ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สิณาภรณ์ แท่นศิลา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
มิถุนายน 2558
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ สิณาภรณ์ แท่นศิลา ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

..... อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
(ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
(ดร.คงรัฐ นวลแปง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต)

..... กรรมการ
(ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์)

..... กรรมการ
(ดร.คงรัฐ นวลแปง)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์)

คณะศึกษาศาสตร์อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
วันที่ ....2..... เดือน ...มิถุนายน..... พ.ศ. 2558

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจาก ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลักและ ดร.คงรัฐ นวลแปง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะแนวทางที่ถูกต้องทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางในการศึกษาค้นคว้า ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่งจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รุ่ง เจนจิต และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรีพร อนุศาสนนันท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้ความรู้ ให้คำปรึกษา ตรวจแก้ไขและวิจารณ์ผลงาน ทำให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นและผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 5 ท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบ รวมทั้งให้คำแนะนำแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพ นอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จากท่านผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล ตลอดจนคณะครูและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยและขอขอบคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาตลอดหลักสูตรและทุนการศึกษาในการทำวิจัยแก่นิสิตโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่จงใจ แท่นศิลาและญาติพี่น้องทุกท่านที่ให้กำลังใจ ให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่บุพการี ครูบาอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ผู้วิจัยเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบเท่าทุกวันนี้

สิณาภรณ์ แท่นศิลา

56910180: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)
คำสำคัญ: มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์/ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์/ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง/ กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

สิณาภรณ์ แท่นศิลา: ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (THE EFFECTS OF INDUCTIVE LEARNINGACTIVITY ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY ON REAL NUMBERS OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: ผลาดร สุวรรณโพธิ์, วท.ด., คงรัฐ นวลแปง, กศ.ด., 181 หน้า. ปี พ.ศ. 2558.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 7 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา2557 จำนวน 49 คน ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 8 แผน 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.852 และ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.716 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (T-test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

56910180: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed.(MATHEMATICS TEACHING)
KEYWORDS: MATHEMATICAL CONCEPT/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY/
REAL NUMBERS/INDUCTIVE LEARNINGACTIVITY

SINAPORN THANSILA: THE EFFECTS OF INDUCTIVE LEARNING ACTIVITY ON MATHEMATICAL CONCEPT AND REASONING ABILITY ON REAL NUMBERS OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS.ADVISORY COMMITTEE:PALADORN SUWANNAPHO, PH.D., KONGRAT NUALPANG, Ed.D., 181 P. 2015.

The purposes of this research were 1) To compare mathematical concept on real numbers of Mathayomsuksa II after inductive learning activitywith criterion of 70 % and 2) To compare mathematical reasoning ability on real numbers of Mathayomsuksa II after inductive learning activity with criterion of 70 % The samples, selected by cluster random sampling technique, was 49 Mathayomsuksa II students in second semester of 2557 school year. The research instruments used in this research consisted of 1) Eight lesson plans on real numbers usinginductive learning activity 2) Mathematical concept test with the reliability of 0.852 and 3) Mathematical reasoning ability test with reliability of 0.716. The statistics used for analyzing the collected data were mean, percentage, standard deviation and T-test for one sample.

Research results found that

1. Mathematical concept on real numbers of Mathayomsuksa II after inductive learning activitywas higher than the criterion of 70% at .01 level of significance.

2. Mathematical reasoning ability on real numbers of Mathayomsuksa II after inductive learning activity was higher than the criterion of 70% at .01 level of significance.

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

สารบัญ..... ฉ

สารบัญตาราง..... ซ

สารบัญภาพ..... ฎ

บทที่

1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 6

สมมติฐานของการวิจัย..... 7

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย..... 7

ขอบเขตของการวิจัย..... 7

นิยามศัพท์เฉพาะ..... 8

กรอบแนวคิดในการวิจัย..... 10

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 11

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์..... 12

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย..... 20

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 33

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์..... 44

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 58

3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 62

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 62

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 62

การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 63

การดำเนินการวิจัย..... 88

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
	การเก็บรวบรวมข้อมูล	88
	การวิเคราะห์ข้อมูล	89
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	90
4	ผลการวิจัย	94
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	94
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	94
5	สรุปผลและอภิปรายผล	99
	สรุปผลการวิจัย	100
	อภิปรายผล	100
	ข้อเสนอแนะ	109
บรรณานุกรม		111
ภาคผนวก		118
ภาคผนวก ก		119
ภาคผนวก ข		128
ภาคผนวก ค		164
ภาคผนวก ง		171
ภาคผนวก จ		173
ประวัติย่อของผู้วิจัย		181

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2-1	มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง	17
2-2	มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา	18
2-3	มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา	18
2-4	มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้	18
2-5	มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	19
2-6	การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย	28
2-7	เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของอัมพร ม้าคะนอง	43
2-8	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของกระทรวงศึกษาธิการ	55
2-9	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	56
2-10	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของสุวิทย์ มูลคำ	57
2-11	เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของศศิธร แม้นสงวน	57
2-12	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	58
3-1	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	64
3-2	การวิเคราะห์มโนทัศน์ และจำนวนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 73	73
3-3	เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	79

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
3-4	การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และจำนวนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	82
3-5	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	86
3-6	แบบแผนการวิจัย	88
4-1	ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	95
4-2	ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 7096	96
4-3	ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	97
4-4	ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ที่ร้อยละ 70	97
ค-1	ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	165
ค-2	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย	165
ค-3	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย	166
ค-4	ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	167
ค-5	ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	168

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

ค-6 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2..... 169

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย..... 10

2-1 ลำดับขั้นของการคิดของ Krulik and Rudnic..... 44

ง-1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ T-test for OneSample..... 172

ง-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ T-test for OneSample..... 172

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 56) อีกทั้ง คณิตศาสตร์ยังช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ (สิริพร ทิพย์คง, 2545, หน้า 1) เพราะคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ทำให้มีการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมากมายในทุกวันนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ก, หน้า 1) คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น ดังนั้นหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้กำหนดจุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์โดยกำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนเพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในสาระเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปด้วยกัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 57)

ถึงแม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาชีวิตมนุษย์แต่จากผลการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ค, หน้า 62) เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นนามธรรมจึงทำให้นักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับความเข้าใจผิดได้ง่ายหรืออาจจะเข้าใจไม่ตรงกันได้ (สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ, 2549, หน้า 33-34) ซึ่งจากการศึกษาผลการวิจัยของ สมพร พลขันธ์ (2556, หน้า 183-184) ที่ได้ทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปได้ว่า แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนพบห้าแบบรูป คือ แบบรูปที่หนึ่งด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติแบบรูปที่สองด้านข้อผิดพลาด

ในเทคนิคการทำแบบรูปที่สามด้านการใช้ข้อมูลผิด แบบรูปที่สี่ด้านการตีความด้านภาษาและแบบรูปที่ห้าด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ซึ่งสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์คือนักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับนิยามและสมบัติต่าง ๆ ซึ่งเกิดจากการขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ ขาดการตรวจสอบในการทำงาน ขาดสมาธิในการทำงาน ขาดทักษะในการแก้ปัญหาและขาดการไตร่ตรองในการให้เหตุผล ประกอบกับการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary national educational test: O-NET) ที่ได้มีการกำหนดเป้าหมายยุทธศาสตร์และตัวบ่งชี้การปฏิรูปการศึกษาในทศวรรษที่สอง (พ.ศ. 2552-2561) โดยระบุว่านักเรียนจะต้องมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาหลัก (รวมถึงคณิตศาสตร์) จากการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) มีคะแนนเฉลี่ยมากกว่าร้อยละ 50 (ศศิธร แม้นสงวน, 2555, หน้า 270) แต่จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2555 ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนชลกันยานุกูล มีคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนอยู่ที่ 34.69 คะแนน ซึ่งมีการจำแนกคะแนนเฉลี่ยตามมาตรฐานการเรียนรู้ พบว่า คะแนนเฉลี่ยตามมาตรฐาน ค 1.1 เท่ากับ 39.88 คะแนน มาตรฐาน ค 1.2 เท่ากับ 35.71 คะแนน มาตรฐาน ค 1.3 เท่ากับ 9.94 คะแนน และมาตรฐาน ค 1.4 เท่ากับ 26.09 คะแนนและในปีการศึกษา 2556 มีคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนอยู่ที่ 34.38 คะแนน ซึ่งมีการจำแนกคะแนนเฉลี่ยตามมาตรฐานการเรียนรู้ พบว่า คะแนนเฉลี่ยตามมาตรฐาน ค 1.1 เท่ากับ 20.26 คะแนน มาตรฐาน ค 1.2 เท่ากับ 47.16 คะแนน มาตรฐาน ค 1.3 เท่ากับ 52.04 คะแนน และมาตรฐาน ค 1.4 เท่ากับ 30.54 คะแนน จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนชลกันยานุกูล จะเห็นได้ว่าคะแนนเฉลี่ยมาตรฐาน ค 1.1 และมาตรฐาน ค 1.3 อยู่ในระดับต่ำมากและต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ ดังนั้น ทางโรงเรียนชลกันยานุกูล จึงมีข้อเสนอแนะว่า มาตรฐานการเรียนรู้ที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ คือ มาตรฐาน ค 1.1 และมาตรฐาน ค 1.3 ซึ่งเป็นมาตรฐานที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง (โรงเรียนชลกันยานุกูล, 2556) ซึ่งจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้ระบุถึงคุณภาพนักเรียนเมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ว่านักเรียนต้องมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนจริงมีความเข้าใจเกี่ยวกับรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับ เศษส่วน ทศนิยม รากที่สองและ

รากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 60) ดังนั้น จะเห็นได้ว่านักเรียนยังขาดมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในความรู้เชิงมโนทัศน์ ไม่สามารถบอกนิยามต่าง ๆ ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง เพราะเนื้อหาส่วนใหญ่เป็นนิยาม ทำให้นักเรียนเกิดความสับสนและเข้าใจได้ยาก (เกษร คงเมือง, 2557)

จากการประเมินวิชาคณิตศาสตร์นานาชาติโครงการ TIMSS 2011 (Trends in international mathematics and science study 2011) ซึ่งมีการประเมินในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ครอบคลุมด้านเนื้อหา (Content domain) ได้แก่ เรื่องจำนวนพีชคณิต เรขาคณิตและข้อมูลและโอกาสและด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ (Cognitive domain) ได้แก่ ความรู้ การประยุกต์ใช้ความรู้ การใช้เหตุผลโดยแบบทดสอบมี จำนวน 217 ข้อ เป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ 99 ข้อ และข้อสอบเลือกตอบ 118 ข้อ ซึ่งผลการประเมินพบว่า ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยที่กำหนดคือ 500 คะแนน เมื่อจำแนกตามเนื้อหาวิชาและพฤติกรรมการเรียนรู้ พบว่า คะแนนเฉลี่ยในเนื้อหาเรื่องจำนวนเท่ากับ 425 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยด้านการใช้เหตุผลเท่ากับ 429 คะแนน ตามลำดับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ข) ซึ่งผลการประเมินที่น่าสนใจพบว่า นักเรียนไทยทำคะแนนได้น้อยโดยเฉพาะแบบทดสอบที่วัดพฤติกรรมด้านการนำไปใช้ระดับสูง รวมทั้งแบบทดสอบที่วัดการถ่ายทอดความคิดที่เป็นเหตุเป็นผลออกมาเป็นภาษาเขียน (ศศิธร แม้นสงวน, 2555, หน้า 336-337) นอกจากนี้ ยังมีผลการวิจัยโครงการ PISA (Programme for international student assessent) ซึ่งเป็นโครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิก OECD (Organization for economic cooperation and development) เพื่อประเมินผลการศึกษาภาคบังคับ จากทั้งหมด 65 ประเทศ โดยมีคะแนนเฉลี่ย OECD ของคณิตศาสตร์ใน PISA 2012 เป็นคะแนนมาตรฐานที่ 494 คะแนน ซึ่งจากผลการประเมิน PISA 2012 ผลปรากฏว่า ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD และจากการรายงานผลเป็นระดับความสามารถหรือระดับความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทักษะการให้เหตุผลเป็นหนึ่งในทักษะทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่านักเรียนไทยรู้คณิตศาสตร์

ถึงระดับสูงสุดโดยเฉลี่ยเพียงร้อยละ 0.5 ซึ่งไม่ถึงระดับพื้นฐานที่ควรจะมี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2556, หน้า 7-9) จากผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์นานาชาติโครงการ TIMSS 2011(Trends in international mathematics and science study 2011) และผลการวิจัยโครงการ PISA (Programme for international student assessent) แสดงให้เห็นว่า นักเรียนขาดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ก, หน้า 1) ที่กล่าวว่า ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ยังขาดความสามารถเกี่ยวกับการแสดงหรืออ้างอิงเหตุผลทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่ออย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี พบว่า ในเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง นักเรียนส่วนใหญ่ใช้วิธีการท่องจำวิธีการและเน้นเฉพาะการหาคำตอบโดยไม่สามารถอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบได้ (เกษร คงเมือง, สัมภาษณ์, 24 เมษายน 2557) ซึ่งข้อมูลดังกล่าวสอดคล้องกับผลการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ก่อนการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 38.28 ซึ่งเป็นคะแนนเฉลี่ยที่ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ตามที่กระทรวง ศึกษาธิการกำหนดไว้

จากสภาพปัญหาดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่เป็นอย่างมากอาจเกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิด โดยครูเป็นคนบอกขั้นตอนให้นักเรียนทำตาม บอกวิธีทำ ให้ตัวอย่างและมุ่งให้นักเรียนทำได้ตามตัวอย่างไม่ให้โอกาสนักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ไม่สามารถเรียนรู้ได้ด้วยการบอกแต่จะต้องเกิดจากประสบการณ์และการคิด ยิ่งมีประสบการณ์มากเท่าไหร่มโนทัศน์ก็จะเกิดได้ลึกซึ้งและชัดเจนยิ่งขึ้น (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 85) นอกจากการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว การให้เหตุผลยังเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่ครูจะต้องพัฒนาความสามารถของนักเรียน เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์วางแผนตัดสินใจและแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถ

นำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ก, หน้า 39) อีกทั้ง การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการได้มาซึ่งมโนทัศน์อีกด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 11) ดังนั้น แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการสังเกต วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อคาดการณ์ ตรวจสอบและพิสูจน์ยืนยันข้อคาดการณ์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ค, หน้า 129-130) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 151) ที่ว่า "การเรียนการสอนจะประสบความสำเร็จได้ต้องขึ้นอยู่กับครูและนักเรียนเป็นสำคัญ ครูจะมีกลวิธีใดถ่ายทอดความรู้ให้นักเรียนทำอย่างไรให้นักเรียนจะสามารถเกิดมโนทัศน์ได้" อีกทั้งครูควรจัดกิจกรรมการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลควบคู่กันไปด้วยเพราะการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลจะทำให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์ และความสามารถในการจำแนกประเภทมโนทัศน์เช่นการให้ตัวอย่างที่ตรงกับมโนทัศน์และการยกตัวอย่างที่คล้ายคลึงแต่ไม่ตรงตามมโนทัศน์ เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนใช้การเปรียบเทียบ การตีความและการจำแนกความแตกต่างและสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง (บุญเลี้ยง ทุมทอง, 2554, หน้า 31)

แนวทางหนึ่งในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำไปสู่การสร้างหลักการทั่ว ๆ ไป ที่เป็นนามธรรมจากตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมที่ครูเสนอโดยพื้นฐานของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้เป็นการแสดงให้เห็นว่าถ้ากรณีเฉพาะแต่ละกรณีเป็นจริงและมีเหตุผลมาสนับสนุนที่มากพอแล้วจะเป็นจริงในทุก ๆ กรณี ซึ่งหลักการทั่ว ๆ ไป ที่นักเรียนสรุปได้นั้นจำเป็นต้องผ่านกระบวนการให้เหตุผล (Sidhu, 1981, pp. 106-107) โดยการยกตัวอย่างนั้นจะต้องมากพอที่จะให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 70) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่ให้นักเรียนทบทวนความรู้เดิมโดยครูใช้คำถามนำ เพื่อที่จะนำไปใช้ในการเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ 2) ขั้นเสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่สอดคล้องและครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูเสนอ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดที่หลากหลายเพื่อค้นหาเตรียมข้อมูลในการสรุปเป็นมโนทัศน์

3) ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูเสนอ มาสร้างข้อสรุปที่เป็นมโนทัศน์ขึ้นด้วยตนเอง และ 4) ขั้นนำไปใช้เป็นขั้นที่นักเรียนนำมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้จากขั้นสรุปไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้นโดยผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมให้โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย (Lardizabal et al., 1970 อ้างถึงใน ธีณรัตน์ สังหร, 2556, หน้า 14-15)

การจัดกิจกรรมกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีประโยชน์อย่างมากในการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นการเรียนรู้ที่มีหลักการและเหตุผล (Sidhu, 1981, pp. 107-108) อีกทั้งช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่อง มีความสนใจในการติดตามค้นหาเหตุผลและค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเองส่งผลให้ทำให้มีความเข้าใจอย่างชัดเจน จดจำได้นานและสามารถนำวิธีการในการเรียนรู้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ (สิริพร ทิพย์คง, 2545, หน้า 148) นอกจากนี้ ยังมีผลการวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติและมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ (กุลนิดา วรสารนันท์, 2552, หน้า 87) ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยน่าจะเป็นรูปแบบการเรียนรู้หนึ่งที่สามารถช่วยพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยผลการวิจัยที่ได้ครั้งนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์และครูคณิตศาสตร์ ที่จะนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไปประยุกต์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

3. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 11 ห้องเรียน โดยมีการจัดห้องเรียนแบบคละระดับความสามารถของนักเรียน รวมมีนักเรียนทั้งหมด 530 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/7 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

2. ขอบเขตเนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงซึ่งมีเนื้อหาย่อย ดังนี้

2.1 เศษส่วนและทศนิยมซ้ำ 4 ชั่วโมง

2.2 จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ 3 ชั่วโมง

2.3 รากที่สองของจำนวนจริง 3 ชั่วโมง

2.4 รากที่สามของจำนวนจริง 3 ชั่วโมง

3. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

3.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.1.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

3.1.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยทั้งหมด 13 ชั่วโมง และทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 15 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการเสนอตัวอย่างที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูนำเสนออย่างมีเหตุผล เพื่อจะนำไปสู่การการสรุปเป็นมโนทัศน์ ซึ่งขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่ให้นักเรียนทบทวนความรู้เดิมโดยครูใช้คำถามนำเพื่อที่จะนำไปใช้ในการเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่

1.2 ขั้นเสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่สอดคล้องและครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนพิจารณาสังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูเสนอ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดที่หลากหลาย เพื่อค้นหาเตรียมข้อมูลในการสรุปเป็นมโนทัศน์

1.3 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูเสนอ มาสร้างข้อสรุปที่เป็นมโนทัศน์ขึ้นด้วยตนเอง

1.4 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้จากขั้นสรุปไปประยุกต์ใช้ในในสถานการณ์อื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้นโดยผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมให้โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยมีการอ้างอิงบทนิยาม กฎเกณฑ์ หลักการหรือสมบัติต่าง ๆ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

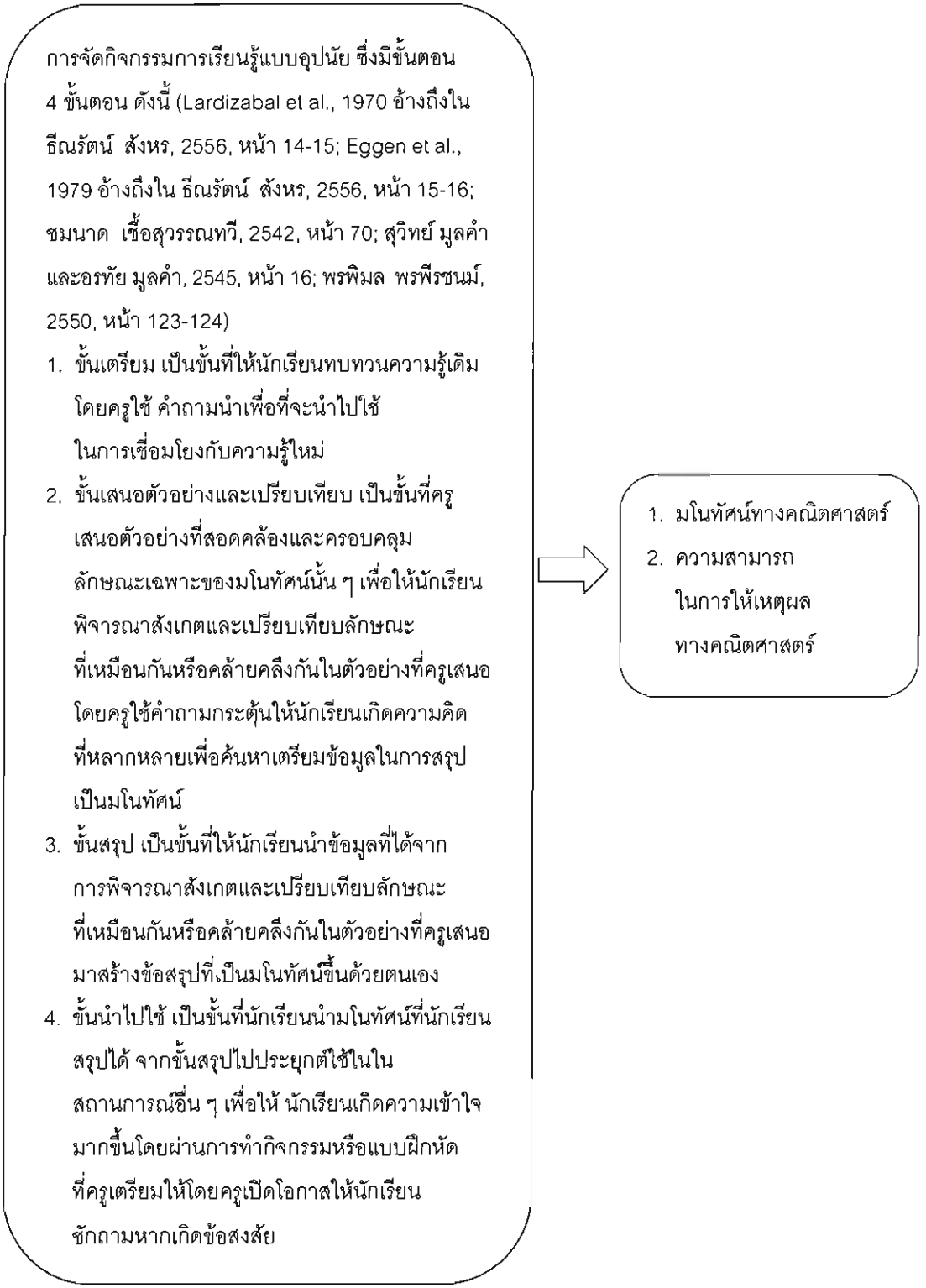
4. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบทดสอบเขียนตอบ จำนวน 17 ข้อ

5. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบทดสอบเขียนตอบ จำนวน10 ข้อ

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนเฉลี่ยขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนรวมซึ่งอยู่ในระดับดี ตามกระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 22)

7. นักเรียน หมายถึง ผู้ที่ศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยได้นำเสนอลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
    1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
    1.2 คุณภาพนักเรียน
    1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
    1.4 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
    2.1 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
    2.2 จุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
    2.3 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
    2.4 ประโยชน์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.3 แนวทางการพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.4 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
        3.4.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค
        3.4.2 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.4 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.6 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.6.1 แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.6.2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

5.2 งานวิจัยในประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 56-91) ให้รายละเอียดเกี่ยวกับหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและการดำเนินการ ความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติและสามมิติ การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คุณภาพนักเรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ระบุถึงคุณภาพนักเรียนเมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอกและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวยและทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาวพื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับและสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

5. สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหาและสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลมหรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในงานวิจัยครั้งนี้ด้านคุณภาพนักเรียน ผู้วิจัยจะเน้นคุณภาพที่นักเรียนจะต้องมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเศษส่วน ทศนิยมซ้ำ จำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ จำนวนจริง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงโดยการแยกตัวประกอบและการประมาณค่าได้และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ รวมทั้งนักเรียนยังสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ทั้งหมด 6 สาระ 14 มาตรฐาน ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ประกอบด้วย มาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด ประกอบด้วย มาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัดวัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต ประกอบด้วย มาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต ประกอบด้วย มาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ประกอบด้วย มาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้ อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย มาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผลการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ทั้งหมด 6 สาระ 14 มาตรฐาน ซึ่งเนื้อหาที่ผู้วิจัยนำมาใช้ประกอบงานวิจัยในครั้งนี้ คือ

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการประกอบด้วยมาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย มาตรฐาน ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผลการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

ผู้วิจัยศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังต่อไปนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

ตารางที่ 2-1 มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน	• เศษส่วนและทศนิยมซ้ำ
	2. จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้และยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	• จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ
	3. อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง	• รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง
	4. ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละในการแก้โจทย์ปัญหา	• อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละและการนำไปใช้

ตารางที่ 2-2 มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ 2. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง	● การหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ ● รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

ตารางที่ 2-3 มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. หาค่าประมาณของรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	● รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงและการนำไปใช้

ตารางที่ 2-4 มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	● จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 2-5 มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหาการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.2	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา 2. ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม 3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม 4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน 5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ 6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	-

เนื่องจากเนื้อหาที่ผู้วิจัยทำในครั้งนี้คือ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยใช้ตัวชี้วัด ดังนี้

มาตรฐาน ค 1.1 ม.2/ 1 เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน

มาตรฐาน ค 1.1 ม.2/ 2 จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้ และยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

มาตรฐาน ค 1.1 ม.2/ 3 อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

มาตรฐาน ค 1.2 ม.2/ 1 หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

มาตรฐาน ค 1.2 ม.2/ 2 อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง

มาตรฐาน ค 1.3 ม.2/ 1 หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริงและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

มาตรฐาน ค 1.4 ม.2/ 1 บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

มาตรฐาน ค 6.1 ม.2/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

Lardizabal (อ้างถึงใน ธีณรัตน์ สังหร, 2556, หน้า 12) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนี้เป็นวิธีการค้นหาข้อเท็จจริงโดยผ่านขั้นตอนของการอุปนัย โดยการนำเสนอสถานการณ์หลาย ๆ สถานการณ์หรือตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง มาให้นักเรียนได้ศึกษา สังเกตและเปรียบเทียบ จากนั้นจึงนำส่วนสำคัญที่มีความเหมือนหรือคล้ายกันมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป รายละเอียดต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กันนั้นจะนำไปสู่การสร้างบทสรุปสุดท้าย บทนิยาม กฎ หลักการหรือสูตร

Eggen, Kauchak and Harder (1979, p. 115) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์และหลักการทั่ว ๆ ไป โดยครูจะเป็นผู้เสนอข้อมูลและใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเกิดการสังเกตข้อมูลที่ครูเสนอให้

Sidhu (1981, pp. 106-107) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนี้เป็นการสอนที่นำไปสู่การสร้างหลักการทั่ว ๆ ไปที่เป็นนามธรรมจากตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมที่ครูนำเสนอ โดยพื้นฐานของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้เป็นการแสดงให้เห็นว่าถ้ากรณีเฉพาะแต่ละกรณีเป็นจริงและมีเหตุผลมาสนับสนุนที่มากพอแล้วจะเป็นจริงในทุก ๆ กรณี ซึ่งหลักการทั่ว ๆ ไป ที่นักเรียนสรุปได้จำเป็นต้องผ่านกระบวนการ

ให้เหตุผลและการแก้ปัญหา หลังจากการเสนอตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมจนทำให้เกิดความเข้าใจ นักเรียนก็จะประสบความสำเร็จในการหาหลักการทั่ว ๆ ไปได้

ยุพิน พิพิธกุล (2530, หน้า 81) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการสอนที่ครูจะยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อให้เห็นรูปแบบเมื่อนักเรียนใช้การสังเกตเปรียบเทียบดูสิ่งที่มีลักษณะร่วมกัน ก็จะสามารถนำไปสู่ข้อสรุปและมักจะตามด้วยวิธีการสอนแบบนิรนัย

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70) ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนเห็นรูปแบบ นักเรียนต้องใช้การสังเกตเปรียบเทียบรูปแบบที่เหมือนกัน มีลักษณะร่วมกันนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งเป็นการค้นพบด้วยการสังเกตฝึกสัมพันธ์ความคิด ทำให้เข้าใจได้อย่างชัดเจน ฝึกทักษะกระบวนการคิด ใช้เหตุผล ช่างสังเกต สามารถหาข้อสรุปด้วยตนเอง การยกตัวอย่างจะต้องมากพอที่จะให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ (Concept) ได้และถ้าเป็นเรื่องที่ยาวและยากเกินไปจะทำให้เสียเวลาครูจะต้องเลือกเนื้อหาละวิธีการสอนให้เหมาะสมสัมพันธ์กัน ต้องเตรียมการสอน เตรียมตัวเป็นอย่างดี

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 148) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดกิจกรรมที่เริ่มจากการที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างให้นักเรียนสังเกต คิด พิจารณาตัวอย่างเหล่านั้นอย่างมีเหตุผล ค้นหา รูปแบบ แล้วสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือนัยทั่วไป

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 15) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยคือ กระบวนการที่ครูสอนจากรายละเอียดปลีกย่อยหรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ หรือกฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุป โดยการนำเอาตัวอย่าง ข้อมูล เหตุการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่มีหลักการแฝงอยู่มาให้นักเรียนศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบหรือวิเคราะห์จนสามารถสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง

ฆนัท ธาตุทอง (2551, หน้า196) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดการเรียนรู้รายละเอียดปลีกย่อยหรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ กฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริง ข้อสรุป โดยการนำตัวอย่าง ข้อมูล เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ที่มีหลักแฝงอยู่ให้นักเรียนศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบ วิเคราะห์จนสามารถสรุปหลักการ กฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง

ทิศนา แขมมณี (2556, หน้า 340) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยคือกระบวนการสอนที่ครูใช้ในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่าง/ ข้อมูล/ ความคิด/ เหตุการณ์/ สถานการณ์/ ปรากฏการณ์ที่มีหลักการ/ แนวคิดที่ต้องการให้แก่นักเรียนศึกษาวิเคราะห์จนสามารถดึงหลักการ/ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป กล่าวอย่างสั้น ๆ ได้ว่าเป็นการสอนให้นักเรียนสรุปหลักการจากตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 82) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการสอนที่ครูจะยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนเห็นรูปแบบ โดยนักเรียนจะต้องใช้การสังเกตเพื่อหาลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ครูนำเสนอเพื่อนำไปสู่การหาข้อสรุป

จากความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยหมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการเสนอตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่ครอบคลุมและมากพอที่จะทำให้นักเรียนพิจารณา สังเกต และเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่าง สถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่ครูนำเสนออย่างมีเหตุผล เพื่อจะนำไปสู่การการสรุปเป็น มโนทัศน์ กฎเกณฑ์ หลักการหรือกรณีทั่วไป

จุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530, หน้า 85) ได้กล่าวถึง จุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้ค้นพบกฎเกณฑ์ที่สำคัญด้วยการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอแล้วกำหนดนัยทั่วไป

2. เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง และรู้จักสัมพันธ์ความคิด

3. เพื่อช่วยให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิดและไตร่ตรองด้วยเหตุผลและหาข้อสรุปด้วยตนเอง ไม่จำเป็นต้องขึ้นอยู่กับครูเสมอไป

ชาญชัย อาจินสมาจาร (2547, หน้า 63) ได้กล่าวถึง จุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. เพื่อช่วยนักเรียนให้ค้นพบกฎหรือความจริงที่สำคัญสำหรับตัวนักเรียนเองโดยผ่านทางการสังเกตอย่างรอบคอบในตัวอย่างจำเพาะอย่างเพียงพอซึ่งจะสนับสนุนเป็นกฎเกณฑ์

2. เพื่อทำให้ความหมาย การอธิบายและความสัมพันธ์ของแนวความคิดมีความแจ่มชัดต่อนักเรียน

3. เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ดำเนินการสืบค้นด้วยตนเองโดยไม่ต้องพึ่งพาครู

ไสว ฟักขาว (2544, หน้า 94) ได้กล่าวถึง จุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมุ่งที่จะช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง และเข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ระหว่างความคิดต่าง ๆ ในสิ่งที่เรียนอย่างแจ่มแจ้ง ตลอดจนช่วยกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักทำการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543, หน้า 171) ได้กล่าวถึง จุดประสงค์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนค้นพบข้อเท็จจริง หลักการด้วยการสังเกตตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน

2. ทำให้นักเรียนเข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ระหว่างสังกัปชัดเจนขึ้น

3. กระบวนการคิดแบบอุปนัยช่วยให้นักเรียนแสวงหา ค้นพบสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองได้โดยที่ครูลดบทบาทในการบอกลง

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 15) ได้กล่าวถึง จุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่าเพื่อช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์ ทำให้เกิดการเรียนรู้และสามารถสรุปหรือค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญหรือความจริงได้ด้วยตนเอง

ฆนัท ธาตุทอง (2551, หน้า 196) ได้กล่าวถึง จุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่าเพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ ทำให้เกิดการเรียนรู้และสามารถสรุปหรือค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญ หรือความจริงได้ด้วยตนเอง

พรพิมล พรพีรชนม์ (2550, หน้า 123) ได้กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่า เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงที่สำคัญ ๆ ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความเข้าใจอย่างมีความหมายและสร้างความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ อย่างชัดเจน ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักทำการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

ทิศนา แขมมณี (2556, หน้า 340) ได้กล่าวถึง จุดประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการที่มุ่งให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการวิเคราะห์สามารถจับหลักการหรือประเด็นสำคัญได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ/แนวคิดหรือข้อความรู้ต่าง ๆ อย่างเข้าใจ

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 83) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีจุดประสงค์เพื่อ

1. ช่วยให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอ

2. ช่วยให้นักเรียนได้มีการเชื่อมโยงความคิดและเกิดความเข้าใจที่แท้จริง

3. ช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดและไตร่ตรองด้วยเหตุผล และหาข้อสรุปด้วยตนเอง

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงจุดประสงค์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่กล่าวมาข้องต้น ผู้วิจัยสรุปได้ดังนี้

1. เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ ค้นพบกฎเกณฑ์ ข้อเท็จจริงหรือหลักการที่สำคัญได้ด้วยตนเองจากการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากพอ

2. เพื่อช่วยให้นักเรียนมีการความเข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ ได้อย่างแจ่มแจ้ง

3. เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์ การเชื่อมโยงความคิดและการไตร่ตรองอย่างมีเหตุผล

ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

Lardizabal (อ้างถึงใน ธีณรัตน์ สังหร, 2556, หน้า 14-15) ได้นำเสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ ขั้นตอนนี้จะประกอบด้วย

   1.1 กระบวนการของการทำความเข้าใจ

   1.2 การสร้างแรงจูงใจ

   1.3 การชี้แจงจุดประสงค์

การทำความเข้าใจในขั้นพื้นฐานอาจจะต้องมีการทบทวนข้อเท็จจริงเก่า ๆ หรือบทเรียนเดิม ๆ ซึ่งความรู้เดิมนั้นอาจเป็นประโยชน์ในการสร้างความรู้ใหม่หรือไม่ก็อาจจะนำข้อมูลเดิมมาทำความเข้าใจให้ถูกต้องก่อนจะเริ่มบทเรียนใหม่แรงจูงใจจะเป็นตัวจัดวางเป้าหมายไปสู่ผลสัมฤทธิ์และกำหนดทิศทางของกิจกรรมเพื่อนำไปสู่ผลสัมฤทธิ์และกำหนดทิศทางของกิจกรรมเพื่อนำไปสู่ผลสำเร็จ สำหรับการชี้แจงจุดประสงค์ทำได้ง่าย ๆ โดยการแจ้งเป้าหมายให้ชัดเจนในชั้นเรียนนั่นเอง

2. ขั้นการนำเสนอหรือขั้นสอนในสถานการณ์หรือตัวอย่างที่จะนำมาเสนอในชั้นเรียนควรจะมีจำนวนตัวอย่างที่เพียงพอในการที่จะนำมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่ว ๆ ไปได้ ซึ่งควรจะมีมากกว่า 2-3 ตัวอย่างขึ้นไป

3. ขั้นการเปรียบเทียบและรวบรวม ในขั้นตอนนี้ตัวอย่างแต่ละตัวอย่างจะนำส่วนที่เหมือนหรือคล้ายคลึงกันมาเป็นข้อสรุปแต่ละตัวอย่างควรที่จะตรวจสอบอย่างละเอียดซึ่งจะเป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้เปรียบเทียบตัวอย่างเพื่อจะนำไปสรุป แต่บางครั้งครูรีบร้อนข้ามขั้นตอนตรงส่วนนี้ไป ซึ่งมันอาจจะเร็วเกินไปสำหรับการทำความเข้าใจเมื่อเทียบกับระดับสติปัญญาของนักเรียน

4. ขั้นสรุปข้อเท็จจริงที่เหมือนกันจะนำมาสรุปเป็นข้อสรุปทั่วไป กฎ บทนิยาม หลักการหรือสูตรความสามารถของนักเรียนในการที่จะสรุปสูตรด้วยตัวของพวกเขาเองถือเป็นความสำเร็จในบทเรียนนั้น ๆ ผลสำเร็จของวิธีการสอนแบบอุปนัยขึ้นอยู่กับการจัดการบทเรียนอย่างเป็นระบบซึ่งส่วนนี้จะเป็นความรับผิดชอบของครู

5. ขั้นการประยุกต์ใช้ในขั้นตอนนี้จะเป็นการทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎหรือข้อสรุปซึ่งนักเรียนควรที่จะสามาถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในรูปแบบอื่น ๆ ได้ถ้านักเรียนเข้าใจในอนาคตความเชี่ยวชาญชำนาญในหลักเกณฑ์เหล่านี้จะมีความจำเป็นมากในการนำไปประยุกต์ใช้

Eggen (1979, pp. 116-118) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 3 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นวางแผน เป็นขั้นที่ครูกำหนดแนวทางในการเรียนการสอน ตลอดจนจัดเตรียมตัวอย่างและอุปกรณ์ที่มีความจำเป็นในการเรียนการสอนที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถสร้างข้อสรุปได้

2. ขั้นดำเนินการสอน เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนสังเกตและพิจารณาลักษณะของตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่ครูนำเสนอ โดยนักเรียนจะต้องนำตัวอย่างเหล่านั้นมาเปรียบเทียบความเหมือนความต่างจนนักเรียนสามารถนำลักษณะร่วมของตัวอย่างเหล่านั้นมาสรุปเป็นมโนทัศน์ได้

3. ขั้นประเมินผล เป็นขั้นทดสอบความรู้ของนักเรียน โดยใช้แบบทดสอบที่เตรียมไว้เพื่อประเมินว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่ อีกทั้งครูอาจจะประเมินผลโดยการสังเกตหรือการใช้คำถามนำเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เร้าความสนใจให้อยากเรียน เตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง

2. ขั้นสอน เป็นขั้นดำเนินการสอน ดำเนินการเป็นขั้นตอนที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

3. ขั้นสรุป นำผลจากการอธิบาย หรือตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างในขั้นสอนมาช่วยกันสรุป ตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร

4. ขั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ครูสังเกตว่านักเรียนนำไปใช้ได้อย่างถูกต้องหรือไม่

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 16) ได้กล่าวว่า ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีขั้นตอนสำคัญดังต่อไปนี้

1. ขั้นเตรียมการ เป็นการเตรียมตัวนักเรียน ทบทวนความรู้เดิมหรือปรับปูพื้นฐานความรู้

2. ขั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูนำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์หรือแนวคิดให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างเพื่อพิจารณาเปรียบเทียบสรุปเป็นหลักการ แนวคิด หรือกฎเกณฑ์ ซึ่งการเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างให้มากพอที่นักเรียนจะสามารถสรุปเป็นหลักการหรือหลักเกณฑ์ต่าง ๆ ได้

3. ขั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่างแยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นความสัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนกัน ต่างกัน

4. ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตัวนักเรียนเอง

5. ขั้นนำไปใช้ ในขั้นนี้ครูควรจะเตรียมตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ หรือความคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้นักเรียนใช้ในการฝึกนำความรู้ ข้อสรุปไปใช้ หรือ ครูอาจให้โอกาสนักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างจากประสบการณ์ของนักเรียนเองเปรียบเทียบได้เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตประจำวันและจะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น รวมทั้งเป็นการทดสอบความเข้าใจของนักเรียนว่าหลักการที่ได้รับนั้น

สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาหรือทำแบบฝึกหัดได้หรือไม่หรือเป็นการประเมินว่านักเรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่นั่นเอง

พรพิมล พรพีรชนม์ (2550, หน้า 123-124) ได้กำหนดขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. ขั้นเตรียม เป็นการเตรียมตัวนักเรียนด้วยการทบทวนความรู้เดิม กำหนดจุดมุ่งหมายและอธิบายความมุ่งหมายของการเรียนให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน

2. ขั้นสอนและขั้นแสดง เป็นการเสนอตัวอย่างหรือกรณีต่าง ๆ ให้นักเรียนได้พิจารณาเพื่อให้สามารถเปรียบเทียบ สรุปกฎเกณฑ์ได้ การเสนอตัวอย่างควรเสนอหลาย ๆ อย่างให้มากพอที่นักเรียนจะสามารถสรุปกฎเกณฑ์ได้ ไม่ควรเสนอเพียงตัวอย่างเดียว

3. ขั้นเปรียบเทียบและรวบรวม เป็นขั้นหาองค์ประกอบร่วม โดยให้นักเรียน พิจารณาความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกันขององค์ประกอบในตัวอย่าง เพื่อเตรียมสรุปกฎเกณฑ์ ในขั้นนี้ครูไม่ควรเร่งเร้านักเรียนจนเกินไป

4. ขั้นสรุป เป็นการนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างโดยนำมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หลักการ หรือสูตรด้วยตัวนักเรียนเอง

5. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปที่ได้ทำมาแล้วว่าสามารถที่จะนำไปใช้ในปัญหาหรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ ได้หรือไม่

จากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่นักการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสังเคราะห์เป็นขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ได้ดังตาราง 2-6 ดังนี้

ตารางที่ 2-6 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย	แนวคิดนักการศึกษา				
	Lardizabal et al.	Eggenet al.	ชมนาดเชื้อสุวรรณทวี	สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ	พรพิมลพรพีรชนม์
ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม นักเรียนทบทวนความรู้เดิมเพื่อนำไปใช้ในการเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่	เป็นการทบทวนข้อเท็จจริงเก่า ๆ หรือบทเรียนเดิมเพื่อเป็นประโยชน์ในการสร้างความรู้ใหม่	เป็นการกำหนดแนวทางในการเรียนที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์	เป็นการเร้าความสนใจให้นักเรียนอยากเรียน เตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง	เป็นการเตรียมตัวของนักเรียนทบทวนความรู้เดิมหรือปรับพื้นฐานความรู้	เป็นการทบทวนความรู้เดิม กำหนดจุดมุ่งหมายและอธิบายจุดมุ่งหมายของการเรียน
ขั้นที่ 2 ขั้นเสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ นักเรียนพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูเสนอ เพื่อเตรียมข้อมูลในการสรุปเป็นมโนทัศน์	- ครูเสนอสถานการณ์หรือตัวอย่างที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกัน - นักเรียนเปรียบเทียบตัวอย่างเพื่อนำไปสรุป	นักเรียนสังเกตและพิจารณาและเปรียบเทียบความเหมือนหรือความต่างของตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อนำไปสรุปเป็นมโนทัศน์	ครูเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป	ครูเสนอตัวอย่างข้อมูลสถานการณ์ เหตุการณ์หรือแนวคิดที่มากพอเพื่อให้นักเรียนสังเกตค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่าง มองเห็นความ สัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนและแตกต่างกัน	เป็นการเสนอตัวอย่างหรือกรณีต่าง ๆ ให้นักเรียนได้พิจารณาเพื่อให้สามารถเปรียบเทียบ สรุปกฎเกณฑ์ได้

ตารางที่ 2-6 (ต่อ)

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย	แนวคิดนักการศึกษา				
	Lardizabal et al.	Eggenet al.	**ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี**	**สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ**	**พรพิมล พรพีรชนม์**
ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูเสนอ มาสร้างข้อสรุปที่เป็นมโนทัศน์	นักเรียนนำข้อเท็จจริงที่เหมือนกันมาสรุปเป็นข้อสรุปทั่วไป กฎ บทนิยาม หลักการ หรือสูตร	นักเรียนนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างที่ครูเสนอมาสรุปเป็นมโนทัศน์	นักเรียนนำผลการอธิบายหรือตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างในขั้นสอนมาช่วยกันสรุปตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร	นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตนเอง	เป็นการนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างโดยนำมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หลักการ หรือสูตรด้วยตนเอง
ขั้นที่ 4 ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำมโนทัศน์ กฎเกณฑ์ หลักการ หรือกรณีทั่วไปที่นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ	เป็นการทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎหรือข้อสรุป โดยนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในรูปแบบอื่น ๆ	เป็นการประเมินความรู้และความเข้าใจของนักเรียน โดยการทำแบบทดสอบ การสังเกตหรือการใช้คำถามนำ	นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่างๆที่นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด	เป็นการทดสอบความเข้าใจของนักเรียนในหลักการที่ได้รับนั้นโดยสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือทำแบบ ฝึกหัด	เป็นการทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปที่ได้โดยการนำใช้ในการแก้ปัญหาหรือการทำแบบฝึกหัด

จากตารางสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สรุปได้ว่า ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการเสนอตัวอย่างที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูนำเสนออย่างมีเหตุผลเพื่อจะนำไปสู่การการสรุปเป็นมโนทัศน์ ซึ่งขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่ให้นักเรียนทบทวนความรู้เดิมโดยครูใช้คำถามนำเพื่อที่จะนำไปใช้ในการเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่

1.2 ขั้นเสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ครูเสนอตัวอย่างที่สอดคล้องและครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูเสนอ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดที่หลากหลาย เพื่อค้นหาเตรียมข้อมูลในการสรุปเป็นมโนทัศน์

1.3 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการพิจารณา สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างที่ครูเสนอ มาสร้างข้อสรุปที่เป็นมโนทัศน์ขึ้นด้วยตนเอง

1.4 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้จากขั้นสรุปไปประยุกต์ใช้ในในสถานการณ์อื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้นโดยผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมให้โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย

ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

Sidhu (1981, pp. 107-108) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยช่วยทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ซึ่งมีการยกตัวอย่างอย่างง่ายทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์และที่มาของสูตรได้ง่าย

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการที่มีหลักการและเหตุผล ดังนั้นจึงเหมาะสมสำหรับวิชาคณิตศาสตร์

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เข้ามามีส่วนร่วมในการค้นหาสูตร

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นพื้นฐานของการสังเกต การคิดและการทดลองอย่างแท้จริง

5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการควบคุมการเรียนรู้โดยการท่องจำ และช่วยลดการบ้านของนักเรียน

6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยให้อิสระในการสงสัยและจะช่วยให้เกิดความเข้าใจซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมสำหรับนักเรียน

นิตยา โคตรศรีเมือง (2541, หน้า 216) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หัดให้นักเรียนเป็นคนรอบคอบถ้วนถี่ ชอบสังเกตพิจารณาและมีเหตุผล ไม่เชื่องมงาย โดยปราศจากการพิสูจน์ค้นคว้าให้เห็นจริง เป็นการสอนที่ให้นักเรียนรู้จักคิด ครูจะไม่ใช้วิธีบอกข้อเท็จจริงให้นักเรียนเท่านั้น แต่หาตัวอย่างมาให้นักเรียนสังเกตและคิดสรุปผลเอง เป็นการสอนที่เดินตามขั้นความเจริญของจิตใจ คือ เริ่มตั้งแต่การสังเกต การทดลอง ตัดสินใจหรือตกลงใจ แล้วจึงถึงมโนทัศน์ นอกจากนี้นักเรียนยังมีความคล่องตัวที่จะสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ หรือสามารถสรุปเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันได้อย่างรวดเร็ว สามารถแก้ปัญหา ตัดสินใจได้อย่างถูกต้องทันต่อเหตุการณ์

1. นักเรียนจะได้รับการฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผล เข้าใจและจดจำได้นาน

2. นักเรียนสามารถทำกิจกรรมด้วยตนเอง

3. นักเรียนมีโอกาสและมีส่วนร่วมในการค้นพบ

4. นักเรียนจะได้รับการฝึกให้รู้จัก สังเกต เปรียบเทียบ วิเคราะห์และสรุปด้วยตนเอง

ชาญชัย อาจินสมาจาร (2542, หน้า 63) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่า ประโยชน์สูงสุดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยอยู่ตรงข้อเท็จจริงที่ว่า นักเรียนโดยส่วนใหญ่แล้วเรียนรู้ผ่านทางกิจกรรมของตนเอง เขาสังเกตกรณีตัวอย่าง เปรียบเทียบและวิเคราะห์มันแล้วก็ดำเนินการสรุปด้วยตัวเขาเอง สิ่งที่นักเรียนเรียนโดยผ่านทางการอุปนัยจะคงอยู่นานกว่า เพราะใช้การทำซ้ำและมีการใช้ตัวอย่างหลายตัวอย่าง

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 148) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่าเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่อง มีความสนใจในการติดตาม ค้นหาเหตุผลและค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเองทำให้

มีความเข้าใจอย่างชัดเจนและจดจำได้นาน และสามารถนำวิธีการในการเรียนรู้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 18) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. เป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน

2. เป็นวิธีการที่ฝึกให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ ตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์ สรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผลอันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ ซึ่งใช้ได้ดีกับการสอนวิชาวิทยาศาสตร์

3. เป็นวิธีการที่นักเรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้และกระบวนการซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

ฆนัท ธาตุทอง (2550, หน้า 197) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง

2. เข้าใจและจดจำได้นาน

3. พัฒนาทักษะการสังเกต คิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบตามหลักตรรกศาสตร์

4. นักเรียนสรุปการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล

5. เรียนรู้ได้ทั้งเนื้อหาและกระบวนการ

พรพิมล พรพีรชนม์ (2550, หน้า 124) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจได้อย่างชัดเจนและจำได้นาน

2. ฝึกให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ ตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์

3. ช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและรู้จักวิธีการทำงานที่ถูกต้องสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ต่อไป

ทิศนา แขมมณี (2556, หน้า 342) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจได้ดี

2. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการวิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้

3. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้ ได้แก่ หลักการ/แนวคิด ฯลฯ และกระบวนการ ได้แก่ กระบวนการคิด ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ ดังนี้

1. นักเรียนสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเอง มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่องชัดเจนและจดจำได้นาน

2. นักเรียนจะได้รับการฝึกสังเกต วิเคราะห์ เปรียบเทียบ พิจารณาและคิดอย่างมีเหตุผล

3. สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ตัดสินใจ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในเรื่องอื่น ๆ ได้

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นคำที่แปลมาจากคำว่า Concept ซึ่งมีผู้ให้คำแปลภาษาไทยไว้หลายคำ เช่น ความคิดรวบยอด มโนทัศน์ แนวคิด มโนภาพ มโนมติหรือสังกัป ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ใช้คำว่า "มโนทัศน์" และได้มีการให้ความหมายของคำว่า "มโนทัศน์" ไว้ดังนี้

Good (1973, p. 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ โดยสรุปได้ ดังนี้

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้

2. สัญลักษณ์เชิงความคิดทั่วไปหรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ เหตุการณ์ หรือวัตถุ

3. ความรู้สึกนึกคิด ความคิดเห็น ความคิดหรือภาพของความคิด

Rothenberg (1985, p. 500) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ในเชิงปรัชญาและจิตวิทยา ดังนี้ มโนทัศน์ในเชิงปรัชญา หมายถึงความคิดที่ประกอบด้วยแนวคิดต่าง ๆ ซึ่งมีลักษณะพิเศษ

และมีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล ส่วนมโนทัศน์ในความหมายทางจิตวิทยานั้น มโนทัศน์ไม่ได้เป็นเพียงการรู้ แต่เป็นการสรุปที่ได้จากการกลั่นกรองการรับรู้

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2544, หน้า 1) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ ว่าเป็นกระบวนการทางสมองซึ่งเป็นนามธรรมที่เกิดจากคุณสมบัติร่วมหรือประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ชุดหนึ่ง อันจะทำให้เกิดความสัมพันธ์มีแบบแผนและโครงสร้างของความคิด ทำให้สามารถสรุปเป็นทฤษฎีทั่ว ๆ ไป

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2553, หน้า 120) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นผลสรุปจากการรับรู้ของเราที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะต่าง ๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น ดังนั้นมโนทัศน์จะทำให้เราสามารถจำแนกสิ่งใหม่ ๆ และเข้าใจได้รวดเร็วตามประสบการณ์ของเราที่ผ่านมา

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2553, หน้า 62) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดลักษณะที่เหมือน ๆ กันของประสบการณ์ หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบทำให้เกิดเป็นหน่วยของความคิด หรือประเภทของประสบการณ์

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2555, หน้า 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่ามโนทัศน์หมายถึงภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

จากความหมายของมโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ โดยสามารถจัดกลุ่มสิ่งที่มีลักษณะที่เหมือนกันหรือคุณสมบัติที่คล้ายคลึงกันเข้าด้วยกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

Good (1945, p. 90) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หมายถึงความคิด ความเข้าใจเกี่ยวความสัมพันธ์ภายในทั้งทางด้านความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน การคำนวณ รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ อันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะเหล่านั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Cooney, Davis & Henderson (1975, p. 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หมายถึงความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น ๆ เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกบทนิยามของฟังก์ชันได้

Eggen & Kauchak (2001, p. 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่นมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่มุมเท่ากันและเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

Schwarz & Hershkowiz (1999, p. 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2532, หน้า 11) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับลักษณะของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาใด

เนื้อหาหนึ่ง อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยมีการอ้างอิงบทนิยาม กฎเกณฑ์ หลักการ หรือสมบัติต่าง ๆ

ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหานั้น ๆ ย่อมมีความสำคัญต่อการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในเรื่องอื่น ๆ ดังนั้น การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์จึงมีความสำคัญ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968, p. 505) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1968, pp. 402-416) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่นรู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้น เมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกันเราก็สามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใดเหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้รู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูปการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

สุรางค์ โค้วตระกูล (2553, หน้า 326) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542, หน้า 125-126) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ทำให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างมีระบบระเบียบ ทำให้จดจำได้ง่าย และสามารถหยิบฉวยความรู้เหล่านั้นไปใช้ให้เป็นประโยชน์ การสื่อสารทำความเข้าใจร่วมกับผู้อื่นก็เป็นไปได้ดี เพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่าง ๆ สอดคล้องกัน

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2553, หน้า 62) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญ ถ้านักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเนื้อหาที่เรียนก็หมายถึงว่านักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ และสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้เป็นประโยชน์ในการเรียนรู้สิ่งอื่น ๆ ต่อไปได้

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับ ความสำคัญของมโนทัศน์ของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้น นั้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้ เพราะหากนักเรียนมีมโนทัศน์แล้วจะทำให้นักเรียนเกิดรู้ความเข้าใจ สามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างมีระบบระเบียบ และสามารถนำมโนทัศน์ไปใช้ใน การตั้งกฎเกณฑ์หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้

สำหรับความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นั้นได้มีนักการศึกษาหลายท่านทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Cooney, Davis & Henderson (1975, p. 85) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่องจำนวนตรรกยะ ก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวน ๆ หนึ่ง เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ เพราะพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

Zazkis & Campbell (1996, อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2547, หน้า 110) ได้ให้ความเห็นถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า ถ้านักเรียนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาย่อย นักเรียนจะเข้าใจเนื้อหาในระดับสูงได้ยาก เช่น การขาดมโนทัศน์เรื่องจำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ จะทำให้เข้าใจมโนทัศน์ของการแยกตัวประกอบยากขึ้น

Kamii & Dominick (1997, อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2547, หน้า 110) ได้ให้ความเห็นถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การสอนให้นักเรียนได้เข้าใจและเกิดมโนทัศน์ จะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 85) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ไม่สามารถเรียนรู้ได้ด้วยการบอก

จะต้องเกิดจากประสบการณ์และการคิด ยิ่งมีประสบการณ์มากเท่าไหร่ มโนทัศน์ก็จะเกิดได้ลึกซึ้งและชัดเจนยิ่งขึ้น และถ้ามีประสบการณ์หลาย ๆ อย่าง ไม่ซ้ำซากอยู่แต่เพียงประสบการณ์เดิมซ้ำ ๆ กันเท่านั้น ก็จะทำให้การเกิดมโนทัศน์พัฒนาขึ้นไปตามลำดับ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), (2555 ค, หน้า 61) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics concept) เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับ ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้จากการมีประสบการณ์และการคิด หากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะสามารถใช้มโนทัศน์ในการแสดงเหตุผล หาหลักการทั่วไป สามารถค้นพบความรู้ใหม่ได้ และมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น

แนวทางการพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ ดังนี้

De cecco (1968, pp. 416-418) ได้เสนอว่า การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์นั้นควรปฏิบัติเป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว

2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่น ๆ ของมโนทัศน์มาสอนหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย

3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานดำหรือบอร์ดก็ได้

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่สอน

5. แสดงตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็น แล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่

6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถามและให้นักเรียนตอบว่าใช่ หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและตรวจงานนักเรียนเพื่อรายงานผลให้เขาทราบและให้การเสริมแรงอื่น ๆ

Klausmeier & Ripple (1971, อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2553, หน้า 130-132) ได้แนะนำว่า การที่จะสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ ครูควรจะมีหลักการ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะแต่ละลักษณะของสิ่งเร้านั้น ทั้งลักษณะที่ใหญ่และลักษณะที่ย่อย เพื่อเป็นการช่วยให้นักเรียนสามารถแยกลักษณะที่แตกต่างกันได้ ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น

2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม ครูจำเป็นต้องให้นักเรียนสามารถใช้ถ้อยคำที่ถูกต้องเหมาะสม ต้องให้นักเรียนรู้ความหมายและความสัมพันธ์ระหว่างคำนั้น ๆ กับศัพท์หรือคำที่ใช้แทนมโนทัศน์คำอื่นด้วย

3. การใช้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน การสอนมโนทัศน์ที่จะได้ผลนั้นครูต้องให้นักเรียนทราบพื้นฐาน นิยาม โครงสร้างของมโนทัศน์นั้น ๆ เสียก่อนตั้งแต่ต้น

4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง การจัดลำดับการเสนอตัวอย่างมีผลต่อประสิทธิภาพของนักเรียนมาก ดังนั้นครูควรเสนอตัวอย่างทั้งที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ให้มากพอที่นักเรียนจะเห็นลักษณะเฉพาะเพื่อให้นักเรียนสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ได้

5. ส่งเสริมและแนะนำให้นักเรียนต้องการเรียนรู้และค้นคว้า ซึ่งเป็นสิ่งที่ยั่วยุให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยครูควรให้นักเรียนมีทั้งความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาพอ ๆ กับการที่ให้นักเรียนมีอิสระในการตัดสินใจ และรับผิดชอบในสิ่งที่ตนกระทำ

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์จากการเรียนมโนทัศน์นั้น โดยครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือจนกระทั่งนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ เช่น การยกตัวอย่าง การให้มีความรู้ในมโนทัศน์อื่น ๆ ที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์นั้น ๆ

7. ให้นักเรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ หากไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา (2537, หน้า 49) กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
2. รู้จักเปรียบเทียบความแตกต่าง และความคล้าย
3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ
4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกไว้เป็นประเภท หมวดหมู่
5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจและประโยชน์ที่จะนำไปใช้

จากแนวทางการพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้เสนอไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปแนวทางการพัฒนาให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า การพัฒนาให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์นั้นสามารถทำได้หลากหลายวิธี ซึ่งจะมีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับวิธีการจัดการเรียนรู้ การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม นอกจากนี้ครูต้องจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้เกิดทักษะต่าง ๆ เช่น การสังเกต การเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันแตกต่างกันหรือคล้ายคลึงกัน โดยการยกตัวอย่างทั้งที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์และครูควรประเมินผลหลังจากที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว เพื่อจะทำให้การจัดการเรียนรู้สามารถพัฒนาให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ได้อย่างแท้จริง

การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นเครื่องมือช่วยให้ครูพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น ตลอดจนการให้คะแนนแบบรูบริคยังเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนประเมินผลระดับความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเอง แล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงและพัฒนาความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของตนเองให้ดียิ่งขึ้นด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555 ง, หน้า 168)

Goodrich (อ้างถึงใน เชษฐา ซาบา, 2544, หน้า 44) กล่าวถึง การสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ดังนี้

1. กำหนดโครงร่าง คุณลักษณะที่ต้องการวัดโดยอาศัยประสบการณ์การสอนของตนเองว่าการจะผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้จุดประสงค์หนึ่งควรมีคุณลักษณะอย่างไรบ้างและในแต่ละลักษณะควรมีคุณภาพกี่ระดับ

2. นำคุณลักษณะและระดับคุณภาพที่ต้องการประเมินชี้แจงแก่นักเรียนและใช้วิธีการระดมสมองเพื่อเพิ่มหรือตัดบางคุณลักษณะ ทั้งนี้ การเพิ่มหรือตัดคุณลักษณะใดควรพิจารณาเหตุผลสนับสนุนและการยอมรับของนักเรียนส่วนใหญ่

3. เมื่อได้ระดับคุณลักษณะที่ต้องการวัดแล้วต่อมาสร้างระดับคุณภาพของคุณลักษณะที่ต้องการวัด

4. เมื่อได้โครงร่างอันประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ คุณลักษณะที่ต้องการวัดและระดับคุณภาพของแต่ละคุณลักษณะเรียบร้อยแล้ว ให้แสดงโครงร่างกับนักเรียนเพื่อถามความเห็นหรือข้อเสนอแนะอีกครั้ง

กระทรวงศึกษาธิการ (2539, หน้า 54-59) ได้กล่าวว่า การให้คะแนนของรูบริค มี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) คือ การให้คะแนนผ่านชิ้นงานโดยดูภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงาน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic score) เป็นการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 184-186) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ 2 รูปแบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่านเปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), (2555 ก, หน้า 168-169) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ครูพิจารณาและตัดสินระดับความสามารถของนักเรียนด้านความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น ซึ่งในการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบรูบริคที่นิยมใช้มี 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจจะสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนแบบรูบริคที่ประเมินผลงานของนักเรียนโดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมดไม่ต้องแยกเป็นด้าน ๆ จากเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าการให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 แบบ คือ

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นแนวทางการให้คะแนนโดยพิจารณาจากภาพรวมของผลงาน โดยมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมดโดยไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) คือ แนวทางการให้คะแนนโดยพิจารณาจากแต่ละส่วนของงานซึ่งแต่ละส่วนต้องกำหนดแนวทางการให้คะแนนโดยมีคำอธิบายลักษณะของงานส่วนนั้น ๆ ในแต่ละระดับไว้อย่างชัดเจน

ซึ่งผู้วิจัยได้นำเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) ไปใช้เป็นเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคะนอง (2553, หน้า 65-66) ได้ให้เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยแบ่งการให้คะแนนออกเป็น 2 ด้าน ได้แก่

1. การพิจารณาคำตอบ โดยมีการกำหนดขอบเขตของการตอบออกเป็น 4 ระดับไว้ดังนี้

ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct) ให้ 3 คะแนน

ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ (Mostly correct) ให้ 2 คะแนน

ระดับถูกต้องบางส่วน (Partly correct) ให้ 1 คะแนน

ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect) หรือไม่ตอบ ให้ 0 คะแนน

2. การวิเคราะห์ลักษณะของการอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

2.1 การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล (Logically structured explanations) เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างมีเหตุผล ซึ่งจำแนกได้ 2 ระดับ ดังนี้

2.1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

2.1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน

2.2 การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง (Non-structure explanations) เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างและระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบเขียนตอบ ผู้วิจัยจึงใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยปรับปรุงมาจาก อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 65-66) เนื่องจากเกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับงานวิจัยในครั้งนี้มากที่สุด ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

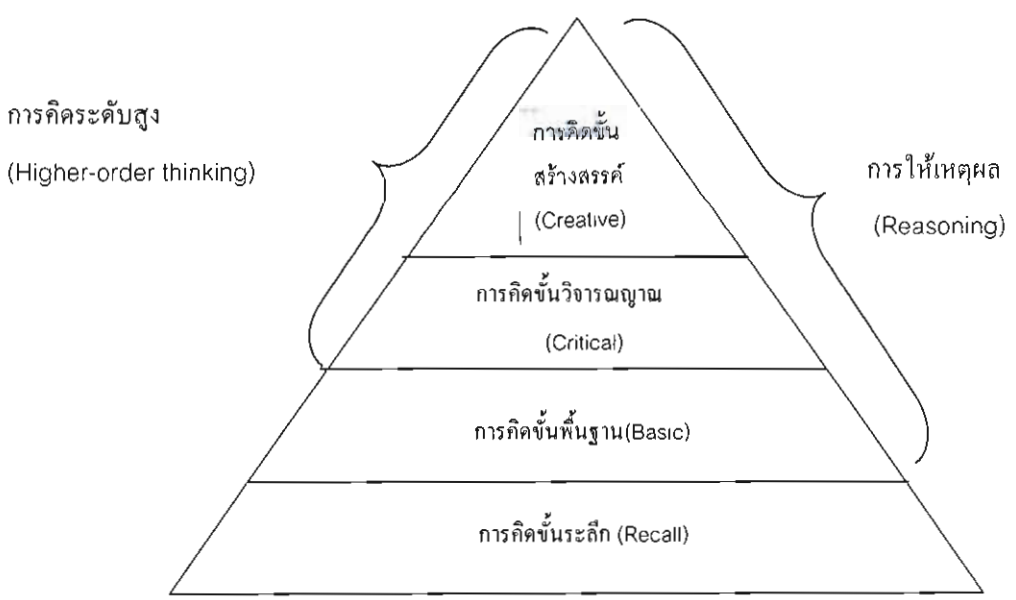
คะแนน/ ความหมาย	**มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น**
2 ถูกต้องอย่างสมบูรณ์	คำตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายสื่อความหมายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม กฎเกณฑ์ หลักการ หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
1 ถูกต้องบางส่วน	คำตอบถูกต้อง แต่มีการอธิบายสื่อความหมายโดยมีการอ้างอิงบทนิยาม กฎเกณฑ์ หลักการ หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
0 ไม่ถูกต้อง	คำตอบถูกต้อง แต่มีการอธิบายสื่อความหมายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม กฎเกณฑ์ หลักการ หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุน คำตอบไม่ถูกต้อง หรือคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ครูคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังนี้

Krulik & Rudnick (1993, pp. 3-5) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่า การให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาแล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันนั้น โดยข้อสรุปดังกล่าวก็คือ แนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ โดยได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น คือ 1) การคิดขั้นระลึก (Recall) จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติเป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง 2) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน 3) การคิดขั้นวิจารณญาณ (Critical) เป็นความคิดที่ใช้การตรวจเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหาประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้ 4) การคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง Krulik & Rudnick มองว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังภาพที่ 2-1



ภาพที่ 2-1 ลำดับขั้นของการคิด

นอกจากนี้ Krulikand & Rudnick (1993, p. 3) อธิบายว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนแต่ละขั้นตอนที่แสดงในภาพมิได้แยกขาดกันเลยทีเดียวแต่ละขั้นตอนอาจจะคาบเกี่ยวกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าวจะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิจารณญาณและการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิจารณญาณและการคิดขั้นสร้างสรรค์ เรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง (Higher-order thinking)

O'Daffer & Thornquist (1993, p. 43) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการอ้างอิงทั่วไป การวิเคราะห์และการหาข้อสรุปที่ถูกต้อง สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 37) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 114) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายการหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผลและความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555 ก, หน้า 39-40) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ ข้อความ/แนวคิด/ สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

Prestege (2002 อ้างถึงใน พรรณทิพา พรหมรักษ์, 2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผล คือ การที่นักเรียนสามารถค้นหาคำตอบและตัดสินความถูกต้องได้รวมถึงพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้งและการพิสูจน์

กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 9) ได้เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล

พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายที่สำคัญมี ดังนี้

- หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
- ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และในการอธิบาย
- เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
- สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
- ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์
- ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
- เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ได้

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

4.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Baroody (1993, p. 59) กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผล เป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ โดยในสมัยก่อนยุคกรีก นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทางเรขาคณิต สำหรับในปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับผู้อื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผล จึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิด การไตร่ตรองและแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

Stiggins (1997, p. 6) อธิบายว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะการทำความเข้าใจโดยใช้เหตุผลจะช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่าง ๆ เข้ากับลักษณะโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ หรือในบางครั้ง เราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

Artzt & Shirel (1999, pp.114) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้น อาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Russell (1999, p. 1) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น และโดยการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่ใช้คิดเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาให้อยู่ในลักษณะของการอ้างอิง เพื่อให้สามารถใช้ข้อเท็จจริงที่เรียนรู้มาอ้างอิงไปยังสิ่งใหม่

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 54-56) กล่าวถึง ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 ได้กำหนดความสำคัญให้การให้เหตุผลเป็นความสามารถหนึ่งที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวชี้วัดด้านการให้เหตุผลในทุกระดับชั้น (ป.1-ม.6) กำหนดไว้ว่า นักเรียนต้องสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555 ก, หน้า 39) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผล เป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้น การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบจดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างมีเหตุผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญและมีความจำเป็นสำหรับนักเรียนเพราะการให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลโดยมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม อีกทั้งยังสามารถใช้เหตุผลในการสังเกตและเปรียบเทียบ ตัวอย่างหรือสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อใช้ในการสรุปเป็น มโนทัศน์ กฎเกณฑ์ หลักการหรือกรณีทั่ว ๆ ไป

ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

O' Daffer (1990, p. 378) มองว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ค้นหารูปทั่วไปรูปแบบทางคณิตศาสตร์และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ หรืออาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณีแล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงสมเหตุสมผลอยู่แล้วเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป หรืออาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักแล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

วรรณี ธรรมโชติ (2549, หน้า 3-4) กล่าวว่า กระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการสรุปความรู้ใหม่หรือสรุปผลการค้นหาความจริง โดยอาศัยข้อสังเกตหรือผลการทดลองจากหลาย ๆ ตัวอย่างจากกรณีย่อย ๆ แล้วสรุปเป็นความรู้แบบทั่วไป

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการสรุปความรู้ใหม่ หรือข้อความจริงใหม่ซึ่งเรียกว่าผลสรุปที่เป็นผลมาจากการนำข้อความที่กำหนดให้ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริง ซึ่งเรียกว่าเหตุ ถ้าเหตุที่กำหนดให้บังคับให้เกิดผลสรุป แสดงว่าการให้เหตุผลดังกล่าวสมเหตุสมผล แต่ถ้าเหตุผลที่กำหนดให้ไม่สามารถจะบังคับให้เกิดผลสรุปได้ แสดงว่าการให้เหตุผลดังกล่าว ไม่สมเหตุสมผล

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 176) ได้จำแนกประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่าน่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง เรียกข้อสรุปที่ได้ว่า ข้อความคาดการณ์

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555 ง, หน้า 79) กล่าวว่า การให้เหตุผลที่ใช้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์มีอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลจากการสังเกตส่วนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไป เพื่อนำไปใช้ในวงกว้างมากขึ้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลจากการใช้ข้อเท็จจริง หลักการ กฎ บทนิยาม หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

จากการจัดแบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาหลายท่านที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลโดยสังเกตและเปรียบเทียบจากตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง เพื่อนำไปสู่การการสรุปเป็นมโนทัศน์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลโดยใช้ข้อสรุปที่เป็นมโนทัศน์ที่สรุปได้มาอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดและสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

ซึ่งผู้วิจัยได้นำการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและแบบนิรนัยไปใช้ประกอบการวิจัยครั้งนี้

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Rowan & Morrow (1993, pp. 16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องและบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัวแต่บรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

Brandt (1984, p.3, อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 118-119) ได้กล่าวถึงแนวการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลไว้ 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) เป็นการสอนเนื้อหาวิชาเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2. การสอนความคิด (Teaching of thinking) เป็นการสอนที่เน้นทักษะการคิดหรือเป็นการสอนทักษะการคิด ซึ่งแนวทางในการสอนจะมีลักษณะที่แตกต่างกัน ตามความเชื่อพื้นฐานของครู

3. การสอนเกี่ยวกับความคิด (Teaching about thinking) เป็นการสอนที่ใช้ความคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตัวเองโดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าถึงกระบวนการความคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดของตนเอง

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 99) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญ และเป็นองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผล ดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ครูควรให้นักเรียนช่วยกันสรุปแล้วครูช่วยสรุป และชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามกฎเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ไหนอย่างไร นอกจากนี้ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนสนใจและได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติ คำถามที่ใช้ควรกระตุ้นนักเรียนด้วยคำว่า "ทำไม" "อย่างไร" "เพราะเหตุใด"

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2547, หน้า 2) ได้กล่าวว่า แนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีเหตุผล
2. ให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกคิดอย่างมีเหตุผล
3. ให้นักเรียนฝึกเป็นผู้ให้เหตุผล
4. ให้นักเรียนฝึกเขียนอธิบายถึงสิ่งที่นักเรียนทำต่อหาคำตอบ
5. ให้นักเรียนฝึกใช้เหตุผลในการอธิบายหรืออภิปราย
6. ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น
7. ให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง
8. ให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) ได้เสนอแนะว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ รวมทั้งครูพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลเช่น "ทำไม" "เพราะอะไร" "ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร" และครูสามารถตั้งคำถามให้นักเรียนใช้เหตุผลได้อย่างต่อเนื่องและไม่ควรคำนึงถึงเฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้นแต่ควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 118-120) ได้กล่าวถึง แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล คือ ครู โดยครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศให้นักเรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ เนื่องจากนักเรียนมักจะมีความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก วิธีการเรียนต้องใช้ความจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ ความคิดเช่นนี้ทำให้นักเรียนเบื่อวิชาคณิตศาสตร์และสกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริม ให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำด้วยวาจาด้วยการเขียนโดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ครูควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่องคำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล หากนักเรียนให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือเหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนร่วมกันมากขึ้น และควรใช้คำถามปลายเปิดที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

4. ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายด้วยภาพหรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ เช่น "ทำไม" "อะไรจะเกิดขึ้นถ้า..." ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

5. ครูควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และครูต้องสามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียนช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียน

ถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งครูต้องมีความอดทนให้เวลาให้โอกาสแก่นักเรียน

6. ครูควรส่งเสริมนักเรียนให้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้ และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ครูจะต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผลโดยครูจะต้องประเมินสิ่งเหล่านั้นอย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดีครูควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล

จากแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

1. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงเหตุผลออกมา โดยครูอาจถามบ่อยและใช้คำถามอย่างต่อเนื่องเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล

2. การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลในการอธิบายยืนยันข้อสรุปของตนเองและรับฟังความคิดเห็นหรือเหตุผลของผู้อื่น รวมทั้งประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่นเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุป จะช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล

3. ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการค้นหาแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด และสามารถตอบคำถามต่าง ๆ ได้ และให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผล

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางวิชาคณิตศาสตร์

แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้กล่าวถึง แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Krulik & Rudnick (1996, pp. 3-5) อธิบายถึง เทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหากับกลุ่มเพื่อในห้องเรียน

2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2547, หน้า 50-52) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่เกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์ใน

การประเมินผลควรคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดมุ่งหมายในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ
- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน ในการประเมินความสามารถด้านการให้เหตุผล จะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนนป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรมตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนาทั้งนี้อาจเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้น ๆ

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 60) อธิบายถึงการประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่บรรจุไว้ในหลักสูตร โดยครูสามารถประเมินได้จากกิจกรรมที่นักเรียนทำจากแบบฝึกหัดหรือข้อสอบที่เป็นคำถามปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียนแสดงความสามารถ

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหลักสำคัญของกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรคำนึงความสามารถที่แตกต่างกันของนักเรียนในการใช้ความรู้พื้นฐาน การใช้วิธีการเพื่อสร้างข้อคาดการณ์ การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และการเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลเพื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบเขียนตอบ

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลาย ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบบแยกองค์ประกอบ ด้านการให้เหตุผลดังตารางที่ 2-8

ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4/ ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ

ตารางที่ 2-8 (ต่อ)

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
1/ ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2547, หน้า 50-52) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ดังตารางที่ 2-9

ตารางที่ 2-9 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดการประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ มีข้อบกพร่อง 1 แห่ง
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่อง 2 แห่ง
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/แนวคิดไม่ถูกต้องเลย

สุวิทย์ มูลคำ (2554, หน้า 71) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-10

ตารางที่ 2-10 เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดการประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผลทุกประเด็นเพื่อประกอบการตัดสินใจ
3/ ดี	มีการอ้างอิงเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผลเพียงบางประเด็นแล้วตัดสินใจ
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ไม่มีความพยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

ศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 270) ได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/กระบวนการคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบด้านการให้เหตุผล ดังตารางที่ 2-11

ตารางที่ 2-11 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอความคิดหลักของการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดให้สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีลักษณะเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) ที่พิจารณาจากความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยเลือกใช้ในการวิจัยครั้งนี้โดยปรับปรุงมาจากจากกระทรวงศึกษาธิการ (2546, หน้า 123) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ

เทคโนโลยี (สสวท.) (2547, หน้า 52) สุวิทย์ มูลคำ (2554, หน้า 71) และศศิธร แม้นสงวน (2555, หน้า 270) เนื่องจาก เกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับงานวิจัยในครั้งนี้มากที่สุด ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 2-12

ตารางที่ 2-12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	คำตอบถูกต้อง และสามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล
2/ ดี	คำตอบถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้สมเหตุสมผลบางส่วน
1/ พอใช้	คำตอบไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้สมเหตุสมผลบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้/ คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้ หรือ ไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

Milne (1985, p. 1548) ได้ศึกษาเรื่อง การวิเคราะห์ที่เป็นเหตุเป็นผลของความสัมพันธ์ของลักษณะนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์ภายใต้การสอนแบบอุปนัยที่ใช้ข้อมูลคอมพิวเตอร์ในวิชาคณิตศาสตร์ (วิธีวิเคราะห์, กระแสแห่งความคิด) สรุปได้ว่า กระบวนการสอนแบบอุปนัยเป็นสิ่งที่จำเป็นในการศึกษา และการพัฒนาคณิตศาสตร์ จุดมุ่งหมายของการค้นคว้า 1) เพื่อพัฒนาการสอนแบบอุปนัยในการสอน เรื่อง พีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้คอมพิวเตอร์ควบคุมและออกแบบให้แสดงผล 2) การสอนดังกล่าวทำให้เกิดคุณลักษณะ 3 ประการ ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ภายใต้วิธีสอนนี้ (ความสามารถอย่างมีเหตุผลเชิงอุปนัย, ผลสะท้อนกลับที่เกิดจากแรงกระตุ้นและผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้น) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่ลงทะเบียน

วิชาคณิตศาสตร์ (M118) จำนวน 59 คน แห่งมหาวิทยาลัยอินเดียนา การศึกษาพบว่า ความสามารถเชิงเหตุผลที่ใช้ในการสอนแบบอุปนัยและผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญ

Yerushalmy (1986, p. 47-05A) ได้ศึกษาเรื่อง การอุปนัยและหลักการทั่ว ๆ ไป: เป็นการทดสอบในการสอนและการเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (เรื่องคอมพิวเตอร์, การคาดเดาทางเรขาคณิต, หลักสูตร) เป็นการศึกษาถึงการทำงานแบบอุปนัย ของนักเรียนที่เรียนเรขาคณิตในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในการคาดเดาจากการสังเกตข้อมูล และกระบวนการให้เหตุผล ที่สามารถนำมาพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาพบว่า นักเรียนทั่ว ๆ ไปไม่คุ้นเคยกับงานที่เป็นแบบอุปนัย หลักสูตรเดิมของวิชาเรขาคณิตได้ลดแรงจูงใจในการคิดที่หลากหลายของนักเรียน ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงในสิ่งที่จะเป็นกุญแจสำคัญในลักษณะเฉพาะและในขณะที่การเรียนแบบอุปนัยช่วยให้ผู้เรียน พิจารณาวิเคราะห์วิธีการนำไปใช้ที่ไม่เป็นแบบแผน และนักเรียนจะมีการอธิบายในแง่มุมที่ต่างกันออกไปตามทักษะ, ระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับสูงการสังเกตในตอนท้ายของการศึกษา และรวมไปถึงสิ่งที่เกิดจากการนำวิธีการสอนแบบอุปนัย และนิรนัยมาใช้ สุดท้ายนักเรียนมีการถ่ายโอนความรู้เรื่องเรขาคณิตน้อยมากถึงแม้บางหัวข้อจะเป็นการถ่ายโอนความรู้ที่ง่ายก็ตาม

Mourad (2005, p. 75) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยในคาบเรียนพีชคณิต การศึกษานี้เป็นการเปรียบเทียบผลของวิธีสอน 2 วิธี ในหน่วยการเรียนรู้พีชคณิต เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นของนักเรียนเกรด 8 วิธีการสอนที่นำมาใช้ในการทดสอบครั้งนี้ คือ การจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยการเป็นตัวแทนและแนวทางในการค้นพบในขณะที่วิธีสอนที่ควบคุม คือ การสอนแบบปกติ จุดมุ่งหมายของการศึกษาครั้งนี้ คือ ต้องการปรับปรุงแก้ไขผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น ของนักเรียนผู้วิจัยต้องการพิสูจน์ความจริงที่สำคัญทางคณิตศาสตร์3 ข้อคือ ข้อแรกเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นและอีกสองข้อเกี่ยวกับความสามารถในการเป็นตัวแทนของการแปลง โดยจะนำมาใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการทดสอบประจำหน่วยซึ่งนักเรียนทั้งหมด 29 คน ที่เข้าร่วมนี้จะมีระดับของความคิดแตกต่างกันผลการเปรียบเทียบพบว่ากลุ่มทดลองให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากกิจกรรมการเรียนการสอนมากกว่ากลุ่มที่ใช้การสอนแบบปกติดังนั้น วิธีการสอนแบบนี้ดูเหมือนว่าจะเป็นการสร้างความเชื่อมั่นเกี่ยวกับผลสำเร็จที่จะเกิดขึ้นในอนาคตได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเกี่ยวกับการปรับปรุงการเรียนการสอนนั่นเอง

Christou & Papageorgiou (2006, pp. 55-56) ได้ศึกษาเรื่องโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึง พื้นฐานบทวรรณกรรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย โดยได้ทำการศึกษาโครงสร้างสำหรับการแนะนำและการประเมินการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาเป็นการชี้แจงและทำให้สมบูรณ์ท่ามกลางคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาที่ 5 จำนวน 135 คน ในประเทศไซปรัส ได้ให้ประโยชน์จากการวิเคราะห์ปัจจัยที่นำมายืนยันและพิสูจน์ความสอดคล้องกับข้อมูลแล้วนำมาสรุปให้เป็นกระบวนการเฉพาะที่มุ่งตรวจสอบความเหมือนและแตกต่างในคุณสมบัติหรือและความสัมพันธ์ซึ่งเป็นการนำมาใช้สำหรับผลเฉลยของปัญหาคณิตศาสตร์เชิงอุปนัยที่ควบคุมด้วยคุณสมบัติหรือความสัมพันธ์ ผลจากการวิจัยโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ได้ให้ประโยชน์ในการกำหนดพื้นฐานทางทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและการกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

ณยศ สงวนสิน (2547, หน้า 55) ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนได้รับการสอนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง พหุนาม พบว่าชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/ 80

นันทพร ระภักดี (2551, หน้า 74) ได้ศึกษาเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียโดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง ความคล้าย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียโดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัยสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐาน 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

กุลนิดา วรสารนันท์ (2552, หน้า 87) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำกำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และมีความสามารถในการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ธีณรัตน์ สังหร (2556, หน้า 127) ได้ศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยเรื่องสถิติสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 78.92

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย พบว่า การจัดกิกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นรูปแบบหนึ่งที่มีส่วนช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และยังช่วยพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกด้วย

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเทียบกับเกณฑ์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. **ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง**

ประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 11 ห้องเรียน โดยมีการจัดห้องเรียนแบบคละระดับความสามารถของนักเรียน รวมมีนักเรียนทั้งหมด 530 คน

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/7 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 49 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 8 แผน

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบเขียนตอบ จำนวน 17 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบเขียนตอบ จำนวน 10 ข้อ

การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยโดยมีลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียน เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

1.2 ศึกษาเอกสาร ตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเพื่อนำมาใช้ในการเขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

1.3 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ คุณภาพผู้เรียน ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1.4 วิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ และกำหนดจำนวนชั่วโมงให้สอดคล้องกับ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
1. การเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ	ค 1.1 ม.2/ 1 เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน ค 6.1ม.2/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้ 2. สามารถอธิบายได้ว่าเศษส่วนที่กำหนดให้สามารถเขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่ 3. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าเศษส่วนที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่	เศษส่วนและทศนิยมซ้ำ	2
2. การเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วน	ค 1.1 ม.2/ 1 เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน ค 6.1 ม.2/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถเขียนทศนิยมซ้ำให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ 2. สามารถอธิบายได้ว่าทศนิยมที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่ 3. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าทศนิยมที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่	เศษส่วนและทศนิยมซ้ำ	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
3. จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	ค 1.1 ม. 2/ 2 จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้ และยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ค 1.4 ม. 2/ 1 บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ค 6.1 ม. 2/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถอธิบายความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้ 2. สามารถบอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ 3. สามารถเขียนโครงสร้างของระบบจำนวนจริงได้ 4. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ	จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	2
4. ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและเส้นจำนวนจริง	ค 1.4 ม. 2/ 1 บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ค 6.1 ม. 2/ 3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถอธิบายได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้สามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริงได้หรือไม่ 2. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้สามารถเขียนอยู่บนเส้นจำนวนจริงได้หรือไม่	จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	1

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
5. รากที่สองของจำนวนจริง	ค 1.1 ม.2/3อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ค 1.2 ม.2/1 หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 1.3 ม.2/1หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริงและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1. สามารถอธิบายบทนิยามของรากที่สองของจำนวนจริงบวกหรือศูนย์ได้อย่างถูกต้อง 2. สามารถหารากที่สองของจำนวนจริงบวกหรือศูนย์ที่กำหนดให้ได้ 3. สามารถหารากที่สองของจำนวนจริงบวกหรือศูนย์ที่กำหนดให้โดยการแยกตัวประกอบการประมาณค่าและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 4. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลในการหารากที่สองของจำนวนจริงบวกหรือศูนย์	รากที่สองของจำนวนจริง	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
5. รากที่สองของจำนวนจริง (ต่อ)	ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม			
6. ความสัมพันธ์ระหว่างรากที่สองของจำนวนจริงกับจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	ค 1.2 ม.2/2 อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถอธิบายได้ว่ารากที่สองของจำนวนจริงที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ 2. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายได้ว่ารากที่สองของจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ	รากที่สองของจำนวนจริง	1

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
7. รากที่สามของจำนวนจริง	ค 1.1 ม.2/3อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ค 1.2 ม.2/1 หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 1.3 ม.2/1หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริงและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1. สามารถอธิบายบทนิยามของรากที่สามของจำนวนจริงได้อย่างถูกต้อง 2. สามารถหารากที่สามของจำนวนจริงที่กำหนดให้ได้ 3. สามารถหารากที่สามของจำนวนจริงที่กำหนดให้โดยการแยกตัวประกอบการประมาณค่าและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ 4. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลในการหารากที่สามของจำนวนจริง	รากที่สองของจำนวนจริง	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
7. รากที่สามของจำนวนจริง (ต่อ)	ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม			
8. ความสัมพันธ์ระหว่างรากที่สามของจำนวนจริงกับจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	ค 1.2 ม.2/2 อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	1. สามารถอธิบายได้ว่ารากที่สามของจำนวนจริงที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ 2. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในการอธิบายได้ว่ารากที่สามของจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ	รากที่สามของจำนวนจริง	1
		รวม		13

1.5 จัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 8 แผนเวลา 13 ชั่วโมง โดยในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วยหัวข้อ ดังนี้

1.5.1 มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด

1.5.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.5.2.1 ด้านความรู้

1.5.2.2 ด้านทักษะ/ กระบวนการ

1.5.2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.5.3 สาระสำคัญ

1.5.4 สาระการเรียนรู้

1.5.5 กิจกรรมการเรียนรู้

1.5.5.1 ขั้นเตรียม

1.5.5.2 ขั้นเสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ

1.5.5.3 ขั้นสรุป

1.5.5.4 ขั้นนำไปใช้

1.5.6 สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1.5.7 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.5.8 บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมและความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ระยะเวลา เนื้อหา และภาษาที่ใช้ แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 คน เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม โดยกำหนดความเหมาะสมเป็น 5 ระดับ ดังนี้

5 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมาก

3 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

1 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

นำคะแนนที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย แล้วเปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ โดยใช้เกณฑ์แปลความหมายค่าเฉลี่ยของกลุ่มดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 102-103)

4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมาก

2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

ค่าเฉลี่ยที่ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรอยู่ที่ระดับคะแนนเฉลี่ย 3.51 ขึ้นไป

จากของผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 5.00 ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอและผู้วิจัยปรับปรุงแก้ไขดังนี้ ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ได้ปรับภาษาในการตั้งคำถามของครู รวมทั้งคำถามในแต่ละใบกิจกรรมและในแบบฝึกหัดให้ถูกต้องเหมาะสมและเป็นลักษณะของคำถามปลายเปิดเช่น "นักเรียนคิดว่า 0.4 สามารถเขียนได้เป็นเศษส่วนได้อย่างไร" เพื่อให้นักเรียนได้มีการแสดงความคิดเห็น สามารถอธิบายแนวคิดและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้

1.8 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ผ่านการปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.9 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 9 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างของโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 49 คน ซึ่งผลการนำไปใช้พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา สามารถสังเกตเปรียบเทียบลักษณะของตัวอย่างที่ครูนำเสนอในใบกิจกรรมและสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน แต่ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รากที่สองของจำนวนจริง นักเรียนบางส่วนยังสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ไม่ถูกต้อง ครบถ้วนเนื่องจากลักษณะตัวอย่าง และคำถามยังไม่ครอบคลุมลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำผลการทดลองดังกล่าวมาปรับปรุงแก้ไข โดยการเพิ่มตัวอย่าง และปรับลักษณะคำถามในใบกิจกรรมที่ 5 ให้มีความสอดคล้องและเหมาะสมเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ กฎเกณฑ์ หลักการหรือกรณีทั่วไป

1.10 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ผ่านการปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง การวิเคราะห์แบบทดสอบแนวทางการวัดและการประเมินโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.3 กำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นแบบเขียนตอบ

2.4 วิเคราะห์เนื้อหาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อจัดทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้สอดคล้องกับเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงโดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 การวิเคราะห์มโนทัศน์ และจำนวนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.1 ม.2/1 เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน ค 6.1ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	เศษส่วนและทศนิยมซ้ำ	<u>**มโนทัศน์ที่** 1</u> เศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้	2	1
		<u>**มโนทัศน์ที่** 2</u> ทศนิยมซ้ำสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$	2	1

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.1 ม.2/2 จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้ และยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ค 1.4 ม.2/1 บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	**<u>มโนทัศน์ที่ 3</u>** 1. จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$ 2. จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน เศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$	6	3
		<u>มโนทัศน์ที่ 4</u> จำนวนจริงใด ๆ สามารถเขียนแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริงได้ และจุดใด ๆ บนเส้นจำนวนจริงแต่ละจุดจะแทนด้วยจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ	4	2

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.1 ม.2/3 อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ค 1.2 ม.2/1 หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 1.2 ม.2/2 อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม บอกความ สัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง	รากที่สองของจำนวนจริง	**<u>มโนทัศน์ที่ 5</u>** ให้ a แทนจำนวนจริงบวกใด ๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a	6	3
		<u>มโนทัศน์ที่ 6</u> ให้ a เป็นจำนวนตรรกยะบวกใดๆหรือศูนย์ ถ้าสามารถหาจำนวนตรรกยะที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ a จะสรุปได้ว่า รากที่สองของ a เป็นจำนวนตรรกยะ ถ้าไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ a จะสรุปได้ว่า รากที่สองของ a เป็นจำนวนอตรรกยะ	4	2

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.3 ม.2/1 หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริงและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม				

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.1 ม.2/3 อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ค 1.2 ม.2/1 หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 1.2 ม.2/2 อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม บอกความ สัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง	รากที่สามของจำนวนจริง	<u>มโนทัศน์ที่ 7</u> ให้ a แทนจำนวนจริงใดๆ รากที่สามของ a คือจำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ a	6	3
		<u>มโนทัศน์ที่ 8</u> ให้ a เป็นจำนวนตรรกยะใดๆ ถ้าสามารถหาจำนวนตรรกยะที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับ a จะสรุปได้ว่า รากที่สามของ a เป็นจำนวนตรรกยะ ถ้าไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะที่ยกกำลังสามแล้วเท่ากับ a จะสรุปได้ว่ารากที่สามของ a เป็นจำนวนอตรรกยะ	4	2

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.3 ม.2/1 หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม				
	รวม		34	17

2.5 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างแบบทดสอบเขียนตอบจำนวน 34 ข้อ

2.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric assessment) ดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
2 ถูกต้องอย่างสมบูรณ์	คำตอบถูกต้อง โดยมีการอธิบายสื่อความหมายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม กฎเกณฑ์ หลักการหรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้อย่างถูกต้องและชัดเจน
1 ถูกต้องบางส่วน	คำตอบถูกต้อง แต่มีการอธิบายสื่อความหมายโดยมีการอ้างอิงบทนิยาม กฎเกณฑ์ หลักการ หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
0 ไม่ถูกต้อง	คำตอบถูกต้อง แต่มีการอธิบายสื่อความหมายที่มีการอ้างอิงบทนิยาม กฎเกณฑ์ หลักการหรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบไม่ถูกต้อง หรือคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

2.7 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้น จำนวน 34 ข้อ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมและความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

2.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 34 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องตาม จุดประสงค์การเรียนรู้โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ซึ่งค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ (สมชาย วรกิจเกษมสกุล, 2553, หน้า 261)

+1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

จากผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.80-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอ ดังนี้

- ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับข้อคำถามตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เช่น

โจทย์เดิม ถ้าเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b ไม่เป็นจำนวนเต็ม แล้ว $\frac{a}{b}$ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้ จริงหรือไม่ จงอธิบาย

แก้ไขเป็น จงอธิบายว่า ถ้าเศษส่วนที่เขียนในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b ไม่เป็นจำนวนเต็ม แล้วจะสามารถเขียน $\frac{a}{b}$ ให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่

โจทย์เดิม รากที่สามของจำนวนเต็มลบทุกจำนวน เป็นจำนวนอตรรกยะจริงหรือไม่ จงอธิบาย

แก้ไขเป็น จงอธิบายว่า รากที่สามของจำนวนเต็มลบทุกจำนวน เป็นจำนวนอตรรกยะเสมอหรือไม่

2.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง 2.10 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 9 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ของโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 49 คน แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

1. หาค่าความยากง่าย (P_D) ของแบบทดสอบรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 - 0.8 (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 141)

2. หาค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 141-142)

2.1 คัดเลือกแบบทดสอบที่มีความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์ตรงตามจุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จำนวน 17 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย (P_D) ตั้งแต่ 0.29-0.69 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.42-0.96 จากนั้นหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของ ครอนบัค ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.852

2.2 จัดทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

3.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง การวิเคราะห์แบบทดสอบ แนวทางการวัดและการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเอกสารที่เกี่ยวข้อง

3.3 กำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแบบเขียนตอบ

3.4 วิเคราะห์เนื้อหาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อจัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้สอดคล้องกับ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.1 ม.2/1 เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน ค 6.1ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	เศษส่วนและทศนิยมซ้ำ	1. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าเศษส่วนที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่	2	1
		2. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าทศนิยมที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่	3	1
ค 1.1 ม.2/2 จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้และยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ค 1.4 ม.2/1 บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ	1. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ	3	1
		2. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าจำนวนจริงที่กำหนดให้สามารถเขียนอยู่บนเส้นจำนวนจริงได้หรือไม่	2	1

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.1 ม.2/3 อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ค 1.2 ม.2/1 หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 1.2 ม.2/2 อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง ค 1.3 ม.2/1 หาค่าประมาณของรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึง	รากที่สองของจำนวนจริง	1. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในหารากที่สองของจำนวนจริงบวกหรือศูนย์ที่กำหนดให้ 2. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่ารากที่สองของจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ	4 2	2 1

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ค 1.1 ม.2/3 อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ค 1.2 ม.2/1 หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็มโดยการแยกตัวประกอบและนำไปใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 1.2 ม.2/2 อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม บอกความ สัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง	รากที่สามของจำนวนจริง	1. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลในหารากที่สามของจำนวนจริงที่กำหนดให้ 2. นักเรียนสามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่ารากที่สามของจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ	4 2	2 1

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
ค 1.3 ม.2/1 หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ค 6.1 ม.2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม				
	รวม		22	10

3.5 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างแบบทดสอบเขียนตอบ จำนวน 22 ข้อ

3.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric assessment) ดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	**ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น**
3/ ดีมาก	คำตอบถูกต้อง และสามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล
2/ ดี	คำตอบถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้สมเหตุสมผลบางส่วน
1/ พอใช้	คำตอบไม่ถูกต้อง แต่สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้สมเหตุสมผลบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	คำตอบถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้/ คำตอบไม่ถูกต้องและไม่สามารถอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวคิดโดยแสดงเหตุผลมาสนับสนุนคำตอบได้หรือไม่มีการเขียนตอบใด ๆ

3.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จำนวน 22 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมและความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้แล้วนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 22 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องตาม

จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ซึ่งค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้ (สมชาย วรกิจเกษมสกุล, 2553, หน้า 261)

+1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

จากผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบของผู้เชี่ยวชาญ พบว่ามีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.60-1.00 (รายละเอียดดัง ภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอ ดังนี้

- ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความชัดเจนมากขึ้นและยังมีคำถามบางข้อที่มีลักษณะคำถามที่ไม่ก่อให้เกิดกระบวนการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับข้อคำถามตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เช่น

โจทย์เดิม จงหารากที่สองของ -16 พร้อมให้เหตุผลประกอบ

แก้ไขเป็น จงอธิบายว่ารากที่สองของ -16 มีคำตอบเป็น 4 และ -4 หรือไม่เพราะเหตุใด

โจทย์เดิม จงหารากที่สามของ -0.729 พร้อมให้เหตุผลประกอบ

แก้ไขเป็น รากที่สามของ -0.729 มีค่าเท่ากับเท่าใด จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

3.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 9 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างของโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 49 คน แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

3.10.1 หาความยากง่าย (P_D) ของแบบทดสอบรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2-0.8 (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 141)

3.10.2 หาค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป (พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 141)

3.11 คัดเลือกแบบทดสอบที่มีความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์และครอบคลุมเนื้อหาเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จำนวน 10 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย (P_D) ตั้งแต่ 0.42-0.72 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.31-0.78 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) จากนั้น หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของ ครอนบัค ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.716

3.12 จัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยใช้แผนการศึกษาค้นคว้าแบบวิจัยเชิงกึ่งทดลองที่มีการวัดผลหลังทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2548, หน้า 270) ซึ่งมีแบบแผนการวิจัยดังตารางที่ 3-6

ตารางที่ 3-6 แบบแผนการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย	**การสอบหลังการทดลอง** (*Post-test*)
X	*O*

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบอุปนัย

O แทน การสอบหลังการทดลอง (*Post-test*)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยครั้งนี้

2. ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ก่อนการดำเนินการทดลองด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย พบว่า นักเรียนยังขาดความสามารถในการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์ซึ่งพิจารณาได้จากผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 38.28 ซึ่งเป็นคะแนนเฉลี่ยที่ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ตามที่ กระทรวงศึกษาธิการ ได้กำหนดไว้

3. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 13 ชั่วโมง

4. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบตามแผนเรียบร้อยแล้วผู้วิจัยทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แล้วบันทึกผลการทดสอบเป็นคะแนนหลังเรียน โดยใช้เวลาในการดำเนินการทดสอบการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ชั่วโมง

5. ตรวจให้คะแนนการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปวิเคราะห์ผลทางสถิติโดยเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยได้ผ่านกระบวนการตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมจากผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 22) ที่ระบุว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนรวมนั้นอยู่ในระดับดี

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *T-test* for one sample

2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t-test* for one sample

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐานได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 73) ดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ร้อยละ (Percentage) โดยคำนวณจากสูตร (พิสณุ ฟองศรี, 2551, หน้า 270) ดังนี้

ร้อยละ =

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบ

1.3 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 79) ดังนี้

$$S = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของคะแนนแต่ละตัว

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการทำวิจัย

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยคำนวณจากสูตรของโรวิเนลลีและแฮมเบิลตัน (Rovinelli & Hambleton อ้างถึงใน สมชาย วรกิจเกษมสกุล, 2553, หน้า 261) ดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนจากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 วิเคราะห์หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนีย์ และดี แอล ซาเบอร์ส (D.R. Whitney & D.L. Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149) ดังนี้

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_D แทน ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุด

2.3 วิเคราะห์หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนีย์ และดี แอล ซาเบอร์ส (D.R. Whitney & D.L. Sabers อ้างถึงใน พิชิต ฤทธิ์จรูญ, 2548, หน้า 149)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนกของแบบแบบทดสอบแต่ละข้อ

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุด

2.4 วิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์แบบทดสอบแบบเขียนตอบโดยวิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของ ครอนบัค โดยใช้สูตรการคำนวณดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 197-200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^{\,2}}{S_t^{\,2}}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

$S_i^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบในแต่ละข้อ

$S_t^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

เปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สูตร *T-test* for one sample (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 86) ดังนี้

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน *t-Distribution*
	$\overline{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการวิจัย

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิจัยเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการเสนอผลการวิจัย ดังนี้

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน *T*-distribution

p แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ

μ แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

* แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงและตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 7 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์รายข้อ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแสดง ดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)			คะแนนรวม	ร้อยละของคะแนน
	0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน		
1.	3	7	39	85	86.73
2.	2	1	46	93	94.89
3.	1	7	41	89	90.81
4.	1	16	32	80	81.63
5.	10	3	36	75	76.53
6.	3	3	43	89	90.81
7.	7	3	39	81	82.65
8.	16	12	21	54	55.10
9.	12	10	37	84	85.71
10.	22	11	16	43	43.87
11.	5	3	41	85	86.73
12.	8	18	23	64	65.30
13.	5	10	34	78	79.59
14.	6	6	37	80	81.63
15.	16	9	24	57	58.16
16.	6	16	27	70	71.43
17.	13	8	28	64	65.31

จากตารางที่ 4-1 พบว่า ร้อยละของคะแนนรายข้อส่วนใหญ่สูงกว่าร้อยละ 70 แต่มีอยู่จำนวน 5 ข้อ ที่มีร้อยละของคะแนนรายข้อต่ำกว่าร้อยละ 70 ซึ่งเป็นแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

จากนั้น ผู้วิจัยได้นำคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *T-test* for One sample ซึ่งผลการวิเคราะห์แสดง ดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนเต็ม	μ (ร้อยละ70)	$\bar{X}$	S	ร้อยละ	t	p
คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	49	34	23.80	25.45	3.92	74.85	2.94*	.0025

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากตารางที่ 4-2 พบว่า คะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง มีค่าเท่ากับ 25.45 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 74.85 เมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่าคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 7 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รายข้อ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แสดงดังตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำแนกตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				คะแนนรวม	ร้อยละของคะแนน
	0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน	3 คะแนน		
1.	0	0	4	45	143	97.28
2.	3	0	23	23	115	78.23
3.	12	0	4	33	107	72.79
4.	4	0	25	20	110	74.83
5.	2	3	1	43	134	91.16
6.	6	0	5	38	124	84.35
7.	6	1	17	25	110	74.83
8.	5	3	3	38	123	83.67
9.	2	3	4	40	131	89.12
10.	2	2	12	33	125	85.03

จากตารางที่ 4-1 พบว่า ร้อยละของคะแนนรายข้อทุกข้อสูงกว่าร้อยละ 70 จากนั้นผู้วิจัยได้นำคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t-test* for One sample ซึ่งผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนเต็ม	μ (ร้อยละ70)	$\bar{X}$	S	ร้อยละ	t	p
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	49	30	21	24.87	3.28	82.92	8.27*	.000

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตารางที่ 4-4 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง มีค่าเท่ากับ 24.87 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 82.92 เมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

บทที่ 5
สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยเรื่องผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรีจำนวน 11 ห้อง จำนวน 530 คน โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/ 7 โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 49 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยมีการจัดห้องเรียนแบบคละระดับความสามารถของนักเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 8 แผน 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบเขียนตอบ จำนวน 17 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.29-0.69 มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.42-0.96 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.852 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นแบบเขียนตอบ จำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.42-0.72 มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.31-0.78 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.716 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบที (*T-test* for one sample)

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อภิปรายผล

ผู้วิจัยได้นำผลการวิจัยมาอภิปรายผล ตามลำดับ ดังนี้

1. ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเท่ากับ 25.45 คิดเป็นร้อยละ 74.85 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 1 ที่กำหนดไว้ที่เป็นเช่นนั้นอาจเนื่องมาจากลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์และเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันในตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างที่ครูนำเสนอจนทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถสร้างสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ Lardizabal (อ้างถึงใน ธีณรัตน์ สังหร, 2556, หน้า 12) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการค้นหาข้อเท็จจริงโดยการนำเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างมาให้นักเรียนได้ศึกษาสังเกตและเปรียบเทียบ จากนั้นจึงนำส่วนสำคัญที่มีความเหมือนหรือคล้ายกันมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป ซึ่งรายละเอียดที่สัมพันธ์กันนั้นจะนำมาสู่การสร้างบทสรุปสุดท้าย บทนิยาม กฎ หลักการ หรือ สูตรต่าง ๆ และสอดคล้องกับคำกล่าวของ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70) ว่าการยกตัวอย่างนั้นจะต้องมากพอที่จะให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ นอกจากนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยจะทำให้นักเรียนสามารถค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเองส่งผลให้มีความเข้าใจอย่างต่อเนื่องชัดเจน และจดจำได้นานยิ่งขึ้น ซึ่งนักเรียนจะได้ทั้งความรู้และกระบวนการคิดสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้ (สิริพร ทิพย์คง,2545, หน้า148, สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2545, หน้า 18, ทิศนา แขมมณี, 2556, หน้า 342)

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้นประกอบด้วย 1) ขั้นเตรียม 2) ขั้นเสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ 3) ขั้นสรุปและ 4) ขั้นนำไปใช้ พบว่าในขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ในขั้นนี้เป็นการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมาแล้วและเป็นความรู้ที่จะนำมาใช้ในการเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ โดยครูจะใช้การสนทนาและซักถาม จากนั้นขั้นที่ 2 ขั้น เสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบในขั้นนี้เน้นให้นักเรียนแต่ละคน/กลุ่ม ได้พิจารณาสังเกตและเปรียบเทียบตัวอย่างที่ครูนำเสนอโดยครูใช้คำถามนำอย่างต่อเนื่องเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิด เพื่อหาลักษณะที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกัน เพื่อจะนำไปใช้ในการสรุปมโนทัศน์ในขั้นถัดไป ซึ่งจะเห็นได้ว่ากิจกรรมดังกล่าวเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการสังเกตและนำไปสู่การเปรียบเทียบจนสามารถสร้างข้อสรุปเป็นมโนทัศน์ได้ หากนักเรียนได้รับการฝึกการสังเกตเป็นประจำ จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ วิไลวรรณ ตรีศรีชะมะนา (2537, หน้า 49) ที่กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดการฝึกทักษะการสังเกต การเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างแล้วรวบรวมข้อมูลที่ได้เพื่อไปใช้ในการสรุปเป็นมโนทัศน์ เมื่อพิจารณาขั้นที่ 3ขั้นสรุปเป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 มาสรุปเป็นมโนทัศน์และครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอมโนทัศน์ เพื่อเปรียบเทียบความเหมือนหรือความแตกต่างของมโนทัศน์แต่ละกลุ่มซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนแสดงข้อสรุปที่ได้โดยการอภิปราย โต้แย้ง และแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ทำให้นักเรียนได้เห็นมุมมองที่แตกต่างจากเพื่อนนักเรียนกลุ่มอื่น ๆ ซึ่งเป็นการทำให้นักเรียนมีมุมมองที่กว้างขึ้น อีกทั้งยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถย้อนกลับไปตรวจสอบการได้มาซึ่งข้อสรุปหากพบว่าข้อสรุปที่นักเรียนสรุปได้นั้นไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนจะทราบว่าข้อสรุปนั้นไม่ถูกต้องเพราะเหตุใด จนสามารถสร้างข้อสรุปออกมาเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้ รวมทั้งขั้นที่ 4 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้นโดยผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมให้โดยครูจะเป็นผู้แนะแนวทางให้ความช่วยเหลือหากนักเรียนเกิดปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากเกิดข้อสงสัย ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Klausmeier & Ripple (1971, อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2553, หน้า 130-132) ที่ได้แนะนำว่า การนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์นั้นครูควรเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือจนกระทั่งนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

อย่างไรก็ตามในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2) ผู้วิจัย พบว่า นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยในแต่ละขั้นตอน เนื่องจากนักเรียนคุ้นเคยกับวิธีการที่ครูเป็นผู้บรรยายและเน้นให้นักเรียนท่องจำวิธีการและการมุ่งเน้นให้นักเรียนหาเฉพาะคำตอบ แต่ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเสนอตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนหรือคล้ายคลึงกันของตัวอย่างเพื่อนำไปสู่การสรุปองค์ความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ได้ด้วยตัวเอง ซึ่งนักเรียนไม่กล้าที่จะแสดงความคิดเห็นหรือตอบคำถามที่ต้องใช้การอธิบายประกอบคำตอบมากนัก เช่น ผู้วิจัยให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนเศษส่วนพร้อมทั้งอธิบายว่าเศษส่วนนั้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมได้หรือไม่และมีวิธีการเขียนอย่างไร ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะตอบได้เพียงว่า "เขียนได้" แต่ไม่สามารถอธิบายถึงวิธีการเขียนให้อยู่ในรูปของเศษส่วนได้ อีกทั้งยังพบว่านักเรียนยังขาดความรอบคอบในการคิดคำนวณซึ่งส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้เช่น ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนเศษส่วน $\frac{8}{7}$ ให้อยู่ในรูปของทศนิยมพร้อมทั้งใช้คำถามนำว่าทศนิยมที่ได้เป็นทศนิยมประเภทใด ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะใช้หลักการหารมาช่วยในการหาคำตอบโดยคำตอบที่ถูกต้อง คือ $1.\dot{1}42857\dot{1}$ ซึ่งเป็นทศนิยมซ้ำ แต่นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่า 1.142857... ซึ่งเป็นทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ ทำให้นักเรียนไม่สามารถเปรียบเทียบได้ว่า เศษส่วนลักษณะใดที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้ และเศษส่วนในลักษณะใดที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยมซ้ำที่ถูกต้องได้และขาดความมั่นใจในความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ตนสร้างว่ามีความถูกต้องหรือไม่ จึงส่งผลไปสู่ขั้นสรุป ซึ่งเป็นขั้นของการนำความสัมพันธ์ที่นักเรียนสร้างมาใช้ในการสรุปออกมาเป็นมโนทัศน์ ดังนั้นครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้องอีกครั้งและให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายภายในกลุ่มอีกครั้งว่าข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยมที่นักเรียนแต่ละคนภายในกลุ่มสรุปได้นั้นเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลประกอบแนวคิดของตนเองอย่างเต็มที่ แต่พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปได้เพียงว่า "เศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้" ซึ่งเป็นข้อสรุปที่ยังไม่ถูกต้อง ดังนั้น ผู้วิจัยจะยกตัวอย่างและใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปออกมาเป็นมโนทัศน์ได้ถูกต้องเช่น เศษส่วน $\frac{2}{0}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ

ได้หรืออย่างไร ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถ ตอบได้ผู้วิจัยจึงใช้คำถามเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนพิจารณาว่าเศษส่วน $\frac{5}{5}, \frac{0}{1}$ และ $\frac{2}{0}$ มีค่าเท่าใด พร้อมทั้งอธิบายจนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่าเศษส่วนที่ตัวส่วนเป็นศูนย์ไม่สามารถหาค่าได้ ดังนั้นเมื่อครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วนและทศนิยมซ้ำอีกครั้ง นักเรียนสรุปได้ว่า "เศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนต้องไม่เท่ากับศูนย์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้"ซึ่งเป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามในขั้นนำไปใช้ซึ่งเป็นขั้นที่นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในการอธิบายเพื่อสนับสนุนคำตอบที่ได้ แต่พบว่ายังมีนักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่สามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการอธิบายประกอบคำตอบได้ เช่น ครูให้นักเรียนอธิบายว่า "เศษส่วน $\frac{3}{2x}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่" โดยนักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่า "เศษส่วน $\frac{3}{2x}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้ เนื่องจาก $\frac{3}{2x}$ เป็นเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม" ซึ่งเป็นคำตอบที่ยังไม่ถูกต้องเพราะนักเรียนลืมพิจารณาถึงกรณีที่ตัวส่วนเป็นศูนย์ ดังนั้นครูจึงใช้คำถามนำเพิ่มเติมว่า "แทนค่า x ด้วย 0 ได้หรือไม่ หากแทนได้แล้ว $2x$ จะมีค่าเท่าใด"ซึ่งนักเรียนจะพิจารณาได้ว่ามีกรณีที่ $\frac{3}{2x}$ เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนเป็นศูนย์ถ้าแทนค่า x ด้วย 0 จากนั้น ครูให้นักเรียนอธิบายอีกครั้งว่า "เศษส่วน $\frac{3}{2x}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่" นักเรียนจึงอธิบายได้ว่า "ศษส่วน $\frac{3}{2x}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้เมื่อ $x \neq 0$"

ในช่วงที่สองของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-5) พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการในการสรุปความรู้หรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นกว่าช่วงแรก โดยนักเรียนจะมีทักษะการสังเกต และการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์โดยใช้มูลที่ได้จากการเปรียบเทียบนำมาใช้ในการสร้างข้อสรุปออกมาเป็นมโนทัศน์ด้วยตนเองได้เร็วขึ้น ซึ่งบางครั้งนักเรียนสามารถร่วมกันสร้างของสรุปออกมาเป็นมโนทัศน์ได้โดยที่ครูไม่ต้องแนะนำหรือใช้คำถามนำก่อนเช่น ในการทำใบกิจกรรมที่ 3เรื่องจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะในขั้นตอนการสรุปความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ พบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถสร้างข้อสรุปได้ถูกต้องเพียงบางส่วนเท่านั้นซึ่งนักเรียนสรุปว่า "จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน และจำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้เด้วยเศษส่วน" แต่เมื่อครูให้นักเรียนเปรียบเทียบข้อสรุปของตนเองกับข้อสรุปของเพื่อน ว่าความหมายของจำนวนตรรกยะและ

จำนวนอตรรกยะของสมาชิกในกลุ่มเหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอข้อสรุปความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะหน้าชั้นเรียน ซึ่งพบว่านักเรียนมีการเปรียบเทียบข้อสรุปของแต่ละกลุ่ม ร่วมกันแสดงความคิดเห็นและโต้แย้งข้อสรุปที่นักเรียนคิดว่าไม่ถูกต้องโดยแสดงเหตุผลประกอบการได้มาซึ่งข้อสรุปของตนเอง จนทำให้นักเรียนทุกคนสามารถสรุปความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่ามีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถอธิบายสื่อความหมายโดยใช้มโนทัศน์ในเรื่องรากที่สองของจำนวนจริงมาใช้ในสนับสนุนคำตอบได้เช่น ครูให้นักเรียนอธิบายว่า "มีจำนวนจริง a ที่ทำให้ $\sqrt{a}=-3$ หรือไม่" ซึ่งนักเรียนตอบว่า "มี $a=9$ ที่ทำให้ $\sqrt{9}=-3$ เนื่องจาก -3 เป็นรากที่สองของ 9" ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนยังไม่เข้าใจสัญลักษณ์ที่ใช้แทนรากที่สองที่เป็นบวกของจำนวนจริงจึงทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนั้นครูจึงต้องทบทวนเรื่องการใช้สัญลักษณ์ที่อยู่ในรูป $\sqrt{\ }$ พร้อมทั้งยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ในช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6-8) พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเปรียบเทียบและสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ด้วยตนเองโดยไม่เรียกร้องให้ผู้วิจัยเฉลยคำตอบ อีกทั้ง ยังมีความพยายามในการตรวจสอบข้อสรุปของตนว่าเหมือนหรือแตกต่างกับข้อสรุปของเพื่อนอย่างไร ซึ่งนักเรียนมีความกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นและโต้แย้งโดยสามารถอธิบายได้ว่าข้อสรุปของตนเองถูกต้องอย่างไรเช่นในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 เรื่องรากที่สามของจำนวนจริง โดยให้นักเรียนสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับบทนิยามของรากที่สามของจำนวนจริง ซึ่งนักเรียนจะต้องสรุปได้ว่า รากที่สามของจำนวนจริง a คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้ a แต่มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สรุปว่า "รากที่สามของจำนวนจริง a คือ จำนวนที่คูณด้วยสามแล้วได้ a" ซึ่งเป็นข้อสรุปที่ยังไม่ถูกต้อง ดังนั้นครูจึงให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและตรวจสอบข้อสรุปของแต่ละคน ซึ่งนักเรียนร่วมกันตรวจสอบโดยย้อนกลับไปพิจารณาตัวอย่างที่ครูนำเสนอ ซึ่งจะทำให้นักเรียนทราบว่าข้อสรุปที่นักเรียนได้นั้นถูกต้องหรือไม่และให้นักเรียนสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับบทนิยามของรากที่สามของจำนวนจริงอีกครั้ง

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนั้นช่วยกระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงได้เป็นอย่างดี และเน้นให้นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและค่อยเป็นค่อยไปในทุกขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองอีกทั้งยังสามารถนำมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้ไปประยุกต์ใช้ใน

สถานการณ์อื่น ๆ ได้ จึงส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ กุลนิดา วรสารนันท์ (2552, หน้า 87) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัย ทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำกำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2. ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เท่ากับ 24.87 คิดเป็นร้อยละ 82.92 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 2 ที่กำหนดไว้และสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ (ร้อยละ 38.28) ที่ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการใช้คำถามกระตุ้นการคิดและการอธิบายสื่อความหมายแนวคิดเพื่อแสดงเหตุผลสนับสนุนการได้มาซึ่งมโนทัศน์ซึ่งสอดคล้องคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) ที่ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่องเช่น "ทำไม" "เพราะอะไร" "ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร"โดยครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น อีกทั้งยังเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงเหตุผลผ่านการการพูดอธิบายแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อนในชั้นเรียน และผ่านการเขียนอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบในใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด ซึ่งสอดคล้องคำกล่าวของ Rowan & Morrow (1993, pp. 16-18) ที่ให้ข้อเสนอแนะว่าครูควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่สนับสนุนส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ เพราะการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้ครูสามารถทราบได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่เรียนมากน้อยเพียงใดและสามารถตรวจสอบความถูกต้องจากการแสดงเหตุผลของนักเรียนได้แต่หากนักเรียนเกิดความเข้าใจที่ผิดพลาดก็จะสามารถแก้ไขข้อผิดพลาดนั้นได้อย่างรวดเร็วนอกจากนี้ยัง

สอดคล้องกับคำกล่าวของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, 118-120) ที่ว่า ปัจจัยสำคัญสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล คือ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในห้องเรียนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดหรือเขียนโดยใช้ภาษาง่าย ๆ อีกทั้ง ข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยจะช่วยให้นักเรียนเป็นคนรอบคอบ ถ้วนถี่ ชอบสังเกตพิจารณา มีเหตุผลไม่เชื่องมงายโดยปราศจากการพิสูจน์ค้นคว้าให้เห็นจริง มีความเข้าใจและจดจำได้นาน (นิตยา โคตรศรีเมือง, 2541, หน้า 216)

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น ประกอบด้วย 1) ขั้นเตรียม 2) ขั้นเสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ 3) ขั้นสรุปและ 4) ขั้นนำไปใช้ พบว่า ในขั้นที่ 2 ขั้น เสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามกระตุ้นอย่างต่อเนื่องเพื่อให้นักเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้ สังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันของตัวอย่างที่ครูเสนอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดและเขียนอธิบายแสดงเหตุผลของแนวคิด ตลอดจนแสดงเหตุผลประกอบการได้มาซึ่งคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ และในขั้นที่ 3 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันนำข้อมูลที่ได้จากขั้นที่ 2 มาสร้างความสัมพันธ์และสรุปออกมาเป็นมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแสดงเหตุผลแนวคิดหรืออธิบายการได้มาซึ่งมโนทัศน์นั้นได้อย่างสมเหตุสมผลอีกทั้งครูใช้คำถามนำเพื่อให้แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อสรุปหรือมโนทัศน์ที่นักเรียนค้นพบเหมือนกันหรือแตกต่างจากเพื่อนอย่างไร พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบการอธิบายด้วย และให้นักเรียนได้รับฟังความคิดเห็นของเพื่อนเพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสเปรียบเทียบคำตอบและเหตุผลที่แตกต่างกันและสามารถคัดค้านข้อสรุปที่เป็นมโนทัศน์ได้เมื่อพบว่าไม่ถูกต้องซึ่งสอดคล้องกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2547, หน้า 2) และเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 118-120) ที่เสนอว่า การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลในการอธิบายยืนยันข้อสรุปของตนเองและรับฟังความคิดเห็นหรือเหตุผลของผู้อื่น รวมทั้งประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่นเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปจะช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 99) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเองนั้นจะช่วยให้นักเรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลนอกจากนี้ในขั้นที่ 4 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์ไปใช้ใน

สถานการณ์อื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่กว้างขึ้นและมีความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้นโดยผ่านการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่มีส่วนให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้ของตนเองและได้แสดงเหตุผลประกอบคำตอบด้วย ซึ่งเป็นอีกขั้นตอนหนึ่งที่นักเรียนได้มีโอกาสอธิบายสื่อความหมายแนวคิดด้วยการแสดงเหตุผลประกอบการหาคำตอบได้อย่างเต็มที่ โดยเป็นการอ้างอิงมโนทัศน์ หลักการหรือการยกตัวอย่างค้านนำมาใช้ในการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบเพื่อให้คำตอบนั้นสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้นซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 99) ที่กล่าวว่า ครูควรให้นักเรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่นักเรียนสนใจเพื่อที่จะฝึกคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

อย่างไรก็ตามในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-2) ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนบางส่วนสามารถอธิบายแนวคิดและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล เช่น เมื่อครูใช้คำถามนำว่า "จำนวน $\frac{0}{2}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่ เพราะเหตุใด" ซึ่งนักเรียนสามารถอธิบายได้ว่า "เนื่องจาก $\frac{0}{2}$ เป็นเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม และตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ จึงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้" แต่มีนักเรียนส่วนใหญ่ที่ยังไม่สามารถอธิบายและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ เช่น นักเรียนอธิบายได้เพียงว่า "$\frac{0}{2}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้" ดังนั้นครูจึงใช้คำถามนำเช่น เศษส่วนลักษณะใดบ้างที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้ พร้อมทั้งให้พิจารณา จำนวน $\frac{0}{2}$ ว่าสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่ พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบอีกครั้ง

ในช่วงที่สองของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3-5) ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายแนวคิดและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลมากขึ้น เช่น เมื่อครูใช้คำถามนำว่า "รากที่สองของ -4 คือ -2 และ 2 จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด" นักเรียนส่วนใหญ่แสดงเหตุผลได้อย่างสมเหตุสมผล เช่น ตอบว่า "ไม่จริง เพราะ ไม่สามารถหาจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงลบ ดังนั้น จึงไม่สามารถหารากที่สองของ -4 ได้" แต่ยังมีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่มีการอธิบายแนวคิด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบที่ไม่สมเหตุสมผล เช่น ตอบว่า "ไม่จริง เพราะรากที่สองของ -4 คือ 16 เนื่องจาก $(-4)^2 = 16$" ดังนั้น ครูจึงให้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนทบทวนนิยามของรากที่สองของจำนวนจริง เช่น รากที่สองของจำนวนจริงคืออะไร จากนั้นครูถามต่อไปว่ามีจำนวนจริงใดบ้างที่ยกกำลังสองแล้วเท่ากับ -4 เพื่อนำมาใช้ในการอธิบายและแสดงเหตุผลประกอบคำถามอีกครั้ง

ในช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6-8) ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายแนวคิดและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลมากขึ้น โดยใช้วิธีการแสดงเหตุผลที่มีการอ้างอิงมโนทัศน์ หรือหลักการต่าง ๆ เช่น เมื่อครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่า เพราะเหตุใดจึงไม่สามารถหารากที่สองของจำนวนจริงลบได้ แต่สามารถหารากที่สามของจำนวนจริงลบได้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่อธิบายและให้เหตุผลโดยมีการอ้างอิงบทนิยามในเรื่องรากที่สองของจำนวนจริงและรากที่สามของจำนวนจริงมาประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล เช่น ตอบว่า "ไม่สามารถหารากที่สองของจำนวนจริงลบได้เพราะไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงลบ แต่สามารถหารากที่สามของจำนวนจริงลบเพราะมีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสามแล้วได้จำนวนจริงลบ" อีกทั้ง ยังมีนักเรียนที่สามารถแสดงเหตุผลโดยการยกตัวอย่างค้านได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เช่น เมื่อครูใช้คำถามนำว่า "รากที่สองของจำนวนตรรกยะบวก จะเป็นจำนวนตรรกยะเสมอจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด" ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะแสดงเหตุผลโดยการยกตัวอย่างค้าน เช่น ตอบว่า "ไม่จริงเสมอไป เช่น รากที่สองของ 3 เป็นจำนวนอตรรกยะเพราะไม่มีจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้ 3"

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนั้นทำให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นตามลำดับตั้งแต่ช่วงแรกจนถึงช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จนทำให้นักเรียนสามารถอธิบายสื่อแนวคิดและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบที่ได้อย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งยังมีวิธีการแสดงเหตุผลที่หลากหลาย เช่น การแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้หรือการยกตัวอย่างค้าน จึงส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ กุลนิดา วรสารนันท์ (2552, หน้า 87) พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยทำให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดกระบวนการคิด การสังเกต การคิดวิเคราะห์ และการไตร่ตรองอย่างมีเหตุผล ซึ่งส่งผลให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ค่อนข้างใช้เวลามาก ครูควรมีการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างรัดกุม ไม่ควรด่วนสรุปมโนทัศน์ กฎเกณฑ์ หลักการ หรือกรณีทั่ว ๆ ไปเอง

1.3 หากนักเรียนแสดงเหตุผลประกอบการได้มาซึ่งคำตอบได้ไม่สมบูรณ์หรือยังไม่สมเหตุสมผล ครูไม่ควรตัดสินด้วยคำว่าว่าไม่ถูกต้อง แต่ควรใช้คำพูดเสริมแรง เช่น เหตุผลที่นักเรียนอธิบายมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือเหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูควรศึกษารายละเอียดและจัดเตรียมตัวอย่างที่ดี สามารถครอบคลุมลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ หลักการหรือแนวคิดที่สอนได้ครบถ้วน

1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้และข้อสรุปด้วยตนเอง หากนักเรียนขาดทักษะพื้นฐานในด้านการคิดอาจได้ข้อสรุปที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้น ครูควรตรวจสอบข้อสรุปของนักเรียนโดยการใช้คำถามหรือการยกตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนนำข้อสรุปนั้นมาใช้อ้างอิงในการได้มาซึ่งคำตอบ

1.6 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ครูควรให้ความสำคัญและเน้นย้ำถึงการได้มาซึ่งมโนทัศน์ เรื่องรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ซึ่งนักเรียนจะมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง โดยครูควรอธิบายพร้อมทั้งยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรมีการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยในเชิงคุณภาพในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ

2.2 ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับรูปแบบหรือเทคนิคการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอื่น ๆ เช่น การจัดกิกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยหรือเทคนิคการใช้คำถามระดับสูงเป็นต้น

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2539). *การประเมินผลจากสภาพจริง*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กุลนิดา วรสารนันท์. (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มี ต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา ปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกสร คงเมือง. (2557, 24, เมษายน). ครูคณิตศาสตร์ โรงเรียนชลกันยานุกูล อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี. สัมภาษณ์.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2555). *การคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ซัคเซสมีเดีย.

ฆนัท ธาตุทอง. (2551). *การออกแบบการสอนและบูรณาการ*.นครปฐม: เพชรเกษมการพิมพ์.

ชาญชัย อาจินสมาจาร. (2547).*หลักการสอนทั่วไป (General Principle of Teaching)*. กรุงเทพฯ: รวมสาส์น.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*.กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2543). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา (เอกสารประกอบการสอน)*. กรุงเทพฯ: สาธิตมหาวิทยาลัยศรีสคริมทรวิโรฒปทุมวัน.

ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). *เอกสารประกอบการสอน:สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา (Statistics for Educational Research)*.นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

เชษฐา ชาบา. (2544). รูบริค : อีกคำตอบสำหรับการวัดและประเมินผลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ตามสภาพที่แท้จริง. *วารสารวิชาการ. 4*(2), 42-45.

ณยศ สงวนสิน (2547). *ผลทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนได้รับการสอนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง พหุนาม.*สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ทิศนา แขมมณี. (2556). *ศาสตร์การสอน :องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 17). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธีณรัตน์ สังหร . (2556). *ผลของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย-นิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต,สาขาวิชาการมัธยมศึกษา,บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

นันทพร ระภักดี (2551). *ผลศึกษาเกี่ยวกับบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียโดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นิรนัย เรื่อง ความคล้าย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* สารนิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทร วิโรฒ.

นาตยา ปิลันธนานนท์. (2542). *การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning).* กรุงเทพฯ: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

นิตยา โคตรศรีเมือง. (2541). *เอกสารคำสอน วิชา ศษ. 361 วิธีสอนทั่วไป.*ชลบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.

บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน์.

บุญเลี้ยง ทุมทอง. (2554). *การวิจัยการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ (Learning mathematics research).* มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา.* กรุงเทพฯ: พิมพ์ดี.

พรรณทิพา พรหมรักษ์. (2552). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใช้มัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญาครุศาสตร์ดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. (2532). *การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ: สารศึกษาการพิมพ์.

พิชิต ฤทธิ์จรูญ. (2548). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ออฟ เคอร์มีสท์.

พิสณุ ฟองศรี. (2551). *การประเมินทางการศึกษา: แนวคิดสู่การปฏิบัติ* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์.

พรพิมล พรพีรชนม์. (2550). *การจัดกระบวนการเรียนรู้*.สงขลา: เทมการพิมพ์สงขลา

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2547). *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล. (2530). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*.กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์บพิธการพิมพ์.

โรงเรียนชลกันยานุกูล. (2556). ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. เข้าถึงได้จาก http://www.chonkanya.ac.th/Th/schoolinformation56.html

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

วรรณี ธรรมโชติ. (2549). *หลักการคณิตศาสตร์*.กรุงเทพฯ: หจก.ภาพพิมพ์.

วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา. (2537). แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด. *สารพัฒนาหลักสูตร.113* (เม.ษ.-มิ.ย.): 49-51.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์:หลักสูตร การสอนและการวิจัย*.กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.

ศศิธร แม้นสงวน. (2555). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 Teaching Behavior in Mathematics 2*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคาแหง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา*.กรุงเทพฯ: บริษัทราชวัญจำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก).*ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิวมีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข).*บทสรุปผลการวิจัย TIMSS2011 (ด้านนักเรียนและครูผู้สอน)*.เข้าถึงได้จาก http://www.ipst.ac.th/files/executive%20TIMSS%202011_PPT.pdf

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ค). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ง). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร*. สมุทรปราการ: แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สิริพรทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2553). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ.(2549). *วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิด*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *21 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำ.(2547). *กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำ.(2554). *การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิด*. กรุงเทพฯ: อี เค บุ๊คส์

สมชาย วรกิจเกษมสกุล. (2553). *ระเบียบวิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์ Research methodology in behavioral sciences and social sciences* (พิมพ์ครั้งที่3). อุดรธานี: คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ*. ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมพร พลขันธ์. (2556).การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคราม(มนุษย์ศาสตร์และสังคมศาสตร์)*. 7(2), 183-192.

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2544). *กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน* คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

ไสว ฟักขาว. (2544). *หลักการสอนสำหรับการเป็นครูมืออาชีพ.* กรุงเทพฯ: เอมพันธ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้.* กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2552). *รายงานการวิจัยเรื่องการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง*. กรุงเทพ: คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.* กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2553). *หลักการสอน (ฉบับปรับปรุง).* กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

องอาจ นัยพัฒน์. (2548). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สามลดา.

Artzt, AliceF.,& Shirel, Yaloz-Femia. (1999). Mathematics reasoning during small-Group problem solving.*In developing mathematical reasoning in grades K-12*.Stiff, Lee V. pp. 115-126.Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A cognitive View*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communication, K-8: Helping children think mathematically*. New York: Macmillan.

Christou,C., & Papageorgiou ,E. (2006,February). A framework of mathematics inductive reasoning. *Learning and Instruction. 17*(1): 55-56. Retrieved from http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959475206001198

Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.

De Cecco, J. P. (1968). *The Psychology of Learning and Instruction: Educational Psychology.* EnglewoodCliffs: Prentice-Hall.

Eggen, P. D., Kauchak, D. P., & Harder, R. J. (1979). *Strategies forTeacher Information Processing Models in the Classroom.* New Jersey: Englewood Cliffs Prentice-Hall.

Eggen, P. D., & Kauchak, D. O. (2001). *Strategies for teaching: content and thinking Skill* (3rd ed.). Boston: Allyn and Bacon.

Good, C. V. (1945). *Dictionary of Education.* New York: McGraw-Hill.

Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education* (3rd ed.). New york: McGraw-Hill Book.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers.* Boston: Allyn and Bacon.

Milne, Ronald J. (1985). *A causal analysis of relationship of selected student traits to achievement under a computer-delivered inductive method of instruction in finite mathematics (path analysis, conceptual tempo).* Retrieved from: http://www.lib.umicom/dissertations/fullcit/8516608.

Mourad, N. M. (2005). Inductive reasoning in the algebra classroom. Dissertation Abstracts International: San Jose State University.

O'Daffer, P.G. (1990). Inductive and deductive Reasoning.*The Mathematics Teacher.* 93(6): 378.

O'Daffer, P.G.; & Thornquist, B. A. (1993). Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof. In *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics.* Wilson. Patricia S. pp.39-56. New York: Macmillan.

Rothenberg, M. E. (1985). *The Encyclopedia Americana.* Danbury, Connecticut: Grolier incorporated.

Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993).*Implementing K-8 Curriculum andEvaluation Standards: Reading from the Arithmetic Teacher.* RestonVirginia: The NationalCouncil of Teachers of Mathematics.

Russell, S. J. (1999). *Mathematical reasoning in the elementary grades. In Developing mathematical reasoning in K-12.* Shiff, Lee V. pp. 1-12. Reston Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Schwarz, B. B., & Hershkowiz, R. (1999). Prototypes: Brake of Levers in Learning the FunctionalConcept ?. The Role of Computer Tools. *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (4).

Sidhu, K. S. (1981). *The Teachingof Mathematics. ThirdRevised.*India: Serling Printers.

Stiggins, Richard. (1997). *Student-Centered Classroom Assessment* (2nd ed.). New Jersey: Prentice-Hall.

Yershalmy, M. (1986). *Induction and Generalization: An Experiment in Teaching and Learning High School Geometry (Computers, Geometric Supposer, Curriculum).* Retrieved from: http://www.lib.umicom/dissertations/fullcit/8616766

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อทำการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บัญญัติ สร้อยแสง	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์รังสิต)
2. ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์	อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. อาจารย์กาญจนา ต.ไชยสุวรรณ	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี
4. อาจารย์ศุภงค์ ศรีศาลา	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี
5. นายสุจินต์ ชลิตตาภรณ์	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๑๙๖๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒ ตุลาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บัญญัติ สร้อยแสง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสิณาภรณ์ แท่นศิลา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๒-๐๕๕๒๔๔๔

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ โทร ๒๐๒๙, ๒๐๖๙
ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๑๗๐๙ วันที่ ๒ ตุลาคม พ.ศ. ๒๕๕๗
เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการทำวิจัย

เรียน ดร.คมสัน ศรีไพบูลย์

ด้วยนางสาวสิณาภรณ์ แท่นศิลา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว.๑๙๒๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒ ตุลาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นางกาญจนา ต.ไชยสุวรรณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสิณาภรณ์ แท่นศิลา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผสาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๒-๐๕๕๒๔๔๔

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว. ๑๙๒๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒ ตุลาคม ๒๕๕๙

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายศุภงค์ ศรีศาตา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสิณาภรณ์ แท่นศิลา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณไพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕
โทรสาร ๐-๓๘๓๕-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๒-๐๕๕๒๔๔๔

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ก.๑๔๒๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๔ ตุลาคม ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัย

เรียน นายสุจินต์ ชลิตตาภรณ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เค้าโครงย่อวิทยานิพนธ์ และเครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

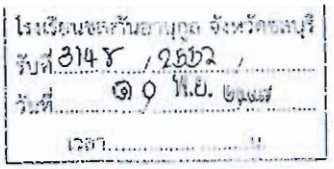
ด้วยนางสาวสิณาภรณ์ แท่นศิลา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อบทนิยามและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยอยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ ขณะนี้อยู่ในขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเพื่อการวิจัย ในการนี้คณะศึกษาศาสตร์ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องดังกล่าวเป็นอย่างดี จึงขอความอนุเคราะห์จากท่านในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อการวิจัยของนิสิตในครั้งนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชิต สุรัตน์เรืองชัย)
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๕
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัย ๐๘๒-๐๕๕๒๔๔๔



ที่ ศธ ๖๖๒๑/ ๒๒๕๐

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๔ พฤศจิกายน ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสิณาภรณ์ แท่นศิลา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๙ จำนวน ๔๙ คน โดยผู้วิจัยจะขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๗ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๕๗ ถึงวันที่ ๑๘ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๕๗ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพาเรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียน
☑ เพื่อโปรดทราบ
☐ เพื่อโปรดพิจารณา
☑ สมควรแจ้ง กลุ่มวิชาการ
ม.ปลาย ขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อนำมาทำวิทยานิพนธ์
เครื่องมือดีมาก
๑๐ พ.ย. ๒๕๕๗

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัยโทร ๐๘๒-๐๕๕๒๔๔๔

โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี
รับที่ 3149 / 2562
วันที่ ๑๐ พ.ย. ๒๕๕๗
เวลา ..... น.

ที่ ศธ ๖๖๒๑/ว๒๕๒

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๕ พฤศจิกายน ๒๕๕๗

เรื่อง ขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือเพื่อการวิจัย จำนวน ๑ ชุด

ด้วยนางสาวสิณาภรณ์ แท่นศิลา นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติให้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" อยู่ในความควบคุมดูแลของ ดร.ผลาดร สุวรรณโพธิ์ ประธานกรรมการ มีความประสงค์ขออำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒/๗ จำนวน ๔๙ คน ขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ระหว่างวันที่ ๒๔ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๕๗ – ๒๔ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๕๗ อนึ่งโครงการวิจัยนี้ได้ผ่านขั้นตอนการพิจารณาทางจริยธรรมการวิจัยของมหาวิทยาลัยบูรพา เรียบร้อยแล้ว

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา หวังเป็นอย่างยิ่งว่าคงจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่านด้วยดี และขอขอบคุณอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.เชษฐ์ ศิริสวัสดิ์)
รองคณบดีฝ่ายบัณฑิตศึกษา ปฏิบัติการแทน
คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ รักษาการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียน
☑ เพื่อโปรดทราบ
☐ เพื่อโปรดพิจารณา
☑ สมควรแจ้ง กลุ่มวิชาการ
ม ... ให้ ... ทราบ
... พ.ศ.
สิณาภรณ์ แท่นศิลา
๑๐ พ.ย. ๒๕๕๗

ภาควิชาการจัดการเรียนรู้
โทรศัพท์ ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๖, ๐-๓๘๑๐-๒๐๖๙
โทรสาร ๐-๓๘๓๙-๓๔๘๕
ผู้วิจัยโทร ๐๘๑-๑๖๒๙๑๖๙

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาแบบอุปนัย
- เฉลยใบกิจกรรมที่ 3 และแบบฝึกหัดที่ 3 ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ
- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- เฉลยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบวัดความความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- เฉลยแบบทดสอบวัดความความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ
รหัสค 22102 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เวลา 2 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1: **จำนวนและการดำเนินการ**

มาตรฐาน ค 1.1: เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.4: เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 6: **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**

มาตรฐาน ค 6.1: มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด

ค 1.1 **ม.**2/2 จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้ และยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

ค 1.4 **ม.**2/1 บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

ค 6.1 **ม.**2/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ (K): เพื่อให้นักเรียน

1. สามารถอธิบายความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้
2. สามารถบอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ
3. สามารถเขียนโครงสร้างของจำนวนจริงได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P): เพื่อให้นักเรียน

1. สามารถให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A): เพื่อให้นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ

สาระสำคัญ

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

สาระการเรียนรู้

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$

เช่น จำนวน $-1,\ 0,\ 4,\ 3.5,\ \frac{2}{3},\ 0.67\dot{8}$ เป็นต้น โดยจะเห็นได้ว่า จำนวนที่ยกตัวอย่างมาข้างต้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน โดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ได้ทั้งหมด ดังนี้

$-1 = \frac{-1}{1}$ หรือ $\frac{-2}{2}$ หรือ $\frac{-10}{10}$ เป็นต้น

$0 = \frac{0}{-1}$ หรือ $\frac{0}{5}$ เป็นต้น

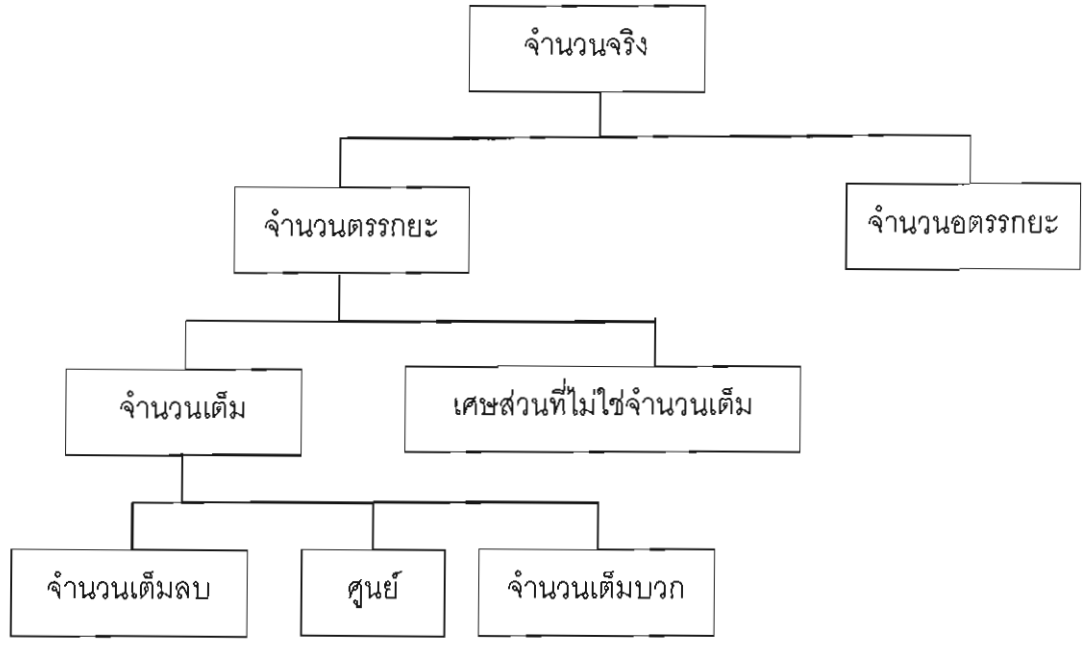
$3.5 = \frac{-7}{-2}$ หรือ $\frac{7}{2}$ เป็นต้น

$0.67\dot{8} = \frac{611}{900}$ เป็นต้น

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ที่ $b \neq 0$

เช่น $1.234567...,\ 3.4323223222...,\ -4.34645...$ เป็นต้น โดยจะเห็นได้ว่า จำนวนที่ยกตัวอย่างมาข้างต้น ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน โดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ได้ทั้งหมด

นอกจากนี้เมื่อนำจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะมารวมกันจะเรียกว่า "จำนวนจริง" ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่าง ๆ ได้ดังแผนผังต่อไปนี้



กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียม

1. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเรื่องจำนวนประเภทต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำถามนำดังนี้

- จำนวน $7,\ 0,\ -3,\ \frac{2}{5},\ 0.2,\ 0.\dot{2},\ 1.21211..$ แต่ละจำนวนจัดอยู่ในจำนวนประเภทใด เช่น จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ หรือเศษส่วนที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม เป็นต้น

2. ครูอธิบายว่านอกจากประเภทของจำนวนที่นักเรียนรู้จักมาก่อนหน้านี้แล้ว ยังมีจำนวนอีกสองประเภทที่นักเรียนจะได้รู้จัก คือ จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

ขั้นเสนอตัวอย่างและเปรียบเทียบ

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ให้นักเรียนทุกคน

4. ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาและทำใบกิจกรรมที่ 3 ตอนที่ 1 โดยครูใช้คำถามนำดังนี้

- จำนวน $-1,\ 0,\ 4,\ 3.5,\ \frac{2}{3},\ 0.67\dot{8},\ 1.234567...$ แต่ละจำนวนจัดอยู่ในจำนวนประเภทใดและแต่ละจำนวนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่ถ้าเขียนได้แล้วนักเรียนมีวิธีการเขียนจำนวนดังกล่าวให้อยู่ในรูปเศษส่วนอย่างไร

5. เมื่อนักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3 ตอนที่ 1 เสร็จเรียบร้อยแล้วครูใช้คำถามนำดังนี้

- นักเรียนคิดว่า มีจำนวนเต็มบวกใดอีกบ้างที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้
- นักเรียนคิดว่า มีจำนวนเต็มลบใดอีกบ้างที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้
- นักเรียนคิดว่า มีทศนิยมซ้ำใดอีกบ้างที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

6. ครูอธิบายนักเรียนต่อว่า จากตารางในตอนที่ 1 จำนวนในข้อ 1-10 เรียกว่าจำนวนตรรกยะและจำนวนในข้อ 11-12 เรียกว่าจำนวนอตรรกยะ

7. เมื่อนักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 3 ตอนที่ 1 เสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน โดยคละความสามารถ (เก่ง ปานกลาง และอ่อน) เพื่อให้แต่ละคนภายในกลุ่มได้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้และร่วมกันสังเกตและเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของคำตอบตอนที่ 1 เพื่อตอบคำถามในตอนที่ 2 โดยครูใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้เกิดกระบวนการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ดังนี้

- จากตอนที่ 1 จำนวนทุกจำนวนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนโดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มที่ส่วนไม่เป็นศูนย์ได้หรือไม่เพราะเหตุใด
- จากตอนที่ 1 นักเรียนคิดว่าจำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะมีลักษณะอย่างไรและแตกต่างกับจำนวนทีปืนจำนวนอตรรกยะหรือไม่ ถ้าแตกต่างกันจงอธิบาย
- เศษส่วนนั้นตัวส่วนเป็นศูนย์ได้หรือไม่ พร้อมทั้งยกตัวอย่างให้นักเรียนพิจารณา เช่น $\frac{5}{0}, \frac{0}{0}$ มีค่าเท่าไร

ขั้นสรุป

8. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสร้างนิยามของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะจากข้อมูลที่ได้ เมื่อนักเรียนโดยครูใช้คำถามนำดังนี้

- นิยามของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ ของสมาชิกในกลุ่มเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร เพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

9. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอข้อสรุปเกี่ยวกับความหมายของจำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปโดยครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเปรียบเทียบข้อสรุปของแต่ละกลุ่มถึงความเหมือนหรือแตกต่างกัน ดังนี้

- ข้อสรุปที่นักเรียนได้มานั้นได้มาอย่างไร เพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

- ข้อสรุปของแต่กลุ่มเหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

10. ให้นักเรียนทุกคนร่วมกันสรุปความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะอีกครั้ง จนนักเรียนสามารถสรุปได้ว่า "จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์และจำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน โดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์" ซึ่งเขียนอีกรูปแบบหนึ่ง คือ "จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ที่ $b \neq 0$ และ จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน เศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ที่ $b \neq 0$ "

11. ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้ในใบกิจกรรมที่ 3 ตอนที่ 3 เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะเพราะเหตุใด

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำไปใช้

12. ครูทบทวนข้อสรุปที่นักเรียนได้จากการสังเกตและเปรียบเทียบ โดยครูใช้คำถามนำดังนี้

- นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจำนวนใดเป็นจำนวนตรรกยะหรือ ปันจำนวนอตรรกยะ

- 0 เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะเพราะเหตุใด

13. ครูยกตัวอย่างจำนวนเพิ่มเติม เช่น $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ และ π โดยครูให้นักเรียนพิจารณาดังนี้

จาก $\sqrt{2} = 1.4142135...$

$\sqrt{3} = 1.7320508...$

$\sqrt{5} = 2.2360679...$

และ $\pi = 3.14159265...$

- นักเรียนคิดว่า จำนวนที่กำหนดให้ข้างต้นเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะเพราะเหตุใด

14. ครูอธิบายนักเรียนต่อว่า จำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะเรียกว่าจำนวนจริงและให้นักเรียนสรุปเป็นแผนผังจำนวนจริงแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนประเภทต่าง ๆ โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม (กลุ่มในชั่วโมงที่แล้ว) ทำกิจกรรม "แผนผังจำนวนจริง" ดังนี้

- ครูแจกบัตรคำต่อไปนี้ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ดังนี้

จำนวนจริง	จำนวนตรรกยะ	จำนวนอตรรกยะ	จำนวนเต็ม		
จำนวนเต็มบวก	จำนวนเต็มลบ	ศูนย์	เศษส่วนที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม		
-12	0	45	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	$0.1\dot{6}$
-5.13	3.1	2.4532...	π	1.2323....	$\frac{7}{9}$

- ให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มร่วมกันนำบัตรคำดังกล่าวมาสร้างเป็นแผนผังจำนวนจริงแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนประเภทต่าง ๆ พร้อมตกแต่งให้สวยงาม

15. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอแผนผังจำนวนจริงแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนประเภทต่าง ๆ และครูกล่าวชมเชยนักเรียนกลุ่มที่สร้างแผนผังจำนวนจริงได้ถูกต้องและสวยงามที่สุด

16. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่องจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากมีข้อสงสัย

การประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	การประเมินผล
1. อธิบายความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้	1. การตรวจใบกิจกรรมที่ 3 2. การตรวจแบบฝึกหัดที่ 3	1. ใบกิจกรรมที่ 3 2. แบบฝึกหัดที่ 3	1. สรุปความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้ถูกต้อง 2. ทำแบบฝึกหัดที่ 3 ข้อ 1.1-1.5 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 4 ข้อ
2. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ	1. การตรวจใบกิจกรรมที่ 3 2. การตรวจแบบฝึกหัดที่ 3	1. ใบกิจกรรมที่ 3 2. แบบฝึกหัดที่ 3	1. ทำใบกิจกรรมที่ 3 ตอนที่ 3 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 4 ข้อ 2. ทำแบบฝึกหัดที่ 3 ข้อ 2.1-2.10 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 7 ข้อ
3. เขียนโครงสร้างของจำนวนจริงได้	1. การตรวจแผนผังจำนวนจริง	1. กิจกรรม “แผนผังจำนวนจริง”	1. สร้างแผนผังจำนวนจริงได้ถูกต้อง
4. ให้เหตุผลประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผลได้ว่าเศษส่วนที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่	1. การตรวจใบกิจกรรมที่ 3 2. การตรวจแบบฝึกหัดที่ 3	1. ใบกิจกรรมที่ 3 2. แบบฝึกหัดที่ 3	1. ทำใบกิจกรรมที่ 3 ตอนที่ 3 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 4 ข้อ 2. ทำแบบฝึกหัดที่ 3 ข้อ 2.1-2.10 ได้ถูกต้องอย่างน้อย 7 ข้อ
6. มีความรับผิดชอบ	การสังเกตพฤติกรรมการส่งงานของนักเรียน	1. แบบสังเกตพฤติกรรมนักเรียน	อยู่ในระดับดี

แบบประเมินพฤติกรรมนักเรียน

ลำดับที่	ชื่อ-นามสกุล	รายการประเมิน		
		ความรับผิดชอบ		
		2 (ดี)	1 (พอใช้)	0 (ปรับปรุง)

เกณฑ์การให้คะแนนความมุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน/ ความหมาย	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
2/ ดี	ส่งงานก่อนหรือส่งตรงกำหนดเวลานัดหมาย
1/ พอใช้	ส่งงานช้ากว่ากำหนด
0/ ปรับปรุง	ไม่ส่งงาน

ภาระงาน/ ชิ้นงาน

1. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ
2. แบบฝึกหัด 3 เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ
3. แผนผังจำนวนจริง

สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ
2. แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้ถูกต้อง

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายได้ถูกต้องว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวอตรรกยะ แต่ยังมีนักเรียนส่วนน้อยที่อธิบายว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวอตรรกยะไม่ถูกต้อง เช่น นักเรียนอธิบายว่าจำนวน 3.567567... เป็นจำนวนอตรรกยะเพราะเป็นทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำจึงไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มและตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ได้ ซึ่งสาเหตุเกิดจากนักเรียนขาดความรอบคอบในการสังเกตและด่วนสรุป

ในขั้นตอนการสรุปความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะพบว่านักเรียนส่วนน้อยยังสรุปได้ถูกต้องเพียงบางส่วนเท่านั้น เช่น จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน และจำนวนอตรรกยะ คือจำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้เด้วยเศษส่วน แต่เมื่อครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอข้อสรุปความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะหน้าชั้นเรียน พบว่านักเรียนมีการเปรียบเทียบข้อสรุปของแต่ละกลุ่ม ร่วมกันแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลประกอบข้อสรุปที่ได้ จนทำให้นักเรียนทุกคนสามารถสรุปความหมายของจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้ถูกต้อง

นักเรียนทุกกลุ่มเขียนโครงสร้างของจำนวนจริงได้ถูกต้อง

นักเรียนส่วนใหญ่กล้าตอบคำถาม กล้าแสดงความคิดเห็นมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียนเป็นอย่างดี และส่งงานตรงตามกำหนดเวลาที่นัดหมาย

ลงชื่อ .....ผู้สอน

(นางสาวสิณาภรณ์ แท่นศิลา)

ใบกิจกรรมที่ 3
เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

ชื่อ.....นามสกุล .....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

ตอนที่ 1 คำชี้แจง: ให้นักเรียนระบุว่าประเภทของจำนวนที่กำหนดให้โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง พร้อมทั้งเขียนจำนวนเหล่านั้นให้อยู่ในรูปเศษส่วน

ข้อ	จำนวน	ประเภทของจำนวน	เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน
1.	-2	จำนวนเต็มลบ	$-\frac{2}{1}$
2.	4		
3.	-1		
4.	0		
5.	$\frac{1}{2}$		
6.	$-\frac{2}{3}$		
7.	3.5		
8.	-3.5		
9.	$0.\dot{2}$		
10.	$-0.\dot{5}$		
11.	$1.234567...$		
12.	$3.4323223222...$		

จากตารางข้างต้น จะได้ว่า จำนวนในข้อ 1-10 เรียกว่า "จำนวนตรรกยะ"
จำนวนในข้อ 11-12 เรียกว่า "จำนวนอตรรกยะ"

<u>ตอนที่ 2</u> **คำชี้แจง:** ให้นักเรียนพิจารณาคำตอบในตอนที่ 1 และตอนที่ 2 ข้างต้น พร้อมทั้งตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จากคำตอบในตอนที่ 1 จำนวนทุกจำนวนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

2. จากตอนที่ 1 จำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะมีลักษณะอย่างไร และ<u>แตกต่าง</u>กับจำนวนอตรรกยะหรือไม่ จงอธิบาย

.....

.....

.....

.....

.....

3. จากตอนที่ 1 เศษส่วนที่ได้ ตัวส่วนเป็นศูนย์ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปนิยามของจำนวนตรรกยะและจำนวนตรรกยะได้ ดังนี้

จำนวนตรรกยะ คือ .....

.....

.....

.....

จำนวนอตรรกยะ คือ.....

.....

.....

.....

<u>ตอนที่ 3</u> **คำชี้แจง**: ให้นักเรียนพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ว่าเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. -5

.....

.....

.....

2. $-\frac{5}{3}$

.....

.....

.....

3. $4.1\dot{2}$

.....

.....

.....

4. $\frac{3}{0}$

.....

.....

.....

5. $-0.40440044000444...$

.....

.....

.....

6. 3.567567...

7. 3.333...

8. $\frac{0}{0}$

9. -0.1026

10. $\frac{1.4}{2.5}$

แบบฝึกหัดที่ 3
เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

1. ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็น<u>จริงหรือไม่</u> จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

1.1 จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

.....

.....

.....

1.2 ถ้าจำนวนในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b จำนวนเต็มที่ $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ เป็นจำนวนตรรกยะแล้วนักเรียนคิดว่า $\frac{b}{a}$ จะเป็นจำนวนตรรกยะด้วย

.....

.....

.....

1.3 ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนตรรกยะ

.....

.....

.....

1.4 ถ้านำจำนวนตรรกยะหารด้วยจำนวนตรรกยะที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วจำนวนที่ได้จะเป็นจำนวนตรรกยะ

.....

.....

.....

1.5 ทศนิยมทุกประเภทเป็นจำนวนตรรกยะ

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

2.1) $2\frac{1}{4}$	2.2) $8\frac{5}{6}$
2.3) $\frac{9}{0}$	2.4) $\frac{5.9}{4.2}$
2.5) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	2.6) $3.16-2.82$

2.7) $\frac{2+3}{3-3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.8) $2-3\frac{1}{4}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.9) 0.444...

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.10) 3.141141114...

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3
เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

ชื่อ.....นามสกุล .....ชั้น ม.2/..... เลขที่.....

<u>ตอนที่ 1</u> **คำชี้แจง:** ให้นักเรียนระบุว่าประเภทของจำนวนที่กำหนดให้โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ลงในช่องว่าง พร้อมทั้งเขียนจำนวนเหล่านั้นให้อยู่ในรูปเศษส่วน

ข้อ	จำนวน	ประเภทของจำนวน	เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน
1.	-2	จำนวนเต็มลบ	$-\frac{2}{1}$
2.	4	*จำนวนเต็มบวก*	$\frac{4}{1}$
3.	-1	*จำนวนเต็มลบ*	$-\frac{1}{1}$
4.	0	*จำนวนเต็มศูนย์*	$\frac{0}{1}$
5.	$\frac{1}{2}$	*เศษส่วนที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม*	$\frac{1}{2}$
6.	$-\frac{2}{3}$	*เศษส่วนที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม*	$-\frac{2}{3}$
7.	3.5	*ทศนิยมซ้ำ*	$\frac{35}{10}$
8.	-3.5	*ทศนิยมซ้ำ*	$-\frac{35}{10}$
9.	$0.\dot{2}$	*ทศนิยมซ้ำ*	$\frac{2}{9}$
10.	$-0.\dot{5}$	*ทศนิยมซ้ำ*	$-\frac{5}{9}$
11.	1.234567...	*ทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ*	-
12.	3.4323223222...	*ทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ*	-

จากตารางข้างต้น จะได้ว่า จำนวนในข้อ 1-10 เรียกว่า "จำนวนตรรกยะ"
จำนวนในข้อ 11-12 เรียกว่า "จำนวนอตรรกยะ"

<u>ตอนที่ 2</u> **คำชี้แจง:** ให้นักเรียนพิจารณาคำตอบในตอนที่ 1 และตอนที่ 2 ข้างต้น พร้อมทั้งตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จากคำตอบในตอนที่ 1 จำนวนทุกจำนวนที่กำหนดให้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ *ไม่ เพราะทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้*

2. จากตอนที่ 1 จำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะมีลักษณะอย่างไร และ<u>แตกต่าง</u>กับจำนวนอตรรกยะหรือไม่ จงอธิบาย

แนวคำตอบ *จำนวนตรรกยะคือจำนวนที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ ซึ่งแตกต่างกับจำนวนอตรรกยะ เพราะจำนวนอตรรกยะคือจำนวนที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้*

3. จากตอนที่ 1 เศษส่วนที่ได้ ตัวส่วนเป็นศูนย์ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวคำตอบ *ไม่ได้ เพราะ ไม่สามารถหาค่าได้*

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปนิยามของจำนวนตรรกยะและจำนวนตรรกยะได้ ดังนี้

จำนวนตรรกยะ คือ *จำนวนที่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ซึ่งเขียนอีกรูปแบบหนึ่งคือ "จำนวนตรรกยะคือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{a}{b}$ *เมื่อ* a *และ* b *เป็นจำนวนเต็มที่* $b \neq 0$ *"*

จำนวนอตรรกยะ คือ *จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ซึ่งเขียนอีกรูปแบบหนึ่ง คือ "จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน เศษส่วน* $\frac{a}{b}$ *เมื่อ* a *และ* b *เป็นจำนวนเต็มที่* $b \neq 0$ *"*

<u>ตอนที่ 3</u> **คำชี้แจง:** ให้นักเรียนพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ว่าเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. -5

<u>แนวคำตอบ</u> *จำนวนตรรกยะ เพราะ -5 สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $-\frac{5}{1}$ โดยมี -5 และ 1 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $1 \neq 0$*

2. $-\frac{5}{3}$

<u>แนวคำตอบ</u> *จำนวนตรรกยะ เพราะ $-\frac{5}{3}$ เป็นเศษส่วน โดยมี -5 และ 3 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $1 \neq 0$*

3. $4.1\dot{2}$

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> *จำนวนตรรกยะ เพราะ $4.1\dot{2}$ สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{371}{90}$ โดยมี 371 และ 90 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $90 \neq 0$*

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> *จำนวนตรรกยะ เพราะ $4.1\dot{2}$ เป็นทศนิยมซ้ำ ซึ่งสามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มโดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์*

4. $\frac{3}{0}$

<u>แนวคำตอบ</u> *จำนวนอตรรกยะ เพราะ $\frac{3}{0}$ เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนเป็นศูนย์*

5. $-0.40440044000444...$

<u>แนวคำตอบ</u> *จำนวนอตรรกยะ เพราะ $-0.40440044000444...$ เป็นทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ ซึ่งไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์*

6. 3.567567...

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> จำนวนตรรกยะ เพราะ 3.567567... *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{3564}{999}$ *โดยมี* 3564 *และ* 999 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $999 \neq 0$

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> จำนวนตรรกยะ เพราะ 3.567567... *เป็นทศนิยมซ้ำ ซึ่งสามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มโดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์*

7. 3.333...

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> จำนวนตรรกยะ เพราะ 3.333... *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{30}{9}$ *โดยมี* 30 *และ* 9 *เป็นจำนวเต็ม โดยที่* $9 \neq 0$

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> จำนวนตรรกยะ เพราะ 3.333... *เป็นทศนิยมซ้ำ ซึ่งสามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มโดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์*

8. $\frac{0}{0}$

<u>แนวคำตอบ</u> จำนวนอตรรกยะ เพราะ $\frac{0}{0}$ *เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนเป็นศูนย์*

9. −0.1026

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> จำนวนตรรกยะ เพราะ −0.1026 *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $-\frac{1026}{10000}$ *โดยมี* 1026 *และ* 10000 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $10000 \neq 0$

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> จำนวนตรรกยะ เพราะ −0.1026 *เป็นทศนิยมซ้ำศูนย์ ซึ่งสามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน โดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มโดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์*

10. $\frac{1.4}{2.5}$

<u>แนวคำตอบ</u> จำนวนตรรกยะเพราะ $\frac{1.4}{2.5}$ *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{14}{25}$ *โดยมี* 14 *และ* 25 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $25 \neq 0$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3
เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

1. ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็น**<u>จริงหรือไม่</u>** จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

1.1 จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

<u>แนวคำตอบ</u> *จริง เพราะ จำนวนนับทุกจำนวนสามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน โดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มโดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์*

1.2 ถ้าจำนวนในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b จำนวนเต็ม โดยที่ $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ เป็นจำนวนตรรกยะแล้วนักเรียนคิดว่า $\frac{b}{a}$ จะเป็นจำนวนตรรกยะด้วย

<u>แนวคำตอบ</u> *จริง เพราะ $\frac{b}{a}$ เป็นเศษส่วน โดยมี b และ a จำนวนเต็ม โดยที่ $a \neq 0$*

1.3 ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนตรรกยะ

<u>แนวคำตอบ</u> *จริง เพราะ จำนวนตรรกยะคือจำนวนที่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ดังนั้น ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะจึงเป็นเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์เสมอ*

1.4 ถ้านำจำนวนตรรกยะหารด้วยจำนวนตรรกยะที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วจำนวนที่ได้จะเป็นจำนวนตรรกยะ

<u>แนวคำตอบ</u>จริง *เพราะ ผลหารของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะที่ไม่เท่ากับศูนย์จะเป็นเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์เสมอ*

1.5 ทศนิยมทุกประเภทเป็นจำนวนตรรกยะ

<u>แนวคำตอบ</u>ไม่จริง *เพราะ ทศนิยมซ้ำเท่านั้นที่เป็นจำนวนตรรกยะเนื่องจาก ทศนิยมซ้ำสามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน โดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์*

2. ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

2.1) $2\frac{1}{4}$ *จำนวนตรรกยะเพราะ* $2\frac{1}{4}$ *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{9}{4}$ *โดยมี* 9 *และ* 4 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $4 \neq 0$	2.2) $8\frac{5}{6}$ *จำนวนตรรกยะเพราะ* $8\frac{5}{6}$ *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{53}{6}$ *โดยมี* 53 *และ* 6 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $6 \neq 0$
2.3) $\frac{9}{0}$ *จำนวนอตรรกยะ เพราะ* $\frac{9}{0}$ *เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนเป็นศูนย์*	2.4) $\frac{5.9}{4.2}$ *จำนวนตรรกยะเพราะ* $\frac{5.9}{4.2}$ *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{59}{42}$ *โดยมี* 59 *และ* 42 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $42 \neq 0$
2.5) $-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ *จำนวนตรรกยะเพราะ* $-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $-\frac{1}{4}$ *โดยมี* -1 *และ* 4 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $4 \neq 0$	2.6) $3.16-2.82$ *จำนวนตรรกยะเพราะ* $3.16-2.82$ *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{34}{100}$ *โดยมี* 34 *และ* 100 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $100 \neq 0$
2.7) $\frac{2+3}{3-3}$ *จำนวนอตรรกยะ เพราะ* $\frac{2+3}{3-3}=\frac{1}{0}$ *ซึ่งเป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนเป็นศูนย์*	2.8) $2-3\frac{1}{4}$ *จำนวนตรรกยะเพราะ* $2-3\frac{1}{4}$ *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $-\frac{5}{4}$ *โดยมี* -5 *และ* 4 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $4 \neq 0$
2.9) 0.444... *จำนวนตรรกยะเพราะ* 0.444... *สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน* $\frac{4}{9}$ *โดยมี* 4 *และ* 9 *เป็นจำนวนเต็ม โดยที่* $9 \neq 0$	2.10) 3.141141114... *จำนวนอตรรกยะ เพราะ* $-0.40440044000444...$ *เป็นทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ ซึ่งไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนโดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม โดยที่ตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์*

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จงอธิบายว่า ถ้าเศษส่วนที่เขียนในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้ แล้ว $\frac{b}{a}$ จะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่

.....

.....

.....

.....

2. จงอธิบายว่า ทศนิยมทุกจำนวนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่

.....

.....

.....

.....

3. จงอธิบายว่า ถ้าจำนวนที่เขียนในรูป $\frac{a}{b}$ ได้ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ แล้ว $\frac{b}{a}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่

.....

.....

.....

.....

4. จงอธิบายว่า จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

.....

.....

.....

.....

5. จงอธิบายว่า ผลบวกของจำนวนอตรรกยะกับจำนวนอตรรกยะ จะเป็นจำนวนอตรรกยะเสมอหรือไม่

.....

.....

.....

.....

6. จงอธิบายว่า จำนวนอตรรกยะบางจำนวนสามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริงได้มากกว่า 1 จุด จริงหรือไม่

.....

.....

.....

.....

7. จงอธิบายว่า มีจำนวนจริงใดหรือไม่ที่เป็นทั้งจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

.....

.....

.....

.....

8. จงอธิบายว่า ถ้า x เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $\sqrt{x^2} = x$ ทุกจำนวนจริง x หรือไม่

.....

.....

.....

.....

9. จงอธิบายว่า ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้วจะสามารถหารากที่สองของ a ได้เสมอหรือไม่

.....

.....

.....

.....

10. จงอธิบายว่า มีจำนวนจริง x ที่ทำให้ $\sqrt{x+1} = -1$ หรือไม่

.....

.....

.....

.....

11. จงอธิบายว่า ถ้า x เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว $\sqrt{x}$ เป็นจำนวนอตรรกยะเสมอหรือไม่

.....

.....

.....

.....

12. จงอธิบายว่า รากที่สองของจำนวนเต็มบวกใด ๆ จะเป็นจำนวนตรรกยะเสมอหรือไม่

.....

.....

.....

.....

13. จงอธิบายว่า ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $\sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{(-a)^3}$ หรือไม่

.....

.....

.....

.....

14. จงอธิบายว่า ถ้า b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว รากที่สามของ b จะมีค่าเป็นบวกเสมอจริงหรือไม่

.....

.....

.....

.....

15. จงอธิบายว่า รากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ มีค่าน้อยกว่าจำนวนจริงนั้นเสมอหรือไม่

.....

.....

.....

.....

16. จงอธิบายว่า ถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็มใดๆ แล้ว $\sqrt[3]{x^3(-y)^3}$ เป็นได้ทั้งจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ จริงหรือไม่

.....

.....

.....

.....

17. จงอธิบายว่า รากที่สามของจำนวนเต็มลบทุกจำนวน เป็นจำนวนอตรรกยะเสมอหรือไม่

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จงอธิบายว่า ถ้าเศษส่วนที่เขียนในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $b \neq 0$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้ แล้ว $\frac{b}{a}$ จะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> ได้ เพราะถ้า $a \neq 0$ แล้ว $\frac{b}{a}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> ไม่ได้ เพราะ ถ้า $a = 0$ แล้ว $\frac{b}{a}$ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้

2. จงอธิบายว่า ทศนิยมทุกจำนวนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> ไม่ได้ เพราะทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> ไม่ได้ เพราะ มีเพียงทศนิยมซ้ำเท่านั้นที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

3. จงอธิบายว่า ถ้าจำนวนที่เขียนในรูป $\frac{a}{b}$ ได้ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ แล้ว $\frac{b}{a}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่

<u>แนวคำตอบ</u> $\frac{b}{a}$ เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ จำนวนตรรกยะ คือจำนวนที่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม และตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ ซึ่ง b และ a เป็นจำนวนเต็ม และ $a \neq 0$

4. จงอธิบายว่า จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> แตกต่างกัน เพราะ จำนวนตรรกยะ คือจำนวนที่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม และตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์
แต่จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยเศษส่วนที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มและตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> จำนวนตรรกยะคือ จำนวนที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้
แต่จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้

5. จงอธิบายว่า ผลบวกของจำนวนอตรรกยะกับจำนวนอตรรกยะ จะเป็นจำนวนอตรรกยะเสมอหรือไม่

__แนวคำตอบ__ไม่ เพราะ ถ้านำจำนวนอตรรกยะที่เป็นบวกมาบวกกับจำนวนอตรรกยะที่เป็นลบซึ่งมีค่าตรงข้ามกัน แล้วผลบวกที่ได้จะเป็นจำนวนตรรกยะ
ยกตัวอย่างเช่น $\sqrt{2}$ *เป็นจำนวนอตรรกยะ และ* $-\sqrt{2}$ *เป็นจำนวนอตรรกยะ จะได้ว่า* $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ *ซึ่ง* 0 *เป็นจำนวนตรรกยะ*

6. จงอธิบายว่า จำนวนอตรรกยะบางจำนวนสามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริงได้มากกว่า 1 จุด จริงหรือไม่

__แนวคำตอบที่ 1__ ไม่ เพราะ จำนวนอตรรกยะเป็นจำนวนจริง ซึ่งจำนวนจริงทุกจำนวนสามารถเขียนแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริงได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น

7. จงอธิบายว่า มีจำนวนจริงใดหรือไม่ที่เป็นทั้งจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

__แนวคำตอบ__ไม่ เพราะ จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะเพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

8. จงอธิบายว่า ถ้า x เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $\sqrt{x^2}=x$ ทุกจำนวนจริง x หรือไม่

__แนวคำตอบที่ 1__ ไม่ เพราะ ถ้า x เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $\sqrt{x^2}$ จะมีค่าเป็นบวก แต่ x มีค่าเป็นลบ ดังนั้น $\sqrt{x^2}\neq x$
__แนวคำตอบที่ 2__ ไม่ ยกตัวอย่างเช่น ให้ $x=-2$ *ซึ่ง* -2 *เป็นจำนวนจริงลบ จะได้ว่า* $\sqrt{(-2)^2}$ *มีค่าเท่ากับ 2 จะได้ว่า* $\sqrt{(-2)^2}\neq -2$ *ดังนั้น* $\sqrt{x^2}\neq x$

9. จงอธิบายว่า ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้วจะสามารถหารากที่สองของ a ได้เสมอหรือไม่

__แนวคำตอบ__ไม่ เพราะถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ แล้วจะไม่สามารถหารากที่สองของ a ได้ เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสองแล้วจำนวนจริงลบ

10. จงอธิบายว่า มีจำนวนจริง x ที่ทำให้ $\sqrt{x+1}=-1$ หรือไม่

__แนวคำตอบที่ 1__ไม่ เพราะ $\sqrt{x+1}$ เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ $x+1$ ซึ่งจะมีค่าเป็นบวกเสมอ ดังนั้นไม่มีจำนวนจริง x ที่ทำให้ $\sqrt{x+1}=-1$

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> ไม่ เพราะ $\sqrt{x+1}=-1$

$$x+1=(-1)^2$$

$$x=0$$

นำ $x=0$ แทนในสมการ $\sqrt{x+1}=-1$ จะได้

$$\sqrt{0+1}=-1$$

$$1=-1 \text{ เป็นเท็จ}$$

ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริง x ใดที่ทำให้สมการ $\sqrt{x+1}=-1$ เป็นจริงได้

11. จงอธิบายว่า ถ้า x เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว $\sqrt{x}$ เป็นจำนวนอตรรกยะเสมอหรือไม่

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> ไม่ เพราะ ถ้า x เป็นจำนวนตรรกยะจะได้ว่า

$\sqrt{x}$ เป็นจำนวนตรรกยะ ถ้าสามารถหาจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้ x

$\sqrt{x}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ ถ้าไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้ x

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> ไม่ ยกตัวอย่างเช่น ให้ $x=9$ ซึ่ง 9 เป็นจำนวนตรรกยะ จะได้ว่า

$\sqrt{9}$ เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ มีจำนวนตรรกยะ 3 ที่ยกกำลังสองแล้วได้ 9

12. จงอธิบายว่า รากที่สองของจำนวนเต็มบวกใด ๆ จะเป็นจำนวนตรรกยะเสมอหรือไม่

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> ไม่ เพราะ รากที่สองของเป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ เป็นจำนวนตรรกยะ ถ้าสามารถหาจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนเต็มบวกนั้น

และ รากที่สองของเป็นจำนวนเต็มบวกใดๆเป็นจำนวนอตรรกยะ ถ้าไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนเต็มบวกนั้น

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> ไม่ ยกตัวอย่างเช่น ให้ $x=5$ ซึ่ง 5 เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า

รากที่สองของ 5 เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะ ไม่มีจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้ 5

13. จงอธิบายว่า ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $\sqrt[3]{a^3}=\sqrt[3]{(-a)^3}$ หรือไม่

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> ไม่ เพราะถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $\sqrt[3]{a^3}$ มีค่าเท่ากับ a เนื่องจากมีจำนวนจริง a ที่ยกกำลังสามแล้วได้ a^3 แต่ $\sqrt[3]{(-a)^3}$ มีค่าเท่ากับ $-a$ เนื่องจากมีจำนวนจริง $-a$ ที่ยกกำลังสามแล้วได้ $(-a)^3$ ดังนั้น $\sqrt[3]{a^3}\neq\sqrt[3]{(-a)^3}$

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> ไม่ เพราะ ยกตัวอย่างเช่น ให้ $a=2$ ซึ่ง 2 เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$\sqrt[3]{2^3}$ มีค่าเท่ากับ 2 แต่ $\sqrt[3]{(-2)^3}$ มีค่าเท่ากับ -2 ดังนั้น $\sqrt[3]{2^3}\neq\sqrt[3]{(-2)^3}$

14. จงอธิบายว่า ถ้า b เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว รากที่สามของ b จะมีค่าเป็นบวกเสมอจริงหรือไม่

*<u>**แนวคำตอบที่ 1**</u> ไม่ เพราะ ถ้า b เป็นจำนวนจริงลบ แล้วรากที่สามของ b จะมีค่าเป็นลบ*

*<u>**แนวคำตอบที่ 2**</u> ไม่ เพราะ ยกตัวอย่างเช่น ให้ $b=-8$ ซึ่ง -8 เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า รากที่สามของ -8 คือ -2 ซึ่ง -2 เป็นจำนวนจริงลบ*

15. จงอธิบายว่า รากที่สามของจำนวนจริงใด ๆ มีค่าน้อยกว่าจำนวนจริงนั้นเสมอหรือไม่

*<u>**แนวคำตอบ**</u> ไม่ เพราะ ยกตัวอย่างเช่น รากที่สามของ -8 มีค่าเท่ากับ -2 จะได้ว่า -2 มีค่ามากกว่า -8 หรือ รากที่สามของ 0.008 มีค่าเท่ากับ 0.2 จะได้ว่า 0.2 มีค่ามากกว่า 0.008*

16. จงอธิบายว่า ถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $\sqrt[3]{x^3(-y)^3}$ เป็นได้ทั้งจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ จริงหรือไม่

*<u>**แนวคำตอบที่ 1**</u> ไม่ เพราะถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็มใดๆ แล้ว $\sqrt[3]{x^3(-y)^3}$ เป็นจำนวนตรรกยะเพียงเท่านั้น เนื่องจาก มีจำนวนตรรกยะ $x(-y)$ ที่ยกกำลังสามแล้วได้ $x^3(-y)^3$*

*<u>**แนวคำตอบที่ 2**</u> ไม่ เพราะยกตัวอย่างเช่น ให้ $x=2$ และ $y=5$ ซึ่ง 2 และ 5 เป็นจำนวนเต็ม แล้ว $\sqrt[3]{2^3(-5)^3}$ เป็นจำนวนตรรกยะเพียงเท่านั้น เนื่องจาก มีจำนวนตรรกยะ -10 ที่ยกกำลังสามแล้วได้ $2^3(-5)^3$*

17. จงอธิบายว่า รากที่สามของจำนวนเต็มลบทุกจำนวน เป็นจำนวนอตรรกยะเสมอหรือไม่

*<u>**แนวคำตอบที่ 1**</u> ไม่ เพราะ รากที่สามของจำนวนเต็มลบใด ๆ เป็นจำนวนตรรกยะถ้าสามารถหาจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสามแล้วได้จำนวนเต็มลบนั้น และ รากที่สามของจำนวนเต็มลบใด ๆ เป็นจำนวนอตรรกยะถ้าไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสามแล้วได้จำนวนเต็มลบนั้น*

*<u>**แนวคำตอบที่ 2**</u> ไม่ เพราะ รากที่สามของจำนวนเต็มลบบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ ยกตัวอย่างเช่น รากที่สามของ -8 เป็นจำนวนตรรกยะ เนื่องจาก มีจำนวนตรรกยะ -2 ที่ยกกำลังสามแล้วได้ -8*

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....
คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จำนวน $\frac{3}{-3+3}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดให้ $x = 3.52\dot{1}$ และ $y = 0.5\dot{6}$ แล้ว $x - y$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

3. จำนวน -0.12154 เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

4. จะสามารถเขียนจำนวน $3\pi + 4\pi$ ด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริงได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

5. มีจำนวนจริง x ที่ทำให้ $\sqrt{x+3} = 7$ จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

6. จงอธิบายว่ารากที่สองของ -16 มีคำตอบเป็น 4 และ -4 หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

7. รากที่สองของ $\frac{64}{6}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

8. มีจำนวนจริง x ที่ทำให้ $\sqrt[3]{x-4}=4$ จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

9. รากที่สามของ -0.729 มีค่าเท่ากับเท่าใด จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

10. จงอธิบายว่า รากที่สามของ $-\frac{125}{216}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จำนวน $\frac{3}{-3+3}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>แนวคำตอบ</u> ไม่ เพราะ $\frac{3}{-3+3}=\frac{3}{0}$ ซึ่งเป็นเศษส่วนที่ตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม แต่ตัวส่วนเป็นศูนย์ จึงไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทศนิยมซ้ำได้

2. กำหนดให้ $x=3.5\dot{2}\dot{1}$ และ $y=0.5\dot{6}$ แล้ว $x-y$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> ได้ เพราะ ทั้ง x และ y เป็นทศนิยมซ้ำ ซึ่งทศนิยมซ้ำสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ ดังนั้น $x-y$ จึงมีคำตอบเป็นเศษส่วน

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> ได้ เพราะจาก $x=3.5\dot{2}\dot{1}$

จะได้ $x=\frac{3486}{990}$

และจาก $y=0.5\dot{6}$

จะได้ $y=\frac{51}{90}$

ดังนั้น $x-y=\frac{3486}{990}-\frac{51}{90}$

$=\frac{2925}{990}$

3. จำนวน -0.12154 เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ เพราะเหตุใด

<u>แนวคำตอบที่ 1</u> เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะจำนวน -0.12154 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน $-\frac{12154}{100000}$ ซึ่งทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม และตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะจำนวน -0.12154 เป็นทศนิยมซ้ำ ซึ่งทศนิยมซ้ำสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน ที่ทั้งตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม และตัวส่วนไม่เท่ากับศูนย์ได้

4. จะสามารถเขียนจำนวน $3\pi + 4\pi$ ด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริงได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>แนวคำตอบ</u> ได้ เพราะ $3\pi + 4\pi = 7\pi$ ซึ่ง 7π เป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่งจำนวนอตรรกยะทุกจำนวนสามาถเขียนแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวนจริงได้

5. มีจำนวนจริง x ที่ทำให้ $\sqrt{x+3} = 7$ จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>แนวคำตอบที่ 1</u>จริง เพราะ มี $x = 46$ ที่ทำให้ $\sqrt{x+3} = \sqrt{46+3}$

$$= \sqrt{49}$$

$$= 7$$

<u>แนวคำตอบที่ 2</u> จริง เพราะจาก $\sqrt{x+3} = 7$

$$x + 3 = 7^2$$

$$x + 3 = 49$$

$$x = 46$$

ดังนั้น มี $x = 46$ ที่ทำให้ $\sqrt{x+3} = 7$ เป็นจริง

6. จงอธิบายว่ารากที่สองของ -16 มีคำตอบเป็น 4 และ -4 หรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>แนวคำตอบ</u> ไม่ เพราะ -16 เป็นจำนวนจริงลบ ซึ่งไม่สามารถหารากที่สองของจำนวนจริงลบได้ เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดที่ยกกำลังสองแล้วได้ จำนวนจริงลบ

7. รากที่สองของ $\frac{64}{6}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ เพราะเหตุใด

<u>แนวคำตอบ</u> รากที่สองของ $\frac{64}{6}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะ ไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะใดที่ยกกำลังสองแล้วได้ $\frac{64}{6}$

8. มีจำนวนจริง x ที่ทำให้ $\sqrt[3]{x-4} = 4$ จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

<u>แนวคำตอบที่ 1</u>จริง เพราะ มี $x = 68$ ที่ทำให้ $\sqrt[3]{x-4} = \sqrt[3]{68-4}$

$$= \sqrt[3]{64}$$

$$= 4$$

แนวคำตอบที่ 2 *จริง เพราะจาก* $\sqrt[3]{x-4}=4$

$$x-4=4^3$$

$$x-4=64$$

$$x=68$$

ดังนั้น มี $x=68$ *ที่ทำให้* $\sqrt[3]{x-4}=4$ *เป็นจริง*

9. รากที่สามของ -0.729 มีค่าเท่ากับเท่าใด จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

แนวคำตอบ *รากที่สามของ* -0.729 *มีค่าเท่ากับ* -0.9 *เพราะมีจำนวน* -0.9 *ที่ยกกำลังสามแล้วได้* -0.729

10. จงอธิบายว่า รากที่สามของ $-\frac{125}{216}$ เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

แนวคำตอบ *รากที่สามของ* $-\frac{125}{216}$ *เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ มีจำนวนตรรกยะ* $-\frac{5}{6}$ *ที่ยกกำลังสามแล้วได้* $-\frac{125}{216}$

ภาคผนวก ค

- ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตารางที่ ค-1 ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แผนที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1.	5	5	5	5	5	5.00
2.	5	5	5	5	5	5.00
3.	5	5	5	5	5	5.00
4.	5	5	5	5	5	5.00
5.	5	5	5	5	5	5.00
6.	5	5	5	5	5	5.00
7.	5	5	5	5	5	5.00
8.	5	5	5	5	5	5.00

ตารางที่ ค-2 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					*IOC*
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3.	+1	0	+1	+1	+1	0.80
4.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
5.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
6.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
7.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
8.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
9.	+1	0	+1	+1	+1	0.80

ตารางที่ ค-2 (ต่อ)

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					*IOC*
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
10.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
11.	0	+1	+1	+1	+1	0.80
12.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
13.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
14.	+1	0	+1	+1	+1	0.80
15.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
16.	+1	0	+1	+1	+1	0.80
17.	+1	0	+1	+1	+1	0.80

ตารางที่ ค-3 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					*IOC*
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
2.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
3.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
4.	+1	0	+1	+1	+1	0.80
5.	+1	0	+1	+1	+1	0.80
6.	0	0	+1	+1	+1	0.60
7.	+1	+1	+1	+1	+1	1.00
8.	+1	0	+1	+1	+1	0.80
9.	+1	0	+1	+1	+1	0.80
10.	+1	0	+1	+1	+1	0.80

ตารางที่ ค-4 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1.	0.69	0.54
2.	0.54	0.75
3.	0.65	0.46
4.	0.44	0.54
5.	0.42	0.42
6.	0.60	0.71
7.	0.58	0.50
8.	0.29	0.58
9.	0.58	0.50
10.	0.58	0.67
11.	0.50	0.83
12.	0.38	0.75
13.	0.35	0.71
14.	0.52	0.79
15.	0.35	0.54
16.	0.31	0.63
17.	0.48	0.96
ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.852		

ตารางที่ ค-5 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1.	0.72	0.44
2.	0.57	0.69
3.	0.65	0.31
4.	0.61	0.78
5.	0.69	0.61
6.	0.60	0.58
7.	0.47	0.72
8.	0.43	0.53
9.	0.47	0.44
10.	0.42	0.61
ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.716		

ตารางที่ ค-6 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 34 คะแนน)	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
1.	26	28
2.	24	20
3.	23	26
4.	32	27
5.	20	26
6.	27	13

ตารางที่ ค-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 34 คะแนน)	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
7.	23	24
8.	23	19
9.	26	27
10.	26	29
11.	21	19
12.	31	22
13.	32	27
14.	25	27
15.	21	24
16.	28	23
17.	33	30
18.	28	25
19.	32	23
20.	21	23
21.	26	24
22.	24	21
23.	25	24
24.	19	26
25.	27	25
26.	20	24
27.	27	25
28.	29	25
29.	25	26
30.	31	29

ตารางที่ ค-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 34 คะแนน)	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
31.	22	26
32.	22	20
33.	27	30
34.	27	25
35.	23	23
36.	25	22
37.	20	24
38.	23	26
39.	26	28
40.	30	27
41.	31	26
42.	19	29
43.	30	27
44.	26	27
45.	28	23
46.	28	29
47.	18	29
48.	26	25
49.	21	22
รวม	1247	1219
คะแนนเฉลี่ย	25.45	24.87
ร้อยละ	74.85	82.92

ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยโดยใช้โปรแกรม spss

1. ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for One Sample ดังภาพที่ ง-1

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	49	25.4490	3.92142	.56020

One-Sample Test

	Test Value = 23.8					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
VAR00001	2.944	48	.005	1.64898	.5226	2.7753

ภาพที่ ง-1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for OneSample

2. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบ โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for One Sample ดังภาพที่ ง-2

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00016	49	24.8776	3.28274	.46896

One-Sample Test

	Test Value = 21					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
VAR00016	8.268	48	.000	3.87755	2.9346	4.8205

ภาพที่ ง-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติ t-test for OneSample

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมและการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ใบกิจกรรมที่ 3
เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

ชื่อ ด.ญ จิณชนก นามสกุล ลาภอนันต์ ชั้น ม.2/ 7 เลขที่ 17

ตอนที่ 1 คำชี้แจง: ให้นักเรียนระบุว่าประเภทของจำนวนที่กำหนดให้โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง พร้อมทั้งเขียนจำนวนเหล่านั้นให้อยู่ในรูปเศษส่วน

ข้อ	จำนวน	ประเภทของจำนวน	เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน
1.	-2	จำนวนเต็มลบ	$-\frac{2}{1}$
2.	4	จำนวนเต็มบวก	$\frac{4}{1}$
3.	-1	จำนวนเต็มลบ	$-\frac{1}{1}$
4.	0	จำนวนเต็มศูนย์	$\frac{0}{1}$, $\frac{0}{2}$
5.	$\frac{1}{2}$	เศษส่วน	$\frac{1}{2}$
6.	$-\frac{2}{3}$	เศษส่วน	$-\frac{2}{3}$
7.	3.5	ทศนิยมซ้ำ	$\frac{35}{10}$
8.	-3.5	ทศนิยมซ้ำ	$-\frac{35}{10}$
9.	$0.\dot{2}$	ทศนิยมซ้ำ	$\frac{2}{9}$
10.	$-0.\dot{5}$	ทศนิยมซ้ำ	$-\frac{5}{9}$
11.	1.234567...	ทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ	–
12.	3.4323223222...	ทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ	–

จากตารางข้างต้น จะได้ว่า จำนวนในข้อ 1- 10 เรียกว่า "จำนวนตรรกยะ" จำนวนที่เขียนเป็นเศษส่วนไม่ได้

จำนวนในข้อ 11-12 เรียกว่า "จำนวนอตรรกยะ"

ตอนที่ 2 คำชี้แจง: ให้นักเรียนพิจารณาคำตอบในตอนที่ 1 และตอนที่ 2 ข้างต้น พร้อมทั้งตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. จากคำตอบในตอนที่ 1 จำนวนทุกจำนวนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่ เพราะ ทศนิยมซ้ำที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

2. จากตอนที่ 1 จำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะมีลักษณะอย่างไร และแตกต่างกับจำนวนอตรรกยะหรือไม่ จงอธิบาย

จำนวนตรรกยะ เขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ แต่ จำนวนอตรรกยะไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

3. จากตอนที่ 1 เศษส่วนที่ได้ ตัวส่วนเป็นศูนย์ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่ได้ เพราะจะทำให้ไม่มีค่า (ไม่มีสิทธิ์ตอบโต้กับศูนย์ เพิ่มได้ ตัวเน้น) เช่น $\frac{5}{0}$

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปนิยามของจำนวนตรรกยะและจำนวนตรรกยะได้ดังนี้

ได้ทั้ง 2 แบบ

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน โดยมีตัวเศษและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม และตัวส่วนต้องไม่เท่ากับศูนย์

"สำหรับตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ที่ $b \neq 0$"

ได้ทั้ง 2 แบบ

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน โดยมี ตัวเศษ และ ตัวส่วนเป็นจำนวนเต็ม และตัวส่วนต้องไม่เท่ากับศูนย์

"สำหรับอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนได้ด้วยเศษส่วน $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็ม ที่ $b \neq 0$"

ตอนที่ 3 **คำชี้แจง** : ให้นักเรียนพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ว่าเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. -5

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ -5 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ คือ $-\frac{5}{1}$ โดยมี -5 และ 1 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $1 \neq 0$

2. $-\frac{5}{3}$ → เป็นเศษส่วนอยู่แล้ว

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ -5 และ 3 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $3 \neq 0$

3. 4.12

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ คือ $4\frac{12-1}{90} = 4\frac{11}{9} = \frac{371}{90}$ โดยมี 371 และ 90 เป็นจำนวนเต็ม และ $90 \neq 0$

4. $\frac{3}{0}$ → เป็นเศษส่วนอยู่แล้ว

เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะ 3 และ 0 เป็นจำนวนเต็ม แต่ทำส่วนเป็น 0

5. $-0.40440044000444\ldots$ → ทศนิยมซ้ำไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ

เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

6. $3.567567\ldots \rightarrow 3.\dot{5}6\dot{7} = 3\frac{567}{999} = \frac{3564}{999}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $3.567567\ldots$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ คือ $\frac{3564}{999}$ โดยที่ 3564 และ 999 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $999 \neq 0$

7. $3.333\ldots \rightarrow 3.\dot{3} = 3\frac{3}{9} = \frac{31}{9}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $3.333\ldots$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้คือ $\frac{31}{9}$ ซึ่ง 31 และ 9 เป็นจำนวนเต็ม และ $9 \neq 0$

8. $\frac{0}{0}$

เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะ $\frac{0}{0}$ เป็นเศษส่วนที่ ส่วน $\neq 0$

9. $-0.1026 = \frac{-1026}{10000}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ -0.1026 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ คือ $\frac{-1026}{10000}$ ซึ่ง -1026 และ 10000 เป็นจำนวนเต็ม และ $10000 \neq 0$

10. $\frac{1.4}{2.5} \times \frac{10}{10} = \frac{14}{25}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $\frac{1.4}{2.5}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ คือ $\frac{14}{25}$ ซึ่ง 14 และ 25 เป็นจำนวนเต็ม และ $25 \neq 0$.

$-0.52 = \frac{-52}{100}$

แบบฝึกหัดที่ 3
เรื่อง จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

1. ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็น**จริงหรือไม่** จงอธิบายพร้อมให้เหตุผลประกอบ

1.1 จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

จริง เพราะ จำนวนนับเป็นจำนวนเต็มบวก สามารถเขียนเป็นเศษส่วนได้ และตัวเศษ และตัวส่วน เป็นจำนวนเต็ม และตัวส่วน $\neq 0$

1.2 ถ้าจำนวนในรูป $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b จำนวนเต็มที่ $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ เป็นจำนวนตรรกยะ แล้วนักเรียนคิดว่า $\frac{b}{a}$ จะเป็นจำนวนตรรกยะด้วย

จริง เพราะ $\frac{b}{a}$ เป็นเศษส่วน ซึ่งเศษ และ ส่วน (b และ a) เป็นจำนวนเต็ม และส่วน (a) ไม่เท่ากับ 0

1.3 ผลบวกของจำนวนตรรกยะกับจำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนตรรกยะ

2+2=4, 1+0=1

จริง เพราะ จำนวนแต่ละจำนวน สามารถเขียนเป็น เศษส่วนได้ (เศษ และ ส่วน เป็น จำนวนเต็ม และส่วน $\neq 0$) เมื่อบวกกัน ผลบวกก็จะเป็นเศษส่วนด้วย

1.4 ถ้านำจำนวนตรรกยะหารด้วยจำนวนตรรกยะที่ไม่เท่ากับศูนย์ แล้วจำนวนที่ได้จะเป็นจำนวนตรรกยะ

ไม่จริง เพราะ จำนวนตรรกยะบางจำนวน เขียนแล้ว เป็นทศนิยม ที่ไม่มีทศนิยมซ้ำ จึงไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ และไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

1.5 ทศนิยมทุกประเภทเป็นจำนวนตรรกยะ

ไม่จริง เพราะ ทศนิยมที่เป็นจำนวนตรรกยะ มีเพียง ทศนิยมซ้ำเท่านั้น เพราะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ $\frac{a}{b}$ ได้ แต่ ทศนิยมที่ไม่มีทศนิยมซ้ำ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้

จำนวนนับ = 1, 2, 3, ...

ทศนิยม = 0 - 9

จำนวนเต็ม = ทุกจำนวนเลข

2. ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

2.1) $2\frac{1}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{9}{4}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้คือ $\frac{9}{4}$ โดยมี 9 และ 4 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $4 \neq 0$ (ตัวส่วน $\neq 0$)

2.2) $8\frac{5}{6} = \frac{53}{6}$

$8\frac{5}{6}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้คือ $\frac{53}{6}$ โดยมี 53 และ 6 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $6 \neq 0$ (ตัวส่วน $\neq 0$)

2.3) $\frac{9}{0}$

เป็นจำนวนอตรรกยะ เพราะ ตัวส่วนเป็น 0

2.4) $\frac{5.9}{4.2} = \frac{5.9}{4.2} \times \frac{10}{10} = \frac{59}{42}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $\frac{5.9}{4.2}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ $= \frac{59}{42}$ โดยมี 59 และ 42 เป็นจำนวนเต็ม และ $42 \neq 0$

2.5) $-\frac{1\times 2}{2\times 2} + \frac{1}{4} = -\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $-\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ $= -\frac{1}{4}$ โดยมี -1 และ 4 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $4 \neq 0$

2.6) $3.16 - 2.82 = 0.34 = \frac{34}{100}$

เป็นจำนวนตรรกยะ เพราะ $3.16 - 2.82$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ $= \frac{34}{100}$ โดยมี 34 และ 100 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $100 \neq 0$

2.7) $\frac{2+3}{3-3} = \frac{5}{0}$ เป็นอไม่ชัด

เป็นจำนวนตรรกะ เพราะเป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วน $\neq 0$

2.8) $2-3\frac{1}{4} = 2-\frac{13}{4} = \frac{8}{4}-\frac{13}{4} = \frac{-5}{4}$

เป็นจำนวนตรรกะ เพราะ $2-\frac{3\frac{1}{4}}{1}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้คือ $\frac{-5}{4}$ โดยมี -5 และ 4 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $4 \neq 0$

2.9) $0.444... = 0.\dot{4} = \frac{4}{9}$

เป็นจำนวนตรรกะ เพราะ $0.\dot{4}$ เป็นทศนิยมซ้ำ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้คือ $\frac{4}{9}$ โดยมี 4 และ 9 เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $9 \neq 0$

2.10) 3.141141114... ไปเรื่อยๆ (ไม่ซ้ำ)

เป็นจำนวนอตรรกะ เพราะ 3.14114n14... เป็นทศนิยมที่ไม่ใช่ทศนิยมซ้ำ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้