย์ข้อนั้นใหม่ และหากจำเป็นจริง ๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบ
5. ควรให้ฝึกการแก้ปัญหาหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อหน่ายกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซากและไม่ทำลายความสามารถ
6. ควรให้นักเรียนฝึกการแก้ปัญหาลittle ๆ จนเคยชิน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลาย ๆ ข้อ โดยใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อการฝึกทักษะ และส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธีในปัญหาข้อเดียวกันด้วย
8. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในข้อนั้น ๆ
9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาในข้อนั้นคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่
10. ควรให้เวลานักเรียนในการแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหา และวิธีดำเนินการแก้ปัญหา
11. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบและทดสอบคำตอบที่ได้เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 83-89) เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา
  - 1.1 ครูควรฝึกการพัฒนาทักษะการอ่านให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ให้นักเรียนได้อ่านโจทย์อย่างมีสมาธิ และให้เวลาทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาก่อนเริ่มวิธีทำ
  - 1.2 ครูควรใช้กลวิธีที่ช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนแผนภาพ การเขียนภาพหรือการสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องใกล้ตัว
  - 1.3 ครูควรใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ
2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา อาจจะเริ่มด้วยการฝึกเขียนประโยคสัญลักษณ์ และยังมีแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาอีก ดังนี้
  - 2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ คือสามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวม ๆ ของการแก้ปัญหา

2.4 จัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน การทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด ฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อนแล้วค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตอนตรวจสอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรก คือ การมองย้อนกลับไปที่ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์รวมทั้งการพิจารณาหายุทธวิธีอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา ประเด็นสอง คือ เป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้นทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่

อัมพร ม้าคอง (2554, หน้า 47) กล่าวถึง การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียน สรุปไว้ดังนี้

1. การสอนโดยผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) แนวทางนี้นำไปสู่การสอนโดยตรงเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป เป็นการสอนให้นักเรียนเข้าใจและเรียนรู้กระบวนการการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้น กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหามทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

3. การสอนให้การแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) แนวทางนี้ให้ความสนใจกับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป โดยให้ออกาสนักเรียนแก้ปัญหา ฝึกให้นักเรียนใช้

กระบวนการแก้ปัญหาที่ปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะนำไปใช้ประยุกต์ใช้

สุคนธ์ สิ้นทพานนท์, วรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์ และพรณี สิ้นทพานนท์. (2551, หน้า 112) ได้เสนอแนวทางการส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. ฝึกให้นักเรียนได้ทำงานหรือกิจกรรมอยู่เสมอ
2. ฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติจริง หลังจากได้รับความรู้แล้ว
3. ฝึกให้นักเรียนเป็นผู้มีเหตุผล มีความเชื่อมั่นในตนเอง
4. ฝึกให้นักเรียนรู้จักวิจารณ์ กำหนดวิธีการคิดแก้ปัญหาด้วยการวิเคราะห์ วิจารณ์ปัญหา โดยกำหนดวิธีการวิเคราะห์ วิจารณ์ออกเป็นขั้น ๆ ได้แก่ กำหนดปัญหา รวบรวมข้อเท็จจริง ตั้งสมมติฐาน ทดสอบสมมติฐาน ประเมินผล
5. ฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และฝึกให้แสดงความคิดเห็น
6. จัดสิ่งเร้าหรือมีการกระตุ้นที่ดี จัดสถานการณ์ใหม่ หรือเสนอปัญหาที่ท้าทายน่าสนใจ และมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยครูไม่ควรบอกวิธีการแก้ปัญหาให้ตรง ๆ
7. จัดบรรยากาศการเรียนรู้ หรือจัดสิ่งแวดล้อมซึ่งเป็นสภาพภายนอกของนักเรียน เป็นไปในทางเปลี่ยนแปลงได้ เพื่อให้เกิดความรู้สึกว่าตัวนักเรียนเองสามารถคิดค้น เปลี่ยนแปลงอะไรได้บ้าง ให้มีอิสระในการคิด กล้าคิด กล้าแสดงออก

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า ครูสามารถดำเนินการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หลายวิธี สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยจัดสถานการณ์และบรรยากาศที่เอื้อต่อนักเรียนให้เกิดการคิด และได้ลงมือปฏิบัติ ทำงานเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล ได้คิดวิเคราะห์ ฝึกให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาด้วยกระบวนการแก้ปัญหาอยู่เสมอ ได้แก้ปัญหาที่หลากหลายมีความน่าสนใจและท้าทายความสามารถ

#### การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิธีการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์สามารถวัดได้หลายวิธี

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 258-259) ได้เสนอวิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้สอนควรใช้ ได้แก่ การวัดผลและประเมินผลด้วยวิธีการสื่อสารส่วนบุคคล การวัดผลและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ การวัดผลและประเมินผลจากการปฏิบัติ การวัดผลและประเมินผลตามสภาพจริง และประเมินผลด้วยแฟ้มสะสมงาน โดยการวัดผลและประเมินผล

ด้วยแบบทดสอบเป็นการวัดผลและประเมินผลที่ต้องการวัดความรู้ความสามารถทางสติปัญญา ด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า ซึ่งเครื่องมือที่ใช้วัดแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ 1) แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ได้แก่ เลือกตอบแบบ ถูก-ผิด แบบจับคู่ แบบมีตัวเลือก 2) แบบทดสอบแบบเขียนตอบ ได้แก่ แบบทดสอบแบบตอบสั้น หรือเติมคำตอบ/ ข้อความ แบบทดสอบแบบจำกัดคำตอบ และแบบทดสอบแบบไม่จำกัดคำตอบ

การวัดผลการเรียนรู้ด้วยข้อสอบแบบเขียนอธิบายสามารถตรวจให้คะแนนอย่างเป็นปรนัยได้ โดยการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่มีความชัดเจนและครอบคลุมประเด็นต่าง ๆ อย่างครบถ้วน

#### เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงเกณฑ์การประเมิน ไว้ดังนี้

Popham (1997 อ้างถึงใน จินตศิษฐ์ ละออปักยณ, 2550) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค หมายถึง การแนะนำการให้คะแนนเพื่อใช้ประเมินคุณภาพของการตอบสนองของนักเรียน โดยเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคจะมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญคือ เกณฑ์ การนิยามคุณภาพ ยุทธวิธีการให้คะแนน ซึ่งอาจเป็นวิธีการให้คะแนนแบบภาพรวมหรือแบบแยกองค์ประกอบอย่างใดอย่างหนึ่ง เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค มักใช้ในการตัดสินคำตอบของนักเรียนในแบบทดสอบ หรือชิ้นงานที่มีการเขียนตอบบรรยาย อธิบาย หรือใช้ในการทดสอบการปฏิบัติเพื่อพิจารณาว่า นักเรียนมีทักษะอยู่ในระดับใด โดยถ้านักเรียนทำการทดลองภาคปฏิบัติได้ดี แสดงว่านักเรียนมีความรอบรู้และมีทักษะในการนำไปปฏิบัติได้ดี นอกจากนี้ Popham ได้ให้ข้อสังเกตและคำแนะนำในการพัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ดังนี้

1. เกณฑ์ต่าง ๆ ควรเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสอน ซึ่งถือเป็นองค์ประกอบที่ตรงประเด็นที่สุดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค
2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคควรมีจำนวนเกณฑ์ประมาณ 3-5 เกณฑ์ และต้องเป็นเกณฑ์ที่มีจุดหมายแน่นอน
3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไม่ควรมีความยาวมากเกินไป
4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคแต่ละเกณฑ์ต้องสามารถแทนคุณสมบัติที่สำคัญของทักษะที่จะประเมิน
5. ผู้ประเมินต้องตระหนักว่าผลที่ประเมินเป็นเพียงตัวแทนของทักษะ ไม่ใช่ตัวทักษะ ดังนั้นการสอนจึงต้องมุ่งไปที่ทักษะไม่ใช่สอนเพื่อมุ่งไปสู่การทดสอบหรือการประเมิน

สสวท. (2555, หน้า 199-201) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ 2 แบบ ดังนี้

### 1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring)

การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยได้

ในการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักจะนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

### 2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring)

การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนแบบบูรณาการที่ประเมินผลงานของนักเรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้กับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเกณฑ์การให้คะแนนแบบบูรณาการในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบบูรณาการ เป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินคุณภาพของนักเรียนว่ามีทักษะอยู่ในระดับใด โดยเกณฑ์การให้คะแนนแบบบูรณาการจะเป็นการแนะนำการให้คะแนนที่มีการนิยามคุณภาพ ยุทธวิธีการให้คะแนน โดยต้องมีการกำหนดมาตรฐานวัดและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละระดับ/ กลุ่ม ในมาตรฐานวัดได้อย่างชัดเจน ส่วนใหญ่มักจะใช้ตัดสินคำตอบของนักเรียนในแบบทดสอบ หรือชิ้นงานที่มีการเขียนตอบบรรยาย อธิบาย หรือใช้ในการทดสอบการปฏิบัติ ซึ่งการให้คะแนนแบบบูรณาการแบ่งเป็น 2 รูปแบบ คือ 1) การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) 2) การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring)

### เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการประเมินความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรมีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่แน่นอนและชัดเจนเพื่อลดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียง สร้างความเป็นธรรม และสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนาการเรียน ซึ่งมีผู้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543, หน้า 49-52) ได้นำเสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหารูปแบบของ Randall Charles ดังนี้

Randall Charles ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนอีกวิธีหนึ่ง ที่เรียกว่าการให้คะแนนแบบ Analytic Scoring Scale ซึ่งแบ่งการให้คะแนนออกเป็น 3 ตอน แต่ละตอนมีคะแนนเต็มเท่ากับ 2 คะแนน ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นการประเมินว่านักเรียนมีความเข้าใจปัญหาหรือไม่เพียงใด โดยให้คะแนน ดังนี้

- 0 คะแนน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจตัวปัญหาเลย
- 1 คะแนน ถ้านักเรียนเข้าใจตัวปัญหาเพียงบางส่วนหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายตัวปัญหาบางส่วนผิดพลาด
- 2 คะแนน ถ้านักเรียนเข้าใจตัวปัญหาถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา

- 0 คะแนน ถ้านักเรียนไม่ได้มีความพยายามในการวางแผนเลย หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่ได้มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้เลย
- 1 คะแนน ถ้าการวางแผนมีส่วนถูกต้องอยู่บ้าง สามารถนำปัญหาบางส่วนมากำหนดเป็นขั้นตอน เพื่อใช้วิธีแก้ปัญหา
- 2 คะแนน ถ้านักเรียนสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

ตอนที่ 3 การได้คำตอบ

- 0 คะแนน ถ้าไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบที่ผิด ๆ หลงทางเนื่องจากการวางแผนที่ผิดพลาดตั้งแต่แรก
- 1 คะแนน ถ้ามีการเขียนคำตอบหรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอก โจทย์ผิดคำนวณผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้างคำตอบบางส่วนมีความถูกต้อง
- 2 คะแนน ถ้าคำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

กล่าวโดยสรุป การให้คะแนนวิธีนี้ แต่ละข้อจะมีคะแนนเต็ม 6 คะแนนต่ำสุดคือ 0 คะแนน Randall Charles ได้เสนอชื่อให้คะแนนอีกแบบหนึ่ง เรียกว่า General impression scoring โดยให้คะแนนเต็ม 4 คะแนน ให้ครูให้คะแนนโดยการพิจารณาจากวิธีการแก้ปัญหาหรือวิธีทำที่นักเรียนใช้เป็นสำคัญ

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 113-114) เสนอว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรจะมีวิธีการที่มากกว่าได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งมีเกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ของสิริพร ทิพย์คง

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	1	สำหรับความเข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	0	เมื่อมีหลักฐานเข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหาเลย
2. การเลือก ยุทธวิธี การแก้ปัญหา	2	สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	1	สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องแต่ยังมีบางข้อผิดพลาด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. การใช้ ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา	2	สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	1	สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
	0	สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง
4. การตอบ	2	สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	1	สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
	0	เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

สสวท. (2555 ค, หน้า 130) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากรายการประเมิน 4 ประเด็น และกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 ดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอน  
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทาง



คณิตศาสตร์ พิจารณาจากระบวนการของการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียน สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยปรับปรุงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จากสิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 113) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 ค, หน้า 130) ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์ แบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring rubrics) ดังตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	2	ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน
	1	ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดได้บางส่วน
	0	ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือสิ่งที่โจทย์กำหนด
2. วางแผนการ แก้ปัญหา	2	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้อง ในการแก้ปัญหาได้ ถูกต้อง ครบถ้วน
	1	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้อง ในการแก้ปัญหาได้ ถูกต้องบางส่วน
	0	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาไม่ ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
3. ดำเนินการ ตามแผน	2	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การสรุป คำตอบ	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่มีการระบุคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

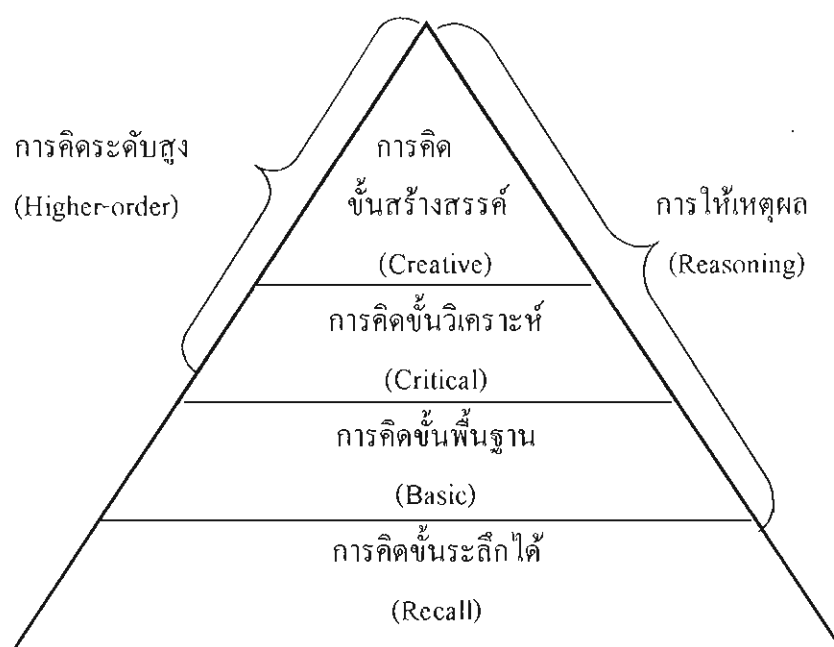
## ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### ความหมายของการให้เหตุผล

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผล ดังนี้ Krulik and Rudnick (1993, p. 3-5) อธิบายว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด โดยการคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น โดยได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น ได้แก่

1. ขั้นระลึกได้ (Recall) เป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง
2. ขั้นพื้นฐาน (Basic) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด เข้าใจความหมายของการบวก ลบ คูณ และหาร เป็นต้น และสามารถจดจำบริบทที่สามารถนำความคิดรวบยอดไปใช้ได้ ของคำตอบ การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล การวิเคราะห์และนำกลับไปใช้กับสถานการณ์จริง
3. ขั้นวิเคราะห์ (Critical) ประกอบด้วยการตรวจสอบ หาคความสัมพันธ์ และประเมินลักษณะทั้งหมดของสถานการณ์หรือปัญหา การหาจุดสำคัญของส่วนต่าง ๆ ของสถานการณ์หรือปัญหา การรวบรวมและจัดระบบข้อมูล การวิเคราะห์และการหาความสมเหตุสมผลของข้อมูล การจดจำและเชื่อมโยงสถานการณ์ใหม่กับข้อมูลที่เคยเรียนรู้มาก่อนหน้า การพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล การวิเคราะห์และนำกลับไปใช้กับสถานการณ์จริง
4. ขั้นสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง โดยได้จัดให้การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือจากระดับขั้นระลึกได้

Krulik and Rudnick ได้จัดให้การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังภาพที่ 2-2



ภาพที่ 2-2 ลำดับขั้นของการคิด (Krulik & Rudnick, 1993)

Krulik and Rudnick อธิบายอีกว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงใน แผนภาพไม่ได้แยกออกจากกันอย่างสิ้นเชิง โดยแต่ละขั้นจะมีส่วนที่เหลื่อมล้ำทับซ้อนกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าว จะเห็นว่าการให้เหตุผล จะอยู่ในการคิดขั้นพื้นฐาน ขั้นวิเคราะห์ และขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดอย่างสร้างสรรค์นั้น Krulik and Rudnick เรียกว่า เป็นการคิดระดับสูง (Higher-order thinking)

Leighton (2004, p. 11) อธิบายว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการในการสร้างข้อสรุป โดยทุกสิ่งทุกอย่างที่เราทำและคิดจะเกี่ยวข้องกับการสร้างข้อสรุป กล่าวคือ เมื่อเราเรียนรู้วิเคราะห์ ตัดสิน สรุปอ้างอิง ประเมิน ฯลฯ เราจะต้องมีการสร้างข้อสรุปจากข้อมูลและความเชื่อของเราเสมอ

วรรณิ ธรรมโชติ (2550, หน้า 3) กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นเครื่องมือที่มนุษย์ใช้สำหรับการแสวงหาความรู้ใหม่ๆ โดยการนำเอาความจริงอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างในระบบ ซึ่งเรียกว่า เหตุหรือข้อตั้ง (Premise) มาวิเคราะห์แจกแจงความสัมพันธ์ เพื่อให้เกิดความจริงอันใหม่ขึ้น ซึ่งเรียกว่า ผล หรือ ผลสรุป หรือ ข้อยุติ (Conclusion)

สสวท. (2555, หน้า 39) ได้เสนอว่า การให้เหตุผล เป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้

อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2551, หน้า 19) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

จากการที่ผู้วิจัย ได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการให้เหตุผลในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical reasoning) และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน โดยถือว่าการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาให้ความหมายของคำทั้งสองดังนี้

O' Daffer and Thornquist (1993, p. 43) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

National council of teachers of mathematics (2000, p. 57) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้ โดยได้กำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ตั้งแต่ระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 ดังนี้

1. ตระหนักว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์
2. สร้างและสำรวจข้อคาดเดาเชิงคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์เชิงคณิตศาสตร์
4. เลือกใช้เหตุผลและการพิสูจน์แบบต่าง ๆ อย่างหลากหลาย

สสวท. (2555 ก, หน้า 39-40) ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/ แนวคิด/ สถานการณ์ ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แยกแยะความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิดประกอบการตอบคำถาม ที่ต้องอาศัยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ ที่นำไปสู่ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สำหรับความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

จินคิชู้ ละออปักยิด (2550, หน้า 39) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การหาข้อสรุป และการยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

พรรณทิพา พรหมรักร์ (2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

จากความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิดประกอบการตอบคำถามที่ ต้องอาศัยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับคำตอบอย่างสมเหตุสมผล

#### **ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Baroody (1993, pp. 58-60) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ โดยในสมัยก่อนยุคกรีก นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทางเรขาคณิต สำหรับในปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับผู้อื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผล จึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิด การไตร่ตรอง และแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างสมเหตุสมผล

Stiggins (1997, p. 6) อธิบายว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องให้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่าง ๆ เข้ากับภาพ โดยรวมของสิ่งนั้น

หรือไม่ หรือในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

National council of teachers of mathematics (2000, p. 56) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้อธิบายมาตรฐานหลักสูตรการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในชั้นก่อนอนุบาล-มัธยมศึกษาปีที่ 6 (Prekindergarten through grade 12) ว่าควรจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้นักเรียนสามารถ

1. เห็นคุณค่าของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในฐานะที่เป็นลักษณะพื้นฐานของคณิตศาสตร์ได้

2. สร้างและสืบสวนสอบสวนข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. พัฒนาและประเมินค่าข้อโต้แย้งและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

4. เลือกและใช้การให้เหตุผล และวิธีการที่หลากหลายในการพิสูจน์ได้

วรรณิ ธรรมโชติ (2550, หน้า 1) อธิบายว่า เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีการแสดงแนวคิดอย่างเป็นระบบ เป็นขั้นตอน การสรุปในแต่ละขั้นตอนจะต้องมีการอ้างอิงเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ทุกขั้นตอนในแต่ละเนื้อหาจะเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน หากมนุษย์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลแล้ว มนุษย์ย่อมสามารถใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาค้นคว้าองค์ความรู้ใหม่ และคิดค้นสิ่งประดิษฐ์ต่าง ๆ ได้

สวทท. (2555 ก, หน้า 39) ได้เสนอว่า การคิดอย่างมีเหตุผลถือเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ เพราะเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

จากการศึกษาเอกสารข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์และการใช้ชีวิตประจำวัน เนื่องจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง ตลอดจนทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

## ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Baroody (1993, pp. 2-59) กล่าวว่า การให้เหตุผลแบ่งออกเป็น 3 ชนิด ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสหัชญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์ แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้าย ๆ กัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐาน ที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลแบบอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ สามารถกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหากรณีเฉพาะ เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

Stiggins (1997, pp. 260-262) เสนอว่า ทักษะการให้เหตุผลควรประกอบด้วย การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical reasoning) การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative reasoning) การให้เหตุผลแบบประเมิน (Evaluative reasoning) การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (Synthesizing reasoning) การให้เหตุผลแบบจำแนก (Classifying reasoning) และการให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (Inferential reasoning) โดยเขาอธิบายว่าการให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาผ่านส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้น ๆ และให้เหตุผลว่าส่วนประกอบย่อยเหล่านั้นรวมกันอย่างไร การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ เป็นการให้เหตุผลที่มุ่งพิจารณาว่าสิ่งต่าง ๆ มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร การให้เหตุผลแบบประเมิน เราจะใช้

การให้เหตุผลแบบประเมินเมื่อต้องการที่จะตัดสินค่าหรือพิจารณาว่าสิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมโดยใช้เกณฑ์ที่สมเหตุสมผลในการพิจารณา การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ เป็นการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป การให้เหตุผลแบบจำแนก เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในกรณีที่ต้องการแยกประเภทของสิ่งต่าง ๆ ว่าสิ่งใดควรจะถูกจัดอยู่ในกลุ่มไหน เพราะเหตุใด การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง เป็นการให้เหตุผลที่ประกอบด้วย 2 ลักษณะ ได้แก่ การให้เหตุผลที่ใช้การรวบรวมข้อมูลหรือหลักฐานจากกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี เพื่อสรุปเป็นหลักการหรือกฎทั่วไป และการให้เหตุผลที่ใช้การอ้างอิงกฎหรือหลักการทั่วไปที่มีอยู่แล้วเพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาในกรณีเฉพาะ

Stiggins ได้ให้มุมมองเพิ่มเติมว่าประเภทของการให้เหตุผลแต่ละประเภทมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน เช่น การสังเคราะห์ต้องอาศัยการอ้างอิงแบบอุปนัย เพราะการที่จะสังเคราะห์ได้ต้องมองเห็นถึงองค์ประกอบร่วมของส่วนต่าง ๆ การเปรียบเทียบบางสิ่งที่ซับซ้อนต้องอาศัยการวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบอ้างอิงต้องอาศัยการเปรียบเทียบ การจำแนกประกอบด้วยการเปรียบเทียบและการสรุปอ้างอิงการอ้างอิงแบบอุปนัยต้องอาศัยการเปรียบเทียบเพื่อหาจุดร่วมของสิ่งทั้งหมด การประเมินต้องอาศัยการวิเคราะห์และการเปรียบเทียบ เป็นต้น

ศรีสุรางค์ ทิณะกุล (2542, หน้า 47-50, 65) กล่าวว่า การให้เหตุผลแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผล ซึ่งเริ่มต้นด้วยเหตุใหญ่ (Major premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (Minor premise) เมื่อพิจารณาจากความสัมพันธ์ของเหตุใหญ่ และเหตุย่อยก็จะมีผลบังคับให้เกิดผลสรุป ถือเป็นกระบวนการที่เริ่มจากการมีข้อสมมติฐานมาให้ก่อน แทนที่จะเริ่มจากประสบการณ์แล้วจึงหาข้อสรุป

2. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการของเหตุและผล ซึ่งส่วนที่เป็นเหตุประกอบด้วยเหตุหลายอันซึ่งอิสระจากกัน มีน้ำหนักและความสำคัญเท่า ๆ กัน เหตุทั้งหลายที่มีอยู่ไม่มีเหตุอันใดแสดงเป็นเหตุใหญ่ หรือเป็นการวางนัยทั่วไป และในที่สุดเหตุเหล่านั้น ก็รวมตัวกันเองมาเป็นผลสรุปอยู่ในรูปของการวางนัยทั่วไป อาจกล่าวได้ว่าเมื่อเราได้สังเกตปรากฏการณ์ต่าง ๆ และอาศัยข้อสังเกตเหล่านั้นเป็นพื้นฐานนำไปสู่ข้อสรุป เราถือได้ว่าการสรุปดังกล่าวเป็นการให้เหตุผลเชิงอุปนัย เช่น การที่เด็กได้สัมผัสไฟ เพียงครั้งสองครั้งก็จะได้ข้อสังเกตและสรุปว่าไฟนั้นร้อน เป็นต้น

พัชรวิ วัฒนเกษม, สาธิตี เลิศประไพ, นพรัตน์ กระจ่างทอง, สุภกิจ เฉลิมวิสุตมกุล และอำพล ธรรมเจริญ (2550, หน้า 6-8) กล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่แบ่งออกเป็น



3 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบนิรนัย การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบสหัชญาณ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มีเหตุใหญ่เป็นหลักเกณฑ์หรือข้อสรุปที่เป็นจริง หรือยอมรับกันแล้วว่าถูกต้อง และมีเหตุย่อย ๆ ที่เป็นเงื่อนไขของเหตุใหญ่ ซึ่งจะสรุปผลได้ตามผลของเหตุใหญ่นั้น ผลสรุปของการให้เหตุผลประเภทนี้จะถูกต้องหรือไม่ขึ้นอยู่กับความจริงของเหตุ ถ้าเหตุใหญ่เป็นจริงและเหตุย่อยที่เป็นเงื่อนไขเป็นจริงผลสรุปจะเป็นจริง แต่ถ้าเหตุใหญ่ไม่เป็นจริง ผลอาจเป็นจริงหรือไม่ก็ได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

เหตุ: 1. นกทุกตัวบินได้ (เท็จ)

2. แร้งเป็นนก (จริง)

ผล: แร้งบินได้ (จริง)

เหตุ: 1. นกทุกตัวบินได้ (เท็จ)

2. นกกระจอกเทศเป็นนก (จริง)

ผล: นกกระจอกเทศบินได้ (เท็จ)

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มีเหตุย่อยหลาย ๆ เหตุ และเหตุย่อยแต่ละเหตุเป็นอิสระต่อกัน เหตุย่อยเหล่านี้จะรวมกันก่อให้เกิดผลสรุปในกรณีทั่วไป การสรุปผลโดยใช้เหตุผลแบบอุปนัยนี้ใช้กันมากในกระบวนการคิดโดยทั่ว ๆ ไป เป็นการสรุปผลที่เป็นความรู้ใหม่จากผลของการสังเกตหรือทดลอง ในทางวิทยาศาสตร์ใช้กันมาก แต่วิธีการให้เหตุผลแบบนี้อาจจะให้ผลสรุปที่ไม่ถูกต้อง เราไม่ถือว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ไม่ยอมรับวิธีการให้เหตุผลตามแบบนี้ ตัวอย่างเช่น

เหตุ: 1. นกกระจอกบินได้

2. นกเอี้ยงบินได้

3. นกกางเขนบินได้

4. ... ..

ผล: นกทุกชนิดบินได้

3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive reasoning) เป็นการสรุปผลจากเหตุต่าง ๆ โดยการเทียบเคียง หรือโดยการคาดคะเน ซึ่งเหตุต่าง ๆ อาจจะยังมีไม่เพียงพอที่จะทำให้เกิดผลนั้นขึ้น เหตุต่าง ๆ ที่นำมาเป็นข้อสรุปนั้น เกิดจากการที่บุคคลนั้นได้สะสมประสบการณ์ต่าง ๆ ไว้ ซึ่งอาจปรากฏชัดเจน หรืออาจจะป็นเหตุที่ซ่อนอยู่ในจิตใต้สำนึกไม่ปรากฏออกมา ตัวอย่างเช่น ในการทดลองยาชนิดใหม่ซึ่งทดลองกับลิง ปรากฏว่าได้ผลดีและไม่มีอันตราย ดังนั้นจึงนำยาดังกล่าวมาใช้กับคน โดยเชื่อว่าน่าจะได้ผลเช่นเดียวกับลิง

ในกระบวนการคิดและการให้เหตุผลโดยทั่วไป คนจะใช้วิธีการทั้งสามแบบที่กล่าวมานี้ แต่อาจจะใช้เพียงแบบใดแบบหนึ่งในเรื่องหนึ่ง ๆ หรืออาจใช้หลายแบบประกอบกัน แต่มักเริ่มต้นคิดโดยใช้วิธีคิดและให้เหตุผลแบบสหัชญาณก่อน จากนั้นจึงใช้วิธีคิดและให้เหตุผลแบบอุปนัย ซึ่งทั้งสองแบบนี้แม้จะไม่สามารถยืนยันได้ว่าผลสรุปจะถูกต้อง แต่วิธีทั้งสองก็สามารถให้ข้อสรุปที่ถูกต้องในระดับหนึ่ง ความรู้ใหม่ ๆ ในโลกนี้ ส่วนมากเกิดจากการคิดและการให้เหตุผลโดยวิธีทั้งสองนี้ ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัย ซึ่งถือว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลนั้น จะได้ข้อสรุปที่เป็นความจริง (ถ้าเหตุเป็นจริง) ใช้ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

วรรณิ ธรรมโชติ (2550, หน้า 3-5) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการสรุปความรู้ใหม่ หรือสรุปผลการค้นหาความจริง โดยอาศัยข้อสังเกตหรือผลการทดลองจากหลาย ๆ ตัวอย่าง จากกรณีย่อย ๆ แล้วสรุปเป็นความรู้แบบทั่วไป ซึ่งผลสรุปที่ได้จากการให้เหตุผลแบบนี้ไม่ได้ถูกบังคับจากเหตุที่กำหนดให้ เนื่องจากเหตุแต่ละเหตุที่กำหนดให้หรือนำมาอ้างอิงเป็นอิสระต่อกัน โดยทั่วไปการให้เหตุผลแบบนี้มักนิยมใช้ในการศึกษาค้นคว้าคุณสมบัติต่าง ๆ ทางวิทยาศาสตร์ เช่น ข้อสรุปที่ว่า “สารสกัดที่ได้จากสะเดาสามารถใช้เป็นยากำจัดศัตรูพืชได้” เป็นข้อสรุปที่ได้จากการทดลองซ้ำกันหลาย ๆ ครั้ง แล้วได้ผลการทดลองตรงกัน หรือในทางคณิตศาสตร์จะใช้ในเรื่องการสร้างสัญพจน์ เช่น เมื่อทดลองลากเส้นตรงสองเส้นให้ตัดกัน จะพบว่า เส้นตรงสองเส้นจะตัดกันเพียงจุดเดียวเท่านั้น ไม่ว่าจะทดลองลากกี่ครั้งก็ตาม จึงสรุปได้ว่า “เส้นตรงสองเส้นตัดกันเพียงจุดเดียวเท่านั้น”

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการสรุปความรู้ใหม่ หรือข้อความจริงใหม่ ซึ่งเรียกว่า “ผลสรุป” ที่เป็นผลมาจากการนำข้อความที่กำหนดให้ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงที่เรียกว่า “เหตุ” ถ้าเหตุที่กำหนดให้บังคับให้เกิดผลสรุป แสดงว่า การให้เหตุผลดังกล่าวสมเหตุสมผล (Valid) แต่ถ้าเหตุที่กำหนดให้ไม่สามารถจะบังคับให้เกิดผลสรุปได้ แสดงว่า การให้เหตุผลดังกล่าวไม่สมเหตุสมผล (Invalid)

จากการศึกษาเอกสารข้างต้น สรุปได้ว่า ประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบ่งได้หลากหลายประเภท โดยในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว และ 2) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการสรุปความรู้ใหม่ หรือสรุปผล การค้นหาความจริง โดยอาศัยข้อสังเกต

## แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Brandt (1984 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 39) ได้กล่าวไว้ว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสำคัญเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้น โดยได้พยายามศึกษาทดลอง เพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ซึ่ง Brandt มีการกล่าวถึงแนวการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for thinking) แนวทางการสอนการคิด (Teaching of thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking)

1. การสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2. การสอนการคิด (Teaching of thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิด โดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. การสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไรต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง ก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับความคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

สสวท. (2547, หน้า 18) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตาม

ความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน
4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาลจนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย
5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล
6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 50) เสนอแนะว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์ และบริบทอื่น ๆ รวมทั้งควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” โดยครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ นักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความต้องการของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า ครูมีแนวทางการสอนแบบการสอนเพื่อให้เกิด การสอนการคิด การสอนที่เกี่ยวกับการคิด ครูควรพยายามใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ฝึกใช้เหตุผลในการอธิบาย อภิปราย หรือวิเคราะห์ รวมทั้งรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้องอยู่เสมอ

#### การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้คะแนนของการประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายวิธี การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินได้โดยครูผู้สอนด้วยการพิจารณาให้คะแนนความสามารถได้จาก การสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน และการประเมินด้วยแบบทดสอบชนิดตอบแบบบรรยายที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งครูต้องมีเกณฑ์ที่ใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลที่ชัดเจน เพื่อสร้างความเป็นธรรมในระบบการประเมินและพัฒนาปรับปรุงนักเรียนได้อย่างดี นักการศึกษาได้กล่าวถึงเกณฑ์การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังนี้

California state department of education (1989) ได้เสนอ เกณฑ์การให้คะแนนกรณีข้อสอบเป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียด ดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน

อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุผลผลและสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor flaws but satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากค่อนข้างพอใช้ (Serious flaws but nearly satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจ แนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวนผิด นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begin but fails to complete problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวนผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to begin effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

กรมวิชาการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การให้คะแนนการทำข้อสอบแบบอัตนัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ควรแก้ไข	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ต้องปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สสวท. (2547, หน้า 52) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
0/ ไม่พยายาม	- ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/ มีแนวคิดไม่ถูกต้อง
1/ ต้องปรับปรุง	- มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจหรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
2/ พอใช้	- เสนอแนวคิดได้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจแต่มีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
3/ ดี	- มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่องเพียง 1 แห่ง
4/ ดีมาก	- มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดการประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

จากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้างต้น ทำให้สรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พิจารณาจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถควรเป็นแบบทดสอบแบบเขียนตอบ และครูควรมีเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ปรับปรุงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ (2546, หน้า 123) และสสวท. (2547, หน้า 52) ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแบบภาพรวม (Holistic scoring rubrics) โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์การให้คะแนนดังแสดงในตารางที่ 2-9

ตารางที่ 2-9 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3/ ดีมาก	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล ชัดเจน
2/ ดี	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้อย่างสมเหตุสมผล
1/ พอใช้	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือ - คำตอบถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้นได้อย่างสมเหตุสมผล
0/ ปรับปรุง	- คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือ - ไม่เขียนตอบใด ๆ

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้เชิงรุก ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอดังต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้เชิงรุก มีดังนี้

Keeler and Steinhorst (1995) ได้ศึกษาผลการปรับเปลี่ยนการสอน จากรูปแบบการบรรยายแบบเดิมเป็นการกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกแบบกลุ่มย่อย ด้วยการจัดให้นักเรียนได้แก้ปัญหาต่าง ๆ ร่วมกันทำงานแบบกลุ่ม พบว่า นักศึกษาประสบความสำเร็จในการเรียน มีระดับผลการเรียนสูงขึ้น อีกทั้งจากการตอบแบบสอบถามที่ถามทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อกิจกรรมของกลุ่ม พบว่า นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนแบบกลุ่มย่อย

Rosenthal (1995, pp. 223-228) ได้ศึกษากลวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูงของมหาวิทยาลัยมินเนโซตา เรื่อง ทฤษฎีความน่าจะเป็น ผลการศึกษาพบว่า การปรับเปลี่ยนกลวิธีการสอนจากรูปแบบเดิมที่เป็นการจดบันทึกการบรรยายแต่เพียงอย่างเดียว มาเป็นกลวิธีในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก อันได้แก่ การเรียนแบบร่วมมือกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ การจดบันทึกสั้น ๆ ของหัวข้อที่สำคัญ การให้นักศึกษาได้มีส่วนร่วมและมีปฏิสัมพันธ์ที่มากขึ้น และการใช้คำถามของครูเพื่อกระตุ้นให้นักศึกษาได้คิดวิเคราะห์ ได้ทำให้นักศึกษาได้มีการเคลื่อนไหวมากขึ้น เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

Rotgans and Schidt (2011, p. 58) ได้ศึกษาผลการเรียนแบบการเรียนรู้เชิงรุกด้วยการใช้สถานการณ์ความสนใจและสถานการณ์เชิงวิชาการ ในชั้นเรียน พบว่า ความสนใจในชั้นเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหลังการใช้การกระตุ้น โดยการจัดการเรียนรู้แบบการเรียนรู้เชิงรุกและการเสนอปัญหา

### งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้เชิงรุก มีดังนี้

วรนุช นิลเขต (2554, หน้า 69) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมแบบปฏิบัติจริงที่มีต่อการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นปฐมวัยปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า หลังการจัดกิจกรรมแบบปฏิบัติจริงแล้ว นักเรียนมีทักษะทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับสูง จำแนกรายด้าน พบว่า ด้านการเปรียบเทียบอยู่ในระดับสูง เมื่อเปรียบเทียบก่อนและหลังทดลอง ทั้งโดยรวมและรายด้าน พบว่า เด็กปฐมวัยหลังได้รับการจัดกิจกรรมแบบปฏิบัติจริงมีทักษะทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สัญญา ภัทรากร (2552, หน้า 152) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่องความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก เรื่องความน่าจะเป็นสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



และด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรรณทิภา ทองนวล (2554, หน้า 198) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา โดยเน้นการใช้ตัวแทน เปรียบเทียบกับเกณฑ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวนนักเรียน 48 คน ผลการวิจัยพบว่า ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา โดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก โดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยข้างต้น พบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้เชิงรุกนั้นส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ซึ่งการจัดการเรียนการสอน โดยใช้การจัดการเรียนรู้เชิงรุกนั้น เป็นแนวคิดหนึ่งของจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ให้นักเรียนได้คิดคิดไตร่ตรอง สะท้อนความคิด ความรู้ที่ได้รับออกมา ดังนั้นการจัดการเรียนรู้เชิงรุกอาจส่งผลให้นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วยเช่นกัน

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยเป็นลำดับหัวข้อ ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การกำหนดแบบแผนการทดลอง
4. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนสนิมคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 10 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมด 496 คน

##### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนสนิมคม จังหวัดชลบุรี จำนวนนักเรียน 48 คน โดยได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มด้วยการจับสลากมา 1 ห้องจากห้องเรียนทั้งหมด เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนละความสามารถของนักเรียน

## การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
มีขั้นตอนในการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนพนัสพิทยาคาร และศึกษาคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อนำไปเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียน
2. ศึกษาทฤษฎี และแนวคิด ที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยการเรียนรู้เชิงรุกจากเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ
3. วิเคราะห์ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง สถิติ เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมงสอน ดังรายละเอียดในตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 วิเคราะห์แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (คาบ)
1. สถิติและข้อมูล	<p>ค.5.1 ม.3/1 กำหนดประเด็นและเขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสม</p> <p>ค.6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>ค.6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>- อธิบายความหมายของสถิติ และข้อมูล ได้ถูกต้อง</p> <p>- ระบุนิยามของข้อมูลที่กำหนดมาให้ได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ</p> <p>- นำความรู้เรื่องระเบียบวิธีทางสถิติไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</p>	<p>- สถิติและข้อมูล</p>	2
2. การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม	<p>ค.5.1 ม.3/3 นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม</p> <p>ค.5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จาก การนำเสนอ</p> <p>ค.6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>ค.6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>- อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่นำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ ได้ถูกต้อง</p> <p>- วิเคราะห์ข้อมูลแล้วเลือกนำเสนอข้อมูลในรูปแบบต่าง ๆ ได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ</p> <p>- นำความรู้ที่เกี่ยวกับการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาได้</p>	<p>- การวิเคราะห์ข้อมูลจาก การนำเสนอ</p> <p>- การนำเสนอข้อมูล</p>	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผ่นที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (คาบ)
3. การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม	ค 5.1 ม.3/3 นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม	- อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่	- การวิเคราะห์ข้อมูลจาก	2
ข้อมูลในรูปแบบตารางแจกแจง	ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จาก	นำเสนอในรูปแบบตารางแจกแจงความถี่ที่เป็น	ข้อมูลจาก	
ตารางแจกแจง	การนำเสนอ	อันตรภาคชั้น ได้ถูกต้อง	การนำเสนอ	
ความถี่ที่เป็น	ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	- วิเคราะห์ข้อมูลแล้วเลือกนำเสนอข้อมูลใน	- การนำเสนอข้อมูล	
อันตรภาคชั้น	และเทคนิคในโลซีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่าง	รูปแบบตารางแจกแจงความถี่ที่เป็นอันตรภาคชั้น		
	เหมาะสม	ได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ		
	ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้	- นำความรู้ที่เกี่ยวกับภavnนำเสนอในรูปแบบตาราง		
	อย่างเหมาะสม	แจกแจงความถี่ที่เป็นอันตรภาคชั้นมาใช้ใน		
		การแก้ปัญหาได้		
4. การนำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม	ค 5.1 ม.3/3 นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม	- อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที	- การวิเคราะห์ข้อมูลจาก	2
ข้อมูลในรูปแบบ	ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จาก	นำเสนอในรูปแบบฮิสโทแกรม ได้ถูกต้อง	ข้อมูลจาก	
ฮิสโทแกรม	การนำเสนอ	- วิเคราะห์ข้อมูลแล้วเลือกนำเสนอข้อมูลใน	การนำเสนอ	
	ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	รูปแบบฮิสโทแกรม ได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผล	- การนำเสนอข้อมูล	
	และเทคนิคในโลซีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่าง	ประกอบ		
	เหมาะสม	- นำความรู้ที่เกี่ยวกับการนำเสนอในรูปแบบ		
	ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้	ฮิสโทแกรมมาใช้ในการแก้ปัญหาได้		
	อย่างเหมาะสม			

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (คาบ)
5. คำเฉลยเลขคณิต	ค 5.1 ม. 3/2 หากค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้ อย่างเหมาะสม	- หากค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจง ความถี่ที่กำหนดให้ได้	- ค่ากลางของข้อมูล และการนำไปใช้	1
	ค 5.3 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ	- ระบุลักษณะของข้อมูลที่ใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น ค่ากลางได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ		
	ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่าง เหมาะสม	- นำความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหาได้		
	ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้ อย่างเหมาะสม			
6. มัธยฐานและ ฐานนิยม	ค 5.1 ม. 3/2 หากค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้ อย่างเหมาะสม	- หากมัธยฐานและฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ได้	- ค่ากลางของข้อมูล และการนำไปใช้	1
	ค 5.3 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ	- ระบุลักษณะของข้อมูลที่ใช้ค่ามัธยฐานและฐาน นิยมเป็นค่ากลางได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผล ประกอบ		

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (คาบ)
	ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	- นำความรู้เกี่ยวกับคำมีฐานและฐานนิยม ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้		
	ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม			
7. การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล	ค 5.1 ม. 3/2 หากค่าเฉลี่ยเลขคณิต มีฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม	- หากค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้	- ค่ากลางของข้อมูล และการนำไปใช้	1
	ค 5.3 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ	- เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ		
	ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	- นำความรู้เกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูล ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้		
	ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม			

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนก	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	เวลา (คาบ)
8. การกระจายของข้อมูล	<p>ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จาก การนำเสนอ</p> <p>ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่าง เหมาะสม</p> <p>ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>- หาค่าการกระจายของข้อมูล ได้ถูกต้อง</p> <p>- ให้เหตุผลเกี่ยวกับการกระจายของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>- นำความรู้เกี่ยวกับการกระจายของข้อมูล ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</p>	<p>- การกระจายตัวของข้อมูล</p>	3
9. ความคลาดเคลื่อนในการใช้สถิติ	<p>ค 5.3 ม.3/2 อภิปรายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น ได้จาก การนำเสนอข้อมูลทางสถิติ</p> <p>ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่าง เหมาะสม</p> <p>ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>- อธิบายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น ได้จาก การนำเสนอข้อมูลทางสถิติได้อย่างเหมาะสม</p> <p>- ให้เหตุผลเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนในการใช้สถิติได้อย่างเหมาะสม</p> <p>- นำความรู้เกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น ได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติได้อย่างเหมาะสม</p>	<p>- ความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น ได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ</p>	2
รวม				16



4. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จำนวน 9 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 16 คาบ คาบละ 55 นาที โดยออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการเรียนรู้เชิงรุก 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่นำนักเรียนเข้าสู่บทเรียน สร้างความพร้อมให้กับนักเรียนโดยการแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ และทบทวนความรู้พื้นฐานสำหรับการสร้างความรู้ใหม่ โดยครูใช้คำถามหรือการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ให้นักเรียนเกิดความสนใจและสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ศึกษาแก้ปัญหาด้วยการใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นสรุปคำตอบ รวมทั้งให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ได้แลกเปลี่ยนความคิดและให้เหตุผลประกอบการคิด โดยครูจัดเตรียมโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ สื่อ อุปกรณ์ กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ ได้คิดวิเคราะห์ เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนประเมินตนเอง คิดไตร่ตรองในสิ่งที่เรียนรู้ รวบรวมสิ่งที่ได้เรียนรู้ แนวความคิดที่เกิดจากการปฏิบัติกิจกรรม แล้วสะท้อนสิ่งที่ได้รับด้วยนำเสนอและร่วมกันอภิปรายข้อความรู้และกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผลในชั้นเรียน หรือการเขียนบันทึกแบบไม่เป็นทางการ โดยครูเป็นผู้สนับสนุนให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนจนได้ข้อสรุปและเสริมข้อความรู้ที่ยังขาดหายไป

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ครูมอบหมายให้นักเรียนได้ฝึกทักษะและนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย

1. มาตรฐานการเรียนรู้
2. คิวชีวด์
3. จุดประสงค์การเรียนรู้
4. สาระสำคัญ
5. สาระการเรียนรู้
6. กิจกรรมการเรียนรู้
7. สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้
8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
9. บันทึกหลังการสอน

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจพิจารณาความเป็นไปได้ และความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ รวมทั้งการใช้ภาษาในการสื่อสาร และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน (ดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ รวมทั้งการใช้ภาษาที่ถูกต้อง และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป (ส่วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2550, หน้า 249) โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

+1 คะแนน หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน

0 คะแนน หมายถึง ไม่แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกัน

-1 คะแนน หมายถึง แน่ใจว่าองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ไม่สอดคล้องกัน

ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80-1.00 (ดังตารางที่ ค-1 ภาคผนวก ค) และได้รับข้อเสนอแนะในการปรับปรุงจากผู้เชี่ยวชาญดังนี้

6.1 ควรเขียนอธิบายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ละเอียดและชัดเจน โดยในการอธิบายต้องแสดงให้เห็นพฤติกรรมในการเรียนรู้ของนักเรียนภายในห้องให้สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้เชิงรุก

6.2 จำนวนตัวอย่างและเนื้อหาของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ควรกำหนดให้มีความเหมาะสมกับเวลาในแต่ละคาบ

6.3 การใช้คำถามในการกระตุ้นความสนใจของนักเรียนควรชัดเจน กระชับ ส่งเสริมการคิด วิเคราะห์ และนำนักเรียนไปสู่ข้อสรุปของการจัดการเรียนการสอนในแต่ละคาบ

6.4 ในด้านการวัดผลประเมินผล ควรระบุสิ่งที่ต้องการวัดผลและประเมินผล เครื่องมือ วิธีการ และเกณฑ์การประเมินผลให้ชัดเจน

7. ปรับปรุงและแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์แล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี โดยทดลองกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งผลของการทดลองใช้ พบว่า จำนวนข้อของแบบฝึกหัดมีจำนวนมาก โจทย์บางข้อใช้ตัวเลขที่มีค่ามาก ทำให้ใช้เวลาคำนวณนานและการจัดกิจกรรมบางครั้งใช้เวลานานเกินกว่าที่กำหนดไว้ ซึ่งหลังจากทดลองแล้วผู้วิจัยได้ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยทำการปรับลดจำนวนข้อในแบบฝึกหัดให้มีจำนวนน้อยลง ปรับตัวเลขในโจทย์ให้เป็นจำนวนเต็มที่มีค่าน้อยลงสามารถคำนวณได้ง่ายขึ้น และปรับลดกิจกรรมบางส่วนที่ไม่จำเป็นลงเพื่อกระชับเวลา

9. นำผลการทดลองมาปรับปรุงแก้ไข แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แล้วจึงนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ เป็นแบบทดสอบประเภทอัตนัย ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลักการวิธีการสร้างแบบทดสอบทางการเรียน เทคนิคการสร้างข้อสอบ การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนพนัสพิทยาคาร และศึกษาคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของ สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อนำไปเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน

3. สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย เรื่อง สถิติ และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบเรียน ดังตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 วิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบที่ออกทั้งหมด	ข้อสอบที่ ต้องการจริง
ค 5.1 ม.3/1 กำหนดประเด็นและเขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสม	- การเก็บรวบรวมข้อมูล	- นำความรู้เรื่องระเบียบวิธีทางสถิติไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	2	1
ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม				
ค 5.1 ม.3/3 นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม	- การวิเคราะห์ข้อมูล	- นำความรู้ที่เกี่ยวกับกรนำเสนอในรูปแบบต่างๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาได้	6	3
ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอ	จากการนำเสนอ			
ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	- การนำเสนอข้อมูล			
ค 5.1 ม.3/2 หากค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้อย่างเหมาะสม	- ค่ากลางของข้อมูลและการนำไปใช้	- นำความรู้เรื่องค่ากลางของข้อมูลมาใช้ในการแก้ปัญหาได้	4	2
ค 5.3 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ประกอบการตัดสินใจ สถานการณ์ต่าง ๆ				
ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม				

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบที่ออกทั้งหมด	ข้อสอบที่ข้อสอบที่
ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อความที่ได้ออกการนำเสนอ	-การกระจายตัวของข้อมูล	- นำความรู้เกี่ยวกับ การกระจายของข้อมูลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	2	1
ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	ข้อมูล			
ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม				
ค 5.3 ม.3/2 อภิปรายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น ได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ	- ความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น ได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ	- นำความรู้เกี่ยวกับ ความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น ได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	2	1
ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	นำเสนอข้อมูลทางสถิติ			
	รวม		16	8

4. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 16 ข้อ ต้องการใช้จริง 8 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและสอดคล้องกับตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้

5. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็นแบบแยกองค์ประกอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	2	ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
	1	ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ได้บางส่วน
	0	ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือสิ่งที่โจทย์กำหนด
2. วางแผน การแก้ปัญหา	2	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้อง ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน
	1	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้อง ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	เลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยใดๆ ปรากฏ
3. ดำเนิน การตามแผน	2	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การสรุป คำตอบ	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่มีการระบุคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความชัดเจนของภาษา และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

7. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่แก้ไขปรับปรุงแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน (ตั้งภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา พิจารณาความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2550, หน้า 249) ซึ่งใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 คะแนน หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 คะแนน หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 คะแนน หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่วัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60-1.00 (ดังตารางที่ ค-2 ภาคผนวก ค) และได้รับข้อเสนอแนะในการปรับปรุงจากผู้เชี่ยวชาญดังนี้

#### 7.1 ควรปรับปรุงภาษาของคำถามให้มีความชัดเจน เช่น

จากสถานการณ์ “บริษัทแห่งหนึ่งทำหน้าที่ขนส่งสินค้าทางเรือ วันหนึ่งได้รับการจ้างงานขนส่งสินค้าจากบริษัทจัดจำหน่ายรายใหญ่ ทางบริษัทจึงเลือกขั้วน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของสินค้าที่จะขนส่งจำนวน 15 กระสอบ ซึ่งแต่ละกระสอบมีน้ำหนักที่แตกต่างกันออกไปดังนี้ 49 52 47 53 55 48 50 50 54 52 51 52 49 50 53” คำถาม “ถ้าเรือขนส่งสินค้าของบริษัทแห่งนี้สามารถบรรทุกสินค้าได้ไม่เกิน 5 ตันต่อเที่ยว จงหาว่า บริษัทควรจะบรรทุกสินค้าได้ไม่เกินกี่กระสอบ” แก้ไขเป็น สถานการณ์ “บริษัทสำเภาทองทำธุรกิจขนส่งสินค้าทางเรือ ได้รับงานมอบหมายงานขนส่งข้าวสารจากผู้จำหน่ายรายใหญ่ ทางบริษัทจึงสุ่มขั้วน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของข้าวสารที่จะขนส่งมาจำนวน 15 กระสอบ ซึ่งแต่ละกระสอบมีน้ำหนักดังนี้ 49 52 47 53 55 48 50 50 54 52 51 52 49 50 53” คำถาม “ถ้าเรือขนส่งสินค้า สามารถบรรทุกข้าวสารได้ไม่เกิน 5 ตัน จงหาว่า บริษัทควรบรรทุกข้าวสารได้ไม่เกินกี่กระสอบ”

#### 7.2 ปรับข้อสอบบางข้อให้มีระดับความยากเพิ่มขึ้น เช่น

จากข้อมูลชุดหนึ่งคือ 5, 8, x, 8, 7, 14 ถ้าค่าเฉลี่ย เลขคณิตเท่ากับ 9 แล้ว x มีค่าเท่าใด แก้ไขเป็น คะแนนสอบย่อยในวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง เป็นดังนี้ x x 29 25 34 22 20 30 30 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน จงหาค่า x มีค่าเป็นเท่าไร

8. ปรับปรุงและแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

9. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบความถูกต้องของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี โดยทดลองกับนักเรียนจำนวน 40 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

10. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาตรวจให้คะแนน ตามเกณฑ์การให้คะแนนในข้อ 5 แล้วนำผลคะแนนมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 164, 167) จำนวน 8 ข้อ ให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งผลการวิเคราะห์พบว่า แบบทดสอบมีค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) อยู่ระหว่าง 0.44-0.62 และมีค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) อยู่ระหว่าง 0.23-0.51

11. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) อยู่ในเกณฑ์ที่คัดเลือกไว้จำนวน 8 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบควรมีค่าตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 161) ผลการวิเคราะห์พบว่า แบบทดสอบมีค่าเชื่อมั่นเท่ากับ 0.841

12. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพและคัดเลือกแล้ว ไปใช้กับกลุ่มนักเรียนตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ เป็นแบบทดสอบประเภทอัตนัย จำนวน 8 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลักการวิธีการสร้างแบบทดสอบทางการเรียน เทคนิคการสร้างข้อสอบ การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรสถานศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียน



พนัสพิทยาคาร และศึกษาคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของ สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อนำไปเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน

3. สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย เรื่อง สถิติ และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบเรียน ดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 วิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบที่ออกทั้งหมด	ข้อสอบที่ข้อสอบที่ ต้องการจริง
ค 5.1 ม.3/ 1 กำหนดประเด็นและเขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสม	- ข้อมูลและสถิติ	- ระบุชนิดของข้อมูลที่กำหนดให้ "ได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ	2	1
ค 6.1 ม.3/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	- การวิเคราะห์ข้อมูล ข้อมูลจาก การนำเสนอ - การนำเสนอ ข้อมูล	- วิเคราะห์ข้อมูลแล้วเลือกนำเสนอ ข้อมูลในรูปแบบต่าง ๆ "ได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ	6	3
ค 5.1 ม. 3/2 หากค่าเฉลี่ยเลขคณิต มีขัณฑ์และฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม	- ค่ากลางของ ข้อมูลและ การนำไปใช้	- เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่ กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ	4	2
ค 5.1 ม.3/ 1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ	- ค่ากลางของ ข้อมูลและ การนำไปใช้	- เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่ กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ	4	2
ค 6.1 ม.3/ 2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	- ค่ากลางของ ข้อมูลและ การนำไปใช้	- เลือกใช้ค่ากลางของข้อมูลที่ กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ	4	2

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	ตัวชี้วัด	ผลการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อสอบที่ออกทั้งหมด	ข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 5.1 ม.3/4 อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอ	-การกระจายตัว	-การกระจายตัว	-ให้เหตุผลเกี่ยวกับการกระจายของข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม	2	1
ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	ของข้อมูล	ของข้อมูล	ข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม		
ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม					
ค 5.3 ม.3/2 อภิปรายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้น ได้จากการนำเสนอ ข้อมูลทางสถิติ	- ความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอ	- ความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอ	-ให้เหตุผลเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนในการใช้สถิติได้	20	1
ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	เกิดขึ้นได้จาก การนำเสนอข้อมูลทาง สถิติ	เกิดขึ้นได้จาก การนำเสนอข้อมูลทาง สถิติ	ถูกต้อง		
	รวม			16	8

4. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 16 ข้อ ต้องการใช้จริง 8 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและสอดคล้องกับตัวชี้วัด และจุดประสงค์การเรียนรู้

5. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็นแบบภาพรวม ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับใช้วัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3/ ดีมาก	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล ชัดเจน
2/ ดี	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้อย่างสมเหตุสมผล
1/ พอใช้	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือ - คำตอบถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้นได้ อย่างสมเหตุสมผล
0/ ปรับปรุง	- คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น หรือ - คำตอบไม่ถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือ - ไม่เขียนตอบใด ๆ

6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความชัดเจนของภาษา และชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมรับฟังข้อเสนอนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

7. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่แก้ไขปรับปรุงแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน (ดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา พิจารณาความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษา และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป (ส่วน สายยศ; และอังคณา สายยศ, 2550, หน้า 249) ซึ่งใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- +1 คะแนน หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 คะแนน หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 คะแนน หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนั้นไม่วัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60-1.00 (ดังตารางที่ ค-3 ภาคผนวก ค) ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เช่น ควรปรับปรุงภาษาของคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น

จาก บริษัทส่งเสริมการเกษตร จำกัด มีรายรับ-รายจ่าย ในแต่ละเดือน ดังนี้

เดือน	มกราคม	กุมภาพันธ์	มีนาคม	เมษายน	พฤษภาคม	มิถุนายน	กรกฎาคม	สิงหาคม
รายรับ (ล้านบาท)	3.7	7.1	6.4	3.9	5.6	4.3	5.0	6.2
รายจ่าย (ล้านบาท)	2.4	5.2	2.7	4.3	4.6	4.1	3.8	4.4

จากข้อมูลข้างต้นควรนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใด เพราะเหตุใดจึงเลือกการนำเสนอรูปแบบนี้ แก้ไขเป็น บริษัทส่งเสริมการเกษตร จำกัด แสดงงบดุลรายรับ-รายจ่าย ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ. 2557 ดังนี้

เดือน	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.
รายรับ (ล้านบาท)	3.7	7.1	6.4	3.9	5.6	4.3	5.0	6.2
รายจ่าย (ล้านบาท)	2.4	5.2	2.7	4.3	4.6	4.1	3.8	4.4

จากข้อมูลข้างต้นควรนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใด เพื่อแสดงให้เห็นแนวโน้มการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของรายรับและรายจ่ายของบริษัท และเพราะเหตุใดจึงเลือกการนำเสนอรูปแบบนี้

8. ปรับปรุงและแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

9. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบความถูกต้องของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์แล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี โดยทดลองกับนักเรียนจำนวน 40 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

10. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนในข้อ 5 แล้วนำผลคะแนนมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 164, 167) จำนวน 8 ข้อ ให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งผลการวิเคราะห์พบว่าแบบทดสอบมีค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) อยู่ระหว่าง 0.45-0.65 และมีค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) อยู่ระหว่าง 0.43-0.70

11. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) อยู่ในเกณฑ์ที่คัดเลือกไว้จำนวน 8 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบควรมีค่าตั้งแต่ 0.70 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 161) ผลการวิเคราะห์พบว่า แบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.731 ซึ่งจัดว่าแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นอยู่ในระดับปานกลาง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากจำนวนข้อของแบบทดสอบมีจำนวนน้อยจึงส่งผลต่อค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

12. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพและคัดเลือกแล้ว ไปใช้กับกลุ่มนักเรียนตัวอย่างต่อไป

### การกำหนดแบบแผนการทดลอง

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบกึ่งการทดลอง (Pre-experimental design) ใช้วิธีการวิจัยแบบกลุ่มเดียว วัดผลหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2548, หน้า 270) ซึ่งมีแบบแผนการทดลองดังตารางที่ 3-6

ตารางที่ 3-6 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	การสอบหลังเรียน
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>O</i>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

*E* แทน กลุ่มทดลอง

*X* แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก

*O* แทน คะแนนสอบหลังจากที่จัดกระทำการทดลอง

### การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนสนิมคม จังหวัดชลบุรี โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการขั้นดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

#### ขั้นเตรียมการ

1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก
2. ผู้วิจัยเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
3. ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บข้อมูล จากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา ยื่นต่อโรงเรียนพนัสพิทยาคาร เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการทดลองและเก็บข้อมูล

#### ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ประชุมชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงวัตถุประสงค์ และบทบาทหน้าที่ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เพื่อให้นักเรียนได้

ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างด้วยตัวเองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 16 คาบ

3. เมื่อดำเนินการสอนจนครบตามกำหนดการทดลอง ผู้วิจัยทำการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบจำนวน 1 คาบ และวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบจำนวน 1 คาบ

4. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนตามที่กำหนดไว้ และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest) แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ตามวิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาตรวจสอบให้คะแนนและวิเคราะห์ข้อมูล โดยแบ่งการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

#### การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample



### การวิเคราะห์เชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง
2. นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง

### สถิติที่ใช้ในการคิดวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้  
สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{X}$ ) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 34)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

- |       |           |     |                              |
|-------|-----------|-----|------------------------------|
| เมื่อ | $\bar{X}$ | แทน | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต             |
|       | $\sum X$  | แทน | ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล        |
|       | $n$       | แทน | จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง |

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553,

หน้า 60)

$$s = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

- |       |              |     |  |
|-------|--------------|-----|--|
| เมื่อ | $s$          | แทน | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน                           |
|       | $\sum X$     | แทน | ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด                          |
|       | $(\sum X)^2$ | แทน | ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดยกกำลังสอง                |
|       | $\sum X^2$   | แทน | ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง               |
|       | $n$          | แทน | จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง หรือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด |

### สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

1. หาค่าดัชนีความสอดคล้อง ( $IOC$ ) ของแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ โดยคำนวณจากสูตรของ Rowinelli and Hambleton (พิชิต ฤทธิจักรูญ, 2548, หน้า 150)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	$IOC$	แทน	ค่าดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
	$N$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. หาค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ D. R. Whitney and D. L. Sabers (1970 อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิจักรูญ, 2548, หน้า 149)

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$P_D$	แทน	ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุด
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุด

3. หาค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ D. R. Whitney and D. L. Sabers (1970 อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิจักรูญ, 2548, หน้า 149)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	$D$	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบแต่ละข้อ
	$S_U$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

$S_L$	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
$N$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
$X_{\max}$	แทน	คะแนนสูงสุด
$X_{\min}$	แทน	คะแนนต่ำสุด

4. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ โดยคำนวณจากสูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ ) ของ Cronbach (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	$k$	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	$s^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

#### สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test แบบ One sample (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	$\mu$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์
	$s$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

โดยมี  $df = n - 1$

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- $n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- $t$  แทน ค่าที่พิจารณาใน t-distribution
- $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน
- $\mu$  แทน ค่าเฉลี่ยของประชากรที่ใช้เป็นเกณฑ์
- $s$  แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- $p$  แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
- $*$  แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

#### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งออกเป็น 2 ตอน มีรายละเอียด ดังนี้

**ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ**

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก โดย การเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำผลมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test

แบบ One sample ผลปรากฏดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$ (คะแนนเต็ม 56)	$s$	$t$	$p$
คะแนนความสามารถ ในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	48	39.20	42.40	5.72	3.869*	.000

\*  $p < .05$  ,  $t_{(.05, 47)} = 1.678$

จากตารางที่ 4-1 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง  
สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน  
ตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็น 4 ด้าน พบว่า

#### 1. ด้านทำความเข้าใจปัญหา

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกโดย  
การเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านทำความเข้าใจปัญหา  
กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถใน  
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำผลมา  
วิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test แบบ One sample ผลปรากฏดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ด้านทำความเข้าใจปัญหาเกี่ยวกับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$ (คะแนนเต็ม 16)	$s$	$t$	$p$
คะแนนความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านทำความเข้าใจปัญหา	48	11.20	12.54	1.99	4.674*	.000

\*  $p < .05$  ,  $t_{(0.05, 47)} = 1.678$

จากตารางที่ 4-2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านทำความเข้าใจปัญหา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อพิจารณาลักษณะของการเขียนตอบแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนสามารถจำแนกลักษณะการอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาของนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการทดลองคือ “คะแนนสอบย่อยในวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง เป็นดังนี้ x x 29 25 34 22 20 30 30 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน จงหาค่า x มีค่าเป็นเท่าไร”พบว่าคำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่มมีดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือสิ่งที่โจทย์กำหนด ซึ่งในการศึกษาพบว่า ไม่ปรากฏลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดได้บางส่วน โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ แสดงดังภาพที่ 4-1

ขั้นที่ 1 พหุคูณเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม..... ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน ค่า x เป็นเท่าไร.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้..... คะแนนสอบย่อยในวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง.....

ภาพที่ 4-1 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ด้านทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 4-1 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการเขียนตอบ นักเรียนจะคัดลอกข้อความมาจากข้อความในโจทย์ไม่ได้เรียบเรียงเป็นถ้อยคำตามความเข้าใจของนักเรียนเอง โดยนักเรียนตอบว่า “สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน ค่า  $x$  เป็นเท่าไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ คะแนนสอบย่อยในรายวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน เป็นส่วนหนึ่งของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หากให้ถูกต้องนักเรียนควรตอบว่า “สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ค่า  $x$  เป็นเท่าไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ คะแนนสอบย่อยในรายวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง มีคะแนนสอบสองครั้งที่ไม่ทราบค่าแต่มีคะแนนสอบที่เท่ากัน คะแนนสอบทั้ง 9 ครั้งมีค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน”

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน คือ นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการสิ่งที่โจทย์กำหนดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบแสดงดังภาพที่ 4-2

**ข้อที่ 1 ค่าความเข้าใจปัญหา**  
 สิ่งที่โจทย์ถาม.....ค่า  $x$  มีค่าเป็นเท่าไร  
 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....คะแนนสอบย่อยในรายวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง  
 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน

ภาพที่ 4-2 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 4-2 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถบอกได้ว่า “สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ค่า  $x$  มีค่าเป็นเท่าไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ คะแนนสอบย่อยในรายวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่ง โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

## 2. ด้านวางแผนการแก้ปัญหา

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกโดยการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านวางแผนการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำผลมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test แบบ One sample ผลปรากฏดังตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ด้านวางแผนการแก้ปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$ (คะแนนเต็ม 16)	$s$	$t$	$p$
คะแนนความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านวางแผนการแก้ปัญหา	48	11.2	11.96	1.76	2.982*	.0025

\*  $p < .05$  ,  $t_{(.05, 47)} = 1.678$

จากตารางที่ 4-3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อพิจารณาลักษณะของการเขียนตอบแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนสามารถจำแนกลักษณะการอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาของนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการทดลองคือ “คุณครูสองต้องการทราบระดับความรู้พื้นฐานด้านภาษาอังกฤษของนักเรียน โดยพิจารณาจากเกรดของวิชาภาษาอังกฤษในเทอมที่ผ่านมา เพื่อนำมาจัดกลุ่มแบบคะแนนความสามารถของนักเรียนในค่ายภาษาอังกฤษ อยากทราบว่าครูสองควรใช้วิธีใดและมีขั้นตอนในการดำเนินการอย่างไร จึงจะทราบระดับความรู้พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มนี้” พบว่า คำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนเลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขในโจทย์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-3

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด ..... นำเกรด ของวิชา ภาษาอังกฤษ มาเฉลี่ย  
เพราะ ..... ถ้าเกรด ง่าย ๆ จะกลุ่มได้ .....

ภาพที่ 4-3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้ 0 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ด้านวางแผนการแก้ปัญหา



จากภาพที่ 4-3 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งพิจารณาได้จากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ นำเกรดของวิชาภาษาอังกฤษมาเฉลี่ย เพราะ ถ้าเรารู้ข้อมูลเราจะจัดกลุ่มได้” ซึ่งเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่น่าเงื่อนไขใน โจทย์ที่เกี่ยวข้องมาใช้ในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องการนำเกรดของวิชาภาษาอังกฤษมาเฉลี่ย ไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่ โจทย์ต้องการเนื่องจากโจทย์ต้องการให้นักเรียนอธิบายขั้นตอนการดำเนินการเพื่อให้รู้ระดับความรู้พื้นฐาน และเมื่อรู้แล้วจึงนำมาจัดกลุ่มแบบละความสามารรถ ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องนักเรียนควรตอบว่า “วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ ใช้ระเบียบวิธีทางสถิติ ในการเก็บข้อมูลแล้วสร้างตารางแจกแจงความถี่ เพราะ ต้องมีการเก็บข้อมูลที่ต้องการแล้วนำข้อมูลมานำเสนอและนำข้อมูลไปวิเคราะห์”

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ นักเรียนเลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขใน โจทย์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-4

#### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด ..... ตารางแจกแจงความถี่ .....  
 เพราะ ..... ได้ นำมาจัดกลุ่มได้ .....

ภาพที่ 4-4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
 ด้านวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 4-4 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน แต่ยังไม่วางแผนไม่เป็นลำดับขั้นตอนซึ่งพิจารณาได้จากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ ตารางแจกแจงความถี่ ทำการสำรวจผล เพราะ จะได้นำข้อมูลมาจัดกลุ่มได้” ซึ่งเป็นคำตอบที่ค่อนข้างถูกต้องแต่วิธีการแก้ปัญหาไม่ยึดหยุ่นไปตามสถานการณ์ บางครั้งการเลือกเก็บข้อมูล โดยการพิจารณาจากแบบบันทึกผลการเรียนที่ฝ่ายวิชาการ จะมีความสะดวกและถูกต้องมากกว่า แนวทางในการวางแผนของนักเรียนยังเป็นขั้นตอนที่ไม่ชัดเจน เนื่องจาก นักเรียนต้องเก็บข้อมูลก่อนแล้วจึงนำข้อมูลมานำเสนอในรูปแบบตารางแจกแจงความถี่ ตามลำดับ

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน คือ นักเรียนเลือกใช้วิธีการและเงื่อนไขใน โจทย์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-5

### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด ..... วิธีการทางสถิติ สอบก่อนแล้วสร้างตารางความถี่  
 เพราะ ..... ต้อง|กับ|ข้อ|๘|เกณฑ์|ถูก|ต้อง| ถ้า|วิธี|ด้วย|๘|จะ|ปกติ|กลุ่ม|ได้| |แล้ว|วิธี|๘|จะ|ระดับ|ความรู้|ได้|

ภาพที่ 4-5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
 ด้านวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 4-5 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเลือกวิธีแก้ปัญหาได้ถูกต้อง นักเรียนนำเสนอใน  
 โจทย์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา มาใช้ในการวางแผนได้ถูกต้อง ครบถ้วน

### 3. ด้านดำเนินการตามแผน

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก โดย  
 การเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านดำเนินการตามแผน  
 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถใน  
 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำผลมา  
 วิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test แบบ One sample ผลปรากฏดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
 ด้านดำเนินการตามแผนกับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$ (คะแนนเต็ม 16)	$s$	$t$	$p$
คะแนนความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านดำเนินการตามแผน	48	11.20	12.04	1.83	3.181*	.002

\*  $p < .05$  ,  $t_{(0.05, 47)} = 1.678$

จากตารางที่ 4-4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง  
 คณิตศาสตร์ ด้านดำเนินการตามแผนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรม  
 การเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทาง  
 สถิติที่ระดับ .05



นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วนโดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-7

ขั้นที่ 3 คำนวณการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น ..... ๑. ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักรวมของปลาที่ได้อัด

$\bar{x}$	$\frac{49+52+47+53+55+48+50+50+56+52+51+52+49+50+53}{15}$
$\bar{x}$	48
$\bar{x}$	48 กก

๑. ๕ ตัน = 5000 กิโลกรัม

น้ำหนักรวมของปลาที่ได้อัด

๕๐๐๐ × ๔๘

๒๔๐๐๐

$x = \frac{5000}{48}$

$x = 104$  กระสอบ

๓. สรุป การตอบ

ภาพที่ 4-7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการตามแผน

จากภาพที่ 4-7 จะเห็นได้ว่า นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วนซึ่งพิจารณาได้จากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “หาค่าเฉลี่ยของแต่ละกระสอบหนักเท่าใด โดยใช้การแทนค่าลงในสูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต” ซึ่งนักเรียนตอบได้ถูกต้อง แต่เมื่อพิจารณาการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต พบว่านักเรียนคำนวณได้ไม่ถูกต้อง ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักข้าวสารเท่ากับ 45 กิโลกรัม และเมื่อนำค่าที่คิดไปคำนวณหาจำนวนกระสอบข้าวสารจึงทำให้ได้คำตอบที่คิด ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องนักเรียนควรตอบว่า “หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักข้าวสาร ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 51 กิโลกรัม จากนั้นพิจารณาเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ว่า เรือบรรทุกได้ไม่เกิน 5 ตัน นั่นคือ รับน้ำหนักได้ไม่เกิน 5,000 กิโลกรัม แล้วจึงนำค่าเฉลี่ยที่ได้มาหารน้ำหนักทั้งหมดที่เรือสามารถบรรทุกได้ ทำให้ได้จำนวนกระสอบข้าวสารประมาณ 98.03 ดังนั้นเรือหนึ่งลำควรบรรทุกข้าวสารได้ไม่เกิน 98 กระสอบ”

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน คือ นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-8

### ขั้นที่ 3 คำนวณการตามแผน

นักเรียนคำนวณการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ย} &= \frac{49 + 52 + 47 + 53 + 55 + 48 + 50 + 50 + 54 + 52 + 51 + 52 + 49 + 50 + 52}{15} \\ &= \frac{765}{15} \\ &= 51 \\ \text{กระสอบหนักเฉลี่ย} & 51 \text{ กิโลกรัม} \\ \text{ไม่ตกได้ไม่เกิน} & 5 \text{ คัน} \times 5,000 \text{ กิโลกรัม} \\ &= \frac{5000}{51} \\ &\approx 98.03 \end{aligned}$$

ภาพที่ 4-8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ด้านคำนวณการตามแผน

จากภาพที่ 4-8 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาจนนำมาสู่คำตอบของ  
ปัญหาได้ถูกต้อง

#### 4. ด้านสรุปคำตอบ

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกโดย  
การเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านสรุปคำตอบ  
กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถใน  
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำผลมา  
วิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test แบบ One sample ผลปรากฏดังตารางที่ 4-5

ตารางที่ 4-5 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ด้านสรุปคำตอบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$ (คะแนนเต็ม 8)	$s$	$t$	$p$
คะแนนความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านสรุปคำตอบ	48	5.60	5.85	0.87	2.013*	.025

\*  $p < .05$  ,  $t_{(0.05, 47)} = 1.678$

จากตารางที่ 4-5 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสรุปคำตอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อพิจารณาลักษณะของการเขียนตอบแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านสรุปคำตอบของนักเรียนสามารถจำแนกลักษณะการอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาของนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการทดลองว่า สถิติสำรวจอายุของคนที่มาใช้บริการต่าง ๆ ในสวนสาธารณะแห่งหนึ่ง เช่น ออกกำลังกายเดิน วิ่งและเดินเอนโรบิคจำนวน 30 คน มีข้อมูลดังนี้

16	25	30	45	62	59	70	55	48	76
55	41	29	12	40	65	68	50	31	47
62	60	58	56	19	13	78	40	53	25

คำถาม “ถ้าสถิติต้องการนำเสนอข้อมูลข้างต้นด้วยรูปแบบตารางแจกแจงความถี่ ที่แสดงจำนวนคนในแต่ละช่วงอายุ ซึ่งเขาต้องการแบ่งออกเป็นช่วงอายุให้ห่างกันช่วงละ 10 ปี โดยที่ช่วงอายุสูงสุดเป็นช่วงอายุ 70-79 ปี ต้องการทราบว่าคุณจะต้องสร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมดกี่ชั้น และจงแสดงตารางแจกแจงความถี่แบบอินทราภาคชั้น”พบว่า คำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่มมีดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนไม่มีการระบุคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-9

#### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

ต้องสร้างตาราง แจกแจง ความถี่ กี่ชั้น ๒๐ ชั้น

ภาพที่ 4-9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสรุปคำตอบ

จากภาพที่ 4-9 จะเห็นได้ว่าคำตอบที่นักเรียนนำมาสรุปเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง โดยพิจารณาได้จากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “ต้องสร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมด 8 ชั้น” อันเนื่องมาจากนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาในขั้นที่ 3 ผิดพลาด เกิดการคำนวณเลขในขณะที่หาค่าพิสัยของข้อมูลชุดนี้ไม่ถูกต้อง จึงทำให้นักเรียนคำนวณหาค่าจำนวนอันตรภาคชั้นได้ไม่ถูกต้อง ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องนักเรียนควรตอบว่า “ต้องสร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมด 7 ชั้น”

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ นักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องโดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-10

#### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

..... วิเคราะห์สร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมด 7 ชั้น .....

ภาพที่ 4-10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านสรุปคำตอบ

จากภาพที่ 4-10 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสรุปคำตอบได้ตรงกับที่โจทย์ถาม และมีการสรุปคำตอบด้วยภาษาที่เข้าใจง่าย

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก โดยการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำผลมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test แบบ One sample ผลปรากฏดังตารางที่ 4-6

ตารางที่ 4-6 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$ (คะแนนเต็ม 24)	$S$	$t$	$p$
ความสามารถในการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์	48	16.80	17.63	3.00	1.91*	.0315

\*  $p < .05$  ,  $t_{(05, 47)} = 1.678$

จากตารางที่ 4-6 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อพิจารณาลักษณะของการเขียนตอบแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ สามารถจำแนกลักษณะการอธิบายแนวทางในการให้เหตุผลของนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจากตัวอย่างโจทย์ที่ใช้ในการทดลองว่า “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องหนึ่ง มีคะแนนสอบที่ค่อนข้างเกาะกลุ่มกันมาก กล่าวคือ มีการกระจายตัวของคะแนนสอบไม่มากนัก มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ ทำให้สรุปได้ว่า นักเรียนห้องนี้มีความรู้อยู่ในเกณฑ์ที่ดีมาก จากข้อความข้างต้นนักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด” พบว่า คำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนแสดงคำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น หรือคำตอบไม่ถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือไม่เขียนตอบใด ๆ ซึ่งแบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนแสดงคำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบดังภาพที่ 4-11



**จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด**

เห็นด้วย

ภาพที่ 4-11 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน กรณีที่ 1 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 4-11 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง รวมทั้งไม่มีการให้เหตุผลอธิบายแนวคิดของตนเองที่นำมาสู่คำตอบ ซึ่งพิจารณาได้จากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “เห็นด้วย” ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง และไม่มีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่มาสนับสนุนความคิดนั้นเลย ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องนักเรียนควรตอบว่า “มีความคิดเห็นไม่สอดคล้อง เพราะยังรู้ข้อมูลไม่เพียงพอ จากโจทย์รู้เพียงว่าคะแนนสอบค่อนข้างเกาะกลุ่มกันมาก แต่ยังไม่รู้คะแนนสอบของนักเรียนหรือค่าเฉลี่ยของห้องว่ามีค่าเท่าไร อาจเป็นไปได้ว่าคะแนนเฉลี่ยของห้องต่ำ จึงทำให้ยังไม่สามารถสรุปได้”

กรณีที่ 2 นักเรียนแสดงคำตอบไม่ถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบดังภาพที่ 4-12

**จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด**

เห็นด้วย เพราะ ค่าของคะแนนไม่ต่ำไป มากไป รู้เท่ากัน ค่าใกล้เคียงกัน

ภาพที่ 4-12 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน กรณีที่ 2 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 4-12 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบคำถามว่า “เห็นด้วย” คำตอบที่ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนมีการอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบว่า “เพราะค่าของคะแนนไม่ต่ำ มากไป รู้เท่ากัน ค่าใกล้เคียงกัน” ซึ่งเป็นการอธิบายที่ไม่สมเหตุสมผล โจทย์ไม่ได้ระบุว่าคะแนนต่ำไปหรือมากไป ดังนั้นนักเรียนนำมาอ้าง

กรณีที่ 3 นักเรียนไม่เขียนตอบใด ๆ ซึ่งในการศึกษาพบว่า ไม่ปรากฏลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนนคือ นักเรียนแสดงคำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือคำตอบถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น หรือคำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้นได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งแบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนแสดงคำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-13

**จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด**

ไม่ เห็นว่า หลักของอสมการกัน แต่ใช้เงื่อนไขได้ความน่าจะเป็น  
หรือ สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

ภาพที่ 4-13 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน กรณีที่ 1 ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 4-13 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีการพยายามอธิบายให้เหตุผลอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่ข้อสรุปของข้อมูลแต่ไม่สมเหตุสมผล ไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งพิจารณาได้จากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “ไม่ เพราะว่า นักเรียนอาจจะลอกกัน” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง มีการพยายามอธิบายให้เหตุผลประกอบการคิดแต่เหตุผลที่แสดงนั้นเป็นเพียงความคิด ความรู้สึกของนักเรียนเอง และนักเรียนอธิบายเพิ่มเติมอีกว่า “ไม่ได้บอกว่าได้คะแนนน้อยหรือมากจึงไม่สามารถระบุได้ว่าเก่งหรือไม่” ซึ่งเป็นเหตุผลที่นำไปสู่ข้อสรุปของคำตอบได้ แต่ยังไม่มีการนำข้อมูลในโจทย์หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้สนับสนุนข้อสรุปมากพอ

กรณีที่ 2 นักเรียนแสดงคำตอบถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-14

จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่เห็นด้วย

ภาพที่ 4-14 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มได้ 1 คะแนนกรณีที่ 2 ในการให้เหตุผลทาง  
คณิตศาสตร์

จากภาพที่ 4-14 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนอธิบายอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่ข้อสรุปซึ่งพิจารณาได้จากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “ไม่เห็นด้วย” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่มีการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

กรณีที่ 3 นักเรียนแสดงคำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้นได้อย่างสมเหตุสมผล โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-15

จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด

สอดคล้อง เพราะ ส่วนเบี่ยงเบนจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับการกระจายตัวของตัวเลข ถ้าการกระจายตัวมาก ค่าเบี่ยงเบนก็จะมาก การกระจายตัวน้อย ค่าเบี่ยงเบนก็จะน้อย

ภาพที่ 4-15 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มได้ 1 คะแนนกรณีที่ 3 ในการให้เหตุผลทาง  
คณิตศาสตร์

จากภาพที่ 4-15 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถตอบคำถามได้ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนพยายามอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาสนับสนุนคำตอบ ซึ่งพิจารณาได้จากข้อความที่นักเรียนตอบว่า “สอดคล้อง” เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนอธิบายเหตุผลที่มาสนับสนุนคำตอบว่า “เพราะ ส่วนเบี่ยงเบนจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับการกระจายตัวของตัวเลข ถ้าการกระจายตัวมาก ค่าเบี่ยงเบนก็จะมาก การกระจายตัวน้อย ค่าเบี่ยงเบนก็จะน้อย” ซึ่งเป็นเหตุผลที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่สมเหตุสมผลที่ทำให้สรุปได้ว่ามีความเห็นสอดคล้อง แต่นักเรียนไม่ได้พิจารณาข้อมูลของโจทย์กับความเป็นไปได้ที่นักเรียนจะตอบได้คะแนนน้อยเหมือนกันทั้งห้อง จึงทำให้นักเรียนสรุปคำตอบผิด

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน คือนักเรียนแสดงคำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบโดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน

หรือคำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้อย่างสมเหตุสมผลแต่ไม่ชัดเจน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนแสดงคำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-16

จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่สอดคล้องกัน การที่คะแนนเกาะกลุ่มกันไม่ได้บ่งบอกถึงความมาก น้อยของคะแนน ดังนั้น การที่บอกว่านักเรียนห้องนี้มีความรู้อยู่ในเกณฑ์ที่ดีมาก อาจจะไม่จริงก็ได้ เพราะ โจทย์บอกเพียงแต่ความแตกต่างของคะแนนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ภาพที่ 4-16 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 4-16 จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบว่า “ไม่สอดคล้อง” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง และมีการอธิบายให้เหตุผลประกอบคำตอบว่า “การที่คะแนนเกาะกลุ่มกันไม่ได้บ่งบอกถึงความมาก น้อย ของคะแนน ดังนั้น การที่บอกว่านักเรียนห้องนี้มีความรู้ที่อยู่ในเกณฑ์ที่ดีมาก อาจจะไม่จริงก็ได้ เพราะ โจทย์บอกเพียงแต่ความแตกต่างของคะแนนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน” ซึ่งเป็นการพยายามให้เหตุผลที่มีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่สมเหตุสมผลและมีการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ไม่มีการระบุตัวอย่างหรือข้อมูลสำคัญที่นำไปสู่การสรุปความเห็นว่าเป็นหรือไม่สอดคล้องกับข้อสรุปที่โจทย์ระบุ

กรณีที่ 2 นักเรียนแสดงคำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้อย่างสมเหตุสมผลแต่ไม่ชัดเจน ซึ่งในการศึกษาพบว่า ไม่ปรากฏลักษณะคำตอบของนักเรียนในกลุ่มนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน คือ นักเรียนแสดงคำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยมีตัวอย่างลักษณะของคำตอบ ดังภาพที่ 4-17

**จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นต่อคคต้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด**

.....ไม่สอดคล้อง.....เพราะคะแนนสอบที่ค่อนข้างเกาะกลุ่มกันมาก.....มีการกระจายตัวไม่มาก.....ส่วนเบี่ยงเบน  
 .....มาตรฐานต่ำ.....อาจสรุปได้ว่านักเรียนห้องนี้มีความรู้อยู่ในเกณฑ์ปานกลางหรือต่ำกว่าก็ได้.....  
 .....ต้องพิจารณาที่คะแนนที่ได้.....จึงสามารถสรุปได้.....

(1)

**จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นต่อคคต้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด**

.....ไม่เห็นด้วย.....ตัวคะแนนจะเกาะกลุ่มกันมากแต่ก็ไม่ได้บอกค่าคะแนน มากจน 80 น้อย  
 .....บางข้ออาจเกาะกลุ่มกันแบบ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 แต่ค่าคะแนนเต็ม 100 ก็ได้.....

(2)

ภาพที่ 4-17 ลักษณะคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 4-17 (1) จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบ “ไม่สอดคล้อง” เป็นคำตอบที่ถูกต้อง รวมทั้งมีการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบว่า “เพราะคะแนนสอบที่ค่อนข้างเกาะกลุ่มกันมาก มีการกระจายตัวไม่มาก ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ อาจสรุปได้ว่านักเรียนห้องนี้มีความรู้อยู่ในเกณฑ์ปานกลางหรือต่ำกว่าก็ได้ ต้องพิจารณาที่คะแนนที่ได้ จึงสามารถสรุปได้” เป็นการแสดงผลได้ชัดเจน โดยเหตุผลที่นำมาอธิบายมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับคำตอบอย่างสมเหตุสมผล มีการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้

จากภาพที่ 4-17 (2) จะเห็นได้ว่านักเรียนตอบ “ไม่เห็นด้วย” เป็นคำตอบที่ถูกต้อง รวมทั้งมีการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบว่า “ถึงคะแนนจะเกาะกลุ่มกันมาก แต่ไม่ได้บอกว่าคะแนนมากหรือน้อย” เป็นการแสดงผลได้ชัดเจน โดยเหตุผลที่นำมาอธิบายมีการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับคำตอบอย่างสมเหตุสมผล มีการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้ รวมทั้งนักเรียนระบุตัวอย่าง “บางที่คะแนนอาจเกาะกลุ่มกันแบบ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 แต่คะแนนเต็ม 100 คะแนนก็ได้” ซึ่งป็นข้อมูลสำคัญที่ชี้ชัดถึงเหตุผลที่นำไปสู่คำตอบว่ามีความเห็นไม่สอดคล้องกับข้อสรุปที่โจทย์บอก ทำให้เหตุผลที่นักเรียนใช้นั้นสอดคล้องกับข้อมูลและมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนสนิมคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 9 ห้องเรียน รวม 450 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนพนัสพิทยาคาร อำเภอพนสนิมคม จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนจำนวน 48 คน โดยได้กลุ่มตัวอย่างนี้มาด้วยวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ สถิติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ 1) แผนการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 9 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.44-0.62 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23-0.51 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.841 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.37-0.65 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.43-0.70 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.731 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที แบบ One sample

## สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สถิติ สามารถอภิปรายผลการวิจัย ได้ดังนี้

1. ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้นจากประสบการณ์ที่ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหา ที่มีความเกี่ยวข้องกับตัวนักเรียน โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงออกเกี่ยวกับการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และการไตร่ตรองความรู้ที่ได้รับแล้วนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และฝึกทักษะในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ Meyers and Jones (1993, pp. 4-11) ที่ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เชิงรุกมีลักษณะการจัดการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์ที่ลงมือกระทำ และการได้แก้ปัญหา กิจกรรมการเรียนการสอนเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงออกเกี่ยวกับการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และการไตร่ตรองความรู้ที่ได้รับ จึงทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากขึ้น และสอดคล้องกับคำกล่าวของบัญญัติ ชำนาญกิจ (2549, หน้า 3) ที่ได้กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนที่มีคุณค่า ทำทลายความรู้ความสามารถ ให้นักเรียนได้ลงมือคิดและปฏิบัติอย่างมีความหมาย สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง ได้อย่างแน่นอน การเรียนรู้เชิงรุกมี

ประสิทธิภาพในการพัฒนากระบวนการรับรู้ในลำดับที่สูงขึ้น เช่น การคิดแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น มีขั้นตอนในการจัดการการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นเตรียมความพร้อม 2) ขั้นปฏิบัติกิจกรรม 3) ขั้นสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล 4) ขั้นประยุกต์ใช้ พบว่าในขั้นตอนที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยผู้วิจัยจัดเตรียม โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่มีความท้าทายและเกี่ยวข้องกับนักเรียนส่งผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกรู้สึกสนใจ เห็นคุณค่าของการแก้ปัญหา และยังช่วยส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเห็นได้จากผลการวิจัยของ Rotgans and Schmidt (2011, p. 58) ที่ได้ศึกษาผลการเรียนแบบการเรียนรู้เชิงรุกด้วยการใช้สถานการณ์ความสนใจและสถานการณ์เชิงวิชาการในชั้นเรียน พบว่า ความสนใจในชั้นเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหลังการใช้การกระตุ้น โดยการจัดการเรียนรู้แบบการเรียนรู้เชิงรุกและการเสนอปัญหาและสอดคล้องกับแนวคิดของ Bitter (1990 อ้างถึงใน สิริพร ทิพย์คง, 2544, หน้า 79-80) ที่ว่าการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ครูควรเลือกปัญหาที่เป็นความน่าสนใจต่อนักเรียน ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่ยากและไม่ง่ายจนเกินไป อีกทั้งในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้ฝึกให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้น คือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์กำหนดและทำความเข้าใจว่า โจทย์ถามอะไร ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ฝึกให้นักเรียนเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสม และง่ายต่อการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ในขั้นนี้ฝึกให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ และขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ ในขั้นนี้ฝึกให้นักเรียนสรุปคำตอบและพิจารณาคำตอบให้ครบถ้วน การฝึกแก้ปัญหาด้วยกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบมีขั้นตอน ทำให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ ดำเนินการแก้ปัญหาย่างเป็นระบบ และพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับขั้นตอนที่ 3 ขั้นสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประเมินตนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่ผ่านมา แล้วสะท้อนความคิดของตนเองออกมาด้วยการนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาค่อยเพื่อนร่วมห้อง และเปิดโอกาสให้นักเรียนคนอื่น ๆ ร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวทางการจนนำไปสู่การสร้างข้อสรุป โดยมีผู้วิจัยคอยปรับปรุงข้อสรุปให้มีความถูกต้องและชัดเจน จึงทำให้นักเรียนเกิดการขยายความคิด ได้เห็นมุมมองการแก้ปัญหาของผู้อื่นอย่างหลากหลายและสามารถนำไปปรับใช้ในการแก้ปัญหาลงมือปฏิบัติ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 48) ที่ว่า ครูควรฝึกให้นักเรียนประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหาในประเด็นต่าง ๆ เช่น ความเหมาะสมและประสิทธิภาพของ



วิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ ความถูกต้องของคำตอบที่ได้ ความสอดคล้องของระหว่าง การแก้ปัญหากับเงื่อนไขของปัญหา ซึ่งการประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหาก็จะช่วยให้ นักเรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหของตนเอง ซึ่งจะเป็นบทเรียน (Lesson learned) สำหรับการแก้ปัญหในอนาคตต่อไปได้ อีกทั้งการที่นักเรียนบางคนอธิบายวิธีคิดของตนเองให้ เพื่อนฟัง อาจเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคนอื่น ๆ ขยายความคิดของตนเอง หรือการให้นักเรียน อภิปรายวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย จะช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์และสะท้อนความคิดเกี่ยวกับ วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 30-31) ขั้นตอนที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยมอบหมายงานให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ โดยใช้ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีโอกาสแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ หลากหลาย ช่วยเพิ่มประสบการณ์ในการแก้ปัญหาย่างสม่ำเสมอ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ บริชา เนาวิθένผล (2537, หน้า 85-86) ที่ว่า การจัดหาปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ มาให้นักเรียนฝึกคิด เป็นประจำมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกแก้ปัญหาบ่อย ๆ จนเคยชิน ทำให้นักเรียน ได้ฝึก การวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ หลากหลาย สามารถพิจารณาเลือกวิธีการแก้ปัญหาเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้

อย่างไรก็ตาม ช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับลักษณะการจัดการเรียน สอนที่เน้นนักเรียนเป็นผู้ปฏิบัติและนักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง นักเรียนไม่คุ้นเคยกับ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องเขียนอธิบายแนวคิดในแต่ละขั้นตอน นักเรียน บางส่วนขาดทักษะการทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ถามได้เพียงบางส่วน ขาดการคำนึงถึงข้อมูลบางส่วนที่เป็นเงื่อนไขสำคัญในการแก้ปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ อย่างเหมาะสมเป็นบางครั้ง นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่คุ้นเคยหรือคล้ายกับตัวอย่างก่อนหน้าได้ คิดว่าการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ต่างออกไปจากเดิม ในส่วนการเขียนคำตอบ นักเรียนสามารถ ทำได้เพียงการเขียนคำตอบสั้น ๆ และต้องการตัวอย่างเพื่อทำตาม ดังนั้นในการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ ผู้วิจัยจึงพยายามใช้คำถามกระตุ้นและชี้แนะแนวทางในการแก้ปัญหา แล้วให้นักเรียน เขียนอธิบายสิ่งที่เข้าใจออกมา แต่เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วย การเรียนรู้เชิงรุกในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถใช้การเขียน เพื่ออธิบายสิ่งที่ตนเองคิดได้เป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น นักเรียนกล้าพูดแสดงความคิดเห็น และร่วมอภิปรายได้มากขึ้น โดยผู้วิจัยลดการใช้คำถามชี้แนะแนวทางที่ละเอียดลงได้บ้าง ในช่วงท้าย ของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-9 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถ นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจน นักเรียนสามารถ

เขียนตอบและมีการอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบตามขั้นตอนได้อย่างละเอียด อาจมีบางส่วนที่ขาด ความสมบูรณ์บ้างแต่ก็มีความครอบคลุมสาระสำคัญของการแก้ปัญหานั้นอยู่

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ ช่วยพัฒนาและส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ได้เป็นอย่างดี เพราะในแต่ละขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนล้วนแสดงให้เห็นถึงการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การทำความเข้าใจ การวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหจนได้คำตอบ ตลอดจนการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างได้ รวมทั้งการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน จัดให้นักเรียนได้แก้ปัญหาร่วมกันภายในกลุ่มย่อย จึงส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Keeler and Steinhorst (1995) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกแบบกลุ่มย่อย ด้วยการจัดให้นักเรียนได้แก้ปัญหต่าง ๆ ร่วมกันทำงานแบบกลุ่ม พบว่า นักเรียนมีระดับผลการเรียนสูงขึ้นและมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนแบบกลุ่มย่อย และสอดคล้องกับสัญญา ภัทรากร (2552, หน้า 152) ที่ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็น ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่องความน่าจะเป็น สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ นักเรียนได้ศึกษาความรู้ด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล ใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์นำหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างข้อสรุป รวมทั้งนักเรียนได้สะท้อนความคิดของตนเองออกมาด้วยการแสดงออกเกี่ยวกับการพูด การเขียน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบ เพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจและยอมรับในข้อสรุปนั้น โดยมีผู้วิจัย

คอยช่วยส่งเสริมให้เกิดการคิดและอภิปรายด้วยการใช้คำถามนำ คอยชี้แนะ ให้กำลังใจเมื่อนักเรียนให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผลหรือไม่สามารถให้เหตุผลประกอบการคิดนั้นได้ และช่วยปรับปรุงแก้ไขการให้เหตุผลนั้นให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนได้ดียิ่งขึ้น ได้ฝึกการคิดอย่างมีเหตุผล สามารถนำหลักการทางคณิตศาสตร์มาอธิบายข้อสรุปได้ และเป็นการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 50) ที่เสนอแนะว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์ และบริบทอื่น ๆ รวมทั้งพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” โดยควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น การให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ นักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น พบว่า ในขั้นตอนที่ 1 ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่สร้างความพร้อมให้กับนักเรียน โดยผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เดิมหรือโน้ตส่นพื้นฐานสำหรับการสร้างความรู้ใหม่ ผู้วิจัยใช้การยกตัวอย่างสถานการณ์หรือการตั้งคำถาม เพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานและกระตุ้นการคิดทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน ทำให้นักเรียนให้มีความพร้อมสำหรับการสร้างความรู้ใหม่ที่เกิดจากการนำความรู้เดิมมาช่วยในการเชื่อมโยงและสร้างข้อสรุปด้วยตนเองอย่างสมเหตุสมผล ดังนั้นหากนักเรียนมีความรู้พื้นฐานมากพอจะทำให้สามารถให้เหตุผลที่นำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่ได้ ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 26-27) ที่ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิด การพัฒนาการคิดนั้นครูต้องมั่นใจว่านักเรียนมีความรู้เพียงพอในเรื่องที่กำลังจะคิดหากไม่แน่ใจ ครูอาจทบทวนหรือให้ความรู้พื้นฐานที่จะสามารถนำไปใช้ในการคิดได้ ในขั้นตอนที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ศึกษาแก้ปัญหาด้วยการใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอนคือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการตามแผน และ 4) ขั้นสรุปคำตอบ โดยผู้วิจัยเน้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดและโต้แย้งกันด้วยเหตุผล ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดอย่างมีเหตุผล ใช้เหตุผลในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาที่เหมาะสม สำหรับขั้นตอนที่ 3 ขั้นสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล เป็นขั้นที่เปิดโอกาสให้นักเรียนประเมินตนเอง คิดไตร่ตรองในสิ่งที่เรียนรู้และแนวคิดที่ได้จากการปฏิบัติ

กิจกรรม แล้วสะท้อนสิ่งที่ได้รับด้วยการนำเสนอความคิดเห็นให้เพื่อน ๆ ฟังพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ หรือนักเรียนนำเสนอประเด็นที่เป็นความสงสัยของตนเองแล้วให้ผู้อื่นร่วมกันอภิปรายโต้แย้งด้วยเหตุผลจนนำไปสู่ข้อสรุป ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดหาคำตอบและการหาเหตุผลเพื่อนำมาอธิบายข้อสงสัย นักเรียนได้เห็นมุมมองการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลที่แตกต่างและหลากหลายของเพื่อนร่วมห้อง โดยมีผู้วิจัยเป็นผู้ใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนจนได้ข้อสรุป และคอยเสริมข้อความรู้ที่ยังขาดหายไป ซึ่งสอดคล้องกับหลักการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ว่า การจัดการเรียนการสอน ครูควรสอนให้นักเรียนเกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิด และการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น มีการใช้คำถามช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง อาจเลือกใช้คำถามที่นักเรียนสงสัยมาเป็นประเด็นในการอภิปรายร่วมกันเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลายและนำไปสู่ข้อสรุป และเกิดการประยุกต์ใช้ได้ (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 7; อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 8) และในขั้นตอนที่ 4 ชั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยมอบหมายให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหาโดยนำความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากเดิมอย่างสมเหตุสมผล ตัดสินใจเลือกใช้วิธีแก้ปัญหา วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมในสถานการณ์ที่มีความหลากหลาย ทำให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา ขยายมุมมองและประสบการณ์ในการให้เหตุผล และฝึกให้นักเรียนเป็นคนคิดอย่างมีเหตุผลอย่างสม่ำเสมอ

อย่างไรก็ตาม ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-3 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการคิดให้เหตุผลประกอบคำตอบ นักเรียนบางส่วนไม่สามารถบอกเหตุผลประกอบการตอบคำถามได้ หรือบอกเหตุผลได้เพียงสั้น ๆ เป็นเหตุผลที่ยังไม่ชัดเจนมากนัก ดังนั้นในการจัดการเรียนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามชี้แนะให้นักเรียนได้เริ่มสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกันและคอยให้กำลังใจกับนักเรียนอยู่บ่อยครั้ง ผู้วิจัยเน้นให้นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมกับแสดงเหตุผลประกอบการตอบแล้วให้นักเรียนในห้องช่วยกันอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดร่วมกันเพื่อให้นักเรียนในห้องได้เห็นแนวทางในการคิดและการให้เหตุผลของคนอื่น ๆ แต่เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการเรียนรู้เชิงรุกได้ระยะเวลาหนึ่ง ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4-6 ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถคิดและอธิบายแนวคิดของตนเองได้ดีขึ้น นักเรียนพยายามให้เหตุผลประกอบการคิดได้ถูกต้องมากขึ้น นักเรียนสามารถเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อนว่าแตกต่างกันอย่างไร และการให้เหตุผลประกอบคำตอบเหมือนหรือต่างกันอย่างไร สำหรับในช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7-9 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนสามารถนำเสนอคำตอบและบอกเหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน อาจจะมีนักเรียน

บางส่วนที่ทำให้เหตุผลประกอบการคำตอบที่ขาดความสมบูรณ์บ้างแต่ก็ยังมีสาระสำคัญของเหตุผลนั้นอยู่

จะเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก สามารถช่วยพัฒนาส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ได้เป็นอย่างดี เพราะในแต่ละขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแสดงให้เห็นถึงการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและคิดแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผลและส่งเสริมให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดอย่างมีเหตุผลจนนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้องอย่างต่อเนื่องตลอดการจัดการเรียนการสอน จึงส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับ Rosenthal (1995, pp. 223-228) ที่ได้ศึกษาทวิวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุกในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูงของมหาวิทยาลัยมินเนโซตา ผลการศึกษาพบว่า การใช้ทวิวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เชิงรุก อันได้แก่ การเรียนแบบร่วมมือกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ การจดบันทึกสั้น ๆ ของหัวข้อที่สำคัญ การให้นักศึกษาได้มีส่วนร่วมและมีปฏิสัมพันธ์ที่มากขึ้น และการใช้คำถามของครูเพื่อกระตุ้นให้นักศึกษาได้คิดวิเคราะห์ ส่งผลให้นักเรียนได้มีการเคลื่อนไหวมากขึ้น และเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง และสอดคล้องกับผลการวิจัยของพรรณทิภา ทองนวล (2554, หน้า 198) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุกโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

## ข้อเสนอแนะ

### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ครูควรสร้างปฏิสัมพันธ์ที่ดีให้เกิดขึ้นภายในห้องเรียน สร้างบรรยากาศเป็นกันเองระหว่างครูกับนักเรียน โดยเฉพาะในขั้นตอนที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรมและขั้นตอนที่ 3 ขั้นสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล ครูควรมีความอดทนในการรอฟังความคิดเห็นต่าง ๆ จากนักเรียน คอยเอาใจใส่และรับฟังการแสดงความคิดเห็น คอยให้คำชี้แนะให้คำปรึกษาปรับแก้ข้อสรุปของนักเรียนให้มีความถูกต้องสมบูรณ์

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ครูควรให้แรงเสริมเมื่อนักเรียนปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เพื่อให้ให้นักเรียนรู้สึกภูมิใจ กล่าวพูด กล่าวแสดงออกมากขึ้น และครูควรให้กำลังใจและให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนตอบคำถามหรือปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ ไม่ถูกต้อง

3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุกแต่ละครั้ง ครูควรจัดกิจกรรมให้หลากหลาย เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการตัดสินใจ แก้ปัญหา และลงมือกระทำกิจกรรมด้วยตัวเอง เพื่อสร้างการเรียนรู้ให้กับนักเรียน

#### ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรมีการทำวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก โดยศึกษาตัวแปรอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น เศษส่วน ทศนิยม อัตราส่วนตรีโกณมิติ เป็นต้น

## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). *หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem solving)*. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ. (2541). *เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาอันดับที่ 9 เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กรมวิชาการ. (2545). *เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กรมวิชาการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2554). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- คงรัฐ นวลเปง. (2554). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งเสริมจิตแห่งวิทยาการ จิตแห่งการสังเคราะห์และจิตแห่งการสร้างสรรค์สำหรับนิสิตปริญญาตรี คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา. ปริญญาานิพนธ์การศึกษาคุญณ์บัณฑิต, สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*.
- คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2537). *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies in Mathematics)*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- จินดิษฐ์ ละออปกิณ. (2550). *การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิชุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง. ปริญญาานิพนธ์การศึกษาคุญณ์บัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลัย. (2545). *การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

- ชมนาด เชื้อสุวรรณ. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ ๑: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชัยศักดิ์ ติลาจรัสกุล. (2542). *ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แนนางเม้นท์.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2553). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย* (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์ โพรเกรสซิฟ.
- ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ. (ม.ป.ป.). *การเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)*. เข้าถึงได้จาก <http://blog.eduzones.com/images/blog/sasithev/File/activet.pdf>
- ทัศนาศา บุญรัตน์สุนทร. (2557, 13 ตุลาคม). ครูชำนาญการพิเศษ. สัมภาษณ์.
- บัญญัติ ชำนาญกิจ. (2549). จึงจำเป็นต้องจัดการเรียนแบบใฝ่รู้ในระดับอุดมศึกษา. *วารสารการจัดการความรู้*, 28(1), 3-7.
- บุญเลี้ยง ทุมทอง. (2556). *ทฤษฎีและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ ๑: เอส พรินต์ติ้ง ไทย แฟคตอรี.
- บุหงา วัฒนนะ. (2546). Active learning. *วารสารวิชาการ*, 6(9), 30-35.
- ประนอม รื่นสุคนธ์. (2557, 13 ตุลาคม). ครูชำนาญการพิเศษ. สัมภาษณ์.
- ปราวีณา สุวรรณณัฐโชติ. (ม.ป.ป.). *การเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)*. เข้าถึงได้จาก [http://www.academic.chula.ac.th/elearning/content/active%20learning\\_Praweenya.pdf](http://www.academic.chula.ac.th/elearning/content/active%20learning_Praweenya.pdf)
- ปรีชา เนาวีเย็นผล. (2537). *ประมวลสาระชุดวิชา สาระดตะและวิทยวิธีทาคณิตศาสตร์=Foundations and methodologies in mathematics* หน่วยที่ 12-15 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาราช. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาราช.
- ปรีชาญ เดชศรี. (2545). การเรียนรู้แบบ Active Learning: ทำได้อย่างไร. *วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*, 30(116), 53-55.
- ฝ่ายวิชาการ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร. (2556). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. เข้าถึงได้จาก <http://www.panatp.ac.th>
- พรเทพ ฐ์แผน. (2549). KM กับ Active Learning: ประสบการณ์ในมหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. *วารสารการจัดการความรู้*, 1(1), 8-10.



- พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัย  
ทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทาง  
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์คุุณบัณฑิต,  
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อ  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสาร  
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.  
ปริญญาโททางการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, มหาวิทยาลัย  
ศรีนครินทรวิโรฒ.
- พัชรี วงษ์เกษม, สาธินี เลิศประไพ, นพรัตน์ กระต่ายทอง, สุภกิจ เฉลิมวิสุตมกุล และอำพล  
ธรรมเจริญ (2550). คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน. กรุงเทพฯ: พิกัดการพิมพ์.
- พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2548). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: เข้าส์ ออฟ  
เคอร์มีสท์.
- มนัส บุญประกอบ, ณสรณ์ ผลโภค, กาญจนา ชูกรวงศ์, ประมวล ศิริพันธ์แก้ว และพรรณณี  
บุญประกอบ. (2543). รายงานการวิจัยการวิจัยและพัฒนาเทคนิคการสอนวิทยาศาสตร์  
ตามแนวทางการยกระดับคุณภาพวิทยาศาสตร์ศึกษา. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัย  
ศรีนครินทรวิโรฒ.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- รุ่ง เจนจิต. (2537). ประมวลสาระชุดวิชา สาระดัดและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์=Foundations and  
Methodologies in Mathematics หน่วยที่ 4-7 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์. นนทบุรี:  
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราชา.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2550). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ:  
ชมรมเด็ก.
- วรรณุช นิลเขต. (2554). ผลของการเรียนรู้จากกิจกรรมปฏิบัติจริงที่มีต่อทักษะทางคณิตศาสตร์ของ  
เด็กปฐมวัย. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาปฐมวัย,  
คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วรรณิ ธรรมโชติ. (2550). หลักการคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปรินูญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ หลักสูตร การสอน และการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- ศรีสุรางค์ ทีนะกุล. (2542). การคิดและการตัดสินใจ. กรุงเทพฯ: เจริญเวฟ เอ็นดูเคชั่น.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2555). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศิริพร มโนพิชญวัฒนา. (2547). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์แบบบูรณาการที่เน้นผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนที่กระตือรือร้น เรื่อง ร่างกายมนุษย์. ปรินูญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2554. กรุงเทพฯ: เอส พี เอน การพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิวมีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). ตัวอย่างการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เล่มที่ 1. กรุงเทพฯ: 3-คิวมีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ค). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร. กรุงเทพฯ: แอดวานซ์ ฟรินดิง เซอร์วิส.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินูญานิพนธ์การศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem solving). วารสารคณิตศาสตร์, 51(562-564), 71-79.

- สมวงษ์ แปลงประสพโชค.(2543). *ค่ายคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.
- สมศักดิ์ โสภณพินิจ. (2543). *ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน)*.  
วารสารคณิตศาสตร์, 44(500-502), 41-52.
- สัญญา ภัทรากร. (2552). *ผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็น*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุคนธ์ สิ้นชพานนท์, วรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์ และพรณี สิ้นชพานนท์. (2551). *พัฒนาการคิดพิชิตการสอน*. กรุงเทพฯ: เลียงเชียง.
- สุจินดา ขจรรุ่งศิลป์. (2542). *เรียนรู้โดยองค์รวม Active Learning*. *รักลูก*, 17(193), 121-124.
- สุชาติ รัตนกุล. (2549). *เอกสารการสอนชุดวิชา การสอนคณิตศาสตร์=Theaching Mathematics สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (พิมพ์ครั้งที่ 8)*. นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2547). *คณิตศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้*. *วารสารการศึกษาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*, 32(131), 12-24.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2548). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สามลดา.
- อรนุช ลิมตศิริ. (2555). *การจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการ (พิมพ์ครั้งที่ 5)*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- อักษรเจริญทัศน์. (2556). *ทักษะการคิด พื้นฐานสำคัญในการพัฒนาการศึกษาไทย*. *School in focus*.  
*อักษรเจริญทัศน์*, 13, 4-5.
- อัมพร ม้าคอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพิกา ภูเดช. (2541). *การเรียนรู้เชิงปฏิบัติ (Active learning)*. *วารสารการศึกษาเอกชน*, 7(72), 57-58.
- อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2550). *หลักการสอน (พิมพ์ครั้งที่ 4)*. กรุงเทพฯ: โอ เอส พรินติ้ง เฮาส์.

- อุษณีย์ เทพวรชัย. (2543). *การเขียนการสอนเชิงรุก*. นนทบุรี: มายด์ พัทธิขซึ่ง.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating K-8: Helping children think mathematically*. New York: Macmillan.
- Bonwell, C. C., & Eison, J. A. (1991). *Active learning: Creating excitement in the classroom*. (online). Available: ASHE-ERIC Higher Education Reports No. 1. Washington, D.C.Center for Faculty Classroom Activities for Active Learning.
- California state department of education. (1989). *California Generalized Rubric for Math*. Retrieved from [http://intranet.cps.k12.il.us/assessments/Ideas\\_and\\_Rubrics/Rubric\\_Bank/MathRubrics.pdf](http://intranet.cps.k12.il.us/assessments/Ideas_and_Rubrics/Rubric_Bank/MathRubrics.pdf)
- Fink, L. D. (1999). *Active learning*. Retrieved from <http://commons.trincoll.edu/ctl/files/2013/08/Week-3-Active-Learning.pdf>
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of education* (3<sup>rd</sup> ed.). New York: Teacher College Press
- Hazzan, O., Lapidot T., & Ragonis, N. (2011), *Guide to teaching computer science*. London: Springer-Verlag.
- Keeler, C. M., & Steinhorst, R. K. (1995). *Using small groups to promote active learning in the introductory statistics course*. Retrieved from <http://www.amstat.org/publications/jse/v3n2/keeler.html>
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Krulik, St., & Rudnick, J. A. (1996). *The new sourcebook for teaching and problem solving in junior and senior high school*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Leighton, J. P. (2004). Defining and describing reason. In J. P. Leighton, J. P. & R. J. Sternberg (Ed.), *The Nature of Reasoning* (pp. 1-11). New York: Cambridge University Press.
- Meyers, C., & Jones, T. B. (1993). *Promoting active learning: Strategies for the college classroom*. San Francisco: Jossey-Bass Publisher.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

- O'Daer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical thinking mathematical reasoning and proof. In *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 39-56). New York: MacMilan Publishing Company.
- Polya, G. (1980). *Problem solving in school mathematics*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Rosenthal, J. S. (1995). Active learning strategies in advanced mathematics classes. *Studies in higher education*, 20(2), 223-228.
- Rotgans, J. I., & Schidt, H. G. (2011). Situational interest and achievement in the active-learning classroom. *Learning and instruction*, 21(1), 58-67.
- Sherman, S. J., & Sherman, B. S. (2004). *Science and science teaching* (2<sup>nd</sup> ed.). Westport, CT: Greenwood Press.
- Silberman, M. (1996). *Active learning*. Boston: Allyn & Bacon.
- Stephen, K., & Jesse, A. R. (1996). *The new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in junior and senior high school*. Boston: Allyn & Bacon.
- Stiggins, R. J. (1997). *Student-centered classroom assessment* (2<sup>nd</sup> ed.). New Jersey: Prentice-Hall.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- แบบฟอร์มหนังสือขอความอนุเคราะห์

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

- |   |  |
|---|--|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บัญญัติ สร้อยแสง | <p>อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์<br/>ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ<br/>คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี<br/>มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์รังสิต)</p> |
| 2. ดร.คมกัณฑ์ ไพบุลย์                     | <p>อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์<br/>ภาควิชาการจัดการเรียนรู้<br/>คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา</p>                               |
| 3. อาจารย์ไพศาล สุขสถิตย์                 | <p>ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ<br/>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br/>โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี</p>                                  |
| 4. อาจารย์ประนอม รื่นสุคนธ์               | <p>ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ<br/>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br/>โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี</p>                                  |
| 5. อาจารย์ทัศนา บุญรัตนสุนทร              | <p>ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ<br/>กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์<br/>โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี</p>                                  |



(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๑๘

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๗ มกราคม ๒๕๕๘

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงข้อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวศิริมา วงษ์สกุลดี นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา การสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธาน กรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่า ท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรง ของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

เชษฐ สิริสวัสดิ์

ลงชื่อ (ดร.เชษฐ สิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน  
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน  
ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัย ๐๘๔-๘๐๒๑๗๓๕

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๒๔๑

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวศิริมา วงษ์สกุลดี นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรรณทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ห้อง ๑๑ โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๔ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ – ๑๐ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่ง โครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

เชษฐ ศิริสวัสดิ์

ลงชื่อ (ดร.เชษฐ ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๔-๘๐๒๑๐๗๓๕

(สำเนา)

ที่ ศธ ๖๖๒๑/๒๔๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

๑๖๕ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข

อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๓ กุมภาพันธ์ ๒๕๕๘

เรื่อง ขอบความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนพนัสพิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวศิริมา วงษ์สกุลดี นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนรู้เชิงรุก ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.พรพนทิพา พรหมรักษ์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ห้อง ๑ จำนวน ๔๘ คน ขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๑๖ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ – ๒๗ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๕๘ อนึ่ง โครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

เชษฐี ศิริสวัสดิ์

ลงชื่อ (ดร.เชษฐี ศิริสวัสดิ์)

รองคณบดีฝ่ายบัณฑิต ปฏิบัติการแทน

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน

ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้

โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕

โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕

ผู้วิจัยโทร ๐๘๔-๘๐๒๑๗๓๕

ภาคผนวก ข  
ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน      กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์      ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
 หน่วยการเรียนรู้ สถิติ      เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต  
 ภาคเรียนที่ 2      ปีการศึกษา 2557      เวลา 1 คาบ

### มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

### ตัวชี้วัด

ค 5.1 ม. 3/2 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม

ค 5.3 ม.3/1 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ

ค 6.1 ม.3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ค 6.1 ม.3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้ หลังจากที่เรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียน

#### 1. ด้านความรู้

สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ได้

#### 2. ด้านทักษะ/กระบวนการ

2.1 สามารถระบุลักษณะของข้อมูลที่เหมาะสมในการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

2.2 นำความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

### 3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

#### 3.1 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน

##### สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอดหลัก

ค่ากลางของข้อมูล เป็นตัวแทนที่บ่งบอกลักษณะที่ต้องการทราบของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่ง ค่ากลางของข้อมูลที่สำคัญ มี 3 ชนิด คือ 1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) 2. มัชยฐาน (Median) และ 3. ฐานนิยม (Mode) การเลือกใช้ค่ากลางชนิดใดชนิดหนึ่งขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ที่จะนำข้อมูลไปใช้หรือตามความเหมาะสมของข้อมูล

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด

##### สาระการเรียนรู้

- ค่ากลางของข้อมูล เป็นตัวแทนที่บ่งบอกลักษณะที่ต้องการทราบของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่ง ช่วยให้การวิเคราะห์ข้อมูลทำได้ถูกต้องขึ้น การหาค่ากลางของข้อมูลมีวิธีหาหลายวิธี แต่ละวิธีมีข้อดีและข้อเสีย และมีความเหมาะสมในการนำไปใช้ไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลและวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ข้อมูลนั้นๆ เช่น

ถ้าถามว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมีอายุเท่าไร คำตอบของคำถามนี้ควรเป็นคำตอบจากข้อใดต่อไปนี้

1. อายุที่น้อยที่สุดของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งนี้
2. อายุที่มากที่สุดของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งนี้
3. รวมอายุของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทุกคน แล้วหารด้วยจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งหมดของโรงเรียนแห่งนี้ได้เท่าไร นั่นคือคำตอบ
4. อายุของนักเรียนส่วนใหญ่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งนี้
5. เรียงลำดับอายุของนักเรียนจากน้อยไปหามาก แล้วเลือกอายุของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่อยู่ตรงกลาง คือมีจำนวนนักเรียนที่มีอายุน้อยกว่าหรือมากกว่าอายุนั้น เป็นจำนวนเท่ากัน

เมื่อพิจารณาคำตอบจะเห็นว่า ถ้าใช้อายุตามข้อที่ 1 และข้อที่ 2 เป็นคำตอบ จะได้ตัวแทนของอายุที่ไม่เหมาะสม เนื่องจากเป็นอายุที่น้อยที่สุดหรือมากที่สุด จึงทำให้เกิดความเข้าใจผิดได้

ในทางปฏิบัติโดยทั่วไปในวิชาสถิติ การเลือกใช้ตัวแทนของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งจะทำได้โดยใช้วิธีการในข้อที่ 3 หรือข้อที่ 4 หรือข้อที่ 5 วิธีใดวิธีหนึ่ง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับโอกาสที่นำไปใช้และตามความเหมาะสมของข้อมูล ซึ่งการใช้วิธีการในข้อที่ 3 นั้นมีชื่อเรียกว่า “ค่าเฉลี่ยเลขคณิต”

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ จำนวนที่ได้จากการหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด ข้อมูลหนึ่งชุดจะมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหนึ่งค่า และข้อมูลที่มีเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพเท่านั้นที่สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเขียนแทนด้วย ตัว  $X$  แล้วมีขีดข้างบน ( $\bar{X}$ ) อ่านว่า เอ็กซ์บาร์

นั่นคือ            ค่าเฉลี่ยเลขคณิต =  $\frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$

หรือกำหนดให้  $x_1$  แทนข้อมูลตัวที่ 1

$x_2$  แทนข้อมูลตัวที่ 2

$x_3$  แทนข้อมูลตัวที่ 3 และ

$x_n$  แทนข้อมูลตัวที่  $n$  หรือข้อมูลตัวสุดท้ายของชุดข้อมูลที่มีข้อมูล  $n$  ตัว

การนำข้อมูลแต่ละตัวมาบวกกัน นั่นคือ  $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sum x$  จะได้

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

ในบางครั้งข้อมูลในชุดหนึ่ง อาจมีข้อมูลบางตัวที่มีค่าซ้ำกัน เพื่อความสะดวกสามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วย

$$\bar{X} = \frac{\sum fx}{n}$$

เมื่อกำหนดให้  $f$  แทน ความถี่ของข้อมูล

$x$  แทน ข้อมูล

$n$  แทน จำนวนข้อมูล

## กิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมความพร้อม

1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานของนักเรียนเกี่ยวกับประเภทของข้อมูล โดยพิจารณาจากลักษณะของข้อมูลซึ่งแบ่งเป็น ข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยใช้คำถาม ดังนี้

- หากพิจารณาลักษณะของข้อมูล สามารถจัดแบ่งประเภทของข้อมูลได้อย่างไรบ้าง  
ลองยกตัวอย่างประกอบข้อมูลแต่ละประเภท

- ข้อมูลสองประเภทนี้มีความแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

2. ครูทบทวนการหารเฉลี่ย โดยการยกตัวอย่างสถานการณ์ ดังนี้

“สุดาและเพื่อน ๆ รวมทั้งหมด 8 คน ไปรับประทานอาหารร่วมกันที่ร้านอาหารแห่งหนึ่ง ทุกคนรับประทานอาหารอย่างเอร็ดอร่อย จนกระทั่งรับประทานอาหารเสร็จ จึงเรียกพนักงานมาเก็บเงินค่าอาหารซึ่งเป็นเงินทั้งหมด 640 บาท สุดาและเพื่อน ๆ ต่างมองหน้ากันเพราะไม่รู้ว่าจะต้องจ่ายคนละเท่าไรจึงจะเหมาะสม”

แล้วครูใช้คำถามนำ ดังนี้

- ถ้านักเรียนอยู่ในสถานการณ์นั้นนักเรียนจะอย่างไรจึงจะทำให้ทุกคนมีความเสมอภาคกัน

จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการหาร และครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

### ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติกิจกรรม

3. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มละ 4-6 คน โดยให้นักเรียนที่นั่งแถวติดกันหันหน้าเข้าหากัน และแจกใบกิจกรรมที่ 5.1 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ให้นักเรียนทุกคน แล้วนำเสนอสถานการณ์ค่าใช้จ่ายของแสนดีในใบกิจกรรมที่ 5.1 ดังนี้

“แสนดีได้จดบันทึกรายรับ-รายจ่ายของตนเองทุกวัน พบว่าในหนึ่งสัปดาห์แสนดีมีรายจ่าย (บาท) ดังนี้ 75 65 70 74 76 68 63”

แล้วครูใช้คำถามนำ ดังนี้

- ส่วนใหญ่แสนดีมีรายจ่ายวันละเท่าไร

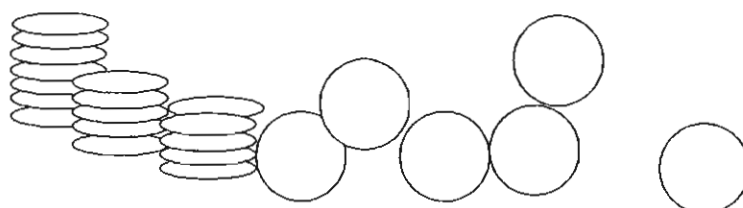
- ทำไมถึงเลือกใช้นั้น

- ค่าที่นักเรียนเลือก สามารถใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ได้หรือไม่ อย่างไร



4. ครูอธิบาย ค่าที่เป็นตัวแทนของข้อมูลนี้เราเรียกว่า “ค่ากลางของข้อมูล” แล้วให้นักเรียนลองบอกลักษณะของ ค่ากลางของข้อมูล และครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับค่ากลางว่า “ค่ากลางของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งสามารถบอกได้หลายวิธี ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean) ค่ามัธยฐาน (Median) ค่าฐานนิยม (Mode)”

5. ครูแจกชิปกระดาษซึ่งใช้แทนเหรียญ ให้กับนักเรียนกลุ่มละ 24 ชิ้น



แล้วชี้แจงให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูเป็นผู้กำหนดจำนวนเหรียญและกำหนดจำนวนคนที่หยิบเหรียญตามตาราง

ครั้งที่	จำนวนเหรียญที่หยิบ				
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5
1	13	11			
2	6	10	5		
3	5	6	3	2	
4	2	4	5	3	6

โดยในครั้งที่ 1 ให้นักเรียนสองคนในกลุ่มหยิบเหรียญ คนที่ 1 หยิบ 13 เหรียญ คนที่ 2 หยิบ 11 เหรียญ และให้นักเรียนบันทึกจำนวนเหรียญที่หยิบลงในตาราง จากนั้นให้นำเหรียญที่หยิบมารวมกัน แล้วให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันแบ่งเหรียญกลับคืนให้กับเพื่อนสองคนที่หยิบเหรียญมา โดยการแบ่งเหรียญกลับคืนนั้น ต้องให้เพื่อนได้เหรียญจำนวนเท่า ๆ กัน แล้วบันทึกวิธีการคำนวณและจำนวนเหรียญที่แบ่งคืนแต่ละคนลงในตารางช่องสุดท้าย การหยิบครั้งที่ 2 ครูเพิ่มจำนวนนักเรียนหยิบเหรียญขึ้น 1 คน และดำเนินการตามเดิม ครูให้นักเรียนดำเนินการเช่นนี้ และเพิ่มจำนวนคนหยิบเหรียญขึ้นครั้งละ 1 คน จนครบทั้ง 4 ครั้ง จึงหยุด และครูใช้คำถาม

- ในครั้งที่ 1 นักเรียนได้รับเหรียญกลับคืนไปคนละกี่เหรียญ นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไร
- ในครั้งที่ 2 3 และ 4 นักเรียนได้รับเหรียญกลับคืนไปคนละกี่เหรียญ นักเรียนมีวิธีการคิดอย่างไร เหมือนหรือต่างจากครั้งแรกอย่างไร
- ถ้าเหตุการณ์ในลักษณะนี้ยังคงดำเนินต่อไป นักเรียนยังคงเพิ่มจำนวนคนหยิบเหรียญในแต่ละครั้งมากขึ้นเรื่อย ๆ นักเรียนจะยังสามารถใช้วิธีการคิดนี้ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

- สรุปแล้ว นักเรียนสามารถหาจำนวนเหรียญที่แต่ละคนได้รับกลับคืนไปอย่างเท่า ๆ กัน ได้อย่างไร

6. ครูอธิบายว่า “จำนวนเหรียญที่แต่ละคนได้รับเท่า ๆ กันนี้ เรียกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ค่าเฉลี่ย (Mean) โดยกำหนดให้ใช้สัญลักษณ์  $\bar{X}$  (อ่านว่า เอ็กบาร์)” ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสรุปความหมายของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ดังนี้

- จากตารางที่แสดงการหยิบเหรียญ จำนวนเหรียญที่หยิบในแต่ละครั้งถือว่าเป็นข้อมูลชุดหนึ่ง นักเรียนสามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลแต่ละชุดได้กี่จำนวน

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่งสามารถหาได้อย่างไร จงอธิบาย

ครูให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตและคอยปรับปรุงข้อสรุปที่ยังไม่ถูกต้อง

7. ครูให้นักเรียนหาค่าเฉลี่ยในโจทย์ข้อที่ 1 ในใบกิจกรรม และให้นักเรียนพิจารณาลักษณะของข้อมูลที่สามารถใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ โดยครูใช้คำถามดังนี้

- พิจารณาตารางที่แสดงการหยิบเหรียญข้างต้นและอายุของนักเรียนในข้อที่ 1 ข้อมูลเหล่านี้สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้หรือไม่

- ข้อมูลจำนวนเหรียญที่หยิบในข้างต้นและอายุของนักเรียนในข้อที่ 1 จัดว่าเป็นข้อมูลประเภทใดเมื่อพิจารณาตามลักษณะของข้อมูล เพราะเหตุใด

- นักเรียนคิดว่าข้อมูลทุกชุดสามารถนำมาหาค่าเฉลี่ยได้หรือไม่

- นักเรียนคิดว่าข้อมูลเชิงคุณภาพสามารถนำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้หรือไม่

เพราะเหตุใด และยกตัวอย่างประกอบ เช่น สีที่นักเรียนห้องนี้ชอบ วันเกิดของนักเรียนในห้องนี้ ข้อมูลเหล่านี้สามารถหาค่าเฉลี่ยได้หรือไม่

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะของข้อมูลที่สามารถใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ และให้นักเรียนพิจารณาข้อที่ 2 ในใบกิจกรรมแล้วตอบคำถามร่วมกัน

8. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ซึ่งจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เขียนแทนด้วย  $\bar{X}$  อ่านว่า เอ็กบาร์ และถ้า กำหนดให้  $x_1$  แทนข้อมูลตัวที่ 1  $x_2$  แทนข้อมูลตัวที่ 2  $x_3$  แทนข้อมูลตัวที่ 3 และ  $x_n$  แทนข้อมูลตัวที่ n หรือข้อมูลตัวสุดท้ายของชุดข้อมูลที่มีข้อมูล n ตัว การนำข้อมูลแต่ละตัวมาบวกกัน นั่นคือ  $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sum x$  และครูใช้คำถาม

- การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยใช้สัญลักษณ์แทน สามารถเขียนได้อย่างไร

- สัญลักษณ์ในสูตรนี้ แต่ละตัวใช้แทนอะไรบ้าง เช่น  $\bar{X}$  (เอ็กบาร์) แทนอะไร

9. ครูพูดถึงกรณีที่ข้อมูลมีค่าซ้ำกัน และชี้ให้เห็นปัญหาหนึ่งของการหาค่าเฉลี่ยที่ข้อมูลบางชุดมีหลายจำนวนและมีค่าซ้ำกัน ทำให้นักเรียนไม่สะดวกในการเขียนแสดงการบวกกันของข้อมูล

ทุกตัว โดยนำเสนอเหตุการณ์ข้อที่ 3 ให้นักเรียนสังเกตข้อมูล จะพบว่าข้อมูลนี้มีค่าซ้ำกันหลายจำนวน เพื่อความสะดวก นักเรียนสามารถนำเสนอข้อมูลด้วยการสร้างตารางแจกแจงความถี่และใช้คำถาม

- จากข้อมูลแต่ละตัวที่มีค่าซ้ำกันดังตาราง ถ้านำมาหาค่าเฉลี่ยนักเรียนจะต้องดำเนินการอย่างไร

- การนำข้อมูลตัวเดิมมาบวกกันซ้ำ ๆ ให้ครบจำนวนของข้อมูลนั้น ทำให้ไม่สะดวกในการเขียน นักเรียนสามารถเปลี่ยนการเขียนแสดงการบวกกันซ้ำ ๆ ของจำนวนเดิมได้หรือไม่ สามารถเขียนได้อย่างไร

ครูอธิบายเพิ่มเติมเรื่องการใช้สัญลักษณ์แทนการเขียน โดยกำหนดให้  $c$  แทน ความถี่  $x$  แทน อายุ  $n$  แทน จำนวนข้อมูล และสามารถเขียนแทนด้วยสูตร 
$$\bar{X} = \frac{\sum fx}{n}$$

10. ครูให้นักเรียนหาค่าเฉลี่ยในข้อที่ 3 ด้วยการร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ทำความเข้าใจปัญหา โดยให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลในโจทย์ปัญหาและทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับ การแก้ปัญหาบ้าง 2) วางแผนการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนนำความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหามาเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสม และง่ายต่อการนำมาใช้ในการแก้ปัญหา 3) ดำเนินการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ แก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และขั้นที่ 4) สรุปคำตอบ

### ขั้นที่ 3 ขั้นสะท้อนคิด อภิปราย และสรุปผล

11. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดคุย สะท้อนสิ่งที่ได้เรียนรู้ โดยครูให้เวลาแก่นักเรียน เพื่อให้คิดทบทวนและประเมินตนเองเกี่ยวกับการเรียนรู้ที่ผ่านมา แล้วนำเสนอ ข้อสรุป ความรู้ที่ได้รับ โดยครูใช้คำถามนำ ดังนี้

- นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับเรื่องอะไรบ้าง
- นักเรียนได้เรียนรู้อย่างไร ค่ากลางและค่าเฉลี่ยมีความสัมพันธ์กันหรือไม่
- นักเรียนยังมีข้อสงสัยในส่วนใดที่เกี่ยวกับค่ากลางหรือค่าเฉลี่ยเลขคณิตบ้างหรือไม่
- ความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้มีส่วนเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันอย่างไร

12. ครูและนักเรียนช่วยกันรวบรวมสิ่งที่ได้เรียนรู้ และสรุปความรู้ที่ได้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยครูคอยสนับสนุนให้เกิดการอภิปรายด้วยการใช้คำถามที่ชี้นำไปสู่ข้อสรุป ด้วยการใช้คำถาม ดังนี้

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตแทนด้วยสัญลักษณ์อะไร

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาได้อย่างไร

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิตสามารถใช้เป็นค่ากลางของข้อมูลที่มีลักษณะอย่างไร

- หากข้อมูลชุดหนึ่งมีการระบุค่าของข้อมูลบางตัวเป็น 0 เช่น 2, 3, 4, 1, 0, 3, และ 4

นักเรียนจะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ได้อย่างไร ครูลองสร้างเป็นสถานการณ์ว่า นักเรียนกลุ่มหนึ่งมีคะแนนสอบเป็น 2, 3, 4, 1, 0, 3, และ 4 คะแนน จากคะแนนเต็ม 5 คะแนน ถามว่า นักเรียนกลุ่มนี้มีคะแนนเฉลี่ยเท่าไร

ครูคอยแก้ไขและเพิ่มเติมความรู้ที่ยังขาดหายไป

#### ขั้นที่ 4 ขั้นประยุกต์ใช้

13. ครูมอบหมายงานให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5.1 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียน และฝึกให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ

#### สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1. ชิปกระดาษ
2. ใบกิจกรรมที่ 5.1 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
3. แบบฝึกหัดที่ 5.1 เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

## การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<b>1. ด้านความรู้</b> - สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 5.1 แบบฝึกหัดที่ 5.1	ใบกิจกรรมที่ 5.1 แบบฝึกหัดที่ 5.1	ทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 2 ข้อ
<b>2. ด้านทักษะ/กระบวนการ</b> - สามารถระบุลักษณะของข้อมูลที่เหมาะสมในการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางได้ถูกต้อง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ - นำความรู้เกี่ยวกับค่าเฉลี่ยเลขคณิตไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 5.1 แบบฝึกหัดที่ 5.1	ใบกิจกรรมที่ 5.1 แบบฝึกหัดที่ 5.1	ทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 2 ข้อ
<b>3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> - มีความมุ่งมั่นในการทำงาน	การสังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	นักเรียนผ่านเกณฑ์การประเมินในระดับดี

**บันทึกหลังการใช้แผนการจัดการเรียนรู้**  
**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5**  
**เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**

**1. ผลการจัดการเรียนรู้**

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถหาขอสรุปเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูล และสามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลได้ สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่ากลางของข้อมูลและค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้

ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถอธิบายวิธีคิดเพื่อสรุปการหาค่าเฉลี่ยและสรุปลักษณะของข้อมูลที่สามารถใช้ค่าเฉลี่ยระบุลักษณะของข้อมูลที่สามารถใช้ค่าเฉลี่ยเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ และนักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องค่าเฉลี่ยมาใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียนได้ดี กล้าแสดงความคิดเห็น นำเสนอการแก้ปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้น นักเรียนส่งงานในเวลาที่กำหนด

**2. ปัญหา/ อุปสรรค**

ในช่วงแรกของการจับกลุ่มเพื่อปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนคุยกันเสียงดังเนื่องจากเป็นการจับกลุ่มแบบตามความสมัครใจของนักเรียน และการเขียนตอบยังคงเขียนอธิบายสั้น ๆ บางครั้งเขียนสับสน

**3. ข้อเสนอแนะ/ แนวทางแก้ไข**

ครูให้นักเรียนจับกลุ่มในเวลาอันรวดเร็วและจัดหาตัวแทนมารับอุปกรณ์ที่หน้าชั้น แล้วครูชี้แจงรายละเอียดการดำเนินการหยิบเหรียญ ครูใช้คำถามที่ชี้นำไปสู่ข้อสรุป ทำให้นักเรียนได้สังเกตหรือพิจารณาข้อมูลและสามารถนำความรู้เดิมที่ มาประกอบการตอบคำถาม และครูให้นักเรียนนำเสนอการแก้ปัญหา แสดงการให้เหตุผลร่วมกันในห้อง แล้วสรุปอย่างเป็นลำดับขั้นตอนร่วมกัน

ลงชื่อ ..... ผู้ใช้แผนการจัดการเรียนรู้

( นางสาวศิริมา วงษ์สกุลดี )

## เกณฑ์การประเมินระดับคุณภาพ

เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจ ปัญหา	2	ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งโจทย์กำหนด ได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
	1	ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดได้บางส่วน
	0	ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือสิ่งที่โจทย์กำหนด
2. วางแผนการ แก้ปัญหา	2	เลือกวิธีการแก้ปัญหา และนำข้อมูลและเงื่อนไขมากำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ชัดเจน
	1	เลือกวิธีการแก้ปัญหา นำข้อมูลและเงื่อนไขมากำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
	0	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง หรือนำข้อมูลและเงื่อนไขมากำหนดขั้นตอนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. ดำเนินการ ตามแผน	2	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การสรุป คำตอบ	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	ไม่มีการระบุคำตอบหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

## เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3/ ดีมาก	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล ชัดเจน
2/ ดี	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ไม่ชัดเจน หรือ - คำตอบ ไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง ได้อย่างสมเหตุสมผล
1/ พอใช้	- คำตอบถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือ - คำตอบถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น หรือ - คำตอบ ไม่ถูกต้อง แต่มีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น ได้อย่างสมเหตุสมผล
0/ ปรับปรุง	- คำตอบ ไม่ถูกต้อง และไม่มีการเขียนแนวคิดประกอบคำตอบที่อ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่คำตอบนั้น หรือ - คำตอบ ไม่ถูกต้อง และมีการเขียนอธิบายแนวคิดประกอบคำตอบ โดยการอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่สมเหตุสมผล หรือ - ไม่เขียนตอบใด ๆ



## ตัวอย่าง

## แบบสังเกตพฤติกรรมด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง : ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ว่างที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ-สกุล	พฤติกรรมที่สังเกต			
		3	2	1	0
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
6.					
7.					
8.					
9.					
10.					

## เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ระดับ	คุณลักษณะที่ปรากฏ
คะแนน	
3/ ดีมาก	มีส่วนร่วมในการเรียนรู้สม่ำเสมอ ส่งงานครบและตรงเวลา
2/ ดี	มีส่วนร่วมในการเรียนรู้บางครั้ง ส่งงานตรงเวลา
1/ พอใช้	มีส่วนร่วมในการเรียนรู้บางครั้ง ส่งงานแต่ช้ากว่ากำหนด
0/ ปรับปรุง	ไม่มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ไม่ส่งงาน

ชื่อ ..... ชั้น .....

**ใบกิจกรรมที่ 5.1**

**เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**

คำชี้แจง : ให้นักเรียนศึกษาใบกิจกรรม แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง



**ค่ากลางของข้อมูล**

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้แล้วสรุปคำตอบ

“สมมติได้จัดวันที่กรายรับ-รายจ่ายของตนเองทุกวัน พบว่าในหนึ่งสัปดาห์สมมติมีรายจ่าย(บาท) ดังนี้ 75 65 70 74 76 68 63” คำถาม

- 1) ส่วนใหญ่สมมติมีรายจ่ายวันละเท่าไร.....
- 2) ทำไมถึงเลือกใช้ค่านี้ .....
- 3) ค่าที่นักเรียนเลือก สามารถใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ได้หรือไม่ อย่างไร

ค่าที่เป็นตัวแทนของข้อมูลนี้เราเรียกว่า “ค่ากลางของข้อมูล”

นักเรียนลองบอกลักษณะของ ค่ากลางของข้อมูล

ค่ากลางของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งสามารถบอกได้หลายวิธี ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic mean)

ค่ามัธยฐาน (median) ค่าฐานนิยม (mode)

**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic mean)**

ให้นักเรียนช่วยกันแบ่งเหรียญตามที่ครูกำหนด

ครั้งที่	จำนวนเหรียญที่หยิบ					วิธีคิด	จำนวนเหรียญที่แต่ละคนได้รับเท่า ๆ กัน
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	.....	.....					
2	.....	.....	.....				
3	.....	.....	.....	.....			
4	.....	.....	.....	.....	.....		

↑  
**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**

จำนวนเฉลี่ยที่แต่ละคนได้รับทำ ๆ กันนี้ เรียกว่า **ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean)** หรือเรียกสั้น ๆ ว่า **ค่าเฉลี่ย (Mean)** กำหนดให้ใช้สัญลักษณ์  $\bar{X}$  (อ่านว่า เอ็กบาร์)

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่ง คือ .....

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\dots\dots\dots}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

**ข้อที่ 1** การสุ่ม สอดตามอายุของนักเรียน จำนวน 10 คน ปรากฏว่ามีอายุ(ปี) ดังนี้ 15, 17, 14, 16, 15, 13, 14, 15, 17, 18 จงหาอายุเฉลี่ยของนักเรียน

**วิธีทำ** .....

.....

.....

.....

.....

**ข้อที่ 2** จงพิจารณาว่าข้อมูลต่อไปนี้เหมาะกับการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) เมธีทำงานเป็นผู้รับเหมาออกแบบงานจัดเลี้ยง ในเดือนที่ผ่านมาเขามีกำไร(บาท) จากงานที่รับเหมา ดังนี้ 1,500 1,150 1,800 1,300 1,650 อยากทราบว่าเมธีได้กำไรจากงานที่รับเหมา งานละกี่บาท

ตอบ .....

.....

.....

2) ในสัปดาห์ที่ผ่านมา เมธีเดินทางจากบ้านในช่วงเช้าไปที่ทำงานด้วยรถโดยสารประจำทางหมายเลข 29 510 555 29 29 504 อยากทราบว่าเมธีเดินทางไปทำงานด้วยรถโดยสารประจำทางหมายเลขใด

ตอบ .....

.....

.....

3) เมธีจะมีเวลาว่าง (นาทื) มาออกกำลังกายที่ฟิตเนสในแต่ละวัน ดังนี้ 50, 43, 60, 58, 48, 52, 49 อยากทราบว่าเมธีมีเวลาว่างมาออกกำลังกายวันละกี่นาที

ตอบ .....

.....

.....

เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เขียนแทนด้วย  $\bar{X}$

ดังนั้น  $\bar{X} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

ถ้า กำหนดให้  $X_1$  แทนข้อมูลตัวที่ 1       $X_2$  แทนข้อมูลตัวที่ 2       $X_3$  แทนข้อมูลตัวที่ 3  
 $X_n$  แทนข้อมูลตัวที่ n หรือข้อมูลตัวสุดท้าย ของชุดข้อมูลที่มีข้อมูล n ตัว

จะได้ว่า  $\bar{X} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

การนำข้อมูลแต่ละตัวมาบวกกัน นั่นคือ  $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sum X$   
 ดังนั้น

$\bar{X} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

เมื่อ  $\bar{X}$  (เอ็กบาร์) แทน .....  
 ..... แทน .....  
 ..... แทน .....

กรณีที่มีข้อมูลมีค่าซ้ำกัน

**ข้อที่ 3** จากการสำรวจอายุ(ปี) ของคนที่มาออกกำลังกายในสวนสาธารณะแห่งหนึ่งจำนวน 15 คน เป็นดังนี้ 48, 18, 50, 25, 18, 50, 45, 48, 50, 65, 65, 45, 50, 50, และ 48 จงหาอายุเฉลี่ยของคนกลุ่มนี้

**วิธีทำ** เนื่องจากข้อมูลข้างต้นมีค่าของข้อมูลซ้ำกัน นำมาสร้างตารางแจกแจงความถี่ได้ดังนี้

อายุ(ปี)	18	25	45	48	50	65
ความถี่(คน)	2					

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{2(18) + \dots\dots\dots}{2 + \dots\dots\dots} \\ &= \frac{36 + \dots\dots\dots}{\dots\dots} \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

หรือนักเรียนสามารถหาได้  
จากสูตร  $\frac{\sum fx}{n}$   
เมื่อ f แทน ความถี่  
x แทน อายุ  
n แทน จำนวนข้อมูล

**ตอบ** อายุเฉลี่ยของคนที่มาออกกำลังกายกลุ่มนี้เท่ากับ ..... ปี



**ข้อที่ 4** ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 4 คน เป็น 51 คะแนน



จงหาคะแนนรวมของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 10 คนนี้

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

**ขั้นที่ 2** วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด.....

เพราะ.....

**ขั้นที่ 3** ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ขั้นที่ 4** สรุปคำตอบ

.....

.....

## เฉลยใบกิจกรรมที่ 5.1

### เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

คำชี้แจง : ให้นักเรียนศึกษาใบกิจกรรม แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

#### ค่ากลางของข้อมูล

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้แล้วสรุปคำตอบ

“สมมติได้จัดบันทึกรายรับ-รายจ่ายของตนเองทุกวัน พบว่าในหนึ่งสัปดาห์แสนศิริมีรายจ่าย(บาท) ดังนี้ 75 65 70 74 76 68 63” คำถาม

- 1) ส่วนใหญ่แสนศิริมีรายจ่ายวันละเท่าไร..... 70 บาท
- 2) ทำไมถึงเลือกใช้ค่านั้น ..... ข้อมูลตัวอื่นที่มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 70 เป็นจำนวนเท่า ๆ กัน
- 3) ค่าที่นักเรียนเลือก สามารถใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ได้หรือไม่ อย่างไร  
ได้ เนื่องจาก ค่าของข้อมูลตัวอื่น ๆ มีค่าใกล้เคียงกับ 70

ค่าที่เป็นตัวแทนของข้อมูลนี้เราเรียกว่า “ค่ากลางของข้อมูล”

นักเรียนลองบอกลักษณะของ ค่ากลางของข้อมูล

ค่ากลางของข้อมูล คือ ค่าที่เป็นตัวแทนของข้อมูลชุดหนึ่ง ค่ากลางนี้สามารถบอกลักษณะของข้อมูลทั้งหมด  
ได้แบบคร่าว ๆ

ค่ากลางของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งสามารถบอกได้หลายวิธี ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic mean)

ค่ามัธยฐาน (median) ค่าฐานนิยม (mode)

#### ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic mean)

ให้นักเรียนช่วยกันแบ่งเหรียญตามที่ครูกำหนด

ครั้งที่	จำนวนเหรียญที่หยิบ					วิธีคิด	จำนวนเหรียญที่แต่ละคนได้รับเท่า ๆ กัน
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	.....13.....	.....11.....				$(13+11)/2$	12
2	.....6.....	.....10.....	.....5.....			$(6+10+5)/3$	7
3	.....5.....	.....6.....	.....3.....	.....2.....		$(5+6+3+2)/4$	4
4	.....2.....	.....4.....	.....5.....	.....3.....	.....6.....	$(2+4+5+3+6)/5$	4

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

จำนวนเหรียญที่แต่ละคนได้รับเท่า ๆ กันนี้ เรียกว่า **ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean)** หรือเรียกสั้น ๆ ว่า **ค่าเฉลี่ย (Mean)** กำหนดให้ใช้สัญลักษณ์  $\bar{X}$  (อ่านว่า เอ็กบาร์)

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่ง คือ จำนวนที่ได้จาก การหารผลบวกของข้อมูลทั้งหมดด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด ข้อมูลหนึ่งชุดจะมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเพียงค่าเดียว

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

**ข้อที่ 1** การสุ่ม สอบถามอายุของนักเรียน จำนวน 10 คน ปรากฏว่ามีอายุ(ปี) ดังนี้ 15, 17, 14, 16, 15, 13, 14, 15, 17, 18 จงหาอายุเฉลี่ยของนักเรียน

วิธีทำ

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

$$\text{อายุเฉลี่ย} = (15+17+14+16+15+13+14+15+17+18) / 10$$

$$= 154/10$$

$$= 15.4$$

อายุเฉลี่ยของนักเรียน 15.4 ปี

**ข้อที่ 2** จงพิจารณาว่าข้อมูลต่อไปนี้เหมาะกับการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) เมธิทำงานเป็นผู้รับเหมาออกแบบงานจัดเลี้ยง ในเดือนที่ผ่านมาขามีกำไร(บาท) จากงานที่รับเหมา ดังนี้ 1,500 1,150 1,800 1,300 1,650 อยากทราบว่าเมธิได้กำไรจากงานที่รับเหมา งานละกี่บาท

ตอบ..... ใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ เพราะ เงินกำไรจากงานเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ ซึ่งเป็นตัวเลขที่แสดงจำนวนเงิน สามารถนำตัวเลขดังกล่าวมาใช้เปรียบเทียบและดำเนินการคำนวณหาค่าเฉลี่ยได้

2) ในสัปดาห์ที่ผ่านมา เมธิเดินทางจากบ้านในช่วงเช้าไปที่ทำงานด้วยรถโดยสารประจำทางหมายเลข 29 510 555 29 29 504 อยากทราบว่าเมธิเดินทางไปทำงานด้วยรถโดยสารประจำทางหมายเลขใด

ตอบ..... ไม่สามารถใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ เพราะ ข้อมูลหมายเลขของรถโดยสารประจำทางเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ตัวเลขนี้ใช้แสดงเส้นทางการเดินทาง ไม่สามารถบอกขนาดหรือปริมาณของรถโดยสาร จึงไม่สามารถนำตัวเลขมาเปรียบเทียบ และคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้

3) เมธิจะมีเวลาว่าง(นาที) มาออกกำลังกายที่ฟิตเนสในแต่ละวัน ดังนี้ 50, 43, 60, 58, 48, 52, 49 อยากทราบว่าเมธิมีเวลาว่างมาออกกำลังกายวันละกี่นาที

ตอบ..... ใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ เพราะ ข้อมูลระยะเวลาที่เมธิว่างเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ ซึ่งเป็นตัวเลขที่แสดงจำนวนเวลา สามารถนำตัวเลขดังกล่าวมาใช้เปรียบเทียบและดำเนินการคำนวณหาค่าเฉลี่ยได้



เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เขียนแทนด้วย  $\bar{X}$

$$\text{ดังนั้น } \bar{X} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

ถ้า กำหนดให้  $X_1$  แทนข้อมูลตัวที่ 1       $X_2$  แทนข้อมูลตัวที่ 2       $X_3$  แทนข้อมูลตัวที่ 3  
 $X_n$  แทนข้อมูลตัวที่ n หรือข้อมูลตัวสุดท้าย ของชุดข้อมูลที่มีข้อมูล n ตัว

$$\text{จะได้ว่า } \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

การนำข้อมูลแต่ละตัวมาบวกกัน นั่นคือ  $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sum x$   
 ดังนั้น

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ	$\bar{X}$ (เอ็กบาร์)	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
	$\sum x$	แทน	ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด
	$n$	แทน	จำนวนข้อมูลทั้งหมด

กรณีที่มีข้อมูลมีค่าซ้ำกัน

**ข้อที่ 3** จากการสำรวจอายุ(ปี) ของคนที่มาออกกำลังกายในสวนสาธารณะแห่งหนึ่งจำนวน 15 คน เป็นดังนี้ 48, 18, 50, 25, 18, 50, 45, 48, 50, 65, 65, 45, 50, 50, และ 48 จงหาอายุเฉลี่ยของคนกลุ่มนี้

**วิธีทำ** เนื่องจากข้อมูลข้างต้นมีค่าของข้อมูลซ้ำกัน นำมาสร้างตารางแจกแจงความถี่ได้ดังนี้

อายุ(ปี)	18	25	45	48	50	65
ความถี่(คน)	2	1	2	3	5	2

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{2(18) + \dots 25 + 2(45) + 3(48) + 5(50) + 2(65)}{2 + \dots 1 + 2 + 3 + 5 + 2} \\ &= \frac{36 + \dots 25 + 90 + 144 + 250 + 130}{15} \\ &= \frac{675}{15} \\ &= 45 \end{aligned}$$

หรือนักเรียนสามารถหาได้  
จากสูตร  $\frac{\sum fx}{n}$   
เมื่อ f แทน ความถี่  
x แทน อายุ  
n แทน จำนวนข้อมูล

**ตอบ** อายุเฉลี่ยของคนที่มาออกกำลังกายกลุ่มนี้เท่ากับ ....45.... ปี



**ข้อที่ 4** ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 4 คน เป็น 51 คะแนน



จงหาคะแนนรวมของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 10 คนนี้

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม..... คะแนนรวมของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้..... ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนชาย 6 คน และนักเรียนหญิง 4 คน  
เป็น 51 คะแนน

**ขั้นที่ 2** วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด ..... แก้สมการให้สูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต.....  
เพราะรู้ค่าเฉลี่ยของข้อมูล 10 ตัว มีค่าเท่ากับ 51 เมื่อแทนลงในสูตรค่าเฉลี่ยจะทำให้รู้ผลบวกของคะแนนทั้งหมด

**ขั้นที่ 3** ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาดำเนินการตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

ให้  $x$  แทน ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด

$$\text{จาก..... ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

$$51 = \frac{x}{10}$$

$$x = 51(10)$$

$$x = 510$$

**ขั้นที่ 4** สรุปคำตอบ

..... คะแนนรวมของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับ 510 คะแนน

ชื่อ ..... ชั้น .....

**แบบฝึกหัดที่ 5.1**  
**เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง สมบูรณ์

1. จากการสอบถามอายุของคนที่มาใช้บริการที่ไปรษณีย์แห่งหนึ่ง ได้ข้อมูลดังตาราง

อายุ (ปี)	15	16	17	18	19	20	21
ความถี่	5	7	10	10	5	5	8

จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

**ขั้นที่ 2** วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด .....

เพราะ.....

**ขั้นที่ 3** ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ขั้นที่ 4** สรุปคำตอบ

.....

.....

2. สุดใจเก็บเงินใส่กระปุกออมสินเพื่อซื้อของขวัญปีใหม่ให้กับคุณพ่อและคุณแม่ โดยเริ่มเก็บตั้งแต่เดือนสิงหาคม ถึงเดือนธันวาคม ดังนี้

เดือน	จำนวนเงิน(บาท)
สิงหาคม	120
กันยายน	110
ตุลาคม	x
พฤศจิกายน	115
ธันวาคม	125



ค่าเฉลี่ยของเงินเก็บเท่ากับ 118 บาท จงหาว่าในเดือนตุลาคมสุดใจเก็บเงินใส่ออมสินจำนวนกี่บาท

### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด .....

เพราะ.....

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

3. จงพิจารณาว่าข้อมูลต่อไปนี้เหมาะกับการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) ใบบันทึกประวัติของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง พบว่า นักเรียนอาศัยอยู่ในเขตตำบลเดียวกันแต่ต่างหมู่บ้าน โดยนักเรียนอาศัยอยู่ในเขตหมู่ที่ 2 3 6 7 9 1 5 2 6 2 7 2 2 5 10 4 5 8 อยากทราบว่านักเรียนอาศัยอยู่ในเขตหมู่ใด

ตอบ.....  
.....  
.....

2) บันทึกสรุปผลการมาสายของนักเรียนจากฝ่ายปกครองในโรงเรียน พบว่า ในแต่ละเดือนที่ผ่านมา นักเรียนที่มีรหัสประจำตัว 3600 มาโรงเรียนสาย 4 6 5 และ 8 ครั้ง ตามลำดับ อยากทราบว่า ในระยะเวลาหนึ่งเดือน นักเรียนคนดังกล่าวมาโรงเรียนสายกี่ครั้ง

ตอบ.....  
.....  
.....

3) โรงสีข้าวแห่งหนึ่งสีข้าวเปลือกในแต่ละวันได้ดังนี้

วันจันทร์	50 เกวียน	วันอังคาร	75 เกวียน
วันพุธ	40 เกวียน	วันพฤหัสบดี	60 เกวียน
วันศุกร์	55 เกวียน	วันเสาร์	44 เกวียน

อยากทราบว่าโรงสีข้าวแห่งนี้สีข้าวได้วันละเท่าใด

ตอบ.....  
.....  
.....

## เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5.1

### เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง สมบูรณ์

1. จากการสอบถามอายุของคนที่มาใช้บริการที่ไปรษณีย์แห่งหนึ่ง ได้ข้อมูลดังตาราง

อายุ (ปี)	15	16	17	18	19	20	21
ความถี่	5	7	10	10	5	5	8

จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม ค่าอายุเฉลี่ยเลขคณิตของคนที่มาใช้บริการที่ไปรษณีย์

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ผลการสอบถามอายุของคนที่มาใช้บริการที่ไปรษณีย์แห่งหนึ่งดังตารางแจกแจงความถี่

**ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา**

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด หาจำนวนของข้อมูลทั้งหมดและใช้สูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต

เพราะ..... รู้จำนวนคนที่ถูกสอบถามทั้งหมดแล้วนำมาแทนค่าในสูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน**

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

จำนวนคนที่ถูกสอบถามจากตารางแจกแจงความถี่ เท่ากับ  $5+9+8+10+6+5+7 = 50$  คน

$$\text{avg. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

$$\bar{x} = \frac{15(5)+16(7)+17(10)+18(10)+19(5)+20(5)+21(8)}{50}$$

$$\bar{x} = \frac{75+112+170+180+95+100+168}{50}$$

$$\bar{x} = \frac{900}{50}$$

$$\bar{x} = 18$$

**ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ**

ค่าอายุเฉลี่ยเลขคณิตของคนที่มาใช้บริการที่ไปรษณีย์ เท่ากับ 18 ปี

2. สุดใจเก็บเงินใส่กระปุกออมสินเพื่อซื้อของขวัญปีใหม่ให้กับคุณพ่อและคุณแม่ โดยเริ่มเก็บตั้งแต่เดือนสิงหาคม ถึงเดือนธันวาคม ดังนี้

เดือน	จำนวนเงิน(บาท)
สิงหาคม	120
กันยายน	110
ตุลาคม	x
พฤศจิกายน	115
ธันวาคม	125



ค่าเฉลี่ยของเงินเก็บเท่ากับ 118 บาท จงหาว่าในเดือนตุลาคมสุดใจเก็บเงินใส่ออมสินจำนวนกี่บาท

### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม ..... ในเดือนตุลาคม สุดใจเก็บเงินใส่ออมสินจำนวนกี่บาท

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ..... สุดใจเก็บเงินใส่กระปุกออมสิน ตั้งแต่เดือนสิงหาคมถึงเดือนธันวาคม

.....  
 คั้งตาราง และค่าเฉลี่ยของเงินเก็บเดือนละ 118 บาท

### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด ใช้สูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต หาผลบวกของข้อมูลทั้งหมด เพราะรู้ว่ามึค่าเฉลี่ยเงินเก็บเดือนละ 118 บาท เมื่อแทนในสูตรจะรู้เงินที่เก็บทั้งหมดจึงจะหาจำนวนเงินที่เหลือได้

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

.....  
 เนื่องจาก สุดใจเก็บเงินใส่ออมสินเป็นเวลา 5 เดือน มีค่าเฉลี่ยเงินเก็บเดือนละ 118 บาท

$$\text{จาก } \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

$$118 = (120+110+x+115+125)/5$$

$$118 = (470+x)/5$$

$$x = 118(5) - 470$$

$$x = 120$$

### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

.....  
 ในเดือนตุลาคม สุดใจเก็บเงินใส่ออมสินจำนวน 120 บาท



3 จงพิจารณาว่าข้อมูลต่อไปนี้เหมาะกับการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) ไบบันทึกรั้วประวัติของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง พบว่า นักเรียนอาศัยอยู่ในเขตตำบลเดียวกันแต่ต่างหมู่บ้าน โดยนักเรียนอาศัยอยู่ในเขตหมู่ที่ 2 3 6 7 9 1 5 2 6 2 7 2 2 5 10 4 5 8 อยากรทราบว่านักเรียนอาศัยอยู่ในเขตหมู่ใด

ตอบ.....ไม่สามารถใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ เพราะ ตัวเลขหมู่บ้าน จัดเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ตัวเลขเหล่านี้ใช้แทนชื่อหมู่บ้าน ไม่สามารถบอกขนาดหรือปริมาณของหมู่บ้าน จึงไม่สามารถนำตัวเลขมาเปรียบเทียบ และคำนวณทางคณิตได้

2) บันทึกสรุปผลการมาสายของนักเรียนจากฝ่ายปกครองในโรงเรียน พบว่า ในแต่ละเดือนที่ผ่านมา นักเรียนที่มีรหัสประจำตัว 3600 มาโรงเรียนสาย 4 6 5 และ 8 ครั้ง ตามลำดับ อยากรทราบว่า ในระยะเวลาหนึ่งเดือน นักเรียนคนดังกล่าวมาโรงเรียนสายกี่ครั้ง

ตอบ.....ใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ เพราะ ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ ซึ่งเป็นตัวเลขที่แสดงจำนวนครั้งที่นักเรียนมาสาย แสดงปริมาณการมาสายในแต่ละเดือน จึง สามารถนำตัวเลขดังกล่าวมาใช้เปรียบเทียบ ดำเนินการคำนวณหาค่าเฉลี่ยได้

3) โรงสีข้าวแห่งหนึ่งสีข้าวเปลือกในแต่ละวันได้ดังนี้

วันจันทร์	50 เกวียน	วันอังคาร	75 เกวียน
วันพุธ	40 เกวียน	วันพฤหัสบดี	60 เกวียน
วันศุกร์	55 เกวียน	วันเสาร์	44 เกวียน

อยากรทราบว่าโรงสีข้าวแห่งนี้สีข้าวได้วันละเท่าใด

ตอบ.....ใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางของข้อมูลได้ เพราะ ข้อมูลข้าวเปลือกที่สีในแต่ละวันเป็นข้อมูลเชิงปริมาณซึ่งเป็นตัวเลขที่แสดงปริมาณของข้าวเปลือก สามารถนำตัวเลขดังกล่าวมาใช้เปรียบเทียบและดำเนินการคำนวณหาค่าเฉลี่ยได้

ชื่อ ..... ชั้น .....

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่อง สถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จำนวน 8 ข้อ

เวลา 55 นาที

---

คำชี้แจง แบบทดสอบนี้มีจำนวน 9 หน้า

เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในแบบทดสอบฉบับนี้ ในบริเวณ  
พื้นที่ที่เว้นไว้ให้

1. คุณครูต้องการทราบระดับความรู้พื้นฐานด้านภาษาอังกฤษของนักเรียน โดยพิจารณาจากเกรดของวิชาภาษาอังกฤษในเทอมที่ผ่านมา เพื่อนำมาจัดกลุ่มแบบคณะความสามารถของนักเรียนในค่ายภาษาอังกฤษ อยากทราบว่าครูสองควรใช้วิธีใดและมีขั้นตอนในการดำเนินการอย่างไรจึงจะทราบระดับความรู้พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด .....

เพราะ.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

สมมติให้ ข้อมูลเกรดของนักเรียนที่เข้าสอบวิชาภาษาอังกฤษจำนวน 30 คน เป็นดังนี้

เกรด	0	1	2	3	4
จำนวนคน	3	14	8	5	1

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อที่ 3 และข้อที่ 4

ชลิตสำรวจอายุของคนที่มาใช้บริการต่าง ๆ ในสวนสาธารณะแห่งหนึ่ง เช่น ออกกำลังกาย เดิน วิ่งและเล่นแอโรบิก จำนวน 30 คน มีข้อมูลดังนี้

16	25	30	45	62	59	70	55	48	76
55	41	29	12	40	65	68	50	31	47
62	60	58	56	19	13	78	40	53	25

จงตอบคำถามต่อไปนี้

3. ถ้าชลิตต้องการนำเสนอข้อมูลข้างต้นด้วยรูปแบบตารางแจกแจงความถี่ ที่แสดงจำนวนคนในแต่ละช่วงอายุ ซึ่งเขาต้องการแบ่งออกเป็นช่วงอายุให้ห่างกันช่วงละ 10 ปี โดยที่ช่วงอายุสูงสุดเป็นช่วงอายุ 70-79 ปี ต้องการทราบว่าจะต้องสร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมดกี่ชั้น และจงแสดงตารางแจกแจงความถี่แบบอันตรภาคชั้น

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด .....

เพราะ.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

.....

4. สถิติต้องการนำเสนอข้อมูลข้างต้นในรูปแบบการแจกแจงความถี่ด้วยแผนภูมิ ที่แสดงจำนวนคนในแต่ละช่วงอายุ ซึ่งเขาต้องการแบ่งออกเป็นช่วงอายุให้ห่างกันช่วงละ 10 ปี โดยที่ช่วงอายุสูงที่สุดเป็นช่วงอายุ 70-79 ปี จงสร้างแผนภูมิที่แสดงความถี่ของข้อมูล และหาว่าผู้ที่มาใช้บริการในสวนสาธารณะแห่งนี้ ส่วนมากอยู่ในกลุ่มอายุใด

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

**ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา**

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหานั้นเหมาะสมที่สุด .....

เพราะ.....

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน**

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหานั้นตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

**ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ**

5. คะแนนสอบย่อยในวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง เป็นดังนี้

X	X	29	25	34	22	20	30	30
---	---	----	----	----	----	----	----	----

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน จงหาค่า X มีค่าเป็นเท่าไร

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

**ขั้นที่ 2** วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด.....

เพราะ.....

**ขั้นที่ 3** ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาคตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

**ขั้นที่ 4** สรุปคำตอบ

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อที่ 6 และข้อที่ 7

บริษัทสำเภาทองทำธุรกิจขนส่งสินค้าทางเรือ ได้รับงานมอบหมายงานขนส่งข้าวสารจากผู้  
จำหน่ายรายใหญ่ ทางบริษัทจึงสุ่มชั่งน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของข้าวสารที่จะขนส่งมาจำนวน 15  
กระสอบ ซึ่งแต่ละกระสอบมีน้ำหนักดังนี้ 49 52 47 53 55 48 50 50 54 52 51 52 49  
50 53

6. ถ้าเรือขนส่งสินค้า สามารถบรรทุกข้าวสารได้ไม่เกิน 5 ตัน จงหาว่า บริษัทควรบรรทุกข้าวสารได้  
ไม่เกินกี่กระสอบ

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

**ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา**

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด .....

เพราะ.....

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน**

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ**

.....

.....



7. จงหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักข้าวสาร

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด .....

เพราะ.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาคงตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

.....

.....

8. จากการสำรวจราคาน้ำมันเบนซินขายปลีก (บาท / ลิตร) ตั้งแต่เดือนมกราคมจนถึงเดือนธันวาคม พบว่า ราคาน้ำมันเบนซินขายส่งมีราคาถูกลง 41.8 46.6 47.2 46.2 45.0 44.2 43.6 41.8 40.4 39.8 39.6 38.2 บาท ตามลำดับ จากข้อมูลในข้างต้น นักเรียนควรเลือกการนำเสนอข้อมูลอย่างไรจึงจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอข้อมูลน้อยที่สุด

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

**ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา**

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด .....

เพราะ.....

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน**

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

**ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ**

เฉลย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง สถิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จำนวน 8 ข้อ

เวลา 55 นาที

---

คำชี้แจง แบบทดสอบนี้มีจำนวน 9 หน้า

เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในแบบทดสอบฉบับนี้ ในบริเวณ  
พื้นที่ที่เว้นไว้ให้

1. คุณครูสองต้องการทราบระดับความรู้พื้นฐานด้านภาษาอังกฤษของนักเรียน โดยพิจารณาจากเกรดของวิชาภาษาอังกฤษในเทอมที่ผ่านมา เพื่อนำมาจัดกลุ่มแบบคละความสามารถของนักเรียนในคำภาษาอังกฤษ อยากทราบว่าครูสองควรใช้วิธีใดและมีขั้นตอนในการดำเนินการอย่างไรจึงจะทราบระดับความรู้พื้นฐานของนักเรียนกลุ่มนี้

### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม ครูสองควรใช้วิธีใดและมีขั้นตอนอย่างไรจึงจะแบ่งกลุ่มตามระดับความรู้พื้นฐานของนักเรียนได้

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ พิจารณาเกรดของวิชาภาษาอังกฤษในเทอมที่ผ่านมา

### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด ใช้ระเบียบวิธีการทางสถิติ  
เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่สามารถทำให้รู้ได้ว่านักเรียนกลุ่มนี้มีผลการเรียนเป็นอย่างไร  
เพราะ

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

สมมติให้ ข้อมูลเกรดของนักเรียนที่เข้าสอบวิชาภาษาอังกฤษจำนวน 30 คน เป็นดังนี้

เกรด	0	1	2	3	4
จำนวนคน	3	14	8	5	1

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาคตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

1. เก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอบถามเกรดของนักเรียนแต่ละคน แล้วจดบันทึก
2. นำเสนอข้อมูล โดยเลือกนำเสนอข้อมูลที่ได้ด้วยรูปแบบที่เหมาะสม เช่น ตาราง
3. วิเคราะห์และแปลความหมาย โดยจัดแบ่งกลุ่มนักเรียน ออกเป็นกลุ่ม ๆ โดยใช้เกรดเป็นเกณฑ์ ซึ่งแบ่งได้ 5 กลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มนี้โดยรวมแล้วมีผลการเรียนภาษาอังกฤษในเทอมที่ผ่านมาไม่ดีมากนัก ส่วนมากได้เกรด 1

สามารถแบ่งได้ดังนี้ กลุ่มที่ได้เกรด 4 มีจำนวน 1 คน กลุ่มที่ได้เกรด 3 มีจำนวน 5 คน

กลุ่มที่ได้เกรด 2 มีจำนวน 8 คน กลุ่มที่ได้เกรด 1 มีจำนวน 14 คน และกลุ่มที่ได้เกรด 0 มีจำนวน 3 คน

### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

คุณครูสองต้องใช้ระเบียบวิธีการทางสถิติมาใช้ในการหาคำตอบ โดย

1. เก็บรวบรวมข้อมูล
2. นำเสนอข้อมูล
3. วิเคราะห์และแปลความหมาย

2. ตารางแสดงน้ำหนักตัว (กิโลกรัม) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มหนึ่ง เป็นดังนี้

ช่วงน้ำหนัก (กก.)	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
ความถี่สะสม	12	22	40	48	50

อยากทราบว่า ส่วนมากนักเรียนกลุ่มนี้มีน้ำหนักอยู่ในช่วงใด

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม ส่วนมากนักเรียนกลุ่มนี้มีน้ำหนักอยู่ในช่วงกี่กิโลกรัม

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ น้ำหนักตัวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มหนึ่ง มีหน่วยเป็นกิโลกรัม

ดังในตาราง และกำหนดเป็นความถี่สะสมของแต่ละช่วงมาให้แล้ว

#### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด หากความถี่ของแต่ละช่วงจากความถี่สะสมที่

กำหนดให้

เพราะ จะได้ว่าแต่ละช่วง มีความถี่เป็นเท่าไร

#### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหามาที่วางแผนไว้ข้างต้น

1. หากความถี่ของแต่ละช่วงจากความถี่สะสมที่กำหนดให้ ได้ดังนี้

ช่วงน้ำหนัก (กก.)	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
ความถี่สะสม	12	22	40	48	50
ความถี่(คน)	12	$22-12=10$	$40-22=18$	$48-40=8$	$50-48=2$

2. พิจารณช่วงที่มีความถี่สูงที่สุด พบว่า ช่วงน้ำหนัก 50-59 กิโลกรัม เป็นช่วงที่มีความถี่สูงที่ จำนวน 18 คน

#### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

ส่วนมากนักเรียนกลุ่มนี้มีน้ำหนักอยู่ในช่วง 50-59 กิโลกรัม

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อที่ 3 และข้อที่ 4

ชลิตสำรวจอายุของคนที่มาใช้บริการต่าง ๆ ในสวนสาธารณะแห่งหนึ่ง เช่น ออกกำลังกาย เดิน วิ่งและ เต้นแอโรบิก จำนวน 30 คน มีข้อมูลดังนี้

16	25	30	45	62	59	70	55	48	76
55	41	29	12	40	65	68	50	31	47
62	60	58	56	19	13	78	40	53	25

จงตอบคำถามต่อไปนี้

3. ถ้าชลิตต้องการนำเสนอข้อมูลข้างต้นด้วยรูปแบบตารางแจกแจงความถี่ ที่แสดงจำนวนคนในแต่ละช่วงอายุ ซึ่งเขาต้องการแบ่งออกเป็นช่วงอายุให้ห่างกันช่วงละ 10 ปี โดยที่ช่วงอายุสูงสุดที่สุดเป็นช่วงอายุ 70-79 ปี ต้องการทราบ ว่าชลิตจะต้องสร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมดกี่ชั้น และจงแสดงตารางแจกแจงความถี่แบบอันตรภาคชั้น

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม จะต้องสร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมดกี่ชั้น

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ชลิตต้องการนำเสนอข้อมูลข้างต้นด้วยรูปแบบตารางแจกแจงความถี่ ที่แสดงจำนวนคนในแต่ละช่วงอายุ ซึ่งต้องการแบ่งออกเป็นช่วงอายุให้ห่างกันช่วงละ 10 ปี โดยมีช่วงอายุสูงสุดที่สุดเป็นช่วงอายุ 70-79 ปี

#### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด หาพิสัยของข้อมูล และสร้างตารางแจกแจงความถี่ เพราะ จำนวนชั้นของตารางสามารถหาได้จาก ค่าความกว้างของชั้นแล้ว และสามารถหาพิสัยของข้อมูลได้

#### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

1. คำนวณหาจำพิสัยของข้อมูลจาก ค่าข้อมูลสูงสุด - ค่าข้อมูลต่ำสุด จะได้พิสัยคือ  $78 - 12 = 66$

2. คำนวณหาจำนวนชั้นของตารางแจกแจงความถี่แบบอันตรภาคชั้น ที่มีความกว้างของชั้นเท่ากับ 10 จากที่กำหนดให้

ได้ดังนี้จำนวนชั้น =  $\frac{\text{ค่าพิสัย}}{\text{ความกว้าง}}$  จะได้

จำนวนชั้น =  $\frac{66}{10} = 6.6 \approx 7$  ชั้น แล้วนำไปสร้างตาราง

อายุ	รอยขีด	ความถี่
10 - 19	IIII	4
20 - 29	III	3
30 - 39	II	2
40 - 49	IIII I	6
50 - 59	IIII II	7
60 - 69	IIII	5
70 - 79	III	3

#### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

ชลิตจะต้องสร้างตารางแจกแจงความถี่ทั้งหมด 7 ชั้น

4. สถิติต้องการนำเสนอข้อมูลข้างต้นในรูปแบบการแจกแจงความถี่ด้วยแผนภูมิ ที่แสดงจำนวนคนในแต่ละช่วงอายุ ซึ่งเขาต้องการแบ่งออกเป็นช่วงอายุให้ห่างกันช่วงละ 10 ปี โดยที่ช่วงอายุสูงที่สุดเป็นช่วงอายุ 70-79 ปี จงสร้างแผนภูมิที่แสดงความถี่ของข้อมูล และหาว่าผู้ที่มาใช้บริการในสวนสาธารณะแห่งนี้ ส่วนมากอยู่ในกลุ่มอายุใด

### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม กลุ่มอายุของผู้ใช้บริการ ส่วนมากมีอายุอยู่ในช่วงใด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สถิติต้องการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบการแจกแจงความถี่ด้วยแผนภูมิ ที่แสดงช่วง อายุให้ห่างกัน 10 ปี และช่วงอายุสูงที่สุดเป็นช่วงอายุ 70 – 79 ปี

### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาค่าที่เหมาะสมที่สุด นำเสนอข้อมูลด้วยกราฟสีทโทแกรม หาช่วงที่มีความถี่สูงสุด

เพราะ สามารถนำเสนอข้อมูลแบบแจกแจงความถี่อันตรรกาคั่นในรูปแบบแผนภูมิ และต้องการรู้กลุ่มช่วงอายุของคนส่วนมาก

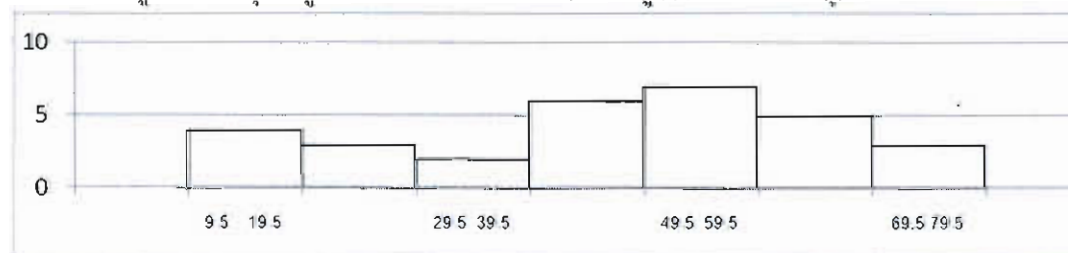
### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาค่าตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

- ใช้ข้อมูลจากตารางแจกแจงความถี่ในข้อที่ 3 แล้วหาหาขอบบนและขอบล่างของแต่ละชั้น

อายุ	ความถี่	ขอบล่าง	ขอบบน
10 - 19	4	9.5	19.5
20 - 29	3	19.5	29.5
30 - 39	2	29.5	39.5
40 - 49	6	39.5	49.5
50 - 59	7	49.5	59.5
60 - 69	5	59.5	69.5
70 - 79	3	69.5	79.5

- สร้างแผนภูมิแสดงอายุของผู้มาใช้บริการ และหาช่วงที่มีความสูงของกราฟมากที่สุด



### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

ผู้มาใช้บริการส่วนมากเป็นคนในกลุ่มช่วงอายุ 49.5 – 59.5 ปี

5 คะแนนสอบย่อยในวิชาคณิตศาสตร์ของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง เป็นดังนี้

X	X	29	25	34	22	20	30	30
---	---	----	----	----	----	----	----	----

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน จงหาค่า X มีค่าเป็นเท่าไร

### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม ค่า ของ X ซึ่งเป็นคะแนนสอบย่อยที่ยังไม่ทราบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คะแนนสอบย่อยของสายป่านจำนวน 9 ครั้ง แต่รู้คะแนนย่อยเพียง 7 ครั้ง ดังนี้ 29, 25, 34, 22, 20, 30 อีกสองครั้งที่เหลือสามารถทำได้คะแนนเท่ากันและค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบเท่ากับ 30 คะแนน

### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด แก้สมการเพื่อหาค่าของ X จากสูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต เพราะ โจทย์กำหนดค่าเฉลี่ยเลขคณิตมาให้ และรู้จำนวนครั้งการสอบย่อย 9 ครั้งและคะแนนสอบย่อย 7 ครั้ง

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

$$\text{จากสูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต } (\bar{X}) = \frac{\sum x}{n}$$

$$30 = \frac{X + X + 29 + 25 + 34 + 22 + 20 + 30 + 30}{9}$$

$$30 = \frac{2X + 190}{9}$$

$$30(9) - 190 = 2X$$

$$270 - 190 = 2X$$

$$80 = 2X$$

$$X = \frac{80}{2}$$

$$X = 40$$

### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

X = 40 คะแนนสอบย่อยของแต่ละครั้งที่ยังไม่ทราบคือ 40 คะแนน



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อที่ 6 และข้อที่ 7

บริษัทสำเภาทองทำธุรกิจขนส่งสินค้าทางเรือ ได้รับงานมอบหมายงานขนส่งข้าวสารจากผู้จำหน่ายรายใหญ่ ทางบริษัทจึงสุ่มชั่งน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของข้าวสารที่จะขนส่งมาจำนวน 15 กระสอบ ซึ่งแต่ละกระสอบมีน้ำหนักดังนี้ 49 52 47 53 55 48 50 50 54 52 51 52 49 50 53

6. ถ้าเรือขนส่งสินค้า สามารถบรรทุกข้าวสารได้ไม่เกิน 5 ตัน จงหาว่า บริษัทควรบรรทุกข้าวสารได้ไม่เกินกี่กระสอบ

**แนวคิดที่ 1** ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม บริษัทควรบรรทุกข้าวสารไม่เกินกี่กระสอบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ น้ำหนักของข้าวสารแต่ละกระสอบที่สุ่มมาชั่งจำนวน 15 กระสอบ และเรือบรรทุกสามารถรับน้ำหนักได้ไม่เกิน 5 ตัน

**ขั้นที่ 2** วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักข้าวสารและแก้สมการ

เพราะ เมื่อรู้น้ำหนักโดยเฉลี่ยของข้าวสารแต่ละกระสอบ จึงสามารถนำไปคำนวณหาจำนวนกระสอบข้าวสารไปได้

**ขั้นที่ 3** ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น คำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต จากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{49 + 52 + 47 + 53 + 55 + 48 + 50 + 50 + 54 + 52 + 51 + 52 + 49 + 50 + 53}{15}$$

$$\bar{X} = \frac{765}{15} = 51$$

เนื่องจากเรือสามารถบรรทุกได้ไม่เกิน 5 ตัน นั่นคือ สามารถบรรทุกได้ไม่เกิน 5,000 กิโลกรัม ให้  $x$  แทนจำนวนกระสอบข้าวสารที่เรือสามารถบรรทุกได้

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{5,000}{51}$$

$$x = 98.039 \approx 98$$

**ขั้นที่ 4** สรุปคำตอบ

เนื่องจากเรือสามารถบรรทุกได้ไม่เกิน 5 ตัน ดังนั้นควรบรรทุกข้าวสารไม่เกิน 98 กระสอบ

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อที่ 6 และข้อที่ 7

บริษัทสำเภาทองทำธุรกิจขนส่งสินค้าทางเรือ ได้รับงานมอบหมายงานขนส่งข้าวสารจากผู้จำหน่ายรายใหญ่ ทางบริษัทจึงสุ่มชั่งน้ำหนัก (กิโลกรัม) ของข้าวสารที่จะขนส่งมาจำนวน 15 กระสอบ ซึ่งแต่ละกระสอบมีน้ำหนักดังนี้ 49 52 47 53 55 48 50 50 54 52 51 52 49 50 53

6. ถ้าเรือขนส่งสินค้า สามารถบรรทุกข้าวสารได้ไม่เกิน 5 ตัน จงหาว่า บริษัทควรบรรทุกข้าวสารได้ไม่เกินกี่กระสอบ

**แนวคิดที่ 2 ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม บริษัทควรบรรทุกข้าวสารไม่เกินกี่กระสอบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ น้ำหนักของข้าวสารแต่ละกระสอบที่สุ่มมาซึ่งจำนวน 15 กระสอบ และเรือบรรทุกสามารถรับน้ำหนักได้ไม่เกิน 5 ตัน

**ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา**

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด หากำมัชฐานของข้อมูลและแก้สมการ เพราะ เมื่อรู้น้ำหนักโดยเฉลี่ยของข้าวสารแต่ละกระสอบ จึงสามารถนำไปคำนวณหาจำนวนกระสอบข้าวต่อไปได้

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน**

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น จัดเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปหามาก จะได้

47 48 49 49 50 50 50 51 52 52 52 53 53 54 55

ตำแหน่งมัชฐานคือ  $\frac{15+1}{2} = 8$  ที่ตำแหน่งที่ 8 ข้อมูลมีค่าเท่ากับ 51

นั่นคือข้าวสารหนักกระสอบละ 51 กิโลกรัม

เนื่องจากเรือสามารถบรรทุกได้ไม่เกิน 5 ตัน นั่นคือ สามารถบรรทุกได้ไม่เกิน 5,000 กิโลกรัม

ให้  $x$  แทนจำนวนกระสอบข้าวสารที่เรือสามารถบรรทุกได้

$$\text{ดังนั้น } x = \frac{5,000}{51}$$

$$x = 98.039 \approx 98$$

เนื่องจากเรือสามารถบรรทุกได้ไม่เกิน 5 ตัน ดังนั้นควรบรรทุกข้าวสารไม่เกิน 98 กระสอบ

**ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ**

ควรบรรทุกข้าวสารไม่เกิน 98 กระสอบ

7. จงหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักข้าวสาร

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์ถาม                      ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักข้าวสารที่สุ่มมาชั่งในครั้งนี้น้ำหนักของข้าวสารแต่ละกระสอบ จำนวน 15 กระสอบ ซึ่งแต่ละกระสอบมีน้ำหนักดังนี้ 49 52 47 53 55 48 50 50 54 52 51 52 49 50 53

**ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา**

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด    หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตแล้วคำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

เพราะ จากสูตรหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต้องรู้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อน

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน**

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น    1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้จากข้อที่ 6 หรือ

$$\bar{X} = \frac{49 + 52 + 47 + 53 + 55 + 48 + 50 + 50 + 54 + 52 + 51 + 52 + 49 + 50 + 53}{15}$$

จะได้  $\bar{X} = \frac{765}{15} = 51$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

น้ำหนัก	ส่วนเบี่ยงเบน	กำลังสองของส่วนเบี่ยงเบน
49	49 - 51 = -2	4
52	52 - 51 = 1	1
47	47 - 51 = -4	16
53	53 - 51 = 2	4
55	55 - 51 = 4	16
48	48 - 51 = -3	9
50	50 - 51 = -1	1
50	50 - 51 = -1	1
54	54 - 51 = 3	9
52	52 - 51 = 1	1
51	51 - 51 = 0	0
52	52 - 51 = 1	1
49	49 - 51 = -2	4
50	50 - 51 = -1	1
53	53 - 51 = 2	4
รวม		72

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบน คือ  $72 / 15 = 4.8$

และหารากที่สองที่เป็นบวกของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบน คือ  $\sqrt{4.8} = 2.19$

**ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ**

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักข้าวสารมีค่าประมาณ 2.19

8. จากการสำรวจราคาน้ำมันเบนซินขายปลีก (บาท / ลิตร) ตั้งแต่เดือนมกราคมจนถึงเดือนธันวาคม พบว่า ราคาน้ำมันเบนซินขายส่งมีราคาดังนี้ 41.8 46.6 47.2 46.2 45.0 44.2 43.6 41.8 40.4 39.8 39.6 38.2 บาท ตามลำดับ จากข้อมูลในข้างต้น นักเรียนควรเลือกการนำเสนอข้อมูลอย่างไรจึงจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอข้อมูลน้อยที่สุด

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม เลือกนำเสนอข้อมูลราคาน้ำมันเบนซินขายปลีกอย่างไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ให้นำเสนอข้อมูลผลการสำรวจราคาน้ำมันเบนซินขายปลีกในแต่ละเดือนจำนวน 12 เดือนต่อเนื่อง โดยเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการนำเสนอข้อมูลน้อยที่สุด

#### ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด เลือกนำเสนอข้อมูลโดยกราฟเส้นที่แสดงสเกลแบบละเอียด

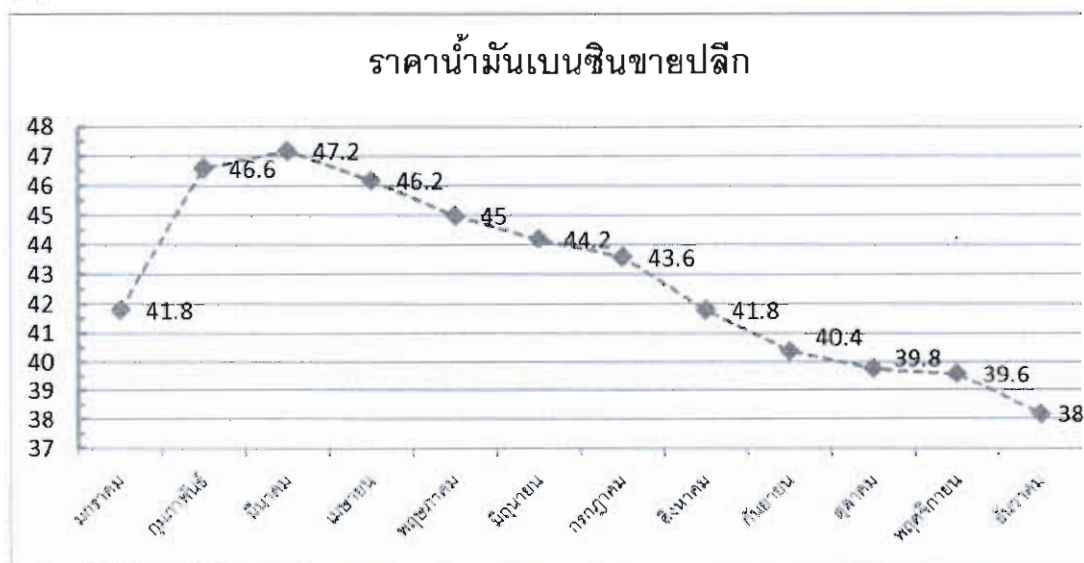
เพราะเป็นข้อมูลเชิงปริมาณ สามารถนำเสนอให้เห็นการเปลี่ยนแปลงได้ ตามกาลเวลาและข้อมูลมีความละเอียด

#### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

กราฟเส้นที่แสดงราคาน้ำมันเบนซินขายปลีก (บาท / ลิตร) ตั้งแต่เดือนมกราคมจนถึงเดือน

ธันวาคม



#### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

เลือกนำเสนอข้อมูล โดยกราฟเส้นเชิงเดียวที่แสดงสเกลแบบละเอียดและแสดงค่าของข้อมูลกำกับไว้ที่จุด

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

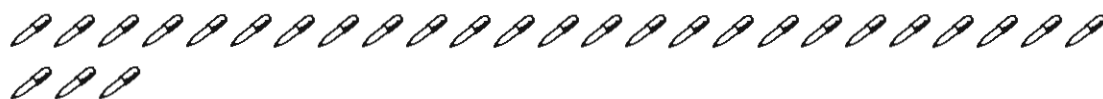
หน่วยการเรียนรู้เรื่อง สถิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จำนวน 8 ข้อ

คะแนนเต็ม 24 คะแนน

เวลา 55 นาที



คำชี้แจง แบบทดสอบนี้มีจำนวน 3 หน้า เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ให้นักเรียนเขียนคำตอบลง

ในแบบทดสอบฉบับนี้ เขียนในบริเวณพื้นที่ที่เว้นไว้ให้

1. หมายเลขโทรศัพท์ เป็นข้อมูลข้อมูลเชิงคุณภาพหรือข้อมูลเชิงปริมาณ

.....เพราะ.....  
 .....

2. บริษัทส่งเสริมการเกษตร จำกัด แสดงงบบุลรายรับ – รายจ่าย ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ. 2557  
 ดังนี้

เดือน	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.
รายรับ (ล้านบาท)	3.7	7.1	6.4	3.9	5.6	4.3	5.0	6.2
รายจ่าย (ล้านบาท)	2.4	5.2	2.7	4.3	4.6	4.1	3.8	4.4

จากข้อมูลข้างต้นควรนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใด เพื่อแสดงให้เห็นแนวโน้มการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของ  
 รายรับ และรายจ่ายของบริษัท และเพราะเหตุใดจึงเลือกการนำเสนอรูปแบบนี้

.....  
 .....  
 .....

3 ข้อมูลเกรดของนักเรียนที่เข้าสอบวิชาภาษาอังกฤษจำนวน 30 คน เป็นดังนี้

3	0	0	1	2	2	3	2	4	3
2	2	1	2	1	2	3	1	1	2
0	4	2	3	2	4	3	3	2	2

จากข้อมูลข้างต้นควรนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใด และเพราะเหตุใดจึงเลือกการนำเสนอรูปแบบนี้

.....  
 .....  
 .....

4. จากการวัดส่วนสูงของนักเรียนชั้น ม 6 จำนวน 40 คน เป็นดังนี้

162	163	173	172	155	160	167	163	164	166
151	166	154	173	164	168	173	172	156	163
158	149	159	161	162	160	159	158	155	163
154	167	176	170	149	145	158	165	168	161

จากข้อมูลข้างต้นควรนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใด และเพราะเหตุใดจึงเลือกการนำเสนอรูปแบบนี้

.....

.....

.....

.....

.....

5. นักเรียนจะเลือกนำเสนอข้อมูล “ 12 14 10 14 18 16 12 16 ” ด้วยค่ากลางใด และเพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

6. นักเรียนจะเลือกนำเสนอข้อมูล “เบอร์รองเท้าที่นักเรียนในห้องสวมใส่” ด้วยค่ากลางใด และเพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

7. จากข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าข้อมูลชุดใดมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ใกล้เคียงกับ 5 มากที่สุด  
พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ข้อมูลชุดที่ 1            10, 10, 10, 20, 20, 20

ข้อมูลชุดที่ 2            0, 5, 10, 15, 20, 25

.....

.....

.....

.....

.....

8. “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องหนึ่งมีคะแนนสอบที่ค่อนข้างเกาะกลุ่มกันมาก กล่าวคือมีการกระจายตัวของคะแนนสอบไม่มากนัก มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ ทำให้สรุปได้ว่านักเรียนห้องนี้มีความรู้อยู่ในเกณฑ์ที่ดีมาก”

จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....



เฉลย แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง สถิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จำนวน 8 ข้อ

คะแนนเต็ม 24 คะแนน

เวลา 55 นาที



คำชี้แจง แบบทดสอบนี้มีจำนวน 3 หน้า เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ให้นักเรียนเขียนคำตอบลง

ในแบบทดสอบฉบับนี้ เขียนในบริเวณพื้นที่ที่เว้นไว้ให้

1. หมายเลขโทรศัพท์ เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพหรือข้อมูลเชิงปริมาณ

ข้อมูลเชิงคุณภาพ เพราะ เป็นข้อมูลตัวลขที่แสดงลักษณะของทางศัพท์ เช่น โทรศัพท์แบบเคลื่อนที่ หรือโทรศัพท์ของสำนักงานหรือโทรศัพท์บ้านที่สามารถบอกถึงตำแหน่งที่อยู่ของโทรศัพท์ได้

2 บริษัทส่งเสริมการเกษตร จำกัด แสดงงบดุลรายรับ – รายจ่าย ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ. 2557 ดังนี้

เดือน	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.
รายรับ (ล้านบาท)	3.7	7.1	6.4	3.9	5.6	4.3	5.0	6.2
รายจ่าย (ล้านบาท)	2.4	5.2	2.7	4.3	4.6	4.1	3.8	4.4

จากข้อมูลข้างต้นควรนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใด เพื่อแสดงให้เห็นแนวโน้มการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของรายรับ และรายจ่ายของบริษัท และเพราะเหตุใดจึงเลือกการนำเสนอรูปแบบนี้

นำเสนอข้อมูลในรูปแบบกราฟเส้น เพราะ ข้อมูลอยู่ในรูปอนุกรมเวลา กราฟเส้นสามารถทำได้ง่าย มีรูปแบบสวยงาม อ่านค่าได้ง่าย ชัดเจนและต้องการนำเสนอข้อมูลที่แสดงให้เห็นแนวโน้มการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของรายรับ และรายจ่ายของบริษัท และยังสามารถเปรียบเทียบรายรับและรายจ่ายในเดือนเดียวกันได้

3. ข้อมูลเกรดของนักเรียนที่เข้าสอบวิชาภาษาอังกฤษจำนวน 30 คน เป็นดังนี้

3	0	0	1	2	2	3	2	4	3
2	2	1	2	1	2	3	1	1	2
0	4	2	3	2	4	3	3	2	2

จากข้อมูลข้างต้นควรนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใด และเพราะเหตุใดจึงเลือกการนำเสนอรูปแบบนี้

ตารางแจกแจงความถี่แบบทีละค่า เพราะ ข้อมูลมีจำนวนมาก ค่าของข้อมูลมีเพียง 0 1 2 3 และ 4 จึงมีข้อมูลที่ซ้ำกันหลายตัว ตารางแจกแจงความถี่สามารถอ่านค่าและวิเคราะห์ข้อมูลได้ง่าย การนำเสนอด้วยราแบบตารางแจกแจงความถี่จะทำให้นำเสนอข้อมูลที่สมลในราเบากลับ ๆ เช่นแผนภูมิแท่ง แผนภูมิวงกลมได้ง่ายมากขึ้น

4. จากการวัดส่วนสูงของนักเรียนชั้น ม. 6 จำนวน 40 คน เป็นดังนี้

162	163	173	172	155	160	167	163	164	166
151	166	154	173	164	168	173	172	156	163
158	149	159	161	162	160	159	158	155	163
154	167	176	170	149	145	158	165	168	161

จากข้อมูลข้างต้นควรนำเสนอข้อมูลในรูปแบบใด และเพราะเหตุใดจึงเลือกการนำเสนอรูปแบบนี้ ตารางแจกแจงความถี่แบบอันตรภาคชั้น เพราะ ข้อมูลมีจำนวนมาก และค่าของข้อมูลอยู่ในช่วง 145 – 176 ซึ่งเป็นช่วงที่กว้างหากนำเสนอในรูปแบบตารางแจกแจงความถี่แบบทีละค่าจะทำให้เสียเวลา เปลืองพื้นที่ในการนำเสนอ

5. นักเรียนจะเลือกนำเสนอข้อมูล “ 12 14 10 14 18 16 12 16 ” ด้วยค่ากลางใด และเพราะเหตุใด

**แนวคำตอบที่ 1** ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เพราะ ข้อมูลส่วนใหญ่มีค่าใกล้เคียงกัน ไม่มีข้อมูลตัวใดที่มีค่าสูงหรือต่ำกว่าเกินไปจากข้อมูลตัวอื่น ๆ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลได้ มาจากค่าของข้อมูลทุกตัว และมีเพียงค่าเดียวจึงเป็นตัวแทนที่ดีได้

**แนวคำตอบที่ 2** มัชยฐาน เพราะ ข้อมูลสามารถนำมาเรียงลำดับ แล้วหาตำแหน่งมัชยฐานของข้อมูลได้ และมัชยฐานมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิต

6. นักเรียนจะเลือกนำเสนอข้อมูล “เบอร์รองเท้าที่นักเรียนในห้องสวมใส่” ด้วยค่ากลางใด และเพราะเหตุใด

ฐานนิยม เพราะ สามารถหาค่าได้ง่าย และเบอร์รองเท้าเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ สามารถหาค่ากลางได้ด้วยฐานนิยมเท่านั้น ไม่สามารถนำค่าไปทำการคำนวณต่อได้

7. จากข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าข้อมูลชุดใดมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใกล้เคียงกับ 5 มากที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

ข้อมูลชุดที่ 1 10, 10, 10, 20, 20, 20

ข้อมูลชุดที่ 2 0, 5, 10, 15, 20, 25

ข้อมูลชุดที่ 1 เพราะ ข้อมูลในชุดที่ 1 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 15 เมื่อพิจารณาค่าของข้อมูล พบว่า ค่าของข้อมูลทุกตัวต่างจากค่าเฉลี่ย เท่ากับ 5 เมื่อนำไปหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีค่าเท่ากับ 5 พอดี

ในส่วนข้อมูลชุดที่ 2 ข้อมูลชุดนี้มีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 5 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 15 ดังนั้นข้อมูลจะมีค่าต่างจากค่าเฉลี่ย มากกว่า 5 แน่นนอน เมื่อนำไปหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีค่ามากกว่า 5

8. “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องหนึ่งมีคะแนนสอบที่ค่อนข้างเกาะกลุ่มกันมาก กล่าวคือมีการกระจายตัวของคะแนนสอบไม่มากนัก มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ ทำให้สรุปได้ว่านักเรียนห้องนี้มีความรู้อยู่ในเกณฑ์ที่ดีมาก”

จากข้อความข้างต้น นักเรียนมีความเห็นสอดคล้องด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด

มีความคิดเห็นไม่สอดคล้อง เพราะ ยังรู้ข้อมูลไม่เพียงพอ จากโจทย์รู้เพียงว่าคะแนนสอบค่อนข้างเกาะกลุ่มกันมาก แต่ยังไม่รู้คะแนนสอบของนักเรียนหรือค่าเฉลี่ยของห้องว่ามีค่าเท่าไร อาจเป็นไปได้ว่าคะแนนเฉลี่ยของห้องต่ำ จึงทำให้ยังไม่สามารถสรุปได้

#### ภาคผนวก ค

##### ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความสอดคล้อง
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น
- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตารางที่ ค-1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย  
การเรียนรู้เชิงรุก เรื่อง สถิติ

แผนที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1	+1	0	+1	+1	+1	0.80
2	+1	+1	+1	+1	+1	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	1

ตารางที่ ค-2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	1
6	0	+1	+1	+1	0	0.6

ตารางที่ ค-2 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
7	+1	+1	+1	+1	0	0.8
8	0	+1	+1	+1	0	0.6
9	+1	+1	+1	+1	0	0.8
10	+1	+1	+1	+1	+1	1
11	+1	+1	+1	+1	+1	1
12	+1	+1	0	+1	+1	0.8
13	+1	+1	+1	+1	+1	1
14	+1	0	+1	+1	+1	0.8
15	+1	+1	+1	+1	+1	1
16	+1	+1	+1	+1	+1	1

ตารางที่ ค-3 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	1
4	0	+1	+1	+1	+1	0.8
5	+1	+1	+1	+1	+1	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	1

ตารางที่ ค-3 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
9	+1	+1	+1	+1	+1	1
10	+1	+1	+1	+1	+1	1
11	+1	+1	+1	+1	+1	1
12	+1	+1	+1	+1	+1	1
13	+1	0	+1	+1	+1	0.8
14	0	0	+1	+1	+1	0.6
15	+1	+1	+1	+1	+1	1
16	+1	+1	+1	+1	+1	1

ตารางที่ ค-4 ค่าความยากง่าย และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1.	0.56	0.51
2.	0.48	0.41
3.	0.49	0.37
4.	0.62	0.41
5.	0.44	0.33
6.	0.53	0.23
7.	0.51	0.29
8.	0.57	0.34
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.841		



ตารางที่ ค-5 ค่าความยากง่าย ค่าความยากง่าย และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด  
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1.	0.45	0.57
2.	0.65	0.63
3.	0.58	0.43
4.	0.50	0.53
5.	0.45	0.70
6.	0.37	0.67
7.	0.48	0.63
8.	0.48	0.63

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.731

ตารางที่ ค-6 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทาง
	ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 56 คะแนน)	คณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)
1	33	16
2	49	19
3	46	18
4	46	17
5	43	19
6	46	19
7	31	16
8	52	22
9	38	16

ตารางที่ ก-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทาง
	ทางคณิตศาสตร์	คณิตศาสตร์
	(คะแนนเต็ม 56 คะแนน)	(คะแนนเต็ม 24 คะแนน)
10	44	20
11	46	21
12	47	18
13	34	15
14	50	22
15	52	22
16	32	15
17	37	15
18	44	19
19	50	22
20	46	18
21	40	17
22	50	22
23	50	21
24	45	18
25	40	17
26	47	18
27	37	16
28	38	16
29	42	17
30	44	17
31	47	20
32	47	21
33	48	20

ตารางที่ ค-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทาง
	ทางคณิตศาสตร์	คณิตศาสตร์
	(คะแนนเต็ม 56 คะแนน)	(คะแนนเต็ม 24 คะแนน)
34	40	19
35	37	16
36	33	15
37	45	17
38	43	18
39	38	17
40	37	16
41	38	15
42	33	15
43	42	18
44	45	19
45	36	15
46	37	16
47	44	17
48	46	18
รวม	2035	860
คะแนนเฉลี่ย	42.40	17.92
ร้อยละ	75.70	74.65

#### ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย โดยใช้โปรแกรม spss

1. ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จากการทำแบบทดสอบโดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample ดังภาพที่ ง-1

One-Sample Statistics				
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	48	42.3958	5.72319	.82607

One-Sample Test						
	Test Value = 39.2					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00001	3.869	47	.000	3.19583	1.5340	4.8577

ภาพที่ ง-1 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จากการทำแบบทดสอบโดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample

1.1 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านทำความเข้าใจปัญหาจากการทำแบบทดสอบโดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample ดังภาพที่ ง-2

One-Sample Statistics				
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
understanding	48	12.5417	1.98889	.28707

One-Sample Test						
	Test Value = 11.2					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
understanding	4.674	47	.000	1.34167	.7642	1.9192

ภาพที่ ง-2 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านทำความเข้าใจปัญหาจากการทำแบบทดสอบโดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample

1.2 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้านวางแผนการแก้ปัญหา จากการทำแบบทดสอบโดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample ดังภาพที่ ง-3

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
devisingplan	48	11.9583	1.76199	.25432

One-Sample Test

	Test Value = 11.2					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
devisingplan	2.982	47	.005	.75833	.2467	1.2700

ภาพที่ ง-3 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านวางแผนการแก้ปัญหาจากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample

1.3 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้านวางแผนการแก้ปัญหา จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample ดังภาพที่ ง-4

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
carryingoutplan	48	12.0417	1.83301	.26457

One-Sample Test

	Test Value = 11.2					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
carryingoutplan	3.191	47	.003	.84167	.3094	1.3739

ภาพที่ ง-4 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านดำเนินการตามแผนจากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample

1.4 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ด้านวางแผนการแก้ปัญหา จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample ดังภาพที่ ง-5

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
answer	48	5.8542	.87494	.12629

One-Sample Test

	Test Value = 5.6					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
answer	2.013	47	.050	.25417	.0001	.5082

ภาพที่ ง-5 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถด้านสรุปคำตอบจากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample

2. ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample ดังภาพที่ ง-6

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	48	17.9167	2.20090	.31767

One-Sample Test

	Test Value = 16.8					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
VAR00001	3.515	47	.001	1.11667	.4776	1.7557

ตารางที่ ง-6 ผลการวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test แบบ One sample

ภาคผนวก จ

- ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมและการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง



ชื่อ อัญญาวิดา สิมศิริ ชั้น ๗.3/1 เลขที่ 9



**ใบกิจกรรมที่ 5.1**

**เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**

คำชี้แจง : ให้นักเรียนศึกษาใบกิจกรรม แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

**ค่ากลางของข้อมูล**

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้แล้วสรุปคำตอบ

63 65 68 70 74 75 76

"แดนดีได้จดโน้ตที่กวาดรอบ-รายจ่ายของตนเองทุกวัน พบว่าในหนึ่งสัปดาห์แดนดีมีรายจ่าย(บาท) ดังนี้ 75 65 70 74 76 68 63" คำถาม

- 1) ส่วนใหญ่แดนดีมีรายจ่ายวันละเท่าไร 70
- 2) ทำไมถึงเลือกใช้ค่านี้ เพราะเป็นค่าที่อยู่ตรงกลางระหว่างข้อมูลทั้งหมด
- 3) ถ้าที่นักเรียนเลือก สามารถใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ได้หรือไม่ อย่างไร ไม่ได้ เพราะข้อมูลทั้งหมดมีค่ามากกว่าข้อมูลที่ใช้ แต่ใกล้เคียงกับ 70 (70 คือค่าแทนรายจ่าย)

ค่าที่เป็นตัวแทนของข้อมูลนี้เราเรียกว่า "ค่ากลางของข้อมูล"

นักเรียนลองบอกลักษณะของ ค่ากลางของข้อมูล

ค่ากลางของข้อมูล คือ ค่าที่อยู่ตรงกลางที่เป็นตัวแทนของข้อมูล ซึ่งใช้แทนค่าของข้อมูลทั้งหมด

ค่ากลางของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งสามารถบอกได้หลายวิธี ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic mean)

ค่ามัธยฐาน (median) ค่าฐานนิยม (mode)

**ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (arithmetic mean)**

ให้นักเรียนช่วยกันแบ่งเหรียญตามที่กำหนด

ครั้งที่	จำนวนเหรียญที่หยิบ					วิธีคิด	จำนวนเหรียญที่แต่ละคนได้รับเท่า ๆ กัน
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	13	11				$(13+11) \div 2$	12
2	6	10	5			$(6+10+5) \div 3$	7
3	5	6	3	2		$(5+6+3+2) \div 4$	4
4	2	4	5	3	6	$(2+4+5+3+6) \div 5$	4

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

จำนวนเฉลี่ยของแต่ละคนได้รวมเท่า ๆ กันนี้ เรียกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ค่าเฉลี่ย (Mean) กำหนดให้ใช้สัญลักษณ์  $\bar{X}$  (อ่านว่า เอ็กซ์บาร์)

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่ง คำนวณได้โดยการรวมข้อมูลทั้งหมดของชุดนั้น แล้ว หารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

(10)

ข้อที่ 1 การสุ่ม สอบถามอายุของนักเรียน จำนวน 10 คน ปรากฏว่ามีอายุ(ปี) ดังนี้ 15, 17, 14, 16, 15, 13, 14, 15, 17, 18  
จงหาอายุเฉลี่ยของนักเรียน

วิธีทำ:  $\bar{x} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$

$$= \frac{15+17+14+16+15+13+14+15+17+18}{10}$$

$$= \frac{154}{10} = 15.4$$

ข้อที่ 2 จงพิจารณาว่าข้อมูลต่อไปนี้เหมาะกับการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) เมื่อกำหนดเป็นสุ่มรับเหมารอบการดำเนินงานจัดซื้อ ในเดือนที่ผ่านมามีกำไร(บาท) จากงานที่รับเหมา ดังนี้ 1,500 1,150 1,800 1,300 1,650

ตอบ: ใช่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางได้ เพราะ เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ สามารถนำข้อมูลมาคำนวณได้ (ตัวเลขได้)

2) ในสัปดาห์ที่ผ่านมา เมธีเดินทางจากบ้านในช่วงเช้าไปทำงานด้วยรถโดยสารประจำทางหมายเลข 29 510 555 29 29 504

ตอบ: ไม่ใช่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางไม่ได้ เพราะ เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ไม่สามารถนำข้อมูลมาคำนวณได้ (หมายเลขรถ)

3) เมธีจะมีเวลาว่าง(นาที) มาออกกำลังกายที่ฟิตเนสใหม่แต่ละวัน ดังนี้ 50, 43, 60, 58, 48, 52, 49

ตอบ: ใช่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางได้ เพราะ เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ สามารถนำข้อมูลมาคำนวณได้ (เวลา)

เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิต เขียนแทนด้วย  $\bar{X}$

$$\text{ดังนั้น } \bar{X} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

ถ้า กำหนดให้  $X_1$  แทนข้อมูลตัวที่ 1                       $X_2$  แทนข้อมูลตัวที่ 2                       $X_3$  แทนข้อมูลตัวที่ 3  
 $X_n$  แทนข้อมูลตัวที่ n หรือข้อมูลตัวสุดท้าย ของชุดข้อมูลที่มีข้อมูล n ตัว

$$\text{จะได้ว่า } \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

การนำข้อมูลแต่ละตัวมาบวกกัน นั่นคือ  $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sum X$   
 ดังนั้น

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ	$\bar{X}$ (อักษร)	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด
	n	แทน	จำนวนข้อมูล

กรณีที่ข้อมูลมีค่าซ้ำกัน

ข้อที่ 3 จากกรรณารวจอายุ(ปี) ของคนที่มาออกกำลังกายภายในสวนสาธารณะแห่งหนึ่งจำนวน 15 คน เป็นดังนี้ 48, 18, 50, 25, 18, 50, 45, 48, 50, 65, 65, 45, 50, 50, และ 48 จงหาอายุเฉลี่ยของคนกลุ่มนี้

วิธีที่ 1) เนื่องจากข้อมูลข้างต้นมีค่าของข้อมูลซ้ำกัน นำมาสร้างตารางแจกแจงความถี่ได้ดังนี้

อายุ(ปี)	18	25	45	48	50	65
ความถี่(คน)	2	1	2	3	5	2

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลบวกของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{2(18) + 1(25) + 2(45) + 3(48) + 5(50) + 2(65)}{2 + 1 + 2 + 3 + 5 + 2} \\ &= \frac{36 + 25 + 90 + 144 + 250 + 130}{15} \\ &= \frac{675}{15} \\ &= 45 \end{aligned}$$

ตอบ อายุเฉลี่ยของคนที่มาออกกำลังกายในกลุ่มนี้เท่ากับ 45 ปี

หรือนักเรียนสามารถหาได้

จากสูตร  $\frac{\sum fx}{n}$

เมื่อ f แทน ความถี่

x แทน อายุ

n แทน จำนวนข้อมูล





2. สุดใจเก็บเงินใส่กระปุกออมสินเพื่อซื้อของขวัญปีใหม่ให้กับคุณพ่อและคุณแม่ โดยเริ่มเก็บตั้งแต่วันที่ 1 สิงหาคมจนถึงเดือนธันวาคม ดังนี้

เดือน	จำนวนเงิน(บาท)
สิงหาคม	120
กันยายน	110
ตุลาคม	x
พฤศจิกายน	115
ธันวาคม	125



ค่าเฉลี่ยของเงินเก็บเท่ากับ 118 บาท จงหาว่าในเดือนตุลาคมสุดใจเก็บเงินใส่กระปุกออมสินจำนวนกี่บาท

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ถาม... เดือนตุลาคมเก็บเงินใส่กระปุกออมสินกี่บาท

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... เก็บเงินตั้งแต่วันที่ 1 สิงหาคมถึงเดือนธันวาคม

ตารางรวม และใส่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 118 บาท

ขั้นที่ 2 รวบรวมสมการแก้ปัญหา

นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีใดในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด แก้สมการ จากสูตรค่าเฉลี่ยเลขคณิต  
เพราะ รู้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าข้อมูลบางตัว

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ข้างต้น

จาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาขอเงินเก็บ 5 เดือน เท่ากับ 118 บาท

จะได้ว่า  $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

$$118 = \frac{120 + 110 + x + 115 + 125}{5}$$

$$118 \times 5 = 470 + x$$

$$590 = 470 + x$$

$$x = 590 - 470 = 120$$

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

เดือนตุลาคมเก็บเงินใส่กระปุกออมสิน 120 บาท

3. จงพิจารณาว่าข้อมูลต่อไปนี้เหมาะสมกับการใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นค่ากลางหรือไม่ เพราะเหตุใด

1) โบนัสที่กัประวัติของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง พบว่า นักเรียนอาศัยอยู่ในเขตตำบลเดียวกันแต่ต่างหมู่บ้าน โดยนักเรียนอาศัยอยู่ในเขตหมู่ที่ 2 3 6 7 9 1 5 2 6 2 7 2 2 5 10 4 5 8 อยากรู้อยากเห็นว่านักเรียนอาศัยอยู่ในเขตหมู่ใด  
 ตอบ... ใช้ค่าเฉลี่ยเป็นค่ากลางไม่ได้ เพราะ ตัวเลข เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ  
 ตัวเลขใช้ค่ากลางมาคำนวณค่าเฉลี่ยไม่ได้

2) บันทึกรายผลการทำงานมาของนักเรียนจากฝ่ายปกครองในโรงเรียน พบว่า ในแต่ละเดือนที่ผ่านมา นักเรียนที่วิรหัตประจำตัว 3600 มาโรงเรียนสาย 4 6 5 และ 8 ครั้ง ตามลำดับ อยากรู้อยากเห็นว่า ในระยะเวลาหนึ่งเดือนนักเรียนคนดังกล่าวมาโรงเรียนสายกี่ครั้ง  
 ตอบ... ใช้ค่าเฉลี่ยเป็นค่ากลางได้ เพราะ ค่าของตัวที่มาสาย เป็น ข้อมูลเชิงปริมาณ  
 ตัวเลขใช้คำนวณหาค่าเฉลี่ยได้

3) โรงสีข้าวแห่งหนึ่งสีข้าวเปลือกในแต่ละวันได้ดังนี้

วันจันทร์	50 เกวียน	วันอังคาร	75 เกวียน
วันพุธ	40 เกวียน	วันพฤหัสบดี	60 เกวียน
วันศุกร์	55 เกวียน	วันเสาร์	44 เกวียน

อยากรู้อยากเห็นว่าโรงสีข้าวแห่งนี้สีข้าวได้วันละเท่าใด

ตอบ... ใช้ค่าเฉลี่ยเป็นค่ากลางได้ เพราะ เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ สามารถหา  
 ตัวเลขมาคำนวณหาได้