



ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อ  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สุรัสดี เกรียมโพธิ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2564

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อ  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



สุรัสดี เกรียมโพธิ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2564

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

THE EFFECT OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION LEARNING ACTIVITY  
WITH HIGH-ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND  
REASONING ABILITY IN PROBABILITY OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS



SURATSADEE KRIAMPHO

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF  
THE REQUIREMENTS FOR MASTER OF SCIENCE  
IN MATHEMATICS EDUCATION  
FACULTY OF SCIENCE  
BURAPHA UNIVERSITY

2021

COPYRIGHT OF BURAPHA UNIVERSITY

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา  
วิทยานิพนธ์ของ สุรัสดี เกรียมโพธิ์ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม  
หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

.....

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สาธิตี เลิศประไพ)

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

.....

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สาธิตี เลิศประไพ)

..... กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วนิดา พงษ์ศักดิ์ชาติ)

.....

..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เอกรัฐ ศรีสุข)

วันที่ 13 เดือน มกราคม พ.ศ. 2564

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ  
การศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา

.....

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)

วันที่ 20 เดือน มกราคม พ.ศ. 2564



61910027: สาขาวิชา: คณิตศาสตร์ศึกษา; วท.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา)

คำสำคัญ: การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด, คำถามระดับสูง, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์, ความน่าจะเป็น  
 สุรัสดี เกรียมโพธิ์ : ผลการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 . (THE EFFECT OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION LEARNING ACTIVITY WITH HIGH-ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITY IN PROBABILITY OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS ) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สาธินี เลิศประไพ, ประ.ด., อาพันธ์ชนิต เจนจิต, กศ.ด. ปี พ.ศ. 2564.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ จังหวัดชัยภูมิ จำนวน 35 คน ซึ่งขนาดกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการคำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่าง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง จำนวน 6 แผน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทีสำหรับตัวอย่าง 1 กลุ่ม (One Sample t-test) ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

61910027: MAJOR: MATHEMATICS EDUCATION; M.Sc. (MATHEMATICS EDUCATION)

KEYWORDS: Cognitively Guided Instruction Activity, High-Order Questions, Mathematical Problem Solving Ability, Mathematical Reasoning Ability, Probability

SURATSADEE KRIAMPHO : THE EFFECT OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION LEARNING ACTIVITY WITH HIGH-ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITY IN PROBABILITY OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS . ADVISORY COMMITTEE: SATINEE LERTPRAPAI, Ph.D., APUNCHANIT JENJIT, Ed.D. 2021.

The purposes of this research were to compare mathematical problem solving and reasoning ability in probability of Mathayomsuksa IV students after using cognitively guided instruction activity with high-order questions with a 70 percent criterion. The design of research was a one-group posttest-only design. The subjects of this study were 35 Mathayomsuksa IV students in the first semester of the 2020 academic year at Satrichaiyaphum School, Chaiyaphum. They were calculated by sample size determination. The instruments used in study were six lesson plans and mathematical problem solving and reasoning ability test with reliability of 0.72. The statistics used for analyzing the collected data were mean, percentage, standard deviation and one sample t-test. The findings were as follows :

1. Mathematical problem solving ability in probability of the sample group after obtaining cognitively guided instruction activity with high-order questions was statistically higher than 70 percent criterion at the .05 level of significance.

2. Mathematical reasoning ability in probability of the sample group after obtaining cognitively guided instruction activity with high-order questions was statistically higher than 70 percent criterion at the .05 level of significance.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สาธิตี เลิศประไพ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องให้กับผู้วิจัย ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งกับความกรุณาและความทุ่มเทของอาจารย์ทั้งสองเป็นอย่างยิ่ง จึงกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วนิดา พงษ์ศักดิ์ชาติ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ทำให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น รวมถึงผู้เชี่ยวชาญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อริรักษ์ ชัยวร ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิษฐา ชมภูวิเศษ และครูสุรเดช พลหาญ ที่สละเวลาในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ทำให้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้บริหารสถานศึกษา โรงเรียนสตรีชัยภูมิ จังหวัดชัยภูมิ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัยในครั้งนี้ รวมถึงหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และคุณครูพี่ ๆ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้การต้อนรับด้วยความอบอุ่น และสำคัญที่สุดขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ให้ความร่วมมือกับการจัดกิจกรรมจนสำเร็จลุล่วงด้วยดี ทั้งยังมอบความรัก และความห่วงใยแก่ผู้วิจัยตลอดมา รวมถึงเพื่อน ๆ และน้อง ๆ นิสิตปริญญาโท สาขา คณิตศาสตร์ศึกษา สาขา คณิตศาสตร์ สาขา การสอนคณิตศาสตร์ และสาขา การสอนวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่คอยเป็นกำลังใจ ให้ความช่วยเหลือ และยังร่วมทุกข์ร่วมสุขกับผู้วิจัยเสมอมา

ขอขอบคุณ โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาระดับปริญญาโท และมอบทุนการศึกษาในการทำวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ คุณแม่ประทุมทิพย์ เกียรติมโพธิ์ คุณพ่อ Mr. Kevin Patrick Ailes คุณตาพรม คุณยายสำรวย เกียรติมโพธิ์ รวมทั้งขอบคุณน้องสาว และเพื่อนสนิท ที่ให้กำลังใจที่ดีแก่ผู้วิจัยเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขออุทิศให้คุณพ่อภูสิทธิ์ วรรณมล และขอมอบเป็นกตัญญูทดแทนแด่บุพการี ครูบาอาจารย์ที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ และผู้มีพระคุณทุกท่าน ที่ทำให้ผู้วิจัยประสบความสำเร็จตราบเท่าทุกวันนี้

สุรัสดี เกียรติมโพธิ์

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญภาพ.....	๗
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
สมมติฐานการวิจัย.....	6
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	8
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	9
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	13
ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	13
หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีชัยภูมิ: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	17
การสอนแนะให้รู้คิด (CGI).....	20
คำถามระดับสูง.....	28
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	35



ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	55
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	67
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย .....	71
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง .....	71
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	72
การดำเนินการวิจัย .....	93
การเก็บรวบรวมข้อมูล .....	93
การวิเคราะห์ข้อมูล .....	94
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	95
บทที่ 4 ผลการวิจัย .....	98
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	98
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	98
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	108
สรุปผลการวิจัย .....	109
อภิปรายผล .....	109
ข้อเสนอแนะ .....	129
บรรณานุกรม .....	131
ภาคผนวก .....	137
ภาคผนวก ก .....	138
ภาคผนวก ข .....	145
ภาคผนวก ค .....	156
ภาคผนวก ง .....	158
ภาคผนวก จ .....	186
ประวัติย่อของผู้วิจัย .....	192

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1-1 เนื้อหาย่อยในเรื่องความน่าจะเป็น .....	9
ตารางที่ 2-1 มาตรฐานและตัวชี้วัดสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น .....	17
ตารางที่ 2-2 โครงสร้างหลักสูตรการเรียนรู้รายภาคของระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสาย วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ (ม. 4-6) .....	18
ตารางที่ 2-3 การสังเคราะห์ขั้นต่าง ๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ..	26
ตารางที่ 2-4 เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สิริพร ทิพย์คง .....	50
ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี .....	51
ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริม การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี .....	52
ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาแบบภาพรวมของ สุวิทย์ มูลคำ .....	52
ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยจากการแสดงวิธีการในการหา คำตอบและความถูกต้องของคำตอบของ ศศิธร แม้นสงวน .....	53
ตารางที่ 2-9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยก องค์ประกอบของผู้วิจัย .....	54
ตารางที่ 2-10 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของ กรมวิชาการ .....	65
ตารางที่ 2-11 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี .....	66
ตารางที่ 2-12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย .....	67
ตารางที่ 3-1 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 .....	73

ตารางที่ 3-2 ตัวอย่างประเภทของคำถามระดับสูงที่ใช้ไว้ในขั้นที่ 2 ถึงขั้นที่ 4 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI).....	81
ตารางที่ 3-3 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	85
ตารางที่ 3-4 คะแนนเต็มของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	87
ตารางที่ 3-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	88
ตารางที่ 3-6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	89
ตารางที่ 3-7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	90
ตารางที่ 3-8 แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design) .....	93
ตารางที่ 4-1 คะแนนร้อยละพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน จำแนกตามรายแผนการจัดการเรียนรู้.....	100
ตารางที่ 4-2 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังเรียน .....	102
ตารางที่ 4-3 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	105
ตารางที่ 4-4 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังเรียน .....	106
ตารางที่ 4-5 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	107
ตารางที่ ข-1 ผลการวิเคราะห์ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็น จากผู้เชี่ยวชาญ .....	146
ตารางที่ ข-2 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น .....	152

ตารางที่ ข-3 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ..... 153

ตารางที่ ข-4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความ  
น่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ..... 153



## สารบัญญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
ภาพที่ 4-1 กราฟเส้นแสดงระดับพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ระหว่างเรียนของกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามรายแผนการจัดการเรียนรู้.....	100
ภาพที่ 5-1 ตัวอย่างการแสดงวิธีแก้ปัญหาโดยใช้การแจกกรณี (ภาพซ้าย) และใช้การเขียนภาพ (ภาพ ขวา) .....	111
ภาพที่ 5-2 ตัวอย่างแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด ข้อที่ 2 (ภาพซ้าย) และแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง การจัดหมู่กรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด ข้อที่ 2 (ภาพ ขวา) .....	112
ภาพที่ 5-3 ตัวอย่างการแสดงผลประกอบการแก้ปัญหาที่ยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์.....	116
ภาพที่ 5-4 ตัวอย่างการแสดงผลประกอบการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ .....	117
ภาพที่ 5-5 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	118
ภาพที่ 5-6 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	118
ภาพที่ 5-7 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	119
ภาพที่ 5-8 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	119
ภาพที่ 5-9 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	120
ภาพที่ 5-10 ตัวอย่างการแสดงผลประกอบการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์ .....	122
ภาพที่ 5-11 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ .....	123

ภาพที่ 5-12 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	123
ภาพที่ 5-13 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	124
ภาพที่ 5-14 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	124
ภาพที่ 5-15 ตัวอย่างการแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์	126
ภาพที่ 5-16 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	127
ภาพที่ 5-17 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	127
ภาพที่ 5-18 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	128
ภาพที่ 5-19 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	128
ภาพที่ ค-1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติการทดสอบสำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test)	157
ภาพที่ ค-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติการทดสอบสำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test)	157

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดและการดำรงชีวิตของมนุษย์ พบว่าคณิตศาสตร์มีการใช้ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งในปัจจุบันเมื่อมีความเจริญก้าวหน้าของเศรษฐกิจ สังคม เทคโนโลยี การใช้คณิตศาสตร์จึงมีบทบาทสำคัญตามเช่นกัน กล่าวคือมีการใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและเชิงลึกมากขึ้น พร้อมทั้งมีความหลากหลายตามความต้องการของคนในสังคม คณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญทุกยุคทุกสมัยจนถึงปัจจุบัน คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่พัฒนาความคิด พัฒนาการศึกษให้กับคนในสังคม ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 56) ได้ระบุว่าคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

ประเทศไทยได้ให้ความสำคัญในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นพัฒนานักเรียนทุกคนได้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเห็นได้จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็น 1 ใน 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ แต่เมื่อเทียบกับการสอบวัดผลต่าง ๆ กับประเทศอื่น พบว่าประเทศของเรายังอยู่ในระดับที่ไม่น่าพึงพอใจ หรือสอบได้คะแนนเฉลี่ยต่ำเป็นลำดับท้าย ๆ ของประเทศที่ร่วมโครงการในการสอบ PISA (Program for International Student Assessment) หรือโครงการประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล ขององค์กรเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและการพัฒนา หรือรู้จักในนามของ OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) (วิทยากร เชียงกุล, 2562, ออนไลน์) ซึ่งเป็นการประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี ซึ่งเป็นวัยที่สำเร็จการศึกษาภาคบังคับอย่างต่อเนื่องทุก ๆ 3 ปี โดยเน้นการประเมิน “ความฉลาดรู้” (Literacy) ได้แก่ ความฉลาดรู้ด้านการอ่าน (Reading Literacy) ความฉลาดรู้ในด้านคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ความฉลาดรู้ในด้านวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) สำหรับผลการประเมิน PISA 2018 ของประเทศไทย นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยในด้านคณิตศาสตร์ 419 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD ที่มีคะแนนมาตรฐาน

อยู่ที่ 489 คะแนน และเมื่อเรียงตามคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนไทยอยู่ที่ตำแหน่ง 57 จากนักเรียนทั้งหมด 79 ประเทศ โดยแบบทดสอบของ PISA จะเป็นการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ที่เป็นความสามารถของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายและทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ (โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561, หน้า 231) หากพิจารณาในภาพรวมของเด็กไทยในเวทีการสอบระดับโลกยังมีจุดด้อยในด้านของกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีเหตุผล นอกจากนี้ ในการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินิยมขั้นพื้นฐาน O-NET (Ordinary National Education Test) พบว่า ผลคะแนนในภาพรวมของกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งผลคะแนนสอบ O-NET ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในปีการศึกษา 2559-2561 มีสถิติคะแนนเฉลี่ย 24.88 24.53 และ 30.72 ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน หากพิจารณาผลการสอบ O-NET ในช่วงดังกล่าว จะเห็นว่า สถิติคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศอยู่ในระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 ต่อเนื่องกันทุกปี (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ องค์การมหาชน, 2562)

จากข้อมูลรายงานผลการสอบ O-NET ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2559-2561 ของโรงเรียนสตรีชัยภูมิ พบว่า คะแนนเฉลี่ยระดับโรงเรียนในมาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล มีคะแนนเฉลี่ย 17.90 24.37 และ 26.95 ตามลำดับ ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำกว่าระดับประเทศในมาตรฐาน ค 5.2 มีคะแนนเฉลี่ย 20.34 26.64 และ 30.76 ตามลำดับ เนื่องด้วยในมาตรฐาน ค 5.2 ของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นั้น ได้รับการปรับเปลี่ยน ซึ่งเทียบเคียงได้กับมาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ของมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งสามารถสะท้อนให้เห็นได้ว่า นักเรียนขาดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง สถิติและความน่าจะเป็น และจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนเรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (หลักสูตรเดิม) โรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ พบว่า ความน่าจะเป็น เป็นเนื้อหาที่นักเรียนประสบปัญหาในการเรียนรู้ เนื่องจากความน่าจะเป็นมีเนื้อหาที่ต้องใช้การแก้ปัญหาโดยอาศัยเหตุผลในการหาคำตอบควบคู่กัน เป็นเนื้อหาที่ไม่มีสูตรตายตัวในการหาคำตอบ ซึ่งแตกต่างจากเนื้อหาคณิตศาสตร์บางเรื่อง ยิ่งไปกว่านั้นเมื่อมีโจทย์ที่ไม่คุ้นเคยหรือไม่เคยฝึกทำใน



ห้องเรียนมาก่อน มีการพลิกเพลงของโจทย์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่จะไม่สามารถหาคำตอบได้ (ไวทย์ญานี ศรีรังฆานนท์, สัมภาษณ์, 23 ธันวาคม 2562)

จากปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น อาจเป็นผลมาจากนักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือกระบวนการที่กระทำจากตัวอย่างของครูผู้สอน กล่าวคือ นักเรียนเห็นวิธีการแล้วนำมาเลียนแบบ และใช้เทคนิคเหล่านั้น โดยไม่มีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนอย่างแท้จริง และไม่สามารถแก้ปัญหาพร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบได้ ทั้งนี้เป็นเพราะครูส่วนใหญ่สอนแบบบอกขั้นตอนกระบวนการหรือวิธีทำ เพื่อให้ให้นักเรียนทำตามตัวอย่าง ซึ่งวิธีการเหล่านี้เป็นการจำกัดความคิดของนักเรียนและไม่ได้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ ศักดิ์ศรี ปาณะกุล, นิรมล ศตวุฒิ และรวีวรรณ ศรีรัมย์ครั้น (2556, หน้า 53) กล่าวว่า วิธีการสอนของครูส่วนใหญ่สอนแบบบรรยาย โดยครูเป็นผู้บอก นักเรียนท่องจำ จากอดีตที่ผ่านมา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมุ่งให้นักเรียน ได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหา และการทำงานตามขั้นตอนหรือกระบวนการที่ผู้สอนยกตัวอย่าง ซึ่งนักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ได้ ส่วนหนึ่งเป็นผลมาจากการที่ผู้สอนไม่ได้ฝึกให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ให้มากพอ จึงจำเป็นอย่างยิ่ง ที่ผู้สอนต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการนำไปใช้หรือทักษะกระบวนการอย่างต่อเนื่อง (อัมพร ม้าคอง, 2553, หน้า 68) เนื่องมาจากนักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงเหตุผลหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่ออย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555 ก, หน้า 1)

แนวทางที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้นั้น กล่าวคือ ต้องมีการจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนฝึกกระบวนการคิดได้ด้วยตนเอง โดยเดิมจากครูเป็นผู้สอน ผู้บอก ในการเรียนการสอนทั้งหมด ควรเปลี่ยนมาเป็นแค่ผู้แนะ หรือผู้สนับสนุนในการทำกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนคิดเอง ลงมือปฏิบัติเอง เพราะสิ่งเหล่านี้จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จนพัฒนาไปเป็นทักษะ ซึ่งสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนานักเรียนเกี่ยวกับองค์ความรู้และทักษะพื้นฐานในการแก้ปัญหา ซึ่งพัฒนาโดย คาร์เพนเทอร์และคณะ ในปี ค.ศ. 1980 (Carpenter et al., 2000, p.1) เป็นแนวการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ให้ความสำคัญกับการคิด การให้เหตุผล และฝึกให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกใน

การจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม พร้อมทั้งนำเสนอความคิดด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้รับความรู้หลายรูปแบบจากการร่วมมือกับเพื่อน ๆ เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน (Carpenter et al., 1989, pp. 499-531 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร, 2555, หน้า 4) ซึ่งการจัดการเรียนรู้ตามแนวการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) นี้ จะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งในระยะยาวจะสามารถพัฒนาเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 86) นอกจากนี้เนื้อหาวิชาเรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นเรื่องที่ต้องอาศัยการตีความหมายและทำความเข้าใจ โจทย์มากกว่าเนื้อหาวิชาเรื่องอื่น ๆ ดังนั้นการใช้การจัดการจัดการเรียนรู้อย่างสอนแนะให้รู้คิด (CGI) จึงเหมาะสมกับเนื้อหาวิชาเรื่องความน่าจะเป็นอย่างมาก เพราะจะเป็นการฝึกให้นักเรียนคิดและหาคำตอบด้วยตนเอง

อย่างไรก็ตามในการจัดการเรียนการสอน สิ่งสำคัญที่จะช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ได้ดั่งนั้น ขึ้นอยู่กับการใช้คำถามของครู โดยคำถามที่สามารถพัฒนาทักษะกระบวนการคิด การให้เหตุผล คือ คำถามระดับสูง ซึ่งเป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความคิดระดับสูงในการตอบ เช่น ให้เปรียบเทียบ ค้นหารูปแบบ หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 80) จากที่กล่าวมาข้างต้น คำถามระดับสูงจะช่วยพัฒนานักเรียนในด้านทักษะความคิดและการให้เหตุผลของนักเรียนได้ อีกทั้งมีงานวิจัยของเวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร (2555, หน้า 122) เรื่องการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติและการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปสู่ชีวิตจริง โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติหลังเรียนจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิดร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อีกทั้งมีงานวิจัยของดิษพล เนตรนิมิต (2558) ที่ศึกษาผลการใช้รูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดการจัดการเรียนรู้อิสระหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.5

ทั้งนี้จากการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการจัดการเรียนรู้อย่างสอนแนะให้รู้คิด (CGI) พบว่า ผลการวิจัยมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปเป็นเกณฑ์ของคะแนนรวมที่อยู่ในระดับดี ตาม

กระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 14) ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุชารัตน์ สมรรถการ (2556, หน้า 107) เรื่อง เรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่า ก่อนได้รับการจัดกิจกรรม และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อำภารัตน์ ผลววรรณ (2556, หน้า 133) เรื่อง ความน่าจะเป็น พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ กัทธอร อริยชนพงศ์ (2558, หน้า 96) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ กุลวดี อำภาวงษ์ (2560, หน้า 97) พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละของความแตกต่างเท่ากับ 7.78

จากสภาพปัญหาและเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสนใจที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง โดยมีคำถามระดับสูงสอดแทรกลงไปในพื้นที่ต่าง ๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เพื่อใช้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (หลักสูตรฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตลอดจนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้นต่อไป

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70

### สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

## กรอบแนวคิดในการวิจัย

รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ  
 สอนแนะให้รู้คิด (CGI) ประกอบด้วย 4  
 ขั้นตอน ดังนี้ (Carpenter et al., 1999;  
 ขวัญ เพ็ชร์ชัย, 2553; เวชฤทธิ  
 อังคนะภัทรจจร, 2555)  
 ขั้นที่ 1 ครุมนำเสนอปัญหา  
 ขั้นที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความ  
 เข้าใจในปัญหา  
 ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและ  
 วิธีการแก้ปัญหา  
 ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปราย  
 คำตอบ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด  
 (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง  
 ขั้นที่ 1 ครุมนำเสนอปัญหา โดยที่ครูทบทวนความรู้  
 เดิมและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจสอดคล้องกับ  
 สภาพปัญหาในชีวิตประจำวัน  
 ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยครู  
 ใช้คำถามให้นักเรียนเปรียบเทียบและยกตัวอย่าง  
 เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา และอภิปราย  
 ปัญหา  
 ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ใน  
 การแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล ซึ่งในระหว่าง  
 นักเรียนรายงานคำตอบ ครูใช้คำถามให้นักเรียน  
 อธิบายและวิเคราะห์ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดง  
 แนวคิดของตนเองออกมา  
 ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและ  
 วิธีการที่ใช้ โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนอธิบายเพื่อ  
 กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน และเพื่อ  
 เป็นการตรวจสอบความรู้ของนักเรียน

คำถามระดับสูง 4 ประเภท (ปานทอง  
 กุลนาถศิริ, 2546; สรวาดิเพ็งศิริ โคตร,  
 2549; ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2553; อัมพร  
 ม้าคอง, 2553)

1. คำถามให้  
 เปรียบเทียบ

2. คำถามให้  
 ยกตัวอย่าง

3. คำถามให้  
 อธิบาย

4. คำถามให้  
 วิเคราะห์

ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

1. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

## ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สำหรับไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

2. เป็นแนวทางสำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

## ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตการวิจัยไว้ดังนี้

### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 147 คน ห้องเรียน สายวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 35 คน ซึ่งขนาดของกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการคำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่างโดย (Ryan, 2013, p. 66)

### ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรต้น ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

### เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความน่าจะเป็น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งมีเนื้อหา ดังตารางที่ 1-1

ตารางที่ 1-1 เนื้อหาข้อสอบในเรื่องความน่าจะเป็น

เรื่อง	จำนวน (คาบ)
หลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ)	2
หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)	2
การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด	3
การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด	3
ความน่าจะเป็น	
- การทดลองสุ่ม	
- แซมเปิลสเปซ	4
- เหตุการณ์	
- ความน่าจะเป็น	
โจทย์ปัญหาความน่าจะเป็น	2
รวม	16

#### ระยะที่ใช้เวลาในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยจะดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โดยใช้เวลาในการทำวิจัยจำนวน 16 คาบ คาบละ 50 นาที โดยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 16 คาบ และเป็นการทดสอบ 1 คาบ คือทดสอบหลังเรียนวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น

#### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดของนักเรียน เน้นให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหา ให้ความสำคัญกับการคิด การให้เหตุผล โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา โดยที่ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ สอดคล้องกับสภาพปัญหาในชีวิตประจำวัน

ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา และอภิปรายปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล ซึ่งในระหว่างนักเรียนรายงานคำตอบ ครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน และเพื่อเป็นการตรวจสอบความรู้ของนักเรียน

2. คำถามระดับสูง หมายถึง คำถามที่ต้องการส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดในระดับสูง ในการตอบคำถามและช่วยพัฒนานักเรียนในด้านทักษะความคิดและการให้เหตุผล ซึ่งคำถามระดับสูงประกอบไปด้วย

2.1 คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่าง หรือบอกถึงความสัมพันธ์

2.2 คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบ และยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดมาให้

2.3 คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมี คำว่า ทำไม อย่างไร และเหตุผลใด ประกอบอยู่ด้วย เป็นต้น

2.4 คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามให้นักเรียนได้วิเคราะห์ แยกแยะ จัดหมวดหมู่ของปัญหา รวมทั้งบอกถึงความสัมพันธ์และเหตุผล

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) 4 ขั้น โดยมีการสอดแทรกคำถามระดับสูงไว้ในขั้นที่ 2 ถึงขั้นที่ 4 เพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้ในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนขึ้น โดยมีขั้นต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา โดยที่ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ สอดคล้องกับสภาพปัญหาในชีวิตประจำวัน

ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่างของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้ และให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่อาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด



แก้ปัญห และอภิปรายปัญหา ซึ่งในขั้นนี้ให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาตามขั้นตอนย่อย ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจโจทย์ ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา มีเงื่อนไขอะไร โดยเขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญห เป็นขั้นที่นักเรียนกำหนดแนวทางหรือแผนการที่เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญห เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกเอาไว้ไม่สามารถแก้ปัญหได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหใหม่อีกครั้ง

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนสรุปผลที่ได้มาคืออะไร ถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญห พร้อมทั้งแสดงเหตุผลซึ่งในระหว่างนักเรียนรายงานคำตอบ ครูใช้คำถามให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบ ตัวอย่างคำถามเช่น “ทำไม” “อย่างไร” หรือ “เหตุผลใด” และให้นักเรียนวิเคราะห์ แยกแยะ จัดหมวดหมู่ของสถานการณ์ปัญหา โดยบอกถึงความสัมพันธ์และเหตุผลของปัญหาที่กำหนดมาให้ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่า “ทำไม” “อย่างไร” หรือ “เหตุผลใด” เพื่อเน้นย้ำวิธีการที่ใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้อีกครั้ง เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน และเป็นการตรวจสอบความรู้ของนักเรียน

4. ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการค้นหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ และประสบการณ์เดิม ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ และมีขั้นตอนในการวัดความสามารถในการแก้ปัญห ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจโจทย์ ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา มีเงื่อนไขอะไร โดยเขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนกำหนดแนวทางหรือแผนการที่เลือกใช้  
วิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วาง  
ไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกเอาไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้  
นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนสรุปผลที่ได้มาคืออะไร ถูกต้องหรือไม่

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนใน  
การอธิบายหรือแสดงแนวคิด โดยใช้หลักการ สมบัติ กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์  
ประกอบการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน และให้ได้มาของคำตอบอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัด  
ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น  
เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ และในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลจะวัดในขั้นตอนย่อย  
ของขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนเฉลี่ยขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีความสามารถในการ  
แก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนน  
เฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวมซึ่งอยู่ใน  
ระดับดี ตามกระทรวงศึกษาธิการ (2552, หน้า 14)

7. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 35 คน  
ของโรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง นำเสนอตามหัวข้อดังนี้

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสตรีชัยภูมิ: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)
4. คำถามระดับสูง
5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

##### 1.1 ความสำคัญของหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน ดังนี้

จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน เมทริกซ์ จำนวนเชิงซ้อน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและ ความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน เรขาคณิตวิเคราะห์ เวกเตอร์ในสามมิติ และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับ การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

## 1.2 สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้ มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยน ข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วย หลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึง ผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ

เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้ เทคโนโลยี ด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

### 1.3 คุณภาพผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้

1. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
2. เข้าใจและใช้หลักการนับเบื้องต้น การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้
3. นำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง พังกัณฑ์ ลำดับและอนุกรม ไปใช้ในการแก้ปัญหารวมทั้งปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน
4. เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล นำเสนอข้อมูล และแปลความหมายข้อมูล เพื่อประกอบการตัดสินใจ

### 1.4 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

#### สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน ลำดับอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการอธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

## สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

## สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

### ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

3. การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4. การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุงพัฒนาองค์ความรู้

จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยนำมาใช้ประกอบงานวิจัยในครั้งนี้คือสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น ซึ่งประกอบด้วยมาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ซึ่งมีตัวชี้วัดดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 มาตรฐานและตัวชี้วัดสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้	ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา
	ค 3.2 ม.4/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ไปใช้

## 2. หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีชัยภูมิ: กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

### 2.1 คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาพื้นฐาน
ค32104 คณิตศาสตร์พื้นฐาน	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2
เวลาเรียน 40 ชั่วโมง (2 ชั่วโมง/สัปดาห์)	จำนวน 1 หน่วยกิต

ศึกษา ฝึกทักษะและกระบวนการ ในสาระต่อไปนี้ คือ หลักการนับเบื้องต้น หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด การจัดหมู่กรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด ความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

โดยใช้การจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงาน เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการ ในการคิด

คำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิดทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์รวมทั้งบูรณาการหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียงและจุดเน้น โรงเรียนมาตรฐานสากลในการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความต้องการของท้องถิ่น

เพื่อให้เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

### มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

#### สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

ค 3.2 ม.4-6/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณการเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา

ค 3.2 ม.4-6/2 หาความน่าจะเป็นและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

รวมทั้งหมด 2 ตัวชี้วัด

### 2.2 โครงสร้างหลักสูตรการเรียนรู้รายภาคของระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ (ม. 4-6) ดังตาราง 2-2

ตารางที่ 2-2 โครงสร้างหลักสูตรการเรียนรู้รายภาคของระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ (ม. 4-6)

ชั้น/ ภาคเรียน	สาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์	จำนวน (ชั่วโมง)	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์	จำนวน (ชั่วโมง)
ม.4/1	1. เซต	20	1. เซต	12
	2. ตรรกศาสตร์เบื้องต้น	20	2. ตรรกศาสตร์	18
			3. จำนวนจริงและพหุนาม	30
	รวม	40		60



ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

ชั้น/ ภาคเรียน	สาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์	จำนวน (ชั่วโมง)	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์	จำนวน (ชั่วโมง)
ม.4/2	1. ฟังก์ชัน	40	1. ฟังก์ชัน	20
			2. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชัน ลอการิทึม	15
			3. เรขาคณิตวิเคราะห์	25
	รวม	40		60
ม.5/1	1. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	40	1. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	20
			2. เมทริกซ์	20
			3. เวกเตอร์ในสามมิติ	20
	รวม	40		60
ม.5/2	1. หลักการนับเบื้องต้น	20	1. จำนวนเชิงซ้อน	20
	2. ความน่าจะเป็น	20	2. หลักการนับเบื้องต้น	20
			3. ความน่าจะเป็น	20
	รวม	40		60
ม.6/1	1. ลำดับและอนุกรม	40	1. แคลคูลัสเบื้องต้น	60
	รวม	40		60
ม.6/2	1. สถิติ	40	1. สถิติ	30
			2. การแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น	30
	รวม	40		60

หมายเหตุ เนื่องจากได้มีการเปลี่ยนแปลงมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการ  
เรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน  
พุทธศักราช 2551 โดยให้มีการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ความน่าจะเป็น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4  
ในภาคเรียนที่ 1 แต่เนื่องด้วยโรงเรียนสตรีชัยภูมิยังคงดำเนินการสอนกับนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 5 ตามเดิม ดังนั้นผู้วิจัยจะดำเนินการสอนตามมาตรฐานและตัวชี้วัดของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในภาคเรียนที่ 1

### 3. การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

#### 3.1 ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด

มีนักวิชาการได้ให้ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด หรือการสอนแบบแนะให้รู้คิด ดังนี้

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 63) กล่าวว่า การสอนแบบแนะให้รู้คิด เป็นการสอนวิธีหนึ่งที่ทำให้ความสำคัญต่อวิธีการคิดของนักเรียน เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้อย่างแท้จริง ในชั้นสอนผู้สอนเป็นเพียงผู้คอยรับฟังและชี้แนะ แต่นอกชั้นเรียนผู้สอนต้องเตรียมการสอนพอสมควรเพื่อให้การเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมายตามที่คาดหวังไว้

Carpenter et al. (2000, p. 1) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิด เป็นการสอนที่ช่วยพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งขึ้นอยู่กับความรู้และความเชื่อของครูผู้สอนที่นำมาออกแบบวิธีการสอนและการฝึกฝนของนักเรียน ตลอดจนการตัดสินใจและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาแล้วจึงสะท้อนความคิดของแต่ละคนออกมาเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดร่วมกันจนได้ข้อสรุป

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 103) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้คิด เป็นรูปแบบการสอนที่ให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาและการสร้างความรู้ของนักเรียน โดยมีผู้สอนเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดของนักเรียน เน้นให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญหาให้ความสำคัญกับการคิด การให้เหตุผล โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้

#### 3.2 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิธีหนึ่ง ที่มุ่งเน้นประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาโดยให้เหตุผลประกอบ แนวคิดนี้ถูกพัฒนาโดยคาร์เพนเทอร์และคณะในปี ค.ศ. 1980 (Carpenter et al., 2000, p. 1) ซึ่งแนวการสอนแบบแนะให้รู้คิด หรือ CGI นี้ตั้งอยู่บนพื้นฐานของความรู้และความเชื่อของครูผู้สอน ที่เกิดจากการสังสม

และการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้วนำมาพิจารณาใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และการเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุดต้องเรียนผ่านการแก้ปัญหา

(Carpenter et al., 1989, pp. 499-531; Fennema et al., 1993, pp. 555-583) กล่าวคือ ไม่มีวิธีการสอนที่เป็นรูปแบบตายตัว แต่ขึ้นอยู่กับบริบทของนักเรียนเป็นสำคัญ โดยอยู่บนพื้นฐานปรัชญาที่ว่า การเรียนการสอนต้องเกิดจากความรู้ของนักเรียนและให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนเป็นสนับสนุนผลักดันให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นเหตุเป็นผล ไม่คำนึงถึงความถูกต้องของคำตอบแต่จะคำนึงถึงเหตุผลที่ได้มาของคำตอบมากกว่า นักเรียนจะใช้เวลาส่วนใหญ่ในการหาวิธีการและรูปแบบที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ทั้งนี้ต้องเป็นวิธีที่นักเรียนสามารถให้เหตุผลได้ พร้อมทั้งสามารถอธิบายหน้าชั้นเรียนได้อย่างสมเหตุสมผล โดยมีการแลกเปลี่ยนแนวความคิด วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายรูปแบบของนักเรียนในชั้นนั้น ๆ เพื่อก่อให้เกิดกระบวนการสร้างความรู้ด้วยตนเองจากประสบการณ์การแก้ปัญหของตนเองและผู้อื่น จนได้ข้อสรุปในท้ายที่สุด ซึ่งผู้สอนจะไม่สอนวิธีการแก้ปัญหาแต่จะอำนวยความสะดวก หรือสนับสนุนให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหาด้วยตัวเอง สนับสนุนให้นักเรียนค้นพบข้อผิดพลาดของตนเอง เป็นวิธีการเรียนการสอนที่สนับสนุนและพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่ง Carpenter et al. (2000, pp. 1-2) ได้ตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนแบบ CGI ไว้ว่า

1. การสอนควรเป็นการสอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเข้าใจและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. ความรู้และความเชื่อของครูมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน

4. ความรู้และความเชื่อและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูได้รับอิทธิพลมาจากการทำความเข้าใจการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากหลักการของสอนแนะให้รู้คิด นำมาซึ่งหลักการของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2553, หน้า 3)

1. การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน โดยเน้นที่ความสำคัญระหว่างทักษะและการแก้ปัญหา ใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน

2. การจัดการเรียนการสอนควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ

3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา โมโนทัศน์หรือทักษะ กับความรู้เดิมที่มีอยู่

4. เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนแบบนี้อยู่บนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน จึงต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ได้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหาที่ใด ๆ ได้ แต่ประเมินด้วยว่านักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือการถามคำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง จากการแก้ปัญหาด้วยตนเองจนได้ข้อสรุป หรือคำตอบ โดยครูผู้สอนต้องมีการประเมินกระบวนการคิดของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ รวมทั้งประเมินการให้เหตุผลของนักเรียนที่ใช้ในการแก้ปัญหา

### 3.3 ชั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

มีนักการศึกษาได้เสนอชั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ไว้ดังนี้

Carpenter et al. (1999, pp. 60-85; 2000, pp. 4-5 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร, 2555, หน้า 38) และ Hiebert et al. (1997 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร, 2555, หน้า 38) ได้อธิบายถึงชั้นที่สำคัญ 4 ชั้นในกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่สอดคล้องกัน ดังนี้

ชั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาคัดค้านกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหาครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ชั้นที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้และช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาที่ใด ๆ ได้แล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้สิ่งสำคัญของชั้นเรียน CGI คือ ในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหาครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหาและให้นักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูจึงเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา เช่น ทำไมคุณถึงเริ่มต้นด้วย... คุณแก้ปัญหาอย่างไร บอกได้ไหมว่าคุณได้คำตอบมาได้อย่างไร หรือคุณบอกได้ไหมว่ากำลังคิดอะไรอยู่ เป็นต้น

ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการ และเหตุผลของตนเองแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูเป็นผู้ทำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม เช่น คำตอบทั้งสองนี้เหมือนและต่างกันอย่างใด มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่แตกต่างจากที่กล่าวมานี้หรือไม่ เป็นต้น และครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

เวทฤทธิ อังกะภักทรขจร (2551, หน้า 68) ได้เสนอขึ้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางของชั้นเรียน CGI ออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับปัญหา

ขั้นที่ 2 นักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูลตามสถานการณ์/ ปัญหาหรือให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์/ ปัญหาเพื่อนำมาอภิปรายคำตอบ โดยในระหว่างนักเรียนทำกิจกรรม ครูจะเป็นผู้อำนวยความสะดวก และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด รวมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ จากนั้นครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมกันถามให้นักเรียน ได้แสดงความคิดหรือเหตุผลที่ใช้ เพื่อให้เกิดการแสดงผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด

ขั้นที่ 4 นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการแนวคิดและเหตุผลที่ใช้ในการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย จากนั้นนักเรียนช่วยกันขยายแนวคิดจากข้อมูลเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อม และสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 64) ได้สรุปขั้นตอนการสอนแนะให้รู้คิดออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้  
 ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่นักเรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูเลือกมานั้น  
 ต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียน มีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์  
 ปัญหาที่น่าสนใจ สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจในประเด็น  
 ต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา เมื่อนักเรียนเกิดความชัดเจนในสถานการณ์ปัญหาแล้ว จากนั้นนักเรียน  
 ลงมือคิดวิเคราะห์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้แนวคิดของตนเอง โดยการอาศัยการเชื่อมโยงปัญหา  
 แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิม

ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ในขั้นนี้ครูคอยสังเกตดูการแก้ปัญหา  
 ของนักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ตอบคำถามและรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนที่มีข้อ  
 สงสัยหรือเกิดความไม่ชัดเจนในบางประเด็น โดยครูจะไม่บอกวิธีคิดแต่จะอาศัยการชี้แนะให้แก่  
 นักเรียน การตัดสินใจในการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับนักเรียน ครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกในการ  
 เรียนรู้

ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียน  
 ออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการ  
 แก้ปัญหาระหว่างกัน พร้อมทั้งมีการขยายประเด็นของปัญหาโดยครูหรือนักเรียน ร่วมกันอภิปราย  
 ในประเด็นที่ขยายของปัญหา

ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ ในขั้นนี้ นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้  
 หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปในประเด็นต่าง ๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา มีครู  
 เป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปร่วมกับนักเรียน จากนั้นครูมอบหมายงานและให้คำชี้แนะที่เป็น  
 ประโยชน์หลังสิ้นสุดการสอนพร้อมติดตามผลการประเมิน

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด  
 (CGI) แบ่งออกเป็น 4 ขั้น ที่ผู้วิจัยได้สังเคราะห์มาจากแต่ละขั้นของนักการศึกษาทั้งหมดที่กล่าวมา  
 ข้างต้น สรุปเป็นขั้นต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา โดยครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ  
 สอดคล้องกับสภาพปัญหาในชีวิตประจำวัน

ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด  
 แก้ปัญหา และอภิปรายปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล  
ในระหว่างนักเรียนรายงานคำตอบ ครูใช้คำถาม เพื่อให้ให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยใช้คำถามให้เกิดการ  
อภิปรายร่วมกัน และเพื่อตรวจสอบความรู้ของนักเรียน

ผู้วิจัยได้แสดงการสังเคราะห์ขั้นต่าง ๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้  
คิด (CGI) ออกเป็น 4 ขั้น ดังตาราง 2-3



ตารางที่ 2-3 การสังเคราะห์ขั้นตอนต่าง ๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด

Carpenter et al.	เวทียุทธศาสตร์ อิงทักษะที่ทรงจรรยา	ขวัญ เพ็ญชัย	ผู้วิจัย
<p>ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ปัญหาที่เด็กสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริง</p>	<p>ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง</p>	<p>ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา โดยครูพบทวนความรู้เดิมและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ สอดคล้องกับสภาพปัญหาในชีวิตประจำวัน</p>	
<p>ขั้นที่ 2 ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา โดยครูอำนวยความสะดวก</p>	<p>ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา โดยครูใช้คำถาม กระตุ้นให้นักเรียนคิด รวมทั้งให้คำแนะนำหากนักเรียนเกิดข้อสงสัย</p>	<p>ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา และอภิปรายปัญหา</p>	
<p>ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล โดยครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น</p>	<p>ขั้นที่ 3 นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้</p>	<p>ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล ซึ่งในระหว่างนักเรียนรายงานคำตอบ ครูใช้คำถาม เพื่อให้</p>	
<p>ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปราย และวิธีการที่ใช้ โดยครูใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน</p>	<p>ขั้นที่ 4 นักเรียนร่วมกันอภิปรายแนวคิด และเหตุผลที่ใช้ โดยครูใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย</p>	<p>ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยใช้คำถามให้เกิดการอภิปรายร่วมกัน และเพื่อตรวจสอบความรู้ของนักเรียน</p>	



### 3.4 บทบาทของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI)

ขวัญ เพ็ชร์ชัย (2553, หน้า 64) ได้เสนอบทบาทของครูในการสอนแนะให้รู้จักไว้ ดังนี้

1. เตรียมโจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับนักเรียน
2. เป็นผู้อำนวยความสะดวกโดยการให้คำชี้แนะ เป็นที่ปรึกษา สร้างแรงจูงใจ และความเชื่อมั่นให้กำลังใจ สนับสนุนสื่ออุปกรณ์การเรียนรู้ จัดสภาพสิ่งแวดล้อมและสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มากกว่าที่จะมาเป็นผู้ให้ความรู้แก่นักเรียน
3. รู้จักใช้คำถามเพื่อสำรวจเอาความคิดของเด็กว่าเด็กมีแนวความคิดอย่างไร เพื่อที่จะได้วางแผนการประเมินตัวเด็กได้อย่างถูกต้อง
4. ให้ความเวลาและเอาใจใส่ในการฟังเด็กขณะที่เด็กอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน เน้นสัมพันธภาพที่ดีระหว่างนักเรียนกับนักเรียนและระหว่างนักเรียนกับครู
6. ส่งเสริมการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและตัดสินใจในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
7. เนื่องจากไม่มีรูปแบบการสอนที่ตายตัว ดังนั้นครูต้องเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ แต่ควรจะต้องดึงดูดความสนใจและรู้จักปรับกิจกรรมการเรียนการสอนให้เข้ากับความเข้าใจหรือแนวคิดของนักเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนสามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่มีอยู่แก้ปัญหาได้
8. ประเมินแบบดูความก้าวหน้าหรือประเมินผลแบบเป็นระยะ ๆ มากกว่าที่จะประเมินผลหลังสิ้นสุดการเรียนการสอนเพียงครั้งเดียว

จากที่กล่าวมา จะเห็นว่า บทบาทของครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ครูผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก โดยให้โจทย์ที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน มีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดของตนเอง เปิดโอกาสให้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดกับนักเรียนและนักเรียนด้วยตนเอง หรือนักเรียนกับครู ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง นอกจากนี้ ครูผู้สอนควรประเมินความรู้ของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ

## 4. คำถามระดับสูง

### 4.1 ความหมายของคำถามระดับสูง

การใช้คำถามระดับสูงเป็นเทคนิคการสอนรูปแบบหนึ่งซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของคำถามระดับสูงไว้ ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 75) ให้ความหมายของคำถามระดับสูงไว้ว่า คำถามระดับสูง เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบระดับการแปล การนำไปใช้ การวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า หรือเรียกได้ว่าเป็นคำถามที่ต้องการวัดความคิด ช่วยพัฒนานักเรียนในด้านของทักษะความคิดและการให้เหตุผล

สายัณห์ ผาน้อย (2549, หน้า 110) ให้ความหมายของคำถามระดับสูงไว้ว่า เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบที่ต้องใช้สติปัญญาสูงขึ้น คือ คำถามในระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า หรือเรียกว่าคำถามต้องการสอบความคิด (Thought question) การตอบคำถามระดับนี้ผู้ตอบต้องใช้ความคิด ความสัมพันธ์และการแปลผล โดยอาศัยพื้นฐานความจำมาสัมพันธ์กัน

สรวดี เฟื่องศรี โคตร (2549, หน้า 60) กล่าวไว้โดยสรุปว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ส่งเสริมให้เด็กคิด โดยนำความรู้และประสบการณ์เดิม หรือจากความจำที่ได้จากคำถามระดับต่ำมาเป็นพื้นฐานในการสรุปหาคำตอบ

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 80-82) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความคิดในระดับสูง เช่น ให้เปรียบเทียบ ค้นหาแบบรูป หาค้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2553, หน้า 58) ได้กล่าวว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ส่งเสริมให้ผู้ตอบใช้ความคิด นำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานแล้วสรุปหาคำตอบเป็นการส่งเสริมให้เด็กมีความคิดสร้างสรรค์ และเกิดทักษะในการคิดอย่างมีระบบ นอกจากนั้นยังเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความคิดเห็นตลอดจนกระตุ้นให้ได้ลองแก้ปัญหาด้วยตนเอง

จากความหมายของคำถามระดับสูงที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าคำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ให้นักเรียนได้ใช้ความคิดขั้นสูงในการตอบคำถาม ช่วยพัฒนาให้นักเรียนได้ใช้ทักษะความคิดและทักษะการให้เหตุผล

#### 4.2 ความสำคัญของคำถามระดับสูง

มีนักการศึกษาต่างประเทศ และในประเทศไทยได้กล่าวถึงความสำคัญของคำถามระดับสูงไว้ ดังนี้

Rosemary (1973, p. 619) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูง สรุปได้ว่าเป็น การกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด การเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พบสิ่งใหม่ ๆ หลังจาก การพิจารณาสิ่งที่เคยรู้หรือได้เรียนมาแล้ว ซึ่งเป็นสิ่งที่ครุคณิตศาสตร์ควรปฏิบัติโดยเฉพาะในยุค ปัจจุบัน ที่เทคโนโลยีเจริญก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว ครูจะต้องทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากกว่า ระดับความรู้ความจำ

รัฐจวน คำชिरพิทักษ์ (2538, หน้า 76) กล่าวไว้ว่า การใช้คำถามระดับสูงจะกระตุ้นให้ นักเรียนใช้ความคิดและค้นคว้าหาข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 80-82) กล่าวไว้ว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ครูผู้สอน คณิตศาสตร์ควรพยายามใช้ในห้องเรียน ซึ่งคำถามประเภทนี้จะส่งเสริมการคิดระดับสูงให้กับ นักเรียน เนื่องจากนักเรียนต้องการใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และคิดอย่างมีวิจารณญาณในการ หาคำตอบ การใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนคุ้นเคย จะช่วยพัฒนาความคิดทาง คณิตศาสตร์ให้นักเรียนอย่างแท้จริง

จากความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูงที่กล่าวมา สรุปได้ว่า คำถามระดับสูงจะช่วย ส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความคิดในระดับสูง มากกว่าความรู้ความจำ นักเรียนสามารถค้นพบสิ่ง ใหม่ ๆ หลังจากที่ได้เรียนมาแล้ว ซึ่งหากใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องกับนักเรียน จะช่วยพัฒนา ความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียน ได้อย่างแท้จริง

#### 4.3 ประเภทของคำถามระดับสูง

มีนักการศึกษาได้แบ่งประเภทของคำถามระดับสูงไว้ตามแนวคิด ดังนี้

ปานทอง กุลนาถศิริ (2546, หน้า 4-8) ได้กล่าวถึงประเภทของคำถามระดับสูงที่ช่วย พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบ (Comparing)
  - 1.1 เหมือนหรือต่างกันอย่างไร
2. การจำแนก (Classifying)
  - 2.1 กลุ่มไหนที่เราจะใส่สิ่งของได้
  - 2.2 กฎอะไรที่ทำให้สามเป็นสมาชิกของเซตนี้

3. การวิเคราะห์โครงสร้าง (Structural Analysis)
  - 3.1 อะไรคือความคิดหลัก
  - 3.2 ข้อมูลสนับสนุนแต่ละส่วนเกี่ยวข้องกับอย่างไร
4. การเสริมสร้างการอุปนัย (Support Induction)
  - 4.1 นักเรียนสามารถสรุปได้อย่างไร
  - 4.2 อะไรทำให้นักเรียนสรุปได้เช่นนั้น
5. การเสริมสร้างการนิรนัย (Support Deduction)
  - 5.1 อะไรต้องเป็นจริงจึงทำให้หลักการดังกล่าวเป็นจริง
  - 5.2 จะต้องพิสูจน์อะไร จึงจะทำให้หลักการดังกล่าวเป็นจริง
6. การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด (Error Analysis)
  - 6.1 เกิดข้อผิดพลาดอะไรตรงนี้
  - 6.2 ผิดพลาดได้อย่างไร เราจะแก้ไขได้อย่างไร
7. การสร้างแรงสนับสนุน (Constructing Support)
  - 7.1 อะไรจะนำมาใช้สนับสนุนข้อโต้แย้ง
  - 7.2 อะไรเป็นข้อจำกัดของข้อโต้แย้ง
8. การขยายความคิด (Extending)
  - 8.1 แบบรูปทั่วไปของข้อมูลตรงนี้คืออะไร
  - 8.2 เราสามารถจำแนกข้อมูลตรงนี้ไปใช้ได้อย่างไร
9. การตัดสินใจ (Making Decision)
  - 9.1 ข้อสรุปใดดีที่สุด
  - 9.2 ข้อความใดให้ความหมายน้อยที่สุด
10. การสืบเสาะ (Investigation)
  - 10.1 เกิดสิ่งนี้ได้อย่างไร
  - 10.2 สิ่งนี้จะเป็นอย่างไรถ้า...
11. การวิเคราะห์ระบบ (System Analysis)
  - 11.1 จะดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร
12. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
  - 12.1 จะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

12.2 คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

13. การประดิษฐ์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Invention)

13.1 เราจะปรับปรุงให้ดีขึ้นได้อย่างไร

13.2 มีสิ่งใหม่ที่เราจะทำได้อีกหรือไม่

สรวาดิ เฟ็งศรี โคตร (2549, หน้า 60-61) แบ่งประเภทของคำถามระดับสูงออกเป็น 6 ประเภท ได้แก่

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมีคำว่า ทำไม อย่างไร และเพราะเหตุใดประกอบอยู่ด้วย

2. คำถามให้เปรียบเทียบเป็นคำถามให้เด็กคิดเปรียบเทียบสิ่งสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

3. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่เด็กสามารถใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบและมีคำตอบหลายอย่าง

4. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิดค้นหาความจริงที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ หรือให้แยกแยะเรื่องราวออกเป็นส่วนย่อย เพื่อหาสาเหตุและผลของปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

5. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ ระหว่างส่วนย่อยมาเป็นความคิดใหม่และพัฒนาสิ่งที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น

6. คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่ให้เด็กพิจารณาคุณค่าของสิ่งต่าง ๆ และตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินผลโดยใช้เนื้อหา เรื่องราว รวมทั้งกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงมาสนับสนุนความคิดของตน

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2553, หน้า 58) ได้แบ่งคำถามระดับสูงออกเป็น 7 ประเภท ดังนี้

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ผู้ตอบจะต้องนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานสรุปหาคำตอบ

2. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้เด็กใช้ความคิดเปรียบเทียบของสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติหรือลักษณะคล้ายคลึงกันหรือต่างกันอย่างไร

3. คำถามให้จำแนกประเภท เป็นคำถามเพื่อส่งเสริมให้เด็กรู้จักจัดกลุ่ม จัดหมวดหมู่โดยใช้เกณฑ์ของตนเองหรือของผู้อื่น หรือบอกเกณฑ์ที่ใช้ในการจัดกลุ่มที่ผู้อื่นทำไว้

4. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบบอกรายละเอียด หรือยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดให้ โดยอาศัยทักษะการสังเกต และมีความรู้ความจำเรื่องต่าง ๆ เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ

5. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่คิดหาความจริงหรือแยกแยะเรื่องราวเพื่อหาสาเหตุ และผลต่าง ๆ ของปัญหาที่เกิดขึ้น หรือให้นักเรียนได้คิดค้นหาความจริงต่าง ๆ ที่ประกอบขึ้นมาเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์

6. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นการสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไปให้เกิดเป็นของใหม่ขึ้นมา เป็นแนวคิดใหม่ หรือพัฒนาของเก่าให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้เด็กใช้กระบวนการคิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อยขึ้นเป็นหลักการ

7. คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้ได้พิจารณาคุณค่าของสิ่งของก่อนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินค่าสิ่งของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้หลักเกณฑ์ที่เป็นจริง และเป็นที่ยอมรับของสังคมแล้วมาสนับสนุนความคิดเห็นของตนก่อนตัดสินใจ

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 80-81) ได้แบ่งลักษณะของคำถามระดับสูงไว้ 12 ประเภท ดังนี้

1. คำถามที่ถามให้นักเรียนแปลความหมาย และยกตัวอย่างของสิ่งที่เป็นนามธรรม เป็นต้นว่า นิยามหรือกฎทั่วไป
2. คำถามที่ถามให้นักเรียนใช้วิธีการหรือกลวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ ที่เพิ่งเรียนรู้ หรือให้ตัดสินใจว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นไปตามเงื่อนไขของนิยามหรือมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ หรือไม่
3. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนปรับรูปแบบคำถาม ประโยค หรือแนวคิด โดยคงสาระหรือโครงสร้างที่จำเป็นของคำถามไว้
4. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนแปลความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ให้อยู่ในรูปภาษาเขียนหรือภาษาพูด
5. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์แทนการมองเห็นของทางกายภาพหรือปรากฏการณ์ และการสังเกตข้อมูลหรือมโนทัศน์ทางเรขาคณิต
6. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง
7. คำถามที่นักเรียนเข้าใจปัญหา แต่ไม่ทราบวิธีการแก้ปัญหา

8. คำถามที่ต้องการให้นักเรียนแสดงการพิสูจน์หรือแสดงข้อความขัดแย้งทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ

9. คำถามที่ถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของการนำหลักตรรกศาสตร์ไปใช้

10. คำถามที่ถามเพื่อให้นักเรียนหาแบบรูป ทำตามแบบรูป หรือแก้ปัญหามุ่งเน้นการค้นพบแบบรูป

11. คำถามที่ถามให้นักเรียนสร้างกลวิธีหรือข้อมูลสำหรับแก้ปัญห

12. คำถามที่ถามให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย ไม่จำกัดขอบเขต

โดยการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้คำถามระดับสูง 4 ประเภทดังนี้

1. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่าง หรือบอกถึงความสัมพันธ์

2. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบ และยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดมาให้

3. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มีกมิ คำว่า ทำไม อย่างไร และเหตุผลใด ประกอบอยู่ด้วย เป็นต้น

4. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ แยกแยะ จัดหมวดหมู่ของปัญหา รวมทั้งบอกถึงความสัมพันธ์และเหตุผล

**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง**

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ผู้วิจัยสรุปความหมายและชั้นต่าง ๆ ไว้ ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI) หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่อยู่บนพื้นฐานการคิดของนักเรียน เน้นให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจด้วยตนเองผ่านการแก้ปัญห ให้ความสำคัญกับการคิด การให้เหตุผล โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ ประกอบไปด้วย 4 ชั้น ดังนี้

ชั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา โดยครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ สอดคล้องกับสภาพปัญหาในชีวิตประจำวัน

ชั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญห และอภิปรายปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงผล  
ในระหว่างนักเรียนรายงานคำตอบ ครูใช้คำถาม เพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยใช้คำถามให้เกิดการ  
อภิปรายร่วมกัน และเพื่อตรวจสอบความรู้ของนักเรียน

และจากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับคำถามระดับสูงผู้วิจัยได้สรุปความหมายของ  
คำถามระดับสูงและเลือกใช้คำถามระดับสูง 4 ประเภท ดังนี้

คำถามระดับสูง หมายถึง คำถามที่ต้องการส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดในระดับสูงใน  
การตอบคำถามและช่วยพัฒนานักเรียนในด้านทักษะความคิดและการให้เหตุผล ซึ่งคำถามระดับสูง  
ประกอบไปด้วย

1. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความ  
แตกต่าง หรือบอกถึงความสัมพันธ์
2. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหา  
คำตอบ และยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดมาให้
3. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมี คำว่า ทำไม อย่างไร และเหตุผลใด ประกอบอยู่  
ด้วย เป็นต้น
4. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามให้นักเรียนได้วิเคราะห์ แยกแยะ จัดหมวดหมู่ของ  
ปัญหา รวมทั้งบอกถึงความสัมพันธ์และเหตุผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง  
หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก 4  
ขั้น โดยมีการสอดแทรกคำถามระดับสูงไว้ในขั้นที่ 2 ถึงขั้นที่ 4 เพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้ใน  
การแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนขึ้น โดยมีขั้นต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา โดยที่ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ  
สอดคล้องกับสภาพปัญหาในชีวิตประจำวัน

ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนเปรียบเทียบความ  
คล้ายคลึง ความแตกต่างของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้ และให้นักเรียนยกตัวอย่าง  
สถานการณ์ปัญหาที่อาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด  
แก้ปัญหา และอภิปรายปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงผล  
ซึ่งในระหว่างนักเรียนรายงานคำตอบ ครูใช้คำถามให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบ ตัวอย่าง



คำถามเช่น “ทำไม” “อย่างไร” หรือ “เหตุผลใด” และให้นักเรียนวิเคราะห์ แยกแยะ จัดหมวดหมู่ของสถานการณ์ปัญหา โดยบอกถึงความสัมพันธ์และเหตุผลของปัญหาที่กำหนดมาให้ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่า “ทำไม” “อย่างไร” หรือ “เหตุผลใด” เพื่อเน้นย้ำวิธีการที่ใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้อีกครั้ง เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน และเป็นการตรวจสอบความรู้ของนักเรียน

## 5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2542, หน้า 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ จะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา สสวท. (2555 ก, หน้า 7) ได้ระบุว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นได้ในทันที

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือโจทย์ปัญหา

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ที่อยู่ในรูปแบบของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความหรือโจทย์ปัญหา ที่ต้องค้นหาคำตอบ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องอาศัยวิธีการ นิยาม ทฤษฎีบท จึงจะสามารถหาคำตอบได้

## 5.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่แต่ละบุคคลใช้ความรู้ ทักษะและความเข้าใจที่มีมาก่อนในการตอบสนองความต้องการของสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย โดยกระบวนการเริ่มด้วยการเผชิญปัญหา และสรุปหาคำตอบจนได้คำตอบพร้อมทั้งพิจารณาเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องสังเคราะห์สิ่งที่ได้เรียนรู้มาและนำไปใช้ในสถานการณ์ปัญหาใหม่ ๆ ต่อไป

น้อมศรี เคท (2547, หน้า 20) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การทำงานเพื่อหาคำตอบในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งมีวิธีการหาคำตอบนั้นยังไม่ทราบล่วงหน้า ในการพยายามหาคำตอบนั้น นักเรียนจะต้องใช้ความรู้เพื่อแก้ปัญหาด้วยกระบวนการแก้ปัญหานี้จะทำให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้ใหม่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร (2555, หน้า 109) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามันจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดไว้ในปัญหานั้น ๆ

สสวท. (2555 ก, หน้า 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการหาคำตอบของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งอาศัยความรู้ ทักษะ/กระบวนการ และมวลประสบการณ์เดิม

สำหรับความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรวมถึงความสามารถต่อไปนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางการแก้ปัญหา
2. ประเมินการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้

3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยคำนึงถึงปัญหาเดิม
4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย
5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

สสวท. (2555 ข, หน้า 77) เสนอว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดเชื่อมโยง คิดเชิงตรรกะ เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics เป็นความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยนำความรู้พื้นฐานมาประยุกต์ใช้กับขั้นตอน หรือทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาวิธีและยุทธวิธีในการคิดแก้ปัญหา พร้อมทั้งอาศัยประสบการณ์เดิมของนักเรียน

### 5.3 ความสำคัญของการแก้ปัญหามathematics

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหามathematics ไว้ ดังนี้ Bell (1978 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 11) กล่าวว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหามathematics ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์และเป็นเครื่องช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหามathematics ช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริงทักษะมโนคติและหลักการต่าง ๆ โดยการเชื่อมโยงและประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์นั่นเอง

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหามathematics เป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่งและมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้มีทักษะการแก้ปัญหามathematics ที่ดีมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ

สสวท. (2555 ก, หน้า 6) เสนอว่า การแก้ปัญหามathematics เป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะได้เรียนรู้ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหามathematics จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหามathematics ที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้แก้ปัญหามathematics ในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

จากข้อความข้างต้น สรุปได้ว่า ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญกับนักเรียนเป็นอย่างมาก เพราะเป็นการฝึกให้นักเรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการในการแก้ปัญหา โดยใช้ความคิดในการวิเคราะห์ วางแผน และตัดสินใจ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะทำให้ให้นักเรียนเกิดเป็นทักษะที่ติดตัวไปกับนักเรียนตลอดชีวิต

#### 5.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1985, pp. 123-128) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาให้ค้นพบสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจจะเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติอาจจะเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข
2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยใช้ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งประกอบด้วย 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข ซึ่งสอดคล้องกับธรรมชาติของเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น

#### 5.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1957, pp. 16-17) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ คือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหา และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนอาจใช้การวาดรูป และแยกแยะสถานการณ์ หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 ขึ้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและทำยุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตร ที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือหรือไม่ ตลอดจนกระบวนการ

ในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรือ อาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

สสวท. (2555 ข, หน้า 103) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่พบในประเด็นต่าง ๆ คือ 1) ปัญหาถามว่าอย่างไร 2) ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และ 3) มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติมหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหา และทำให้กระบวนการแก้ปัญหาดำเนินไปอย่างราบรื่น การประเมินความเข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา ในกรณีที่ต้องตรวจสอบปัญหาโดยการทดลอง ขั้นตอนนี้ก็จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วยการสร้างข้อคาดการณ์ การออกแบบการทดลองเพื่อตรวจสอบข้อคาดการณ์ และแนวทางหรือเกณฑ์ในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหามาที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ทำได้ ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยนักเรียนจะต้องมองย้อนกลับไปที่กระบวนการทำงาน เพื่อตรวจสอบว่ามีข้อบกพร่องในส่วนใด เช่น ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือมีการคำนวณผิดพลาด

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกหรือไม่ เพื่อนำมาปรับแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไป

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ซึ่งขั้นที่ 4 คือ การตรวจสอบผล เป็นการพิจารณาและตรวจสอบผลลัพธ์ว่าถูกต้องหรือไม่ ตลอดจนมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นหรือไม่ เพื่อให้สอดคล้องกับงานวิจัยนี้ ในขั้นที่ 4 จึงมีเพียงการสรุปคำตอบเท่านั้น เนื่องจากธรรมชาติของเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ไม่สามารถที่จะตรวจสอบผลหรือมองย้อนกลับได้ ซึ่งสามารถสรุปเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจโจทย์ ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา มีเงื่อนไขอะไร โดยเขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนกำหนดแนวทางหรือแผนการที่เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกเอาไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนสรุปผลที่ได้มาคืออะไร ถูกต้องหรือไม่

### 5.6 แนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและผู้เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000, p. 64) ได้เสนอ แนวทางในการพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. วิธีการแก้ปัญหามีความน่าสนใจในเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งเป็นการพัฒนาวิธีการแก้ไขสิ่งที่ไม่รู้ ดังนั้นนักแก้ปัญหาคงจะต้องมี “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” ซึ่งจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ด้วยความระมัดระวังในรูปแบบทางคณิตศาสตร์และใช้คุณสมบัติที่เหมาะสมในการกำหนดปัญหาบนสถานการณ์พื้นฐานที่เขพบ

2. การแก้ปัญหาคงดีเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกจะทำให้ความรู้ของเขามั่นคงและเพิ่มพูนโดยจะกระตุ้นให้เกิดความสนใจที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้งหลายนั้นสามารถที่จะเกิดขึ้นได้โดยผ่านทางปัญหาพื้นฐานและจากมวลประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนหรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนต้องการที่จะพัฒนารอบของยุทธวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจใช้แผนภาพสังเกตหาแบบรูป หรือพยายามหาความหมายพิเศษ หรือเลือกใช้การตรวจสอบยุทธวิธีเหล่านี้ต้องการชี้แนะอย่างยั้งเพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง อย่างไรก็ตามการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคงต้องมีความสอดคล้องกับหลักสูตรด้วย ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนที่จะตรวจสอบและปรับปรุงยุทธวิธี ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

4. การสอนของครูมีบทบาทที่สำคัญยิ่งในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูต้องเลือกปัญหาที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน หาวิธีการสถานการณ์แวดล้อมที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจลองผิดลองถูก แบ่งปันความล้มเหลวความสำเร็จร่วมกัน ซึ่งครูควรใช้คำถามนำเรื่อยไปตั้งนั้นในสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมจะทำให้ นักเรียนสามารถพัฒนาความเชื่อมั่นและต้องการที่จะสำรวจปัญหาต่าง ๆ สามารถพิจารณาและตัดสินใจภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 112-114) ได้กล่าว แนวทางในการพัฒนาทักษะ และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ผู้สอนควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของนักเรียน โดยปัญหาที่ผู้สอนนำมาควรมีลักษณะ ดังนี้

1.1 ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ทำทลายความสามารถของนักเรียนเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจจะไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

1.2 ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้างหรืออาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เพราะว่สิ่งเหล่านี้นักเรียนต้องเผชิญในชีวิตจริง

1.3 ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยสำหรับนักเรียนเพราะถ้านักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป

2. ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้นักเรียน ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนสื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตนให้ผู้อื่น ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเองและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง

3. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด

และกระบวนการแก้ปัญหา ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

4. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ รวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ผู้สอนได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ผู้สอนไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ผู้สอนควรอธิบายและเปิดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ผู้สอนควรให้ความรู้และสนับสนุนให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

6. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้อุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

7. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามกับตัวเอง โดยคำถามที่ต้องการอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป อธิบายและตรวจสอบข้อคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

9. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

สสวท. (2555 ก , หน้า 153-158) ได้เสนอแนวทางในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย



กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมกันเป็นทีมหรือกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวังไว้ ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำเสนอยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตน ได้อภิปรายถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้น

## 2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาคด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

## 3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ

ในการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำเดียว เติมคำตอบสั้น ๆ แล้วจึงเติมคำตอบเป็นข้อความ หรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิด และนำเสนอแนวคิดของตนเองแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาคเป็นกลุ่ม เพราะการแก้ปัญหาคเป็นกลุ่มจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

## 4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด

ขณะที่นักเรียนอธิบายและนำเสนอแนวคิดของตนเอง ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรซักถาม อธิบาย และเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาคทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

#### 5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน

ในการทำกิจกรรม ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนที่ไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะและตั้งคำถามนำ ครูควรตระหนักว่าการถามนามากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูทีละคำถาม ต่อเนื่องกันจนได้คำตอบ โดยไม่คิดเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการด้วยตนเอง

#### 6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ แก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา

ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

#### 7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญห่อื่นที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญห่อื่นนั้นหาคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

#### 8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์อธิบายและตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปด้วยตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตัวเองบ่อย ๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

#### 9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาใช้ช่องทางการสื่อสารอื่นที่ใช้ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ

ในการลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ นักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ แต่นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่นขณะแก้ปัญหาอีกด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ และการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาแบบเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้ จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง

หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้รับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจสอบความคิด และกระบวนการคิดของตนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนออกมาด้วย โดยการให้นักเรียนเขียนบันทึกในหัวข้อเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความคิดเห็นของข้าพเจ้าต่อการแก้ปัญหานี้ ความประทับใจของข้าพเจ้าต่อการแก้ปัญหา อุปสรรคที่ข้าพเจ้าพบในการทำกรแก้ปัญหา ยุทธวิธีอื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา ความสมเหตุสมผลในการให้เหตุผลของข้าพเจ้า ประสิทธิภาพในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอของข้าพเจ้าในการแก้ปัญหา หรือความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของข้าพเจ้าในการแก้ปัญหา เป็นต้น

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหา

เพื่อให้ นักเรียน ได้มีความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูควรเป็นผู้นำเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้น เกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละกลุ่ม ได้ทำ แล้วร่วมกันพิจารณาและสรุปว่ายุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้น แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยหลายส่วนที่สำคัญ เช่น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน บทบาทของครูผู้สอน รวมถึงบทบาทของนักเรียนที่ควรสนับสนุนให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ควรเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ให้นักเรียนได้ใช้ความคิด ไม่ยากเกินไป และไม่ย่ำจนเกินไป จัดให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียน และควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนสะท้อนความคิดของตนออกมา เปิดโอกาสให้นักเรียน ได้แสดงความคิดและแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน ซึ่งผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นกระบวนการคิดของนักเรียน ทั้งนี้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันกับนักเรียนด้วยกันเอง หรือนักเรียนกับครู

## 5.7 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 1. เกณฑ์การให้คะแนนรูปรีค

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีค เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอนสามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงาน ได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตราของผู้สอน โดยเกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูปรีคก็คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ เพราะเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่น ได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม นับเป็นเกณฑ์การให้คะแนนที่ง่ายต่อการใช้และอธิบายแก่ผู้อื่นให้เข้าใจการประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง (Goodrich, 1997, pp. 14-17 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 184)

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกฎเกณฑ์การให้คะแนนรูปรีคไว้ ดังนี้

Goodrich (ม.ป.ป. อ้างถึงใน เศษฐา ชาวบาง, 2544, หน้า 44) กล่าวถึงสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีค ดังนี้

1. กำหนดโครงร่าง คุณลักษณะที่ต้องการวัดโดยอาศัยประสบการณ์การสอนของตนเองว่าการจะผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้จุดประสงค์หนึ่งควรมีลักษณะอย่างไรบ้าง และในแต่ละลักษณะควรมีคุณภาพที่ระดับ

2. นำคุณลักษณะและระดับคุณภาพที่ต้องการประเมินชี้แจงแก่นักเรียน และใช้วิธีการระดมสมองเพื่อเพิ่มหรือตัดบางคุณลักษณะ ทั้งนี้การเพิ่มหรือตัดคุณลักษณะใดควรพิจารณาเหตุผลสนับสนุนและการยอมรับของนักเรียนส่วนใหญ่

3. เมื่อได้รับคุณลักษณะที่ต้องการวัดแล้วต่อมาสร้างระดับคุณภาพของคุณลักษณะที่ต้องการวัด

4. เมื่อได้โครงร่างอันประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ คุณลักษณะที่ต้องการวัดและระดับคุณภาพของแต่ละคุณลักษณะเรียบร้อยแล้ว ให้แสดงโครงร่างกับนักเรียนเพื่อถามความเห็นหรือข้อเสนอแนะอีกครั้ง

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2555, หน้า 184-185) ได้ให้ความหมายของรูบริกไว้ว่า รูบริกคือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียนจากระดับที่ยอดเชื่อมโยงไปจนถึงระดับที่ต้องการพัฒนา ซึ่งผู้สอนสามารถออกแบบให้เหมาะกับนักเรียนของตนเองได้ โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูลและด้านการอ่าน เปรียบเทียบและวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

สสวท. (2555 ก, หน้า 168-170) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและการสรุป

คำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผล ที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้านแล้วนำผลของการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่นหรือแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น หรือใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนแบบรูปรีดที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมี เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกแยะเป็นด้าน ๆ

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบองค์รวมมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการประเมินที่เหมาะสมสำหรับการประเมินที่มีพิสัยกว้าง ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ และจะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกตและการใช้คำถาม

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้คะแนนแบบรูปรีด มี 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบตามสิ่งที่ต้องการประเมิน ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านและใช้การประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

2. การให้คะแนนเป็นภาพรวม เป็นการให้คะแนนแบบเป็นภาพรวม โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด โดยไม่แยกเป็นด้าน ๆ

## 2. เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กรมวิชาการ (2544, หน้า 113-120) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาแบบวิเคราะห์ ดังนี้

### 1. ความเข้าใจปัญหา

- 2 คะแนน สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
- 1 คะแนน สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง
- 0 คะแนน เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย

### 2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง

- 1 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกแต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
- 0 คะแนน สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

### 3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

- 2 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
- 1 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
- 0 คะแนน สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

### 4. การตอบ

- 2 คะแนน สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์
- 1 คะแนน สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
- 0 คะแนน เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 218-220) ได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนในการแก้ปัญหา และ 3) การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 เกณฑ์การให้คะแนนด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ สิริพร  
ทิพย์คง

รายการ	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจ ปัญหา	4	สำหรับความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาในแต่ละส่วนของโจทย์ปัญหา
	0	สำหรับความเข้าใจในโจทย์ปัญหาผิด
การวางแผนในการ แก้ปัญหา	4	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งจะนำไปสู่การ ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
	2	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหบางส่วนได้ถูกต้อง
	0	สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาหรือวางแผนไม่ เหมาะสม
การดำเนินการตามแผน และคำตอบที่ได้	3	สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2	สำหรับการดำเนินการตามแผนถูกต้องแต่คำตอบผิด
	1	สำหรับการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมาคิดไม่ ถูกต้อง (ขาดความรอบคอบ ทำให้ลอกโจทย์มาคิดผิด) หรือมี บางส่วนของคำตอบถูก
	0	สำหรับคำตอบที่ผิดหรือไม่มีคำตอบ

สสวท. (2546, หน้า 104-105) ได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแบบ  
วิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-5



ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ  
สถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ซึ่งอาจจะนำไปสู่ คำตอบที่ถูกต้องแต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียน ประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหาลำบากส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็น บางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ

สสวท. (2546, หน้า 123) ได้นำเสนอตัวอย่างเกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การประเมินทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถาบันการส่งเสริม  
การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ระดับคุณภาพ	ความสามารถในการแก้ปัญหา
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จแต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1 ปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วนเริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุดอธิบายต่อไม่ได้แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

สุวิทย์ มูลคำ และคณะ (2554, หน้า 7) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการ  
แก้ปัญหาแบบภาพรวม ดังตาราง 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาแบบภาพรวมของ สุวิทย์ มูลคำ

ระดับคุณภาพ	ความสามารถในการแก้ปัญหา
4 (ดีมาก)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3 (ดี)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่มักจะอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2 (พอใช้)	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1 (ปรับปรุง)	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุดอธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 (ไม่พยายาม)	ทำไม่ได้ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 268) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบ  
 อัตนัยที่พิจารณาจากการแสดงวิธีการในการหาคำตอบและความถูกต้องของคำตอบ ดังตาราง 2-8

ตารางที่ 2-8 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยจากการแสดงวิธีการในการหา  
 คำตอบและความถูกต้องของคำตอบของ ศศิธร แม่นสงวน

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4: ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
3: ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนมากนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบ ถูกต้องครบถ้วน
2: พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการ ตรวจสอบ
1: ควรปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนักแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ ถูกต้อง หรือ ไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่แสดงวิธีทำแต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง
0: ไม่มีความพยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปเกณฑ์ที่ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถใน  
 การแก้ปัญหแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring) ซึ่งปรับมาจากเกณฑ์ของกรมวิชาการ  
 (2544, หน้า 113-120) และสสวท. (2546, หน้า 104-105) มีรายละเอียด ดังตาราง 2-9

ตารางที่ 2-9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบของผู้วิจัย

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
ทำความเข้าใจปัญหา	2	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ไม่เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือเขียนไม่ถูกต้องทั้ง 2 สิ่ง
วางแผนแก้ปัญหา	2	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เพื่อให้ได้มาของคำตอบ
	1	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
ดำเนินการแก้ปัญหา	3	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้สำเร็จ
	2	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้เกือบจะสำเร็จ
	1	ดำเนินการแก้ปัญหตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้สำเร็จบางส่วน
	0	ไม่มีการดำเนินการตามวิธีการที่กำหนดไว้ หรือ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
สรุปคำตอบ	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	สรุปคำตอบผิด หรือ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ

## 6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### 6.1 ความหมายของการให้เหตุผล และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

O' Daffer and Thornquist (1993, p. 43 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร, 2554, หน้า 30) ได้ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น

Artzt and Shirel (1994, p. 114 อ้างถึงใน ศศิธร แม่นสงวน, 2556, หน้า 175) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์หรือวางแผนแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่กับการแก้ปัญหา

เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร (2555, หน้า 114) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สมเดช บุญประจักษ์ (2540, หน้า 37) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
  2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
  3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล
- สวท. (2555 ก, หน้า 39-40) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัย การคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากคำกล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การทำให้นักเรียนอธิบายหรือแสดงแนวคิดในการแสดงข้อสรุปของคำตอบอย่างสมเหตุสมผล

สำหรับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

พรหมทิพา พรหมรัถย์ (2552, หน้า 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมถึงความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีหลากหลาย ที่สำคัญดังนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการอธิบายความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยการใช้อุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ได้

สสวท. (2555 ข, หน้า 79) เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อความคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้น ๆ

จากความหมายของนักการศึกษาและหน่วยงานข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบายหรือแสดงแนวคิดในการแสดงข้อสรุปของคำตอบอย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยหลักการสมบัติ นิยาม กฎ หรือทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์

## 6.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากคำกล่าวที่ “คณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผล” (NCTM อ้างถึงใน อัมพร ม้าคอง, 2553, หน้า 48) แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลนั้นมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Baroody (1993, p. 59) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ โดยในสมัยก่อนยุคกรีก นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการพิสูจน์ทฤษฎีทางเรขาคณิต สำหรับในปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับคนอื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลและคนส่วนใหญ่รับได้ ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผล จึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีการคิด การไตร่ตรอง และแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคอง (2547, หน้า 97-98) ได้ให้ความสำคัญการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์เชิงตรรกะในทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผล นักเรียนต้องใช้การคิดหลายทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง นอกจากนี้ ข้อมูลการให้เหตุผลของนักเรียนยังมีความสำคัญ โดยอาจทำให้ผู้สอนดำเนินการในสิ่งต่อไป

1. อธิบายถึงระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะใด ๆ
2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผล
3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ ที่เกิดจากการให้เหตุผลของนักเรียนเพื่อขยายและอภิปรายร่วมกับนักเรียนคนอื่น ๆ
4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์หรือประเภทของปัญหาที่จะเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของนักเรียน
5. จัดสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของนักเรียน
6. ตรวจสอบผลงานของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของนักเรียน

สสวท. (2555 ก, หน้า 39) ได้เสนอความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ในการทำงานและการดำรงชีวิต ดังนั้นการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

จากความสำคัญของการให้เหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญเป็นอย่างมาก เพราะการให้เหตุผลของนักเรียนเป็นการฝึกกระบวนการคิดของนักเรียนที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ ซึ่งการให้เหตุผลบ่งบอกถึงความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้มากน้อยเพียงใด ซึ่งผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาและส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลได้ดียิ่งขึ้น

### 6.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Baroody (1993, p. 59) ได้จำแนกการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. การให้เหตุผลแบบสัทัญญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสัทัญญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้าย ๆ กัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญหาที่ช่วยให้คนเราสร้างสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไป ซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มี



ลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุป จากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่า เหตุ สามารถกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหากรณีเฉพาะเชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานตรรกศาสตร์

สสวท. (2555 ก, หน้า 40-45) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 3 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิด หรือสามัญสำนึก

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ ออกจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลจากความรู้สึกรู้สึกของตนเอง หรือความรู้สึกรู้ตามสามัญสำนึกของตนเอง โดยไม่ได้อาศัยข้อมูลใด ๆ ประกอบการตัดสินใจ

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ข้อมูลจากการสังเกต ประสบการณ์ หรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วนำมาสร้างเป็นข้อสรุป

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่นำความรู้พื้นฐาน ข้อตกลง กฎ บทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลไปสู่ข้อสรุป

#### 6.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลายท่าน ดังนี้

Brandt (1984, p. 3 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 39) ได้กล่าวว่าการติดกับการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้นักการศึกษาจึงให้ความสำคัญเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้น โดยได้พยายามศึกษาทดลอง เพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผลและสอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงแนวการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ

1. แนวทางการสอนเพื่อให้เกิด (Teaching for thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน
2. แนวทางการสอนการคิด (Teaching of thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางสอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน
3. แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking) การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตัวเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไรต้องการอะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าสังเคราะห์ ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้นักเรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

สวท. (2547, หน้า 18) ได้ให้แนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลว่ามีแนวทางที่สำคัญ ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอ
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผลควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน
4. การให้เหตุผลควรจัดให้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอตั้งแต่ก่อนวัยอนุบาลจนระดับมหาวิทยาลัยซึ่งควรจะถูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย
5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล
6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผลแนวทางการดำเนินการเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดทักษะในการให้เหตุผล

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 50) เสนอว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ผู้สอนควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ นักเรียน ได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนและที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง มากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจจร (2555, หน้า 119-120) ได้กล่าวว่า ปัจจัยสำคัญสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ผู้สอน โดยผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน ดังนี้

1. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศให้นักเรียนเกิดความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้และต้องการเรียนด้วยความเข้าใจ
2. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนควรสนับสนุน ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดและแสดงผลของแนวคิดอย่างอิสระ
3. ผู้สอนควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น
4. ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นาคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบด้วยภาพหรือแบบจำลองและตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงยกตัวอย่างของ...”

“สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการไม่บรรลุผล” ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างคาดเดา ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล

5. ผู้สอนควรให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟังและทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และผู้สอนต้องสามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่าเหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่

6. ผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

7. ผู้สอนจะต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ผู้สอนให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยผู้สอนต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนให้เหตุผลที่ดีผู้สอนควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่ต้องทำให้เกิดกับตัวนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยการจัดกิจกรรมที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดหรือแสดงแนวคิดอย่างมีเหตุผล การจัดบรรยากาศที่เอื้อต่อนักเรียน เช่น การสนับสนุนให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น และปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งคือ ครูผู้สอน กล่าวคือ ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนเอง รวมไปถึงการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงเหตุผลและแนวคิดของตนเองออกมา ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

#### 6.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การที่จะตรวจสอบว่านักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ต้องอาศัยเกณฑ์เป็นตัวจำแนกความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งเกณฑ์ที่นิยมใช้กันคือเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรูบริค ซึ่งมีนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลไว้ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจรรยา (2555, หน้า 184-185) กล่าวถึงประเภทของการให้คะแนนแบบรูบริค ว่าโดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้ และผลงานของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรม ของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสิน หรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตาม องค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การ วิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการ เรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยจุดเด่นจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

California state department of education (1989 อ้างถึงใน พรหมทิพา พรหมรักษ์, 2552, หน้า 61-62) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนกรณีข้อสอบเป็นอัตนัย โดยแบ่งเป็นระดับคะแนน เป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียด ดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบชัดเจน (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุผล มีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุผลมีผลและ สมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้อย่างเหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดง ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนก ส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor flaws but satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้าน คณิตศาสตร์พื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious flaws but nearly satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่

เข้าใจ แนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด  
แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begins but fails to complete problem) อธิบายไม่  
เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to begin effectively) คำตอบไม่  
สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

กรมวิชาการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/  
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบบแยกองค์ประกอบ ดังตารางที่ 2-10



ตารางที่ 2-10 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของ  
กรมวิชาการ

คะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผล
4/ ดีมาก	การแสดงวิธีชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/ พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผล ในการประกอบการตัดสินใจ
1/ ควรแก้ไข	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนมากนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจ
0/ ต้องปรับปรุง	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สสวท. (2547, หน้า 50-52) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผล ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์

#### 4. การเลือกใช้รูปแบบหาวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินผลควรจะคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่าคุณนักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้ข้อคาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของคุณนักเรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการประเมินเพื่อจุดประสงค์ในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์ เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวมโดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบ (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดขึ้นจากการให้คะแนนป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรมตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนาโดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 2-11

ตารางที่ 2-11 เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4/ ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดการประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่อง 1 แห่ง
2/ พอใช้	เสนอแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ แต่มีข้อบกพร่อง 2 แห่ง
1/ ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือมีข้อบกพร่องมากกว่า 2 แห่ง
0/ ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ/ แนวคิดไม่ถูกต้องเลย



สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีสำหรับวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม (Holistic Scoring) ซึ่งปรับมาจากเกณฑ์ของกรมวิชาการ (2546, หน้า 123) และสสวท. (2547, หน้า 50-52) มีระดับคะแนนดังตารางที่ 2-12

ตารางที่ 2-12 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลทั้งหมด
ระดับ 2 ดี	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเกือบทั้งหมด
ระดับ 1 พอใช้	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
ระดับ 0 ปรับปรุง	ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิด

## 7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 7.1 งานวิจัยในประเทศไทย

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2551, หน้า 190-191) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยง โดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ด้านทักษะการให้เหตุผล นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

ชัยวัฒน์ อุษุปาอาจ (2552, หน้า 106) ได้ศึกษาผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้จักคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้จักคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่า

นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขวัญ เพ็ชช่าย (2553, หน้า 104) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ 2) นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 122) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติและการเชื่อมโยงไปสู่ชีวิตจริงโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติหลังเรียนจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุรารัตน์ สมรรถการ (2556, หน้า 107) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง เรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยเปรียบเทียบก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) และเปรียบเทียบกับเกณฑ์ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรม และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อำภารัตน์ ผลวารรณ์ (2556, หน้า 133) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้จักคิด และความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ภัทรอร อริยชนพงษ์ (2558, หน้า 96) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กุลวดี อำภาวษ์ (2560, หน้า 97) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละของความแตกต่างเท่ากับ 7.20 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละของความแตกต่างเท่ากับ 7.78

## 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Hendricks (2013) ได้ศึกษาผลการใช้แนวคิดการสอนแนะให้รู้จักในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 104 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 53 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 51 คน ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้แนวคิดการสอนแนะให้รู้จักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม รวมทั้งมีการพัฒนาในด้านความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

Sahin (2015) ได้ศึกษาผลการใช้กิจกรรมการสอนแนะให้รู้จัก CGI ที่มีต่อกลวิธีในการแก้ปัญหาและผลการเลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างประสบความสำเร็จ ซึ่งการจัดกิจกรรมแบ่งออกเป็น ครูที่ใช้การสอนแบบ CGI กับครูที่ใช้การสอนแบบปกติ โดยการศึกษาระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ใช้การสอนของครูแบบ CGI ส่วนกลุ่มควบคุมใช้การสอนของครูแบบปกติ ซึ่งแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 ระดับชั้น ได้แก่ 1) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

มีจำนวนครูผู้สอนแบบ CGI ในกลุ่มทดลอง จำนวน 47 คน และจำนวนครูผู้สอนแบบปกติในกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนครูผู้สอนแบบ CGI ในกลุ่มทดลอง จำนวน 46 คน และจำนวนครูผู้สอนแบบปกติในกลุ่มควบคุมจำนวน 44 คน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวนทั้งหมด 336 คน และกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวนทั้งหมด 286 คน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนของครูที่ใช้ CGI สามารถใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนของครูแบบปกติ นอกจากนี้ นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถคิดค้น หรือหากกลวิธีในการแก้ปัญหด้วยตนเองได้ดีกว่า พร้อมทั้งมีความสามารถในด้านความเข้าใจเกี่ยวกับค่าประจำหลักและความรู้สึกเชิงจำนวนที่สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ล้วนเป็นประโยชน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการคิดแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง และส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### บทที่ 3

#### วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การดำเนินการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 147 คน

##### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 35 คน ซึ่งขนาดของกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการคำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่างโดย (Ryan, 2013, p. 66)

$$n = \left[ \frac{(t_{\alpha, n-1} + t_{\beta, n-1}) \hat{\sigma}}{\mu - \mu_0} \right]^2$$

เมื่อ  $n$  แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

$t$  แทน ค่าสถิติ  $t$

$\mu$  แทน ค่าเฉลี่ย

$\mu_0$  แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)

$\alpha = 0.05$

$\beta = 0.02$

$$\sigma = 4.13$$

$$\mu - \mu_0 = 2$$

จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม MINITAB 17 จะได้ว่า ขนาดของกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนอย่างน้อย 28 คน ดังนั้นผู้วิจัยจึงกำหนดขนาดตัวอย่างไว้จำนวน 35 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ได้มาจากการสมัครใจมาเรียน และในระหว่างการทดลอง กลุ่มตัวอย่างสามารถออกจากการทดลองได้

### การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 6 แผน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ ในด้านคำอธิบายรายวิชา จุดมุ่งหมาย เนื้อหาสาระ แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียนและคู่มือครู กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.2 ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และ การใช้คำถามระดับสูง จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 วิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลางของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และชั่วโมงที่สอน โดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนที่	ตัวชี้วัด	ความรู้ (K)	ทักษะ/ การแสดงออก (P)	คุณลักษณะ/ เจตคติ (A)	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
1	ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถหาจำนวนวิธีโดยใช้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ) ได้	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องหลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ) ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ) ได้	1. นักเรียนใฝ่เรียนรู้ 2. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	หลักการนับเบื้องต้น	2

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	ความรู้ (K)	ทักษะ/ การแสดงออก (P)	คุณลักษณะ/ เจตคติ (A)	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
2	ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	1.นักเรียนสามารถหาจำนวนวิธีโดยใช้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้	1.นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้ 2.นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้	1. นักเรียนใฝ่เรียนรู้ 2. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	หลักการนับเบื้องต้น	2



ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	ความรู้ (K)	ทักษะ/ การแสดงออก (P)	คุณลักษณะ/ เจตคติ (A)	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
3	การเรียง สับเปลี่ยนเชิงเส้น กรณีทีลิ่งของ แตกต่างกัน ทั้งหมด	ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้ หลักการบวกและการคูณ การ เรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ หาคำตอบจากสิ่งที กำหนดให้ได้ โดย ใช้การเรียง สับเปลี่ยนเชิงเส้น 2. นักเรียนสามารถ อธิบายแนวคิดหรือ การให้เหตุผล ประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องการ เรียงสับเปลี่ยนได้	1. นักเรียนใฝ่ เรียนรู้ 2. นักเรียนมุ่งมั่น ในการทำงาน	การเรียง สับเปลี่ยน	3

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	ความรู้ (K)	ทักษะ/ การแสดงผล (P)	คุณลักษณะ/ เจตคติ (A)	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
4	ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถหาค่าตอบจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ โดยใช้การ จัดหมู่	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา โดยใช้ ความรู้เรื่องการจัดหมู่ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผล ประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องการจัดหมู่ได้	1. นักเรียนใฝ่เรียนรู้ 2. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	การจัดหมู่	3

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	ความรู้ (K)	ทักษะ/ การแสดงออก (P)	คุณลักษณะ/ เจตคติ (A)	สาระการเรียนรู้	จำนวน คาบ
5	ความน่าจะเป็น ค 3.2 ม.4/2 หากความน่าจะเป็น และนำความรู้เกี่ยวกับความ น่าจะเป็นไปใช้	1. นักเรียนสามารถ อธิบายการทดลอง สุ่ม เขมเปิดสเปซ เหตุการณ์ และ ความน่าจะเป็นได้ 2. นักเรียนสามารถ หา เขมเปิดสเปซ เหตุการณ์ และ ความน่าจะเป็น จาก สิ่งที่กำหนดให้ ได้	1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหา โดยใช้ ความรู้เรื่อง การ ทดลองสุ่ม เขม เปิดสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นได้ 2. นักเรียนสามารถ อธิบายแนวคิดหรือ การให้เหตุผล โดยใช้ ความรู้เรื่อง การ ทดลองสุ่ม เขม เปิดสเปซ เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นได้	1. นักเรียนใฝ่ เรียนรู้ 2. นักเรียนมุ่งมั่น ในการทำงาน	- การทดลองสุ่ม - เขมเปิดสเปซ - เหตุการณ์ - ความน่าจะเป็น	4

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	ความรู้ (K)	ทักษะ/ การแสดงออก (P)	คุณลักษณะ/ เจตคติ (A)	สาระการเรียนรู้	จำนวน
6	ค 3.2 ม.4/2 หากความน่าจะเป็น และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้	1. นักเรียนสามารถหาความน่าจะเป็นจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องความน่าจะเป็นจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผลของวิธีการหาความน่าจะเป็นจากโจทย์ปัญหาได้	1. นักเรียนไม่เรียนรู้ 2. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	ความน่าจะเป็น	คาบ 2

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง จำนวน 6 แผน ใช้เวลา 16 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ครูนำเสนอปัญหา โดยที่ครูทบทวนความรู้เดิมและนำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ สอดคล้องกับสภาพปัญหาในชีวิตประจำวัน

2. นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่างของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้ และให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่อาศัยความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา และอภิปรายปัญหา ซึ่งในขั้นนี้ให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจโจทย์ว่า อะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา มีเงื่อนไขอะไร โดยเขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนกำหนดแนวทางหรือแผนการที่เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกเอาไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนสรุปผลที่ได้มาคืออะไร ถูกต้องหรือไม่

3. นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงผล ซึ่งในระหว่างนักเรียนรายงานคำตอบ ครูใช้คำถามให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบ ตัวอย่างคำถามเช่น “ทำไม” “อย่างไร” หรือ “เหตุผลใด” และให้นักเรียนวิเคราะห์ แยกแยะ จัดหมวดหมู่ของสถานการณ์ปัญหา โดยบอกถึงความสัมพันธ์และเหตุผลของปัญหาที่กำหนดมาให้ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

4. ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่า “ทำไม” “อย่างไร” หรือ “เหตุผลใด” เพื่อเน้นย้ำวิธีการที่ใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้อีกครั้ง เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกัน และเป็นการตรวจสอบความรู้ของนักเรียน

ตัวอย่างประเภทของคำถามระดับสูงที่ใช้ไว้ในขั้นที่ 2 ถึงขั้นที่ 4 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ดังตารางที่ 3-2



ตารางที่ 3-2 ตัวอย่างประเภทของคำถามระดับสูงที่ใช้ไว้ในขั้นที่ 2 ถึงขั้นที่ 4 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

การจัดกิจกรรมการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)	คำถามให้เปรียบเทียบ	คำถามให้ยกตัวอย่าง	คำถามให้อธิบาย	คำถามให้วิเคราะห์
ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา	- ให้นักเรียนลองเปรียบเทียบความคล้ายคลึงของจำนวนคนในตัวอย่างคน 3 คน ได้แก่ เจนนี ลิซ่า และโรเซ่ และลองหาความสัมพันธ์ในการจัดคนขึ้นเรียงเป็นแถวให้ครูได้ไหมคะ	- นักเรียนช่วยยกตัวอย่างวิธีที่ใช้ในแนวทางการเดียวกันกับสถานการณ์ปัญหานี้ให้หน่อยได้ไหมคะ		
ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล			- ข้อใดบ้างที่เป็นการทดลองสุ่มและไม่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะเหตุใด	- นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่า ความสัมพันธ์ของเซตของเหตุการณ์เกี่ยวข้องกับเซตของแซมเปิลสเปซอย่างไร
ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้			- เพราะเหตุใดจึงเลือกใช้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) กับสถานการณ์ปัญหานี้	

โดยมีองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. สาระสำคัญ
4. สาระการเรียนรู้
5. กิจกรรมการเรียนรู้
6. สื่อและแหล่งการเรียนรู้
7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
8. การบันทึกผลหลังการเรียนรู้

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความตรงของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ การบันทึกผลหลังการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 คน เพื่อประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยแบบประเมินแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับผู้เชี่ยวชาญมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า ตามวิธีของลิเคอร์ต (Likert) ซึ่งมี 5 ระดับ โดยกำหนดเกณฑ์ ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2553, หน้า 160-162)

5 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก

3 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย

1 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

และมีวิธีการพิจารณาค่าเฉลี่ย ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

คะแนนเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก

คะแนนเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง



คะแนนเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

กำหนดเกณฑ์ค่าเฉลี่ยของความเหมาะสม คือ ค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป และมีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 โดยประยุกต์ใช้จาก ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2543) ซึ่งจะถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีคุณภาพเหมาะสม ซึ่งผลการประเมินพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 6 แผน มีค่าความเหมาะสมอยู่ในระดับความเหมาะสมมากที่สุด และมีค่าความเหมาะสมเฉลี่ยเท่ากับ  $4.59 \pm 0.03$  (รายละเอียดในภาคผนวก ข) และผู้วิจัยได้ปรับปรุงรายละเอียดที่ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ คือ การปรับจุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้ (K)

จาก นักเรียนสามารถหาคำตอบจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ โดยใช้หลักการนับเบื้องต้นได้  
ปรับเป็น นักเรียนสามารถหาจำนวนวิธี โดยใช้หลักการนับเบื้องต้นได้

1.7 หลังจากนำแผนการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินความสอดคล้อง และนำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน

1.9 นำผลการทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาปรับปรุง และจัดพิมพ์ฉบับจริง

1.10 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่ปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2.2 ศึกษาคู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบ และแนวทางการวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 กำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย

2.4 วิเคราะห์เนื้อหาจากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อจัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และกำหนดจำนวนข้อสอบโดยมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3-3



ตารางที่ 3-3 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการ บวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	หลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ)	<ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ) ได้</li> <li>นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผล ประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องหลักการ นับเบื้องต้น (หลักการคูณ) ได้</li> </ol>	2	1
ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการ บวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)	<ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้</li> <li>นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผล ประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องหลักการ นับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้</li> </ol>	2	1
ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการ บวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	การเรียงสับเปลี่ยน	<ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องการ เรียงสับเปลี่ยนได้</li> <li>นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผล ประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องการเรียง สับเปลี่ยนได้</li> </ol>	2	1

ตารางที่ 3-3 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ต้องการจริง
ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการ บวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	การจัดหมู่	<ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องการจัดหมู่ได้</li> <li>นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องการจัดหมู่ได้</li> </ol>	2	1
ค 3.2 ม.4/2 หาความน่าจะเป็นและ นำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไป ใช้	<ul style="list-style-type: none"> <li>- การทดลองสุ่ม</li> <li>- เขมเปิดสเปซ</li> <li>- เหตุการณ์</li> <li>- ความน่าจะเป็น</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>นักเรียนสามารถแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องความน่าจะเป็นจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้</li> <li>นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผลของวิธีการหาคความน่าจะเป็นจากโจทย์ปัญหาได้</li> </ol>	4	2
		รวม	12	6

2.5 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเป็นไปตามตารางวิเคราะห์ของเนื้อหา จำนวน 12 ข้อ นำไปใช้จริง จำนวน 6 ข้อ โดยมีคะแนนเต็มทั้งหมดแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้ 1) คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รวม 48 คะแนน 2) คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รวม 18 คะแนน ซึ่งในแต่ละข้อจะประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนการให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ให้อธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหามีคะแนนเต็ม 3 คะแนน โดยมีการให้คะแนนเต็ม ดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 คะแนนเต็มของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ขั้นที่	คะแนนเต็ม	คะแนนเต็ม
1. ทำความเข้าใจปัญหา	2 คะแนน	
2. วางแผนแก้ปัญหา	2 คะแนน	
3. ดำเนินการแก้ปัญหา	3 คะแนน	3 คะแนน
4. สรุปคำตอบ	1 คะแนน	
รวม	8 คะแนน	3 คะแนน
รวมคะแนนทั้งหมด 6 ข้อ	48 คะแนน	18 คะแนน

2.6 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.6.1 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบวิเคราะห์ ดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
ทำความเข้าใจปัญหา	2	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	ไม่เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือเขียนไม่ถูกต้องทั้ง 2 สิ่ง
วางแผนแก้ปัญหา	2	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เพื่อให้ได้มาของคำตอบ
	1	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
ดำเนินการแก้ปัญหา	3	ดำเนินการแก้ปัญหาดตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้สำเร็จ
	2	ดำเนินการแก้ปัญหาดตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้เกือบจะสำเร็จ
	1	ดำเนินการแก้ปัญหาดตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้สำเร็จบางส่วน
	0	ไม่มีการดำเนินการตามวิธีการที่กำหนดไว้ หรือไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ
สรุปคำตอบ	1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	สรุปคำตอบผิด หรือ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ

2.6.2 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
แบบภาพรวม ดังตารางที่ 3-6

ตารางที่ 3-6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 3 ดีมาก	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลทั้งหมด
ระดับ 2 ดี	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเกือบทั้งหมด
ระดับ 1 พอใช้	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
ระดับ 0 ปรับปรุง	ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิด

2.6.3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 3-7

ตารางที่ 3-7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
ทำความเข้าใจปัญหา	2	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องสมบูรณ์		
	1	เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน	-	
	0	ไม่เขียนแสดงข้อมูลของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือเขียนไม่ถูกต้องทั้ง 2 สิ่ง		
วางแผนแก้ปัญหา	2	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เพื่อให้ได้มาของคำตอบ		
	1	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน		
	0	เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ		



ตารางที่ 3-7 (ต่อ)

รายการประเมิน		การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3	ดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้สำเร็จ	3	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหาถูกต้องและสมเหตุสมผลทั้งหมด
2	ดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้เกือบจะสำเร็จ	2	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเกือบทั้งหมด
1	ดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่กำหนดไว้และแก้ปัญหาได้สำเร็จบางส่วน	1	มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0	ไม่มีการดำเนินการตามวิธีการที่กำหนดไว้หรือไม่มีร่องรอยใดๆ ปรากฏ	0	ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิด
1	สรุปคำตอบได้ถูกต้อง		-
0	สรุปคำตอบผิด หรือ ไม่มีร่องรอยใด ๆ ปรากฏ		

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น และเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่อง แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาและพิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of objective congruence) ค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

- + 1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าแบบทดสอบมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00 (รายละเอียดในภาพผนวก ข)

2.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผ่านการปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน เป็นกลุ่มที่ทดลองใช้กับแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับคำถามระดับสูง

2.11 นำคะแนนจากผลการสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) ตั้งแต่ 0.2 - 0.8 และค่าอำนาจจำแนก ( $D$ ) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 6 ข้อ โดยครอบคลุมจุดประสงค์และเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น พบว่า แบบทดสอบมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.51 – 0.66 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.56 – 0.81 (รายละเอียดในภาพผนวก ข)

2.12 นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกจำนวน 6 ข้อ มาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบัก (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 161) พบว่า แบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

2.13 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่แก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

### การดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งเชิงทดลองแบบกลุ่มเดียว คือ เลือกกลุ่มตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่ม แล้วทำการทดสอบหลังการทดลอง และหาค่าคะแนนเฉลี่ย จากนั้นนำคะแนนมาทดสอบสมมติฐานเทียบคะแนนเฉลี่ยกับเกณฑ์ด้วยการทดสอบค่าสถิติ  $t$ -test จึงใช้แบบแผนการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2551, หน้า 270)

ตารางที่ 3-8 แบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว (one-group posttest-only design)

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
$E$	$X$	$O$

เมื่อ  $E$  แทน กลุ่มทดลอง (Experimental group)  
 $X$  แทน การจัดการกระทำ (Treatment)  
 $O$  แทน การทดสอบหลังการทดลอง (Posttest)

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังนี้

- ชี้แจงให้นักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้เข้าใจบทบาทของนักเรียน และปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

2. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นระยะเวลา 16 คาบ

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาใช้ทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 คาบ หลังจากได้รับการสอนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

4. นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน โดยให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา	คะแนนเต็ม	2 คะแนน
ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา	คะแนนเต็ม	2 คะแนน
ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา	คะแนนเต็ม	3 คะแนน
ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ	คะแนนเต็ม	1 คะแนน

ส่วนการให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ให้อธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหามีคะแนนเต็ม 3 คะแนน

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้  
ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test)

2. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test)

## สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

### สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 33)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ  $\bar{X}$  แทน คะแนนเฉลี่ย  
 $\sum X$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด  
 $n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณได้จากสูตร (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 50)

$$S = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ  $S$  แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน  
 $X$  แทน คะแนนของนักเรียนแต่ละคน  
 $\sum X$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด  
 $(\sum X)^2$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง  
 $\sum X^2$  แทน ผลรวมคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง  
 $n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

### สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย

1. ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ  $IOC$  แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\Sigma R$  แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตาม  
การพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ  
 $N$  แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. ค่าความยากง่าย ( $P_D$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนี และ ดี แอล ซาเบอร์ส (D.R. Whitney & D.L. Sabers อ้างถึงในพิชิต ฤทธิจรูญ, 2548, หน้า 149)

$$P_D = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ  $P_D$  แทน ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ  
 $S_U$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง  
 $S_L$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน  
 $N$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน  
 $X_{\max}$  แทน คะแนนสูงสุด  
 $X_{\min}$  แทน คะแนนต่ำสุด

3. ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% แล้วใช้สูตรคำนวณของ ดี อาร์ ไวทนี และ ดี แอล ซาเบอร์ส (D.R. Whitney & D.L. Sabers อ้างถึงในพิชิต ฤทธิจรูญ, 2548, หน้า 149)

$$D = \frac{S_u - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ  $D$  แทน ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบแต่ละข้อ  
 $S_U$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง  
 $S_L$  แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน  
 $N$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน  
 $X_{\max}$  แทน คะแนนสูงสุด  
 $X_{\min}$  แทน คะแนนต่ำสุด

4. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยคำนวณจากสูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ของครอนบัค (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_i^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	$k$	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	$s_i^2$	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

#### สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยวิเคราะห์ด้วยสถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test) (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 86)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	$t$	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
	$\bar{x}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
	$s$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$n$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

การศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ จำนวน 35 คน ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิจัย เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการเสนอผลการวิจัย ดังนี้

$t$	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
$\bar{x}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
$\mu_0$	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
$s$	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$n$	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$p$	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

#### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ออกเป็น 3 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ตามรายแผนการจัดการเรียนรู้ ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังเรียน และ ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังเรียน โดยมีรายละเอียด ดังนี้



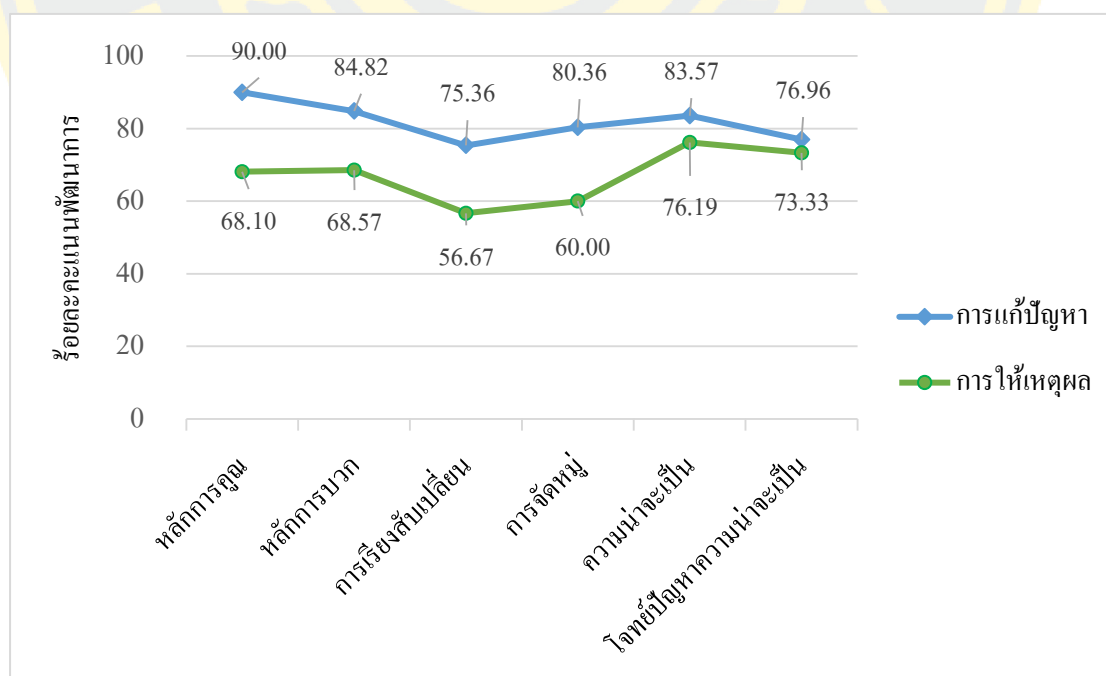
### ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน ตามแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ภาพรวมคะแนนร้อยละพัฒนาการของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากการทำแบบฝึกหัดตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เพื่อศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำแนกออกเป็นตามแผนการจัดการเรียนรู้แสดงดังตารางที่ 4-1 พร้อมทั้งนำเสนอกราฟเส้น เพื่อศึกษาแนวโน้มของพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างแสดงดังภาพที่ 4-1



ตารางที่ 4-1 คะแนนร้อยละพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทาง  
คณิตศาสตร์ระหว่างเรียน จำแนกตามรายแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ความสามารถในการแก้ปัญหา	ความสามารถในการให้เหตุผล
	ทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)	ทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)
1. หลักการคูณ	90.00	68.10
2. หลักการบวก	84.82	68.57
3. การเรียงสับเปลี่ยน	75.36	56.67
4. การจัดหมู่	80.36	60.00
5. ความน่าจะเป็น	83.57	76.19
6. โจทย์ปัญหาความน่าจะเป็น	76.96	73.33
<b>เฉลี่ย</b>	<b>81.85</b>	<b>67.14</b>



ภาพที่ 4-1 กราฟเส้นแสดงระดับพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทาง  
คณิตศาสตร์ระหว่างเรียนของกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามรายแผนการจัดการเรียนรู้

จากตารางที่ 4 -1 และภาพที่ 4-1 แสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็น ระหว่างเรียน มีคะแนนร้อยละพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามรายแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดเฉลี่ยอยู่ที่ 81.85 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น หัวข้อหลักการคูณ มีคะแนนร้อยละพัฒนาการสูงที่สุดอยู่ที่ 90.00 คะแนนรองลงมา คือ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น หัวข้อหลักการบวก แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การจัดหมู่กรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด และ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาความน่าจะเป็น มีคะแนนพัฒนาการอยู่ที่ 84.82, 83.57, 80.36 และ 76.96 ตามลำดับ และแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด มีคะแนนร้อยละพัฒนาการน้อยที่สุดอยู่ที่ 75.36 ส่วนคะแนนร้อยละพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามรายแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดเฉลี่ยอยู่ที่ 67.14 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น มีคะแนนร้อยละพัฒนาการสูงที่สุดอยู่ที่ 76.19 คะแนนรองลงมา คือ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาความน่าจะเป็น แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น หัวข้อหลักการบวก แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น หัวข้อหลักการคูณ และแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การจัดหมู่กรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด มีคะแนนพัฒนาการอยู่ที่ 73.33, 68.57, 68.10 และ 60.00 ตามลำดับ และมีแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด มีคะแนนร้อยละพัฒนาการน้อยที่สุดอยู่ที่ 56.67

## **ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังเรียน**

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ซึ่งคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แสดงดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังเรียน

ความสามารถ ในการแก้ปัญหา	ข้อที่ (เรื่อง)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				รวม คะแนน	ร้อยละของ คะแนนเฉลี่ย รายข้อ
		0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน	3 คะแนน		
ขั้นที่ 1 ทำความ เข้าใจปัญหา (2 คะแนน)	1 (หลักการคูณ)	0	3	32	-	67	95.71
	2 (หลักการบวก)	0	0	35	-	70	100.00
	3 (การเรียงสับเปลี่ยน)	0	10	25	-	60	85.71
	4 (การจัดหมู่)	0	3	32	-	67	95.71
	5 (ความน่าจะเป็น)	1	2	32	-	66	94.29
	6 (ความน่าจะเป็น)	1	0	34	-	68	97.14

ตารางที่ 4-2 (ต่อ)

ความสามารถ ในการแก้ปัญหา	ข้อที่ (เรื่อง)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				รวม	ร้อยละของ คะแนนเฉลี่ย รายข้อ
		0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน	3 คะแนน		
ขั้นที่ 2 วางแผน แก้ปัญหา (2 คะแนน)	1 (หลักการคูณ)	0	0	35	-	70	100.00
	2 (หลักการบวก)	3	0	32	-	64	91.43
	3 (การเรียงสับเปลี่ยน)	3	1	31	-	63	90.00
	4 (การจัดหมู่)	14	0	21	-	42	60.00
	5 (ความน่าจะเป็น)	9	0	26	-	52	74.29
	6 (ความน่าจะเป็น)	6	2	27	-	56	80.00
ขั้นที่ 3 ดำเนิน การแก้ปัญหา (3 คะแนน)	1 (หลักการคูณ)	1	0	1	33	101	96.19
	2 (หลักการบวก)	0	1	3	31	100	95.24
	3 (การเรียงสับเปลี่ยน)	0	2	1	32	100	95.24
	4 (การจัดหมู่)	3	2	2	28	90	85.71
	5 (ความน่าจะเป็น)	3	3	5	24	85	80.95

ตารางที่ 4-2 (ต่อ)

ความสามารถ ในการแก้ปัญหา	ข้อที่ (เรื่อง)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				รวม คะแนน	ร้อยละของ คะแนนเฉลี่ย รายข้อ
		0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน	3 คะแนน		
	6 (ความน่าจะเป็น)	2	0	0	33	99	94.29
	1 (หลักการคูณ)	0	35	-	-	35	100.00
	2 (หลักการบวก)	3	32	-	-	32	91.43
ขั้นที่ 4 สรุป คำตอบ	3 (การเรียงสับเปลี่ยน)	3	32	-	-	32	91.43
(1 คะแนน)	4 (การจัดหมู่)	5	30	-	-	30	85.71
	5 (ความน่าจะเป็น)	8	27	-	-	27	77.14
	6 (ความน่าจะเป็น)	3	32	-	-	32	91.43
<b>รวม</b>						<b>1508</b>	<b>89.77</b>

จากตารางที่ 4-2 พบว่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยรายข้อทุกข้อของความสามารถในการแก้ปัญหาเกือบทั้งหมดสูงกว่าร้อยละ 70 มีเพียง 1 ข้อในชั้นวางแผนแก้ปัญหา เรื่องการจัดหมู่กรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมดที่มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 60.00

จากนั้นผู้วิจัยได้นำคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ด้วยสถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test) ซึ่งผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	คะแนน เต็ม	$\mu_0$ (ร้อยละ 70)	$\bar{x}$	<i>S</i>	ร้อยละ	<i>t</i>	<i>p</i>
คะแนน ความสามารถใน การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	35	48	33.60	43.09	4.89	89.77	11.46*	.000

\*  $p < .05$

จากตารางที่ 4-3 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีค่าเท่ากับ 43.09 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 89.77 เมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังเรียน

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ซึ่งคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แสดงดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังเรียน

ข้อที่ (เรื่อง)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน (คน)				รวม คะแนน	ร้อยละของ คะแนนเฉลี่ยรายข้อ
	0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน	3 คะแนน		
1 (หลักการคูณ)	0	2	1	32	100	95.24
2 (หลักการบวก)	1	16	5	13	65	61.90
3 (การเรียง สับเปลี่ยน)	0	3	10	22	89	84.76
4 (การจัดหมู่)	5	8	3	19	71	67.62
5 (ความน่าจะเป็น)	6	6	6	17	69	65.71
6 (ความน่าจะเป็น)	4	2	7	22	82	78.10
<b>รวม</b>					<b>476</b>	<b>75.56</b>

จากตารางที่ 4-4 พบว่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยรายข้อสูงกว่าร้อยละ 70 มี 3 ข้อ ได้แก่ ข้อที่ 1 เรื่องหลักการคูณสูงที่สุดคิดเป็นร้อยละ 95.24 รองลงมา คือ ข้อที่ 3 เรื่องการเรียงสับเปลี่ยน และข้อที่ 6 เรื่องความน่าจะเป็น คิดเป็นร้อยละ 84.76 และ 78.10 ตามลำดับ และยังมีร้อยละของคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 70 มี 3 ข้อ ได้แก่ ข้อที่ 2 เรื่องหลักการบวกน้อยที่สุดคิดเป็นร้อยละ 61.90 รองลงมา คือ ข้อที่ 5 เรื่องความน่าจะเป็น และข้อที่ 4 เรื่องการจัดหมู่ คิดเป็นร้อยละ 65.71 และ 67.62 ตามลำดับ

จากนั้นผู้วิจัยได้นำคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้



เหตุผลทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ด้วยสถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t test) ซึ่งผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 4-5

ตารางที่ 4-5 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	คะแนน เต็ม	$\mu_0$ (ร้อยละ 70)	$\bar{x}$	$s$	ร้อยละ	$t$	$p$
คะแนน ความสามารถใน การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	35	18	12.60	13.60	2.98	75.56	1.98*	.028

\*  $p < .05$

จากตารางที่ 4-5 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีค่าเท่ากับ 13.60 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 75.56 เมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 147 คน ห้องเรียนสายวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 35 คน ซึ่งขนาดของกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการคำนวณหาขนาดกลุ่มตัวอย่างโดย (Ryan, 2013, p. 66) จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม MINITAB 17 จะได้ว่า ขนาดของกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนอย่างน้อย 28 คน ดังนั้นผู้วิจัยจึงกำหนดขนาดตัวอย่างไว้จำนวน 35 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ได้มาจากการสมัครใจมาเรียน และในระหว่างการทดลอง กลุ่มตัวอย่างสามารถออกจากการทดลองได้

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง จำนวน 6 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 6 ข้อ ซึ่งมีการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$  - Coefficient) ของครอนบัค สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) และการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test)

## สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น 4 ชั้น รวมทั้งสอดแทรกคำถามระดับสูงไว้ในชั้นที่ 2 ถึงชั้นที่ 4 กล่าวคือ ชั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา เป็นชั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน พร้อมนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน เป็นปัญหาที่กระตุ้นความสนใจ เพื่อให้ นักเรียนคิดตามและอยากจะแก้ปัญหาที่ครูนำเสนอ จากนั้นในชั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา โดยผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูง สอดแทรกไว้ในชั้นนี้ ได้แก่ 1) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้นักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึง ความแตกต่าง หรือบอกถึงความสัมพันธ์ 2) คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ให้นักเรียนใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบ และยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดมาให้ ซึ่งชั้นนี้จะเป็นขั้นของการทำกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนศึกษาปัญหาที่ครูกำหนดไว้ในกิจกรรมที่ร่วมดำเนินการกันในกลุ่ม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม โดยการดำเนินการตามขั้นที่ 2 นี้มีขั้นตอนย่อย 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของ Polya (1957, pp. 16-17) ได้แก่ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนต้องใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมเชื่อมโยงหาความสัมพันธ์มาผสมผสานในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นของการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล ซึ่งผู้วิจัยปรับเปลี่ยนขั้นที่ 4 ให้เป็นขั้นสรุปคำตอบ ซึ่งการดำเนินการตามขั้นตอนเหล่านี้เป็นการฝึกให้นักเรียนคิดอย่างเป็นระบบ เป็นกระบวนการฝึกการแก้ปัญหานักเรียน ต่อมาในขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล เป็นขั้นที่ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอ ซึ่งขั้นนี้ผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงสอดแทรกไว้ในขั้นนี้ ได้แก่ 1) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมี คำว่า ทำไม อย่างไร และเหตุผลใด 2) คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ บอกความสัมพันธ์และเหตุผล ซึ่งเทคนิคการใช้คำถามระดับสูงในขั้นนี้จะช่วยให้นักเรียนแสดงแนวคิดที่เป็นเหตุผลของตนเองออกมา เพื่อจะนำไปสู่ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ เป็นขั้นตรวจสอบความรู้ของนักเรียน โดยครูสอดแทรกคำถามระดับสูง คือคำถามให้อธิบายเพื่อเป็นการกระตุ้นความคิดของนักเรียน พร้อมทั้งช่วยกันสรุปและอภิปรายการทำใบกิจกรรมร่วมกัน

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2) ผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้น อยากที่จะทำกิจกรรมร่วมกันกับเพื่อน เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่แปลกใหม่ เนื่องจากนักเรียนคุ้นชินกับการเรียนที่มีแค่ครูเป็นผู้บอกให้ทำ หรือครูบรรยายบนหน้ากระดานให้นักเรียนจดตาม ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงเหล่านี้ล้วนเป็นกิจกรรมที่นักเรียนคิดว่าท้าทายความสามารถของนักเรียนเอง โดยนักเรียนศึกษาช่วยกันในกลุ่มว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาคืออะไร โจทย์ถามว่าอะไร รวมไปถึงขั้นวางแผนในการแก้ปัญหาเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบ จากนั้นผู้วิจัยพบว่า ในขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหานองเรื่องหลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ) มีการวางแผนแก้ปัญหาก็แตกต่างกันของกลุ่ม ส่งผลให้ในขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา มีการดำเนินการแก้ปัญหาก็แตกต่างกัน ดังภาพที่ 5-1



ภาพที่ 5-1 ตัวอย่างการแสดงวิธีแก้ปัญหาโดยใช้การแจงกรณี (ภาพถ่าย) และใช้การเขียนภาพ (ภาพขาว)

ในช่วงที่สองของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-4) พบว่า เนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การจัดหมู่กรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด ค่อนข้างยาก และเริ่มเป็นนามธรรมสำหรับนักเรียน ซึ่งสะท้อนให้เห็นได้จากคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา พบว่า ยังมีคะแนนเฉลี่ยรายชื่อของแบบทดสอบข้อที่ 4 ที่ต่ำกว่าร้อยละ 70 ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับการจัดหมู่กรณีที่ตั้งของที่แตกต่างกันทั้งหมด ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนต้องใช้ความพยายามเข้าใจสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ นอกจากนี้มีนักเรียนบางคนสับสนในการเลือกใช้ระหว่างสูตรการเรียงสับเปลี่ยนและสูตรการจัดหมู่ ว่าสูตรใดถือลำดับเป็นสำคัญ หรือสูตรใดไม่สนใจลำดับ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะส่งผลให้ในขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหานักเรียนว่าควรเลือกใช้สูตรใด แต่เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มร่วมกัน แลกเปลี่ยนความคิด ความเข้าใจกันในกลุ่ม พร้อมทั้งให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมในการตีความของโจทย์ว่าต้องการอะไร ซึ่งส่งผลให้นักเรียนสามารถแยกความแตกต่างระหว่าง โจทย์ที่ใช้การเรียงสับเปลี่ยนและ โจทย์ที่ใช้การจัดหมู่ได้ดียิ่งขึ้น ยิ่งไปกว่านั้นนักเรียนสามารถให้เหตุผลอีกว่าในสิ่งที่โจทย์ถามถ้าเป็นการเรียงสับเปลี่ยนจะมีการถามวิธีการอื่น วิธีการเรียงคนเพื่อถ่ายภาพ ส่วนโจทย์ถามของการจัดหมู่คือวิธีการเลือกคณะกรรมการ ประธาน รองประธาน นอกจากนี้มีบางแบบฝึกหัด คือแบบฝึกหัดที่ 3 ข้อที่ 2 และแบบฝึกหัดที่ 4 ข้อที่ 2 ที่ต้องการสร้างคำประกอบไปด้วยตัวอักษร 4 ตัว ไม่ซ้ำกัน ซึ่งผู้วิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแยกความแตกต่างว่าทำไมแบบฝึกหัดทั้ง 2 ข้อที่โจทย์ให้

มาเหมือนกันแต่คนละตัวอักษร มีข้อหนึ่งใช้สูตรการเรียงสับเปลี่ยน และอีกข้อทำไมถึงใช้สูตรการ  
จัดหมู่ ดังภาพที่ 5-2

2. ต้องการสร้างคำที่ประกอบไปด้วยตัวอักษร 4 ตัว ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกมาจากคำว่า MATHEMATICS จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ โดยคำที่สร้างมาไม่จำเป็นต้องมีความหมายก็ได้ เมื่อ

1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม      2) อักษรตัวแรกเป็นสระ และตัวอักษรสุดท้ายเป็นพยัญชนะ  
3) มีสระอย่างน้อย 1 ตัว

ขั้นที่ 3 คำนึงการแก้ปัญหา  
แสดงวิธีแก้ปัญหา

**MATHEMATICS**

พยัญชนะ M, T, H, C, S } ตัวอักษรทั้งหมด 8 ตัว  
สระ A, E, I

1) โฟล์เรือ่งไขเพิ่มเติม  

$$P_{r,r} = \frac{n!}{(n-r)!} = 1,680 \text{ คำ}$$

2) ตัวอักษรแรกเป็นสระ และตัวอักษรสุดท้ายเป็นพยัญชนะ  

$$\frac{3}{\text{สระ}} \times \frac{3}{\text{พยัญชนะ}} \times \frac{3}{\text{ตัวอักษรที่เหลือ 5 ตัว}} = 3 \times 3 \times P_{5,3} = 9 \times 60 = 540 \text{ คำ}$$

3. เป็นสระอย่างท้าย 1 ตัว  
 = โฟล์เรือ่งไขเพิ่มเติม - โฟล์เรือ่งไขที่ตัวอักษรเป็นสระ  

$$= P_{5,4} - P_{5,4}$$

$$= 1,680 - 120 = 1,560 \text{ คำ}$$

2. ต้องการสร้างคำที่ประกอบไปด้วยตัวอักษร 4 ตัว ไม่ซ้ำกัน โดยเลือกมาจากคำว่า "attractive" จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ โดยคำที่สร้างมาไม่จำเป็นต้องมีความหมายก็ได้ เมื่อ

1) มีพยัญชนะ 2 ตัว และสระ 2 ตัว      2) มีทั้งพยัญชนะและสระ  
3) มีจำนวนพยัญชนะและสระเท่ากัน และให้สระอยู่ติดกัน

ขั้นที่ 3 คำนึงการแก้ปัญหา  
แสดงวิธีแก้ปัญหา

**attractive**

พยัญชนะ C, T, R, V  
สระ a, i, e

1. พยัญชนะ 2 ตัว สระ 2 ตัว  

$$C_{4,2} \cdot C_{3,2} \cdot 4! = \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{3!}{2!1!} \cdot 4! = 6 \cdot 3 \cdot 24 = 432 \text{ คำ}$$

2. พยัญชนะ 2 ตัว สระ 2 ตัว

กรณี 1 พยัญชนะ 1 ตัว สระ 3 ตัว  

$$C_{4,1} \cdot C_{3,3} \cdot 4! = 4 \cdot 1 \cdot 24 = 96 \text{ คำ}$$

กรณี 2 พยัญชนะ 2 ตัว สระ 2 ตัว } 816 คำ  

$$C_{4,2} \cdot C_{3,2} \cdot 4! = 6 \cdot 3 \cdot 24 = 432 \text{ คำ}$$

กรณี 3 พยัญชนะ 3 ตัว สระ 1 ตัว  

$$C_{4,3} \cdot C_{3,1} \cdot 4! = 4 \cdot 3 \cdot 24 = 288 \text{ คำ}$$

3. ใช้พยัญชนะ และสระเท่ากัน และสระติดกัน  
 ขั้นที่ 1 พยัญชนะ 2 ตัว สระ 2 ตัว  

$$C_{4,2} \cdot C_{3,2}$$
 ขั้นที่ 2 พยัญชนะ พยัญชนะ สระ สระ  

$$3! \times 2! = 6 \times 2 = 12$$

$$C_{4,2} \cdot C_{3,2} \times 3! \times 2! = 6 \cdot 3 \cdot 12 = 216 \text{ คำ}$$

ภาพที่ 5-2 ตัวอย่างแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด  
ข้อที่ 2 (ภาพซ้าย) และแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง การจัดหมู่กรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด  
ข้อที่ 2 (ภาพขวา)

จากภาพข้างต้นจะเห็นได้ว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่เหมือนกัน เพราะในแบบฝึกหัดที่ 3 สามารถใช้สูตรการเรียงสับเปลี่ยน คำนึงการได้เลยและสูตรนี้ จะทำการเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษรให้ เนื่องจากการเรียงสับเปลี่ยนสนใจลำดับเป็นสำคัญ ส่วนในแบบฝึกหัดที่ 4 นักเรียนจะต้องทำการเลือกตัวอักษรมาก่อน โดยใช้สูตรการจัดหมู่ แล้วจากนั้นค่อยนำมาจัดเรียงหรือสลับที่ เนื่องมาจากสูตรการจัดหมู่ ไม่สนใจลำดับการจัดเรียง ยกตัวอย่างเช่น ได้อักษรพยัญชนะมา 2 ตัว อาจจะเป็น c, t

และได้สระมา 2 ตัว อาจจะเป็น a, i จากนั้นจะได้ตัวอักษรมา 4 ตัว คือ c, t, a, i และ 4 ตัวอักษรสามารถจัดเรียงหรือสลับที่ได้อีก 4! วิธี เพราะถือเป็นการจัดเรียงตัวอักษร แม้ว่าโจทย์จะไม่สนใจว่าอักษรจะต้องมีความหมายหรือไม่ แต่ถ้าเปลี่ยนตำแหน่งลำดับที่อยู่ก็จะทำให้เปลี่ยนเป็นคำใหม่ เช่น ctai, taic หรือ aict เป็นต้น ดังนั้นผู้วิจัยต้องใช้วิธีการอธิบายเพื่อให้นักเรียนทุกคนเกิดความเข้าใจว่าทำไมถึงเป็นเช่นนี้ และเป็นการตอบสิ่งที่นักเรียนสงสัย เพื่อให้หายจากความสงสัยและทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเพิ่มมากยิ่งขึ้น ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเช่นนี้เป็นผลดีกับตัวนักเรียนเป็นอย่างมาก เพราะทำให้นักเรียนกล้าที่จะแสดงออก กล้าที่จะถามในสิ่งที่ตนเองสงสัยและไม่ปิดบังในสิ่งที่ตนไม่เข้าใจ

ในช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5) เรื่อง ความน่าจะเป็น พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีวิธีการจัดการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ คำนึงกับการทำกิจกรรมมากขึ้น เมื่อแจกใบกิจกรรมกลุ่มให้กับนักเรียน จะเห็นได้ว่านักเรียนทำงานกลุ่มร่วมกันไม่ว่าจะเป็นการทำความเข้าใจ โจทย์ สิ่งที่โจทย์ถาม พร้อมทั้งวางแผนวิธีในการแก้ปัญหา รวมทั้งครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นความคิดของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิดหาสิ่งที่ครูถามนั้น นักเรียนจะอธิบายหรือให้เหตุผลอย่างไร เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งผลที่ได้พบว่า นักเรียนเกือบทุกคนสามารถหาแซมเปิลสเปซของสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ได้ และหาเหตุการณ์ของโจทย์ว่าต้องการอะไร ยกตัวอย่าง โจทย์เช่น “มีนักเรียน 5 คน รวมนักเรียนแลกเปลี่ยนจากประเทศจีน เสี่ยวถิงและซูชิน ยืนแถวตรงหน้าเสาธงแถวเดียว จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เสี่ยวถิงและซูชินยืนติดกัน” นักเรียนดำเนินการขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหาโดยนำสูตรการเรียงสับเปลี่ยนมาใช้ พร้อมทั้งการเขียนภาพ ซึ่งนักเรียนหาจำนวนของแซมเปิลสเปซ  $n(S) = 120$  เพราะมีนักเรียนรวมทั้งหมด 5 คน สามารถทำได้  $P_{5,5}$  หรือ  $5!$  (สลับที่กันได้  $5!$  วิธี) ส่วนการหาจำนวนของเหตุการณ์  $n(E) = 48$  สามารถทำได้  $P_{4,4} \times 2!$  หรือ  $4! \times 2!$  (คน 4 คน สลับที่กันได้  $4!$  วิธี เสี่ยวถิงและซูชินสลับที่กันได้  $2!$  วิธี) ดังนั้น นักเรียนจึงสรุปว่าความน่าจะเป็น  $P(E)$  ของเหตุการณ์ที่เสี่ยวถิงและซูชินยืนติดกัน เท่ากับ  $\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$

จากผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Sahin (2015) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนของครูที่ใช้ CGI สามารถใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาสูงกว่า

นักเรียนที่ได้รับการสอนปกติ พร้อมทั้งนักเรียนในกลุ่มทดลองสามารถคิดค้น หรือหากวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อัมพรรัตน์ ผลววรรณ (2556, หน้า 133) พบว่า ผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้จัก (CGI) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ภัทรอร อริชนพงศ์ (2558, หน้า 96) พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ทำให้เกิดทักษะการคิดด้วยตนเอง และนำไปสู่การแก้ปัญหาย่างมีเหตุผล ซึ่งสอดคล้องกับ Carpenter et al. (1989, pp. 499-531) และ Fennema et al. (1993, pp 555-583) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนแบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ต้องเกิดจากความรู้ของนักเรียน ให้มีความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหาด้วยตนเอง พร้อมทั้งสนับสนุนให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดแก้ปัญหาย่างเป็นเหตุเป็นผล ยิ่งไปกว่านั้นการใช้คำถามระดับสูงที่สอดแทรกไว้ในขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นั้น เป็นคำถามที่ทำให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการคิดขั้นสูงมากกว่าความรู้ความจำ เพราะคำถามมักจะมีคำว่า “ทำไม” ซึ่งคำถามประเภทนี้จะเป็นคำถามที่ช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ผู้สอนควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร”

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้นไว้ 4 ขั้น ประกอบด้วย ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง พร้อมทั้งแสดงเหตุผล และขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ พร้อมทั้งสอดแทรกคำถามระดับสูงที่ผู้วิจัย



สังเคราะห์ขึ้น แบ่งออกเป็น 4 ประเภท 1) คำถามให้เปรียบเทียบ 2) คำถามให้ยกตัวอย่าง 3) คำถามให้อธิบาย 4) คำถามให้วิเคราะห์ โดยนำไปใช้ถามในชั้นที่ 2 ถึงชั้นที่ 4 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGD) ซึ่งในชั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูล เป็นชั้นที่ครูต้องใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นความคิดของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบ หรือหาความสัมพันธ์บนพื้นฐานความรู้เดิมของตนเอง พร้อมทั้งยกตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งการใช้คำถามระดับสูงจะทำให้ให้นักเรียนได้ใช้ความคิดอย่างมาก พร้อมทั้งสามารถให้เหตุผลในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาของคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 75) ที่กล่าวว่าคำถามระดับสูง เป็นคำถามที่ต้องการวัดความคิด ช่วยพัฒนาทักษะความคิดและการให้เหตุผล ในชั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล เป็นชั้นที่ครูสุ่มตัวแทนออกมานำเสนอโดยครูสอดแทรกคำถามระดับสูง เพื่อให้ให้นักเรียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่ม และวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่และเหตุผลที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่ชั้นที่ 4 ครูนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ เป็นชั้นตรวจสอบความรู้ของนักเรียน โดยครูสอดแทรกคำถามระดับสูง คือคำถามให้อธิบายเพื่อเป็นการกระตุ้นความคิดของนักเรียน พร้อมทั้งช่วยกันสรุปและอภิปรายการทำไปกิจกรรมร่วมกัน

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2) ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นชินกับการที่ต้องแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาของคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ให้มาได้อย่างดีเยี่ยม แต่ถ้าเมื่อเทียบกับ การให้เหตุผล ถือว่าการให้เหตุผลมีนักเรียนส่วนน้อยให้เหตุผลได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ส่วนใหญ่คือให้เหตุผลได้เล็กน้อยจนถึงไม่ให้เหตุผลเลย ผู้วิจัยได้ถามสาเหตุเหล่านี้กับนักเรียน โดยนักเรียนบางคนให้คำตอบว่า “หนูเข้าใจว่าข้อนี้แก้ปัญหาแบบนี้จะ แต่หนูไม่รู้ว่าจะแสดงผลยังไง และทำไปเพื่ออะไร ในเมื่อแก้ปัญหาโจทย์เสร็จแล้วก็ได้คำตอบอยู่ดี” จากคำกล่าวข้างต้นผู้วิจัยเห็นว่านักเรียนไม่เห็นความสำคัญของการให้เหตุผล เพราะอาจคุ้นเคยกับการเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาและสรุปคำตอบ แต่ขาดความเข้าใจที่แท้จริงหรืออาจจะเข้าใจแต่ไม่สามารถให้เหตุผลได้ เนื่องมาจากการจัดการเรียนการสอนรูปแบบเดิม ไม่นิยมให้นักเรียนแสดงผล ซึ่งสะท้อนให้เห็นได้จากคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า ยังมีคะแนนเฉลี่ยรายข้อของแบบทดสอบข้อที่ 2 ที่ต่ำกว่าร้อยละ 70 ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) กล่าวคือ นักเรียนเขียนแสดงแค่จำนวนวิธีในการสร้างเลขโดดแต่ละกรณีทำได้ก็วิธี (จำนวน) แต่ไม่แสดงผลประกอบการแก้ปัญหาวามีวิธีการ ได้มาหรือแสดงแนวคิดอย่างไร นอกจากนี้การจัด

กิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2) ในกิจกรรมที่ 2 ที่ดำเนินการกันเป็นกลุ่ม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถให้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง ดังภาพที่ 5-3 แต่มีบางส่วนที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ ดังภาพที่ 5-4

มีเลขโดด 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโดดเหล่านี้ และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว จะมีวิธีในการสร้างจำนวนได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

#### แสดงวิธีแก้ปัญหา

กรณี 1      หลักหน่วยเป็น 0

$$\begin{array}{c} \boxed{5} \\ 1, 2, 3, 4, 5 \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{4} \\ 1, 2, 3, 4 \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{0} \\ 0 \end{array} = 20 \text{ วิธี}$$

กรณี 2      หลักหน่วยเป็น 5

$$\begin{array}{c} \boxed{4} \\ 1, 2, 3, 4 \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{4} \\ 1, 3, 4, 0 \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{5} \\ 5 \end{array} = 16 \text{ วิธี}$$

วิธีกรณีได้ = 20 + 16 = 36 วิธี

#### เหตุผลประกอบ

กรณีที่ 1	หลักหน่วยเป็น 0	ส่วนนับ 20 วิธี
กรณีที่ 2	หลักหน่วยเป็น 5	ส่วนนับ 16 วิธี
วิธีทั้งหมด	= 20 + 16	= 36 วิธี

ภาพที่ 5-3 ตัวอย่างการแสดงผลประกอบการแก้ปัญหาก็ยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา

0, 1, 2, 3, 4, 5

กรณีที่ 1 นักษณน่วย = 0

$$\begin{array}{ccc} \text{นักษณน่วย} & \text{นักษณสิบ} & \text{นักษณน่วย} \\ \boxed{5} & \times \boxed{4} & \times \boxed{1} \\ 1, 2, 3, 4, 5 & 1, 3, 4, 5 & 0 \end{array} \rightarrow \text{กรณีที่ 1} = 20 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 นักษณน่วย = 5

$$\begin{array}{ccc} \text{นักษณน่วย} & \text{นักษณสิบ} & \text{นักษณน่วย} \\ \boxed{4} & \times \boxed{4} & \times \boxed{1} \\ 1, 2, 3, 4 & 0, 1, 2, 3 & 5 \end{array} \rightarrow \text{กรณีที่ 2} = 16 \text{ วิธี}$$

#### เหตุผลประกอบ

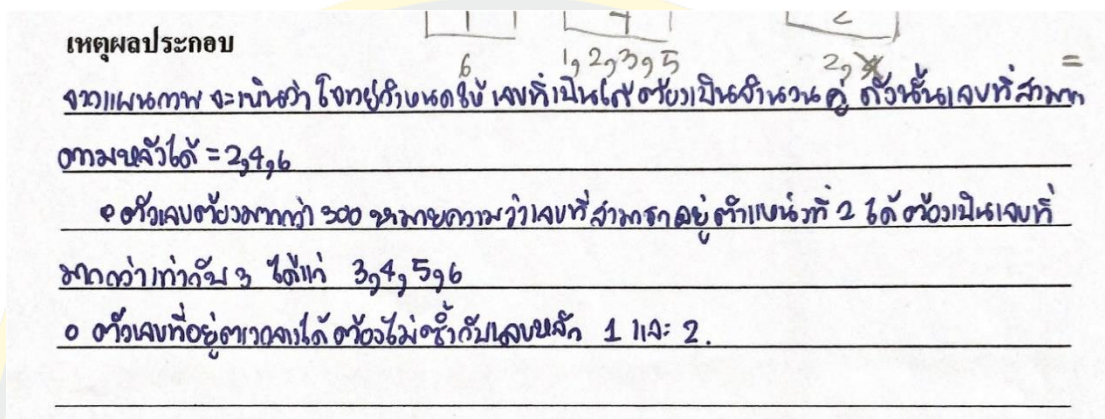
เนื่องจากกรณีที่ 1 เมื่อนักษณน่วยเป็น 0 เลขโดดทศนิยม 5 และเมื่อนักษณทศนิยมสามารถเป็นไปได้อีก 5 วิธี และนักษณสิบทศนิยมมี 4 ตัวและสามารถเป็นไปได้อีก 4 วิธี ดังนั้นกรณีที่ 1 จึงสามารถเป็นได้ 20 วิธี

จากกรณีที่ 2 เมื่อนักษณน่วยเป็น 5 + เป็นได้ 1 วิธี และในสิบเลข 3 ตัว และนักษณทศนิยมก็สามารถเป็นไปได้อีก 4 วิธี เนื่องจากเลข 0 เป็นนักษณทศนิยมไม่ได้ และนักษณสิบทศนิยมมี 4 ตัวและสามารถเป็นไปได้อีก 4 ตัว ดังนั้นกรณีที่ 2 จึงเป็นไปได้อีก 16 วิธี

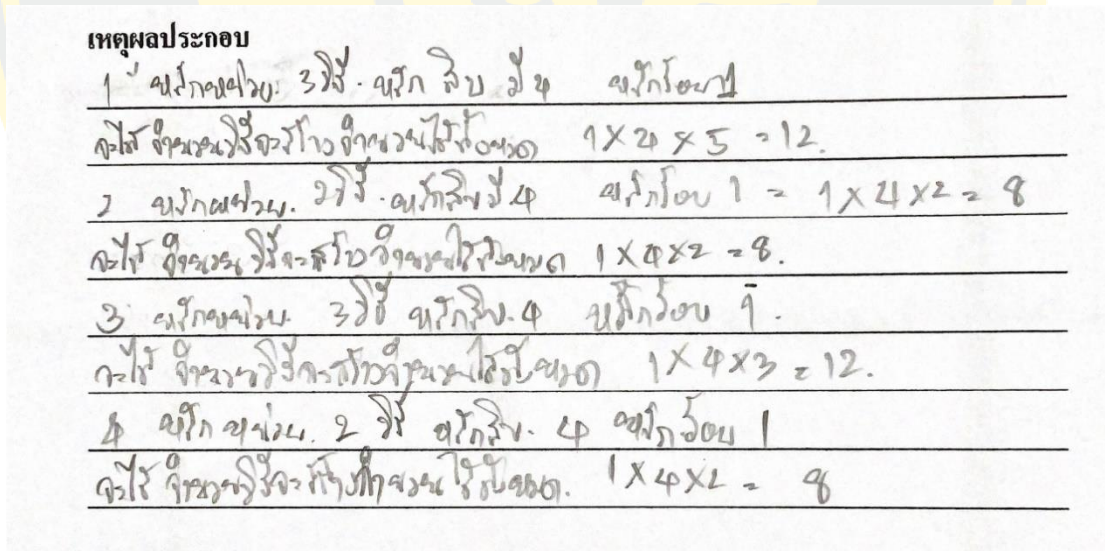
ภาพที่ 5-4 ตัวอย่างการแสดงผลประกอบการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

อีกทั้งเมื่อพิจารณาคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรายข้อ พบว่า คะแนนเฉลี่ยรายข้อของแบบทดสอบข้อที่ 2 ส่วนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 70 ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบ คือ “จากตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6 ถ้านำมาสร้างจำนวนเต็มคู่บวกที่มีค่ามากกว่า 300 และน้อยกว่า 900 โดยใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน” พบว่าคำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน คือ นักเรียนที่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลทั้งหมด โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-5 และดังภาพที่ 5-6



ภาพที่ 5-5 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



ภาพที่ 5-6 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน คือ นักเรียนที่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเกือบทั้งหมด โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-7

**เหตุผลประกอบ**

กรณีที่ 1	มีหลักร้อย 1 ตัว หลักสิบ 4 ตัว หลักหน่วย 3 ตัว ดังนั้น ได้ 12 วิธี
กรณีที่ 2	มีหลักร้อย 1 ตัว หลักสิบ 4 ตัว หลักหน่วย 2 ตัว ดังนั้น ได้ 8 วิธี
กรณีที่ 3	มีหลักร้อย 1 ตัว หลักสิบ 4 ตัว หลักหน่วย 3 ตัว ดังนั้น ได้ 12 วิธี
กรณีที่ 4	มีหลักร้อย 1 ตัว หลักสิบ 4 ตัว หลักหน่วย 2 ตัว ดังนั้น ได้ 8 วิธี

ภาพที่ 5-7 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ นักเรียนที่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-8

**เหตุผลประกอบ**

กรณี 1	$1 \times 4 \times 3 = 12$ วิธี
กรณี 2	$1 \times 4 \times 2 = 8$ วิธี
กรณี 3	$1 \times 4 \times 3 = 12$ วิธี
กรณี 4	$1 \times 4 \times 2 = 8$ วิธี
∴ ได้	$12 + 8 + 12 + 8 = 40$ วิธี

ภาพที่ 5-8 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนที่ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิด โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-9

**เหตุผลประกอบ**

---

---

---

---

ภาพที่ 5-9 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ในช่วงที่สองของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-4) พบว่า นักเรียนเริ่มมีการอธิบายเหตุผลมากขึ้น มีการแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหาเพื่อได้มาของคำตอบ ทั้งนี้ต้องขึ้นอยู่กับความเข้าใจในเนื้อหาของนักเรียนเอง เพราะเนื้อหาค่อนข้างยากและมีความเป็นนามธรรมสูงสำหรับนักเรียน แต่จะเห็นได้ว่าการทำใบกิจกรรมที่ 3 ของนักเรียนเริ่มมีการแสดงแนวคิดที่สมเหตุสมผลมากขึ้น มีพัฒนาการของการให้เหตุผลได้เป็นอย่างดียิ่งขึ้น ดังภาพที่ 5-10

มีนักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 4 คน รวมกับครู 1 คน ขึ้นเรียงเป็นแถว จะมีวิธีการขึ้นทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
- 2) ครูยืนอยู่ริมแถว
- 3) นักเรียนหญิงยืนติดกัน
- 4) นักเรียนชายยืนแยกกัน

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา

① ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม  $x_1, x_2, x_3, n_1, n_2, n_3, n_4, k$

$$P_{8,8} = 8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40,320 \text{ วิธี}$$

② ครูยืนริมแถว  $\downarrow x_1, x_2, x_3, n_1, n_2, n_3, n_4 \downarrow$

$$7! \times 2 = 7! \times 2 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 10,080 \text{ วิธี}$$

③ นักเรียนหญิงยืนติดกัน  $(n_1, n_2, n_3, n_4)$   $x_1, x_2, x_3, k$

$$5! \times 4! = 120 \times 24 = 2,880 \text{ วิธี}$$

④ นักเรียนชายยืนแยกกัน  $- k - n_1 - n_2 - n_3 - n_4 -$

$$5! \times P_{6,3} = 5! \times \frac{6!}{(6-3)!} = 5! \times \frac{6!}{3!}$$

$$= 5! \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$$

$$= 120 \times 120$$

$$= 14,400 \text{ วิธี}$$

### เหตุผลประกอบ

1. มีคนทั้งหมด 8 คน ขึ้นแถวตรงทั้งหมด 8 คน สลับที่กันได้  $8!$  ได้ 40,320 วิธี
  2. นักเรียนทั้งหมด 7 คน ขึ้นเงินแถวตรง สลับที่กันได้ทั้งหมด  $7!$  ได้ 5,040 วิธี และสลับที่แถวได้อีก 2 วิธี ทั้งหมดจึงทั้งหมด  $5,040 \times 2 = 10,080$  วิธี
  3. ให้นักเรียนนั่งขึ้นตักกัน ใช้คิดค่า นักเขียนหนังสือ 4 คน เป็นคนคนตักข้างนี้ ปล่อยให้ 5 คน จอดักให้ขึ้นได้  $5!$  วิธี คนแต่ละวิธีขึ้นขึ้น 4 คน สลับที่กันได้  $4!$  วิธี ดังนั้น ทั้งหมดวิธีทั้งหมด  $5! \times 4! = 120 \times 24 = 2,880$  วิธี
  4. ให้นักเรียนหนังสือ 4 คนแล้ว คร 1 คนขึ้นแถวตรงทั้งหมด 5 คน จะจัดให้ขึ้นได้  $5!$  วิธี และให้นักเรียนจากแถวตรงช่วงช่วงที่เป็นไปได้ทั้งหมด 6 ช่วงทำเป็นไปได้อีกทั้งหมด 6 ช่วง และจากทุกฝั่ง สลับเปลี่ยนเชิงเส้น จาสามารถจัดนักเรียนจากลวด
- $$\frac{5! \times P}{6^3} = \frac{120 \times \frac{6!}{(6-3)!}}{3!} = \frac{120 \times \frac{6!}{3!}}{3!} = \frac{120 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$$

ภาพที่ 5-10 ตัวอย่างการแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์

แต่เมื่อพิจารณาคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรายข้อ พบว่า คะแนนเฉลี่ยรายข้อของแบบทดสอบข้อที่ 4 ส่วนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 70 ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับการจัดหมู่ ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบ คือ “ในตู้เย็นของสหกรณ์โรงเรียนแห่งหนึ่งจำหน่ายนมรสต่าง ๆ มีนมรสตรอว์เบอร์รี่ 4 กล่อง รสวานิลลา 5 กล่อง รสช็อคโกแลต 6 กล่อง โดยนมแต่ละกล่องแต่ละรสมียี่ห้อที่แตกต่างกัน ถ้าต้องการเลือกนมออกจากตู้เย็นของสหกรณ์โรงเรียนโดยไม่มองจำนวน 3 กล่อง จงหาจำนวนวิธี

- 1) เลือกนม 3 กล่อง โดยไม่มีเงื่อนไข
- 2) เลือกนมรสละ 1 กล่อง
- 3) เลือกนมรสเดียวกันทั้ง 3 กล่อง ” พบว่าคำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้





## เหตุผลประกอบ

$$\textcircled{1} \text{ ไม่มีเรื่องไป} = C_{15,3}$$

$$\textcircled{2} \text{ เรื่องนมรส} = 1 \text{ กล่งง} = C_{4,1} \times C_{5,1} \times C_{6,1}$$

$$\textcircled{3} \text{ เรื่องนมรสได้ยาก} \text{ 3 กล่งง} = C_{4,3} + C_{5,3} + C_{6,3}$$

ภาพที่ 5-13 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนที่ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิด โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-14

## เหตุผลประกอบ

---



---



---



---

ภาพที่ 5-14 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ในช่วงสุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5) เรื่อง ความน่าจะเป็น พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถให้เหตุผลประกอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ นักเรียนเกือบทุกคนสามารถอธิบาย หรือแสดงแนวคิดของตนประกอบการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล เนื่องจากนักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาในเรื่องที่ผ่านมา จึงสามารถต่อยอดเนื้อหาเดิมเข้ากับเนื้อหาใหม่ นำไปสู่การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลถูกต้องสมบูรณ์มากขึ้น จากใบกิจกรรมที่ 8 (เรื่องความน่าจะเป็น) จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถหาจำนวนของแซมเปิลสเปซ  $n(S)$  และจำนวนของเหตุการณ์  $n(E)$  ได้อย่างถูกต้องและสามารถให้เหตุผลประกอบของวิธีการหาได้ ว่ามีวิธีการหาอย่างไร ดังภาพที่ 5-15

มีนักเรียน 5 คน รวมนักเรียนแลกเปลี่ยนจากประเทศจีน เสี่ยวถิงและซูชิน ยืนแถวตรงหน้าเสาธง  
แถวเดียว จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้

- 1) เสี่ยวถิงและซูชิน ยืนติดกัน
- 2) เสี่ยวถิงและซูชิน ยืนแยกกัน
- 3) เสี่ยวถิงและซูชิน ยืนอยู่หัวแถวและท้ายแถว

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา

$$\textcircled{1} \quad \underbrace{u_1 \ u_2 \ u_3}_{\text{A}} \quad \underbrace{\text{S} \ \text{C}}_{\text{B}} = 4! \times 2! \rightarrow n(E) = 48$$

$$P(E) = \frac{48}{120} = \frac{4}{5}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{--- } u_1 \text{ --- } u_2 \text{ --- } u_3 \text{ ---}$$

$$= 3! \times P_{4,2}$$

$$= \frac{3! \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} \quad P(E) = \frac{72}{120} =$$

$$n(E) = 72$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{array}{c} \text{--- } u_1 \text{ --- } u_2 \text{ --- } u_3 \text{ ---} \\ \uparrow \end{array} \quad \begin{array}{l} 2! \\ 3! \times 2! \end{array}$$

$$\Rightarrow 3! \times 2!$$

$$= n(E) = 24$$

$$P(E) = \frac{24}{120}$$

**เหตุผลประกอบ**

จากข้อที่ 1 เลือกตัวหลัก-ชายขึ้น หนึ่งคนก่อน  $9$  นี้มองตัวหลัก-ชายขึ้นเป็น 1 เพราะสามารถสับ  
 คี่ได้เป็น 2 แบบ  $= 2!$  ที่ส = 9 นี้ นำมารวมกับ 4 คนที่ในสี่ก็ส = เป็นไปได้  $= 4!$  ดังนั้น  
 ก็จะมี ทั้งหมด  $4! \times 2! = 48$  วิธี และมีโอกาส  $\frac{48}{120} = \frac{4}{5}$

จากข้อที่ 2 สก. หละ-ชาย. ขึ้นหกคน  $9$  นี้มองเป็นสก. หละ-ชาย. ห่วงขึ้นหกคนโดยวิธี นร.  
 เป็นคนต้น ก็จะสามารถสลับที่ระหว่างกันได้  $3! \times 4 \times 3 = 72$  วิธี และมีโอกาส  $= \frac{72}{120}$

จากข้อที่ 3 สก. หละ-ชาย. ขึ้นอยู่หรือหละ-โหมท. ถ้าหาก สก. ได้หรือก่อนก็จะมี =  
 $3! \times 2$  (รวมทั้งนร.) หละ-ต่อมาให้ชาย เลือกสองจากสก. ก็จะมีอีกอีก 1 ที่ ก็จะมี =  
 $3! \times 2 \times 1$  เมื่อนำใช้ของสก. หละ-ชาย. มาวางต้นก็จะมี =  $3! \times 2! = 24$  วิธี  
 และโอกาส =  $\frac{24}{120}$  นี้เอนักชายขึ้นเลือกก่อน ก็จะมีวิธีเท่ากัน

ภาพที่ 5-15 ตัวอย่างการแสดงเหตุผลประกอบการแก้ปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์

แต่เมื่อพิจารณาคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่ม  
 ตัวอย่างจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในราย  
 ชื่อ พบว่า คะแนนเฉลี่ยรายข้อของแบบทดสอบข้อที่ 5 ส่วนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่า  
 ร้อยละ 70 ซึ่งเป็นเรื่องเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ผู้วิจัยสามารถจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตาม  
 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากโจทย์ที่ใช้  
 ในแบบทดสอบ คือ “กล่องทิบไบ 1 มีลูกบอลสีขาว 4 ลูก สีแดง 5 ลูก และสีดำ 3 ลูก โดยที่ลูกบอล  
 แต่ละลูกมีความแตกต่างกัน ถ้าสุ่มหยิบออกมา 4 ลูก จงหาความน่าจะเป็นตามเงื่อนไขต่อไปนี้

- 1) ได้สีแดง 3 ลูก
- 2) ได้สีดำ 2 ลูก
- 3) ได้สีขาว 2 ลูก และสีดำ 1 ลูก” พบว่าคำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่ม มีดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน คือ นักเรียนที่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการ  
 แก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลทั้งหมด โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-16

### เหตุผลประกอบ

1) ได้สีใด 3 สี = หาได้จากการใช้สูตร  $C$  โดยที่สีใดสีไหนของ 5 สี แต่วางที่ 3  
 ๑ สีใด  $C_{5,3}$  แต่ช่วยอีก 1 สีว่าสีตัว  $\times$  ตัว  $C_{7,1}$  นี้ไป

2) ได้สีใด 2 สี = หาได้จากการใช้สูตร  $C$  โดยที่สีใดสีไหนของ 3 สี แต่วางที่ ๒  
 2 สีใดสีไหน  $\times$  ๑ สีตัวอีก ๑ สีตัวที่สีไหน  $\times$  ตัว  $C_{7,2}$

3) ได้ทั้ง 2 สี ๑ สี = หาได้จากสูตร  $C_{7,2}$  (สีไหน)  $\times$   $C_{7,1}$  (สีตัว)  $\times$   $C_{5,1}$   
 สีไหน

ภาพที่ 5-16 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 3 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน คือ นักเรียนที่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการ  
 แก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเกือบทั้งหมด โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-17

### เหตุผลประกอบ

1) 1) 1 สี 3 =  $C_{5,3}$  สีอื่น 1 สี =  $C_{7,1} \rightarrow C_{5,3} \times C_{7,1}$

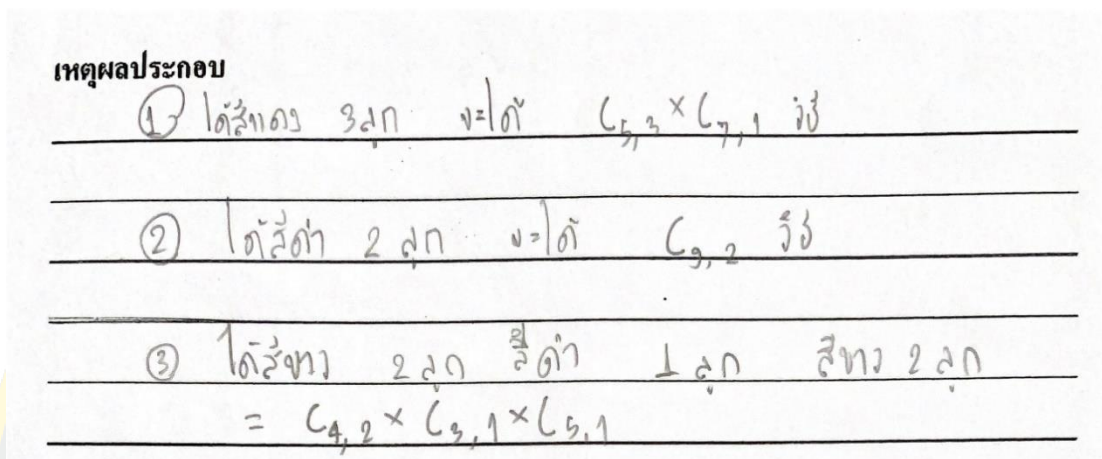
2) 2) ๑ สี 2 =  $C_{3,2}$  สีอื่น 2 สี =  $C_{7,2} \rightarrow C_{3,2} \times C_{7,2}$

3) 3) ๒ สี ๑ สี 1 =  $C_{4,2}$  | ๑ สี 1 =  $C_{3,1}$  ๑ สี 1 =  $C_{5,1}$

$\rightarrow C_{4,2} \times C_{3,1} \times C_{5,1}$

ภาพที่ 5-17 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 2 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน คือ นักเรียนที่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบการแก้ปัญหา ถูกต้องและสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-18



ภาพที่ 5-18 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 1 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน คือ นักเรียนที่ไม่มีการอธิบายหรือแสดงแนวคิด โดยมีลักษณะตัวอย่างของคำตอบ ดังภาพที่ 5-19

เหตุผลประกอบ

---



---



---



---

ภาพที่ 5-19 ลักษณะของคำตอบของนักเรียนกลุ่มที่ได้ 0 คะแนน ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2555, หน้า 122) พบว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงสำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติ หลังเรียนจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ภัทรอร อริยชนพงศ์ (2558, หน้า 96) พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ กุลวดี อำภาวษ์ (2560, หน้า 97) พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละของความแตกต่างเท่ากับ 7.78

### ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยขอเสนอแนะดังต่อไปนี้

#### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็นนั้น การใช้สถานการณ์ที่น่าสนใจ ทันเหตุการณ์ และเป็นสถานการณ์ที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน เพื่อเป็นการสร้างความสนใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนเป็นอย่างมาก

2. ควรใช้คำถามระดับสูงอย่างหลากหลายและไม่ควรกำหนดคำถามไว้ในชั้นใดชั้นหนึ่งอย่างตายตัว เพราะการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ค่อนข้างยากลำบากในการหาคำถามที่เหมาะสมตามขั้นที่กำหนดไว้ ซึ่งควรที่จะสังเคราะห์คำถามระดับสูงไว้ แล้วดึงคำถามเหล่านั้นไปใช้สอดแทรกตามความยืดหยุ่นของชั้นนั้น ๆ หรือตามสถานการณ์ที่เหมาะสม

3. เนื่องจากการใช้คำถามระดับสูงสามารถส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดในระดับที่สูงขึ้น ควรมีการศึกษาการใช้คำถามระดับสูงร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอื่นที่มีลักษณะการใช้คำถามและมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาการคิดของนักเรียน

4. การนำเทคโนโลยีมาใช้เป็นสื่อการสอนทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เป็นนามธรรมได้ง่ายขึ้น

#### ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ไปใช้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะความคิดสร้างสรรค์ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2. ควรมีการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น เซต ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม เป็นต้น



## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กรมวิชาการ. (2546). *การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กุลวดี อ่างวางษ์. (2560). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตศาสตร์สองมิติและสามมิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ขวัญ เพ็ชร์ชัย. (2553). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- โครงการ PISA ประเทศไทย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *ผลการประเมิน PISA 2015 วิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์ ความเป็นเลิศและความเท่าเทียมทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: บริษัท ชักเซสพับลิเคชัน จำกัด.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2553). *เทคนิคการใช้คำถาม พัฒนาการคิด*. นนทบุรี: สหมิตรพรินติ้งแอนด์พับลิชชิง.
- ชัยวัฒน์ อู่ป่าอจ. (2552). *ผลการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์, สาขาวิชา หลักสูตร การสอนและ เทคโนโลยีการศึกษา, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- เชษฐา ชาบาง. (2544). รูปrik: อีกคำตอบสำหรับการวัดและประเมินผลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ตามสภาพที่แท้จริง. *วารสารวิชาการ*, 4(2), 42-45.
- ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). *เอกสารประกอบการสอน: สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา (Statistics for education research)*. นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ดิษพล เนตรนิมิตร. (2558). ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- น้อมศรี เกท. (2547). คุณภาพหลากหลายที่ได้จากการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *วารสารครุศาสตร์*, 32(3), 18-28.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2553). *การวิจัยสำหรับครู (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2546). คำถามที่ช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 6, 4-8.
- พรรณทิพา พรหมรัถย์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. (2548). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: เฮ้าส์ ออฟ เคอร์สมีส์.
- ภัทรอร อริชชนพงศ์. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2542, กุมภาพันธ์-เมษายน). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 42(485), 5-11.
- รัญจวน คำวชิรพิทักษ์. (2538). *จิตวิทยาการสื่อสารในชั้นเรียน*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมชิวราช.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

วิทยากร เชียงกุล. (2562). รายงานสภาวะการศึกษาไทย 2554-2555.

วันที่ค้นข้อมูล 15 ธันวาคม 2562, เข้าถึงได้จาก <http://www.bangkokbiznews.com/>  
 เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้  
 ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง  
 การวิเคราะห์ข้อมูลสิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.

ปริญญาโทศึกษาศาสตร์ศึกษาศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์,  
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2552-2553, ตุลาคม-มกราคม). การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively guided  
 instruction: CGI): รูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์.

วารสารศึกษาศาสตร์, 21(1), 2-4.

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ภาควิชาการ  
 จัดการเรียนรู้, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติและการ  
 เชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปสู่ชีวิตจริงโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด  
 (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ภาควิชาการ  
 จัดการเรียนรู้, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

ไวยัญญาณี ศรีรังฆานนท์. (2562, 23 ธันวาคม). ครู โรงเรียนสตรีชัยภูมิ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ.  
 สัมภาษณ์.

ศศิธร แม้นสงวน. (2556). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์  
 มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

ศักดิ์ศรี ปาณะกุล, นิรมล ศตวุฒิ และระวีวรรณ ศรีศรีรามครัน. (2556). หลักสูตรและการจัดการ  
 เรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ องค์การมหาชน. (2562). ค่าสถิติพื้นฐานผลการทดสอบ  
 ทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2559-  
 2561. วันที่ค้นข้อมูล 18 ธันวาคม 2562, เข้าถึงได้จาก <http://www.niets.or.th/>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.  
 กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์.  
 กรุงเทพฯ: รากขวัญ.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *การวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ*. ปรินญาณิพนธ์การศึกษาคุญธิบัณฑิต, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem Solving). *วารสารคณิตศาสตร์*, 5, 71-79.
- สรวดี เฟิงศรีโคตร. (2549). คำถามนั้นสำคัญไฉน. *วารสารวิทยจารย์*. 105(5), 58-61.
- สายันท์ ผาน้อย. (2549). การสอนกระบวนการคิดโดยการตั้งคำถาม. *วารสารวงการครู*. 3(30), 108-110.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุชาติร์ตัน สมรรถการ. (2556). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) เรื่อง เรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*. ปรินญาณการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *21 วิธีจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.
- สุวิทย์ มูลคำ และคณะ. (2554). *การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิด*. กรุงเทพฯ: อี เค บุ๊คส์.
- องอาจ นัยพัฒน์.(2551). *วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สามลดา.
- อัมพร ม้าคนอง. (2547). ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ในพร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์* (หน้า 110-125). กรุงเทพฯ: บพิชการพิมพ์.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมภารัตน์ ผลาวรรณ. (2556). ผลการจํัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความตระหนักรู้ในการรู้คิด และควมมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชามัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*: New York : Merrill.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C., & Loef, M. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: *An Experimental Study*. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (2000). *Cognitively Guided Instruction: A research-based Teacher Professional Development Program for Elementary School Mathematics*. Research Report.
- Fennema, E. (1993). Using Children's Knowledge Instruction. *American Educational Research Journal*, 27(4), 555-583.
- Hendricks, C. (2013). *The Effect of Cognitively Guided Instruction on Mathematics Achievement of Second Grade Children*. Walden University.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher*. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- Polya, G. (1957). *How to solve it* (3<sup>rd</sup> ed.). New York: Double Day.
- Polya, G. (1985). *How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. New Jersey: Princeton University Press.
- Rosemary Schmalz, S. P. (1973). Categorization of Questions that Mathematics Teacher Ask. *The Mathematics Teacher*, 66(7), November.
- Ryan, T. P. (2013). *Sample Size Determination and Power*. Hoboken, New Jersey.

Sahin, N. (2015). *The Effect of Cognitively Guided Instruction on Students' Problem Solving Strategies and The Effect of Students' Use of Strategies on Their Mathematics Achievement.* the University of Central Florida.





ภาคผนวก

The logo of Burapha University is a circular emblem. It features a central five-pointed star (pentagram) with a smaller star inside it. The star is surrounded by a decorative border. The text "มหาวิทยาลัยบูรพา" (Mahavithayalai Burapha) is written in Thai script along the top inner edge of the circle, and "BURAPHA UNIVERSITY" is written in English along the bottom inner edge. The entire logo is rendered in a light yellow color.

### ภาคผนวก ก

1. รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
2. สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือวิจัย
3. สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย
4. สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย



## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ผศ.ดร.อารีรักษ์ ชัยวร อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ผศ.ดร.ชนิษฐา ชมภูวิเศษ อาจารย์ โปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์และ  
สถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และ  
เทคโนโลยี  
มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา
3. นายสุรเดช พลหาญ ครูวิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนสตรีชัยภูมิ



## บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗  
 ที่ อว ๘๑๓๗/๐๓/๐๕ วันที่ ๗ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๓  
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อารีรักษ์ ชัยวร

ด้วย นางสาวสุรัสดี เกรียมโพธิ์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๗ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สาธิตี เลิศประไพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างดียิ่ง ในกรณีนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารแนบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



ที่ อว ๘๑๓๓/ ๑๑๔

มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.สิงหนครบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๗ พฤษภาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย  
สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์  
๒. เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิษฐา ชมภูวิเศษ

ด้วย นางสาวสุรัสดี เกรัมย์โพธิ์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๗ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สาธิตี เลิศประไพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างดียิ่ง ในขณะนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารสิ่งที่ส่งมาด้วย

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
โทร ๐๓๘ ๒๗๐ ๐๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕  
อีเมล grd.buu@go.buu.ac.th



ที่ อว ๘๑๓๓/ ๑๑๕

มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๗ พฤษภาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์

๒. เครื่องมือวิจัย

เรียน นายสุรเดช พลหาญ

ด้วย นางสาวสุรัสดี เกรัมย์โพธิ์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๗ หลักสูตรวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔” โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สาธิตี เลิศประไพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างยิ่ง ในขณะนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารสิ่งที่ส่งมาด้วย

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
ผู้อำนวยการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
โทร ๐๓๘ ๒๗๐ ๐๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕  
อีเมล grd.buu@go.buu.ac.th



ที่ อว ๘๑๓๗/๕ (๕/๗)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๙ สิงหาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีชัยภูมิ

- สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมของมหาวิทยาลัยบูรพา  
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย (หาคุณภาพ)

ด้วยนางสาวสุรัสดี เกรียมโพธิ์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๗ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สาธิตี เลิศประไพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนท่านในการหาคุณภาพจากเครื่องมือวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตตั้งรายนามข้างต้น ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ ปีการศึกษา ๒๕๖๓ จำนวน ๓๐ คน ระหว่างวันที่ ๓๑ สิงหาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ ถึง ๑๓ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๖๓ ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนามข้างต้นได้ที่เบอร์โทรศัพท์ ๐๙๔-๓๘๒๒๗๒๗ หรือ E-mail: 61910027@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
โทร ๐๓๘ ๓๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕  
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th



ที่ อว ๘๑๓๗/๕๕๕

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๙ สิงหาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีชัยภูมิ

- สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมของมหาวิทยาลัยบูรพา  
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วยนางสาวสุรัสดี เกรียมโพธิ์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๗ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สาธิตี เลิศประไพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนท่านในการหาคุณภาพจากเครื่องมือวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตตั้งรายนามข้างต้น ดำเนินการเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัยจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ ปีการศึกษา ๒๕๖๓ จำนวน ๓๕ คน ระหว่างวันที่ ๓๑ สิงหาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ ถึง ๑๓ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๖๓

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕  
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

### ภาคผนวก ข

1. การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
3. การวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
4. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

1. การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดกิจกรรม  
การเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็น

ตารางที่ ข-1 ผลการวิเคราะห์ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก  
(CGI) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง ความน่าจะเป็น จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			$\bar{X}$	S	ระดับความ เหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ)						
1. มาตรฐานและตัวชี้วัด	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	3	4	5	4.00	1.00	มาก
3. สาระสำคัญ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนรู้						
ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์						
ข้อมูลจากปัญหา	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงาน						
คำตอบและวิธีการที่ใช้ใน	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
การแก้ปัญหา						
ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียน						
ช่วยกันอภิปรายคำตอบและ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
วิธีการที่ใช้						
6. สื่อการเรียนรู้	4	5	4	4.33	0.58	มาก
7. การวัดและประเมินผล	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
รวม				4.60	0.26	มากที่สุด



ตารางที่ ข-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่	คนที่	คนที่			
	1	2	3			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)						
1. มาตรฐานและตัวชี้วัด	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	3	4	5	4.00	1.00	มาก
3. สาระสำคัญ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนรู้						
ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา	3	4	5	4.00	1.00	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์						
ข้อมูลจากปัญหา	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงาน						
คำตอบและวิธีการที่ใช้ใน	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
การแก้ปัญหา						
ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียน						
ช่วยกันอภิปรายคำตอบและ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
วิธีการที่ใช้						
6. สื่อการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
7. การวัดและประเมินผล	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
	รวม			4.57	0.32	มากที่สุด

ตารางที่ ข-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่	คนที่	คนที่			
	1	2	3			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด						
1. มาตรฐานและตัวชี้วัด	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	3	4	5	4.00	1.00	มาก
5. กิจกรรมการเรียนรู้						
ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์						
ข้อมูลจากปัญหา	3	4	5	4.00	1.00	มาก
ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงาน						
คำตอบและวิธีการที่ใช้ใน	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
การแก้ปัญหา						
ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียน						
ช่วยกันอภิปรายคำตอบและ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
วิธีการที่ใช้						
6. สื่อการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
7. การวัดและประเมินผล	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
	รวม			4.57	0.32	มากที่สุด

ตารางที่ ข-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่	คนที่	คนที่			
	1	2	3			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การจัดหมู่กรณีที่ตั้งของแตกต่างกันทั้งหมด						
1. มาตรฐานและตัวชี้วัด	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนรู้						
ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา	3	4	5	4.00	1.00	มาก
ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์						
ข้อมูลจากปัญหา	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงาน						
คำตอบและวิธีการที่ใช้ใน	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
การแก้ปัญหา						
ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียน						
ช่วยกันอภิปรายคำตอบและ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
วิธีการที่ใช้						
6. สื่อการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
7. การวัดและประเมินผล	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
	รวม			4.63	0.25	มากที่สุด

ตารางที่ ข-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่	คนที่	คนที่			
	1	2	3			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น						
1. มาตรฐานและตัวชี้วัด	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนรู้						
ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา	4	4	5	4.33	0.58	มาก
ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์						
ข้อมูลจากปัญหา	4	4	5	4.33	0.58	มาก
ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงาน						
คำตอบและวิธีการที่ใช้ใน	4	4	5	4.33	0.58	มาก
การแก้ปัญหา						
ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียน						
ช่วยกันอภิปรายคำตอบและ	4	4	5	4.33	0.58	มาก
วิธีการที่ใช้						
6. สื่อการเรียนรู้	3	4	5	4.00	1.00	มาก
7. การวัดและประเมินผล	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
	รวม			4.53	0.32	มากที่สุด

ตารางที่ ข-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ			$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่	คนที่	คนที่			
	1	2	3			
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาความน่าจะเป็น						
1. มาตรฐานและตัวชี้วัด	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนรู้						
ขั้นที่ 1 ครูนำเสนอปัญหา	4	5	5	4.00	0.58	มากที่สุด
ขั้นที่ 2 นักเรียนวิเคราะห์						
ข้อมูลจากปัญหา	3	4	5	4.67	1.00	มาก
ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงาน						
คำตอบและวิธีการที่ใช้ใน	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
การแก้ปัญหา						
ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียน						
ช่วยกันอภิปรายคำตอบและ	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
วิธีการที่ใช้						
6. สื่อการเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
7. การวัดและประเมินผล	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
	รวม			4.67	0.27	มากที่สุด
รวม				4.59	0.03	มากที่สุด

2. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ตารางที่ ข-2 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
1	+1	+1	+1	1.00
2	+1	+1	+1	1.00
3	+1	+1	+1	1.00
4	+1	+1	+1	1.00
5	+1	+1	+1	1.00
6	+1	+1	+1	1.00

3. การวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด  
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ตารางที่ ข-3 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.66	0.68
2	0.63	0.75
3	0.51	0.69
4	0.53	0.81
5	0.64	0.56
6	0.63	0.71
<b>ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.72</b>		

4. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ตารางที่ ข-4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความ  
น่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่	คะแนนความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 48 คะแนน)	คะแนนความสามารถใน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
1	43	14
2	42	13
3	25	7
4	42	16
5	46	15

ตารางที่ ข-4 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถใน	คะแนนความสามารถใน
	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 48 คะแนน)	การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
6	29	7
7	45	12
8	48	11
9	41	14
10	46	16
11	47	16
12	41	13
13	43	11
14	44	12
15	48	16
16	39	16
17	46	11
18	44	10
19	40	11
20	47	16
21	39	14
22	48	16
23	40	11
24	42	10
25	40	11
26	48	17
27	45	18
28	43	12
29	47	17



ตารางที่ ข-4 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 48 คะแนน)	คะแนนความสามารถใน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 18 คะแนน)
30	46	17
31	47	18
32	44	15
33	46	18
34	45	12
35	42	13
รวม	1508	476
<b>คะแนนเฉลี่ย</b>	<b>43.09</b>	<b>13.60</b>
<b>ร้อยละ</b>	<b>89.77</b>	<b>75.56</b>



ภาคผนวก ค

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยโดยใช้โปรแกรม MINITAB 17

1. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test) ดังภาพที่ ก-1

ผลลัพธ์จากโปรแกรม MINITAB 17

<b>One-Sample T: Problem solving</b>								
Test of $\mu = 33.6$ vs $> 33.6$								
Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	95% Lower Bound	T	P	
Problem solving	35	43.086	4.895	0.827	41.687	11.46	0.000	

ภาพที่ ก-1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test)

2. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test) ดังภาพที่ ก-2

ผลลัพธ์จากโปรแกรม MINITAB 17

<b>One-Sample T: Reasoning</b>								
Test of $\mu = 12.6$ vs $> 12.6$								
Variable	N	Mean	StDev	SE Mean	95% Lower Bound	T	P	
Reasoning	35	13.600	2.982	0.504	12.748	1.98	0.028	

ภาพที่ ก-2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติการทดสอบที่สำหรับตัวอย่างหนึ่งกลุ่ม (One Sample t-test)



ภาคผนวก ง  
ตัวอย่างเครื่องมือวิจัย

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้	ความน่าจะเป็น	เรื่อง	หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)
รายวิชา ค31101 คณิตศาสตร์พื้นฐาน		กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4		เวลา 2 คาบ	
ผู้สอน นางสาวสุรัสดี เกรียมโพธิ์			

---

### 1. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้  
 ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการ  
 แก้ปัญหา

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

#### ด้านความรู้ (K)

1. นักเรียนสามารถหาจำนวนวิธี โดยใช้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้

#### ด้านทักษะและกระบวนการ (P)

1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้  
 หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้

#### ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

1. นักเรียนใฝ่เรียนรู้
2. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน

### 3. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอดหลัก

หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) คือ การทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนออกเป็น  
 $k$  ขั้นตอน โดยที่

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้  $n_1$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 สามารถทำได้  $n_2$  วิธี

ขั้นตอนที่ 3 สามารถทำได้  $n_3$  วิธี

ชั้นตอนที่  $k$  สามารถทำได้  $n_k$  วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้ง  $k$  ชั้นตอนไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละชั้นตอนทำให้งานเสร็จสมบูรณ์แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด  $n_1 + n_2 + \dots + n_k$  วิธี

#### 4. ตารางเรียนรู้

หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) คือ การทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนออกเป็น  $k$  ชั้นตอน โดยที่

ชั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้  $n_1$  วิธี

ชั้นตอนที่ 2 สามารถทำได้  $n_2$  วิธี

ชั้นตอนที่ 3 สามารถทำได้  $n_3$  วิธี

ชั้นตอนที่  $k$  สามารถทำได้  $n_k$  วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้ง  $k$  ชั้นตอนไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละชั้นตอนทำให้งานเสร็จสมบูรณ์แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด  $n_1 + n_2 + \dots + n_k$  วิธี

#### ตัวอย่าง

มีเลขโคด 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโคดเหล่านี้ และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว จะมีวิธีในการสร้างจำนวนได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

#### สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มีเลขโดด 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5

#### สิ่งที่โจทย์ต้องการ

ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโดดเหล่านี้ และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว จะมีวิธีในการสร้างจำนวน ได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

### ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

การเขียนภาพ

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

การเขียนภาพ โดยการสร้างหลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย เพื่อใส่ตัวเลขที่เป็นไปได้ทั้งหมดในแต่ละหลัก และจำนวนที่ได้ทั้งหมดต้องหารด้วย 5 ลงตัว

#### ยุทธวิธี การเขียนภาพ

ในกรณีใช้เลขซ้ำกันไม่ได้ จะสามารถสร้างเลข 3 หลัก โดยใช้เลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ที่หารด้วย 5 ลงตัว ได้ดังนี้

หลักร้อย

หลักสิบ

หลักหน่วย

แบ่งพิจารณาได้ 2 กรณี

กรณี 1 หลักหน่วยเป็นเลข 0

หลักร้อย

หลักสิบ

หลักหน่วย

### เหตุผลประกอบ

หลักหน่วย เลือกเลขโดดลงได้ 1 วิธี คือ 0

หลักสิบ แต่ละวิธีของหลักหน่วยเลือกเลขโดดลงได้ 5 วิธี คือ 1, 2, 3, 4, 5

หลักร้อย แต่ละวิธีของหลักหน่วยและหลักสิบ สามารถเลือกเลขโดดลงได้ 4 วิธี ที่เหลือ

จากเลขหลักสิบเลือกไปแล้ว 1 จำนวน

ดังนั้น จำนวนที่สร้างได้ทั้งหมด  $4 \times 5 \times 1 = 20$  จำนวน

กรณี 2 หลักหน่วยเป็นเลข 5

หลักร้อย

หลักสิบ

หลักหน่วย

3

4

1

### เหตุผลประกอบ

หลักหน่วย เลือกเลขโดดลงได้ 1 วิธี คือ 5

หลักสิบ เลือกเลขโดดลงได้ 4 วิธี คือ 1, 2, 3, 4

หลักร้อย ในแต่ละวิธีของเลขหลักหน่วย และหลักสิบเลือกเลขโดดลงได้ 3 วิธี ที่เหลือจากเลขหลักหน่วยและหลักร้อยเลือกไปแล้ว

จะได้ จำนวนวิธีที่จะสร้างจำนวนได้ทั้งหมด  $1 \times 4 \times 3 = 12$  วิธี

แต่ในกรณีที่หลักสิบเป็นเลข 0 ซึ่งเลือกได้ 1 วิธี

ในหลักร้อยจะเลือกได้ 4 วิธี คือ 1, 2, 3, 4

จะได้ จำนวนวิธีที่จะสร้างจำนวนได้ทั้งหมด  $1 \times 1 \times 4 = 4$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดในกรณีที่ 2 มีทั้งหมด  $12 + 4 = 16$

### ขั้นสรุปคำตอบ

สรุปได้ว่า จำนวนวิธีในการสร้างจำนวนที่มี 3 หลักแบบห้ามซ้ำกัน ที่หารด้วย 5 ลงตัว จากเลขโดด 6 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ได้ทั้งหมด  $20 + 16 = 36$  จำนวน



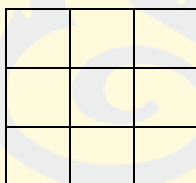
## 5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

### ขั้นที่ 1 ครุณาเสนอปัญหา

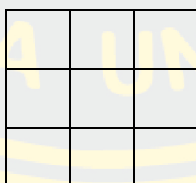
1.1 ครูใช้คำถามทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับการเรียนเนื้อหาในคาบที่แล้ว หลักการนับเบื้องต้น (หลักการคูณ) มีหลักในการพิจารณาอย่างไร นักเรียนจำการเดินทางได้หรือไม่ ซึ่งการเดินทางในแต่ละเส้นทางประกอบไปด้วยขั้นตอนย่อย ๆ ซึ่งต้องทำต่อเนื่องกัน แล้วนำจำนวนวิธีในขั้นตอนย่อยมาคูณกัน หลักการนับเช่นนี้ เรียกว่า หลักการคูณ

1.2 ครูนำเสนอสิ่งที่จะเรียนในวันนี้แก่นักเรียนทุกคน ซึ่งเรื่องที่จะเรียนใหม่ในวันนี้ คือ เรื่องหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ว่ามีการพิจารณาของขั้นตอนการทำงานอย่างไร

1.3 ครูนำเสนอปัญหาในชีวิตประจำวันบนกระดาน นายวิเชียรนำกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วย จำนวน 9 แผ่น มาจัดเรียงชิดกัน จากการจัดเรียงกระเบื้องข้างต้น มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดกี่รูป

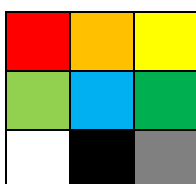


โดยครูให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันจนได้คำตอบ พร้อมทั้งให้นักเรียนนำเสนอคำตอบที่ได้บนกระดาน

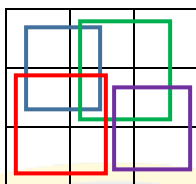


มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด 3 ขนาด ได้แก่

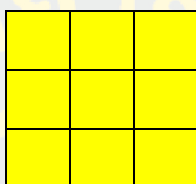
ขนาดที่ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 1 หน่วย มี 9 รูป



ขนาดที่ 2 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 2 หน่วย มี 4 รูป



ขนาดที่ 3 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 3 หน่วย มี 1 รูป



ดังนั้น มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด  $9+4+1=14$  รูป

1.4 ครูช่วยสรุปวิธีการจัดกระเบื้องดังกล่าว ซึ่งการทำงานดังกล่าวที่แต่ละด้านยาวแตกต่างกัน แบ่งได้ 3 ขั้นตอน โดยแต่ละขั้นตอนไม่ซ้ำซ้อนกัน เราจะเรียกว่า หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) โดยมีนิยาม ดังนี้

หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) คือ การทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนออกเป็น  $k$  ขั้นตอน โดยที่

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้  $n_1$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 สามารถทำได้  $n_2$  วิธี

ขั้นตอนที่ 3 สามารถทำได้  $n_3$  วิธี

ขั้นตอนที่  $k$  สามารถทำได้  $n_k$  วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้ง  $k$  ขั้นตอนไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละขั้นตอนทำให้งานเสร็จสมบูรณ์แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด  $n_1 + n_2 + \dots + n_k$  วิธี

**ขั้นที่ 2** นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหา

2.1 ครูให้นักเรียนจับกลุ่ม กลุ่มละ 4-6 คน และแจกใบกิจกรรมที่ 2 เพื่อให้นักเรียนแต่ละคน พิจารณาเกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ร่วมกัน โดยครูนำเสนอโจทย์ในใบกิจกรรมที่ 2 บนกระดานดังนี้

มีเลขโดด 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโดดเหล่านี้ และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว จะมีวิธีในการสร้างจำนวนได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

2.2 ครูใช้คำถามระดับสูงในขั้นนี้ คือ คำถามให้เปรียบเทียบและคำถามให้ยกตัวอย่าง เพื่อให้ นักเรียนสามารถเปรียบเทียบความคล้ายคลึง หรือความแตกต่างของสถานการณ์ปัญหา รวมทั้งให้ นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่อาศัยความรู้เดิมในการคิดหาคำตอบ ซึ่งในขั้นนี้ให้นักเรียน วิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาตามขั้นตอนย่อย ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา โดยครูใช้คำถามดังนี้

ครู : นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่า สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไรบ้างและสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่านักเรียนทราบอะไรบ้าง

ครู : จากความรู้เดิมในการสร้างเลข 3 หลัก เลขโดดในหลักร้อยเป็น 0 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

นักเรียน : ไม่ได้ค่ะ เพราะถ้าเป็นเลข 0 ในหลักร้อย จะทำให้ได้แค่เลข 2 หลัก ที่เป็นหลักสิบค่ะ

ครู : ใช่แล้วค่ะ แล้วนักเรียนจำได้หรือไม่ว่าจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว ต้องเป็นเช่นไร (คำถามให้ยกตัวอย่าง)

นักเรียน : จำได้ค่ะ เลขโดดในหลักหน่วยมีค่าเป็น 0 หรือ 5 ค่ะ

ครู : วิธีการที่จะหาจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว ต้องแยกเป็น 2 กรณี คือ จำนวนในหลักหน่วยมีค่าเป็น 0 หรือ จำนวนในหลักหน่วยมีค่าเป็น 5 นักเรียนลองหาความสัมพันธ์กับกรณีที่ครูให้หาวิธีการจัดระเบียบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ว่าหลักการที่ใช้คืออะไรคะ (คำถามให้เปรียบเทียบ)

นักเรียน : หลักการนับเบื่องต้น (หลักการบวก) ค่ะ

ครู : ใช่แล้วค่ะ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ครูให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบการแก้ปัญหา หากนักเรียนพบปัญหาระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหา ให้นักเรียนปรับปรุงหรือตัดสินใจเปลี่ยนยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ ครูให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้มาคืออะไร

**ขั้นที่ 3 นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงเหตุผล**

3.1 ครูให้ตัวแทนกลุ่มออกมาแนะนำเสนอไปกิจกรรมที่ 2

3.2 ครูใช้คำถามระดับสูงในขั้นนี้ คือ คำถามให้อธิบายและคำถามให้วิเคราะห์ เพื่อให้ นักเรียนสามารถอธิบายถึงเหตุผลของกระบวนการแก้ปัญหานักเรียนใช้ รวมทั้งให้นักเรียน วิเคราะห์ แยกแยะ จัดหมวดหมู่ของสถานการณ์ปัญหา โดยบอกความสัมพันธ์และเหตุผลที่นักเรียน ใช้ ซึ่งใช้คำถามดังนี้

ครู : นักเรียนใช้ยุทธวิธีใดบ้างในการแก้ปัญหานี้

นักเรียน : ใช้การเขียนภาพค่ะ

ครู : นักเรียนใช้วิธีการเขียนภาพอย่างไรคะ (คำถามให้อธิบาย)

นักเรียน : โดยการเขียนภาพของตัวเลขที่แบ่งออกเป็น 3 หลัก ได้แก่ หลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย โดยพิจารณาหลักหน่วยที่หารด้วย 5 ลงตัวในหลักหน่วยก่อนค่ะ และค่อยดูหลักที่เหลือว่าเป็นเลขอะไรได้บ้างและเลขที่ใช้ไปแล้วห้ามใช้ซ้ำกันค่ะ

ครู : นักเรียนบอกเหตุผลได้หรือไม่ ว่าเหตุใดจึงต้องใช้ขั้นตอนของหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ในการหาจำนวนทั้งหมด (คำถามให้วิเคราะห์)

นักเรียน : เพราะว่าขั้นตอนได้แบ่งออกเป็น 2 กรณี ซึ่งเป็นการทำงานในแต่ละขั้นที่เสร็จ ลื่นและไม่ได้ต่อเนื่องกัน ดังนั้นจึงใช้หลักการบวกค่ะ

3.3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มประเมินการแก้ปัญหของตนเองว่ายุทธวิธีที่นักเรียนใช้นั้น สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้สำเร็จหรือไม่

**ขั้นที่ 4 ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้**

4.1 ครูใช้คำถามระดับสูง คือ คำถามให้อธิบาย เพื่อเน้นย้ำวิธีการที่ใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ และเป็นการตรวจสอบความรู้ของนักเรียนดังนี้

ครู : เพราะเหตุใดจึงเลือกใช้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) กับสถานการณ์ปัญหานี้ (คำถามให้อธิบาย)

นักเรียน : เพราะว่าเป็นการทำงานที่เสร็จสิ้นในแต่ละขั้นตอน ซึ่งขั้นตอนแต่ละขั้นตอนไม่ต่อเนื่องกันจึงจะต้องใช้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) เพื่อให้ได้คำตอบที่เป็นไปได้ในทุกกรณีค่ะ

ครู : ใช่แล้วค่ะ

4.2 ครูสรุปเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ให้กับนักเรียนอีกครั้งเพื่อไม่ให้ นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อน

หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) คือ การทำงานอย่างหนึ่ง ถ้าสามารถแบ่งขั้นตอนออกเป็น  $k$  ขั้นตอน โดยที่

ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำได้  $n_1$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 สามารถทำได้  $n_2$  วิธี

ขั้นตอนที่ 3 สามารถทำได้  $n_3$  วิธี

.

.

.

ขั้นตอนที่  $k$  สามารถทำได้  $n_k$  วิธี

ซึ่งวิธีการทำงานในทั้ง  $k$  ขั้นตอนไม่ซ้ำซ้อนกัน และการทำงานในแต่ละขั้นตอนทำให้งานเสร็จสมบูรณ์แล้วจะสามารถทำงานนี้ได้ทั้งหมด  $n_1 + n_2 + \dots + n_k$  วิธี

4.3 ครูให้นักเรียนนำความรู้ แนวคิด และยุทธวิธีที่ได้รับจากการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมไปประยุกต์ใช้ในแบบฝึกหัดที่ 2 ในคาบเรียน จากนั้นให้ตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลยบนกระดาน

## 6. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)
2. แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)

## 7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
<b>ด้านความรู้</b> 1. นักเรียนสามารถหาจำนวนวิธีโดยใช้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้	การตรวจ ใบกิจกรรมที่ 2 และแบบฝึกหัดที่ 2	ใบกิจกรรมที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 2	ทำใบกิจกรรมที่ 2 และแบบฝึกหัดที่ 2 ได้ถูกต้อง ร้อยละ 70
<b>ด้านทักษะและกระบวนการ</b> 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องหลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้	การตรวจ ใบกิจกรรมที่ 2 และแบบฝึกหัดที่ 2	ใบกิจกรรมที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 2	ทำใบกิจกรรมที่ 2 และแบบฝึกหัดที่ 2 ได้ถูกต้อง ร้อยละ 70
2. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดหรือการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้หลักการนับ	การตรวจ ใบกิจกรรมที่ 2 และแบบฝึกหัดที่ 2	ใบกิจกรรมที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 2	ทำใบกิจกรรมที่ 2 และแบบฝึกหัดที่ 2 ได้ถูกต้อง ร้อยละ 70
<b>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> 1. นักเรียนใฝ่เรียนรู้ 2. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรม ของนักเรียนใน ห้องเรียน	แบบประเมิน คุณลักษณะอัน พึงประสงค์	เกณฑ์การประเมินอยู่ในระดับดีขึ้นไป

## 8. การบันทึกผลหลังการเรียนรู้

### 1. สรุปผลการสอน

#### ด้านความรู้

.....นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาจำนวนวิธี โดยใช้หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก) ได้ตามความรู้และความเข้าใจจากประสบการณ์เดิมของตนเอง

#### ด้านทักษะและกระบวนการ

.....นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง นักเรียนสามารถอธิบายว่าจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว คือ หลักหน่วยมีค่าเป็น 0 หรือ 5 และในการสร้างเลขโดด 3 หลัก ในหลักร้อย เป็น 0 ไม่ได้ ซึ่งนักเรียนสามารถหาโดยแจกออกเป็นแต่ละกรณี จากนั้นจึงนำวิธี (จำนวน) แต่ละกรณีที่ได้อบบวกกัน

#### ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการทำใบกิจกรรม และทำแบบฝึกหัดตามที่ได้รับมอบหมายได้เป็นอย่างดี ช่วยเหลือซึ่งกันและกันในกลุ่ม ระดมความคิดและหาวิธีในการแก้ปัญหา ช่วยกัน อธิบายเหตุผลให้กับเพื่อนที่ยังไม่เข้าใจในเนื้อหาบางส่วน แบ่งหน้าที่กัน ทำงานอย่างเป็นระบบ และส่งงานทันตามระยะเวลาที่กำหนด

### 2. ปัญหา/อุปสรรค

.....นักเรียนบางคนไม่ช่วยเพื่อนทำใบกิจกรรมกลุ่ม รอให้เพื่อนคิด หรือฟังวิธีคิดจากเพื่อน และจะไม่ทำหรือเขียนใบกิจกรรม ถ้าเพื่อนไม่บอกให้ทำ หรือรอทำตามคำสั่งของเพื่อนเท่านั้น

### 3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนเห็นความสำคัญหรือคุณค่าของตนเอง ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รวมทั้งมอบหมายงานกันในกลุ่ม นอกจากนี้ครูควรใช้เทคโนโลยีเป็นสื่อในการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เป็นนามธรรมได้ง่ายขึ้น

ลงชื่อ.....ผู้วิจัย

( นางสาวสุรัสดี เกรียมโพธิ์ )

### แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่องระดับพฤติกรรม

รายการประเมิน	ระดับพฤติกรรม			
	3	2	1	0
<b>1. ใฝ่เรียนรู้</b>				
1.1 มีความกระตือรือร้นในการเรียน				
1.2 แสดงความคิดเห็นและซักถามความเข้าใจในบทเรียน				
1.3 มีการเตรียมอุปกรณ์การเรียนพร้อมเสมอ				
<b>2. มุ่งมั่นในการทำงาน</b>				
2.1 นักเรียนตั้งใจทำแบบฝึกหัดในห้องเรียน				
2.2 นักเรียนส่งแบบฝึกหัดตามระยะเวลาที่กำหนด				
2.3 นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ครบสมบูรณ์ตามที่ครูมอบหมาย				
รวม				
ผลการประเมินอยู่ในระดับ				

เกณฑ์การประเมิน นักเรียนมีผลการประเมินอยู่ในระดับ “ดี” หรือ “ดีมาก” ถือว่าผ่านเกณฑ์

ลงชื่อ..... ครูผู้ประเมิน  
(นางสาวสุรัสดี เกียรติโพธิ์)

#### เกณฑ์การให้คะแนนแบบสังเกตพฤติกรรม

- ปฏิบัติเป็นประจำ                      3 คะแนน
- ปฏิบัติบ่อยครั้ง                        2 คะแนน
- ปฏิบัติบางครั้ง                         1 คะแนน
- ไม่ปฏิบัติเลย                             0 คะแนน

#### เกณฑ์การประเมินแบบสังเกตพฤติกรรม

- คะแนนรวม 0 – 3 หมายถึง มีพฤติกรรมอยู่ในระดับ ควรปรับปรุง
- คะแนนรวม 4 – 8 หมายถึง มีพฤติกรรมอยู่ในระดับ พอใช้



คะแนนรวม 9 – 13 หมายถึง มีพฤติกรรมอยู่ในระดับ ดี

คะแนนรวม 14– 18 หมายถึง มีพฤติกรรมอยู่ในระดับ ดีมาก



ชื่อกลุ่ม.....

## ใบกิจกรรมที่ 2

### เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากสิ่งที่โจทย์ที่กำหนดโดยละเอียดและใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

มีเลขโดด 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโดดเหล่านี้ และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว จะมีวิธีในการสร้างจำนวนได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

---



---

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

---



---

**ขั้นที่ 2** วางแผนแก้ปัญหา

---



---

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา



เหตุผลประกอบ

---

---

---

---

---

---

---

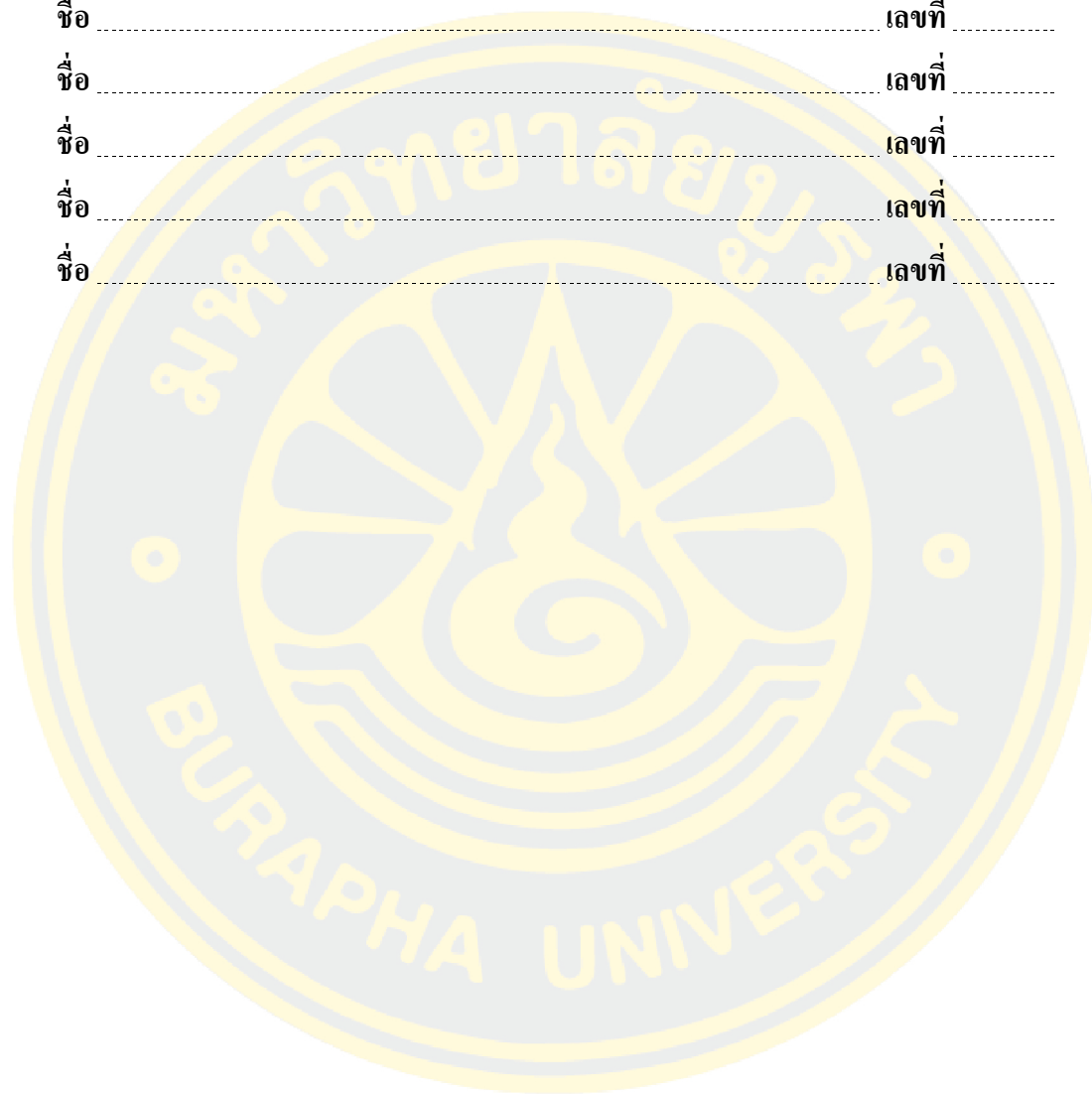
ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

---

---

## สมาชิกภายในกลุ่ม

ชื่อ .....	เลขที่ .....
ชื่อ .....	เลขที่ .....
ชื่อ .....	เลขที่ .....
ชื่อ .....	เลขที่ .....
ชื่อ .....	เลขที่ .....
ชื่อ .....	เลขที่ .....
ชื่อ .....	เลขที่ .....



ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

## แบบฝึกหัดที่ 2

### เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากสิ่งที่โจทย์ที่กำหนดโดยละเอียดและใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

1. จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 6 ถ้านำมาจัดเป็นเลข 4 หลัก จะมีกี่จำนวนที่เป็นจำนวนคู่ โดยใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

---



---

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

---



---

**ขั้นที่ 2** วางแผนแก้ปัญหา

---



---

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา



A large, faint watermark of the Burapha University logo is centered on the page. The logo is circular with a yellow border and contains the Thai text 'มหาวิทยาลัยบูรพา' at the top and 'BURAPHA UNIVERSITY' at the bottom. In the center of the logo is a stylized flame or sunburst design. The watermark is semi-transparent and serves as a background for the problem-solving area.

เหตุผลประกอบ

---

---

---

---

---

---

---

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

---

---

2. หยิบไฟ 1 ใบ จากสำรับ (52 ใบ) จงหาจำนวนวิธีที่หยิบได้ไฟเป็นแต้ม 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

---

---

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

---

---

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

---

---

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา



A large, faint watermark of the Burapha University logo is centered on the page. The logo is circular with a yellow border and contains the Thai text 'มหาวิทยาลัยบูรพา' at the top and 'BURAPHA UNIVERSITY' at the bottom. In the center of the logo is a stylized flame or sunburst design. The watermark is semi-transparent and serves as a background for the problem-solving area.

เหตุผลประกอบ

---

---

---

---

---

---

---

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

---

---



## เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

### เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากสิ่งที่โจทย์ที่กำหนดโดยละเอียดและใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

มีเลขโดด 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโดดเหล่านี้ และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว จะมีวิธีในการสร้างจำนวนได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มีเลขโดด 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโดดเหล่านี้ และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว จะมีวิธีในการสร้างจำนวนได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

**ขั้นที่ 2** วางแผนแก้ปัญหา

การเขียนภาพ

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา

แบ่งพิจารณาได้ 2 กรณี

กรณี 1 หลักหน่วยเป็นเลข 0

หลักร้อย

หลักสิบ

หลักหน่วย

4

5

1

กรณี 2 หลักหน่วยเป็นเลข 5

หลักร้อย

หลักสิบ

หลักหน่วย

3

4

1

เหตุผลประกอบ

กรณี 1 หลักหน่วยเป็นเลข 0

หลักหน่วย เลือกเลขโดดลงได้ 1 วิธี คือ 0

หลักสิบ แต่ละวิธีของหลักหน่วยเลือกเลข  
โดดลงได้ 5 วิธี คือ 1, 2, 3, 4, 5

หลักร้อย แต่ละวิธีของหลักหน่วยและหลักสิบ

สามารถเลือกเลข โดดลงได้ 4 วิธี

ที่เหลือจากเลขหลักสิบเลือกไปแล้ว 1 จำนวน

ดังนั้น จำนวนที่สร้างได้ทั้งหมด

$4 \times 5 \times 1 = 20$  จำนวน

กรณี 2 หลักหน่วยเป็นเลข 5

หลักหน่วย เลือกเลขโดดลงได้ 1 วิธี คือ 5

หลักสิบ เลือกเลขโดดลงได้ 4 วิธี คือ 1, 2, 3, 4

หลักร้อย ในแต่ละวิธีของเลขหลักหน่วย

และหลักสิบเลือกเลข โดดลงได้ 3 วิธี

ที่เหลือจากเลขหลักหน่วยและหลักร้อยเลือก

ไปแล้ว

จะได้ จำนวนวิธีที่จะสร้างจำนวนได้ทั้งหมด

$1 \times 4 \times 3 = 12$  วิธี

แต่ในกรณีที่หลักสิบเป็นเลข 0 ซึ่งเลือกได้ 1 วิธี

ในหลักร้อยจะเลือกได้ 4 วิธี คือ 1, 2, 3, 4

จะได้ จำนวนวิธีที่จะสร้างจำนวนได้ทั้งหมด

$1 \times 1 \times 4 = 4$  วิธี

---

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดในกรณีที่ 2 มีทั้งหมด

---

$$12 + 4 = 16 \text{ จำนวน}$$

---

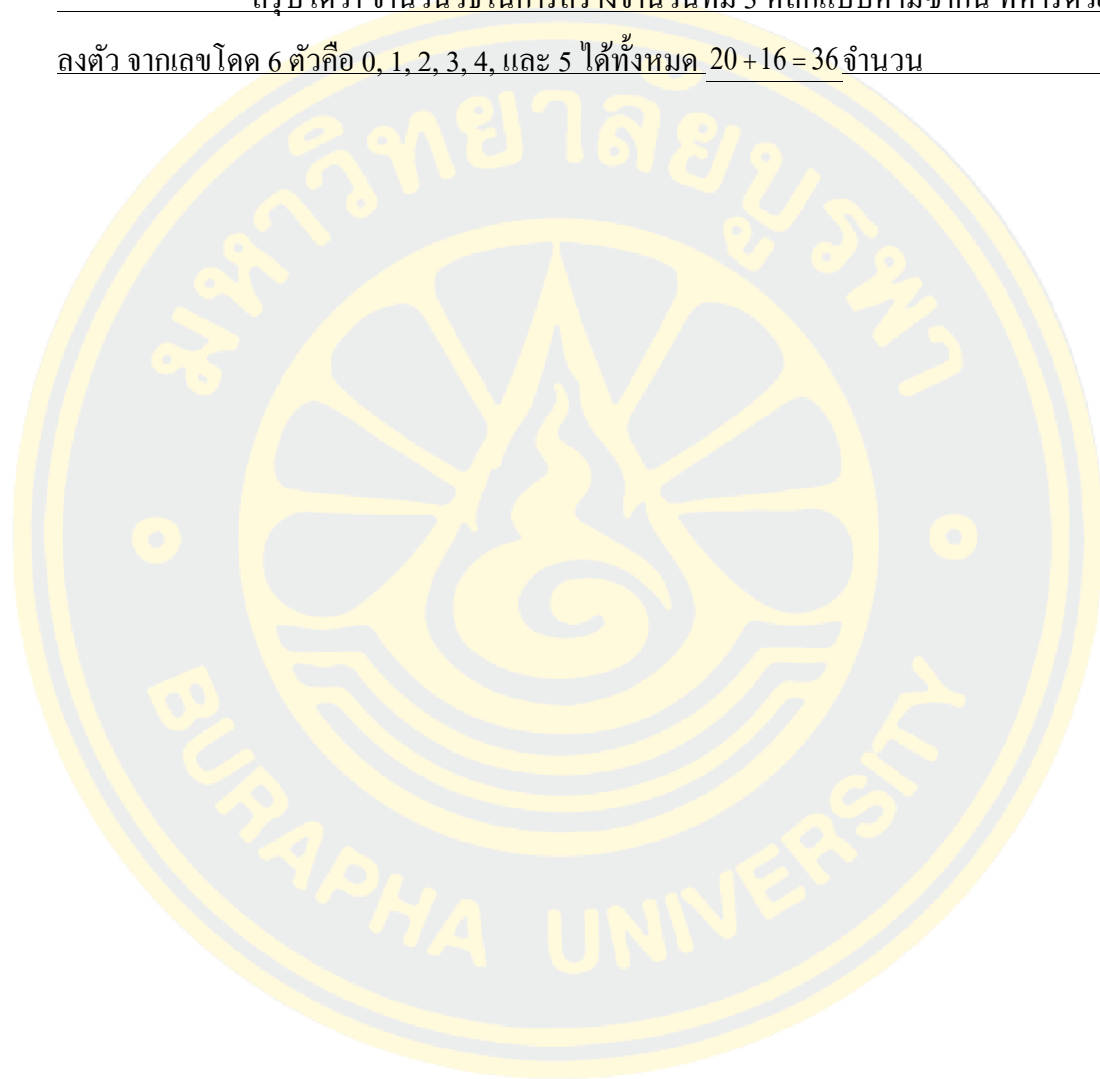
ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

---

สรุปได้ว่า จำนวนวิธีในการสร้างจำนวนที่มี 3 หลักแบบห้ามซ้ำกัน ที่หารด้วย 5

ลงตัว จากเลขโดด 6 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ได้ทั้งหมด  $20 + 16 = 36$  จำนวน

---



## เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

### เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากสิ่งที่โจทย์ที่กำหนดโดยละเอียดและใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

1. จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 6 ถ้านำมาจัดเป็นเลข 4 หลัก จะมีกี่จำนวนที่เป็นจำนวนคู่ โดยใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 6

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

นำมาจัดเป็นเลข 4 หลัก จะมีกี่จำนวนที่เป็นจำนวนคู่ โดยใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน

**ขั้นที่ 2** วางแผนแก้ปัญหา

การเขียนภาพ

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา

แบ่งพิจารณาได้ 2 กรณี

กรณี 1 หลักหน่วยเป็นเลข 0

หลักพัน	หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย
3	4	5	1

กรณี 2 หลักหน่วยไม่เป็นเลข 0 (คือเป็น 2 หรือ 4 หรือ 6)

หลักพัน	หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย
4	4	3	3

เหตุผลประกอบ

กรณี 1 หลักหน่วยเป็นเลข 0

หลักหน่วย จัดได้ 1 วิธี

หลักสิบ จัดได้ 5 วิธี

หลักร้อย จัดได้ 4 วิธี

หลักพัน จัดได้ 3 วิธี

เลขคู่สี่หลักจากตัวเลขดังกล่าว

$$1 \times 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ จำนวน}$$

กรณี 2 หลักหน่วยไม่เป็นเลข 0

(คือเป็น 2 หรือ 4 หรือ 6)

หลักหน่วย จัดได้ 3 วิธี

หลักสิบ จัดได้ 3 วิธี

หลักร้อย จัดได้ 4 วิธี

หลักพัน จัดได้ 4 วิธี

เลขคู่ 4 หลัก ที่หลักหน่วยไม่เป็น 0

$$3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144 \text{ จำนวน}$$

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

เลขคู่ 4 หลัก จากตัวเลขดังกล่าวจัดได้  $60 + 144 = 204$  จำนวน

2. หยิบไฟ 1 ใบ จากสำรับ (52 ใบ) จงหาจำนวนวิธีที่หยิบได้ไฟเป็นแต้ม 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ไฟจากสำรับ (52 ใบ)

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

หยิบไฟ 1 ใบ จงหาจำนวนวิธีที่หยิบได้ไฟเป็นแต้ม 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

แรงกรณีในการหยิบไฟ

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา

การหยิบไพ่ 1 ใบ ให้ได้แต้มดังกล่าวทำได้ 4 ทาง คือ

1. หยิบให้ได้แต้ม 2 ทำได้ 4 วิธี



หรือ 2. หยิบให้ได้แต้ม 3 ทำได้ 4 วิธี



หรือ 3. หยิบให้ได้แต้ม 4 ทำได้ 4 วิธี



หรือ 4. หยิบให้ได้แต้ม 5 ทำได้ 4 วิธี



+ 16 วิธี

#### เหตุผลประกอบ

1. หยิบให้ได้แต้ม 2 ทำได้ 4 วิธี คือ 2 ดอกจิก หรือ 2 ข้าวหลามตัด หรือ 2 โพแดง หรือ 2 โพดำ

2. หยิบให้ได้แต้ม 3 ทำได้ 4 วิธี คือ 3 ดอกจิก หรือ 3 ข้าวหลามตัด หรือ 3 โพแดง หรือ 3 โพดำ

3. หยิบให้ได้แต้ม 4 ทำได้ 4 วิธี คือ 4 ดอกจิก หรือ 4 ข้าวหลามตัด หรือ 4 โพแดง หรือ 4 โพดำ

4. หยิบให้ได้แต้ม 5 ทำได้ 4 วิธี คือ 5 ดอกจิก หรือ 5 ข้าวหลามตัด หรือ 5 โพแดง หรือ 5 โพดำ

จำนวนวิธีทั้งหมดที่หยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับ  $4 + 4 + 4 + 4 = 16$

#### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

จำนวนวิธีทั้งหมดที่หยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับให้ได้แต้มเป็นแต้ม 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5

ทำได้ทั้งหมด 16 วิธี



**ภาคผนวก จ**

ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง



ชื่อกลุ่ม ..... พลค.

## ใบกิจกรรมที่ 2

### เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (หลักการบวก)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากสิ่งโจทย์ที่กำหนดโดยละเอียดและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

มีเลขโดด 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, และ 5 ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโดดเหล่านี้ และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว จะมีวิธีในการสร้างจำนวนได้ทั้งหมดกี่จำนวน เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

##### สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

มีเลขโดด ๖ ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 ต้องการสร้างเลข 3 หลัก ซึ่งประกอบไปด้วยเลขโดดเหล่านี้และจำนวนเหล่านั้นต้องหารด้วย 5 ลงตัว

##### สิ่งที่โจทย์ต้องการ

วิธีในการสร้างจำนวนได้ทั้งหมดกี่จำนวน (เมื่อใช้เลขซ้ำกันไม่ได้)

#### ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

การใช้วิธีแก้ปัญหาแบบหลักบวก

### ขั้นที่ 3 คำนึงการแก้ปัญหา

แสดงวิธีแก้ปัญหา

0, 1, 2, 3, 4, 5

กรณีที่ 1 หลักหน่วย = 0

หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย	
5	4	1	→ กรณีที่ 1 = 20 วิธี
1, 3, 4, 5	1, 3, 4, 5	0	

กรณีที่ 2 หลักหน่วย = 5

หลักร้อย	หลักสิบ	หลักหน่วย	
4	4	1	→ กรณีที่ 2 = 16 วิธี
1, 2, 3	0, 1, 2, 3	5	

#### เหตุผลประกอบ

เนื่องจากกรณีที่ 1 เมื่อหลักหน่วยเป็น 0 เลขโดดที่จะเป็น 5 แต่เมื่อหลักร้อยที่จะสามารถเป็นไปได้ 5 วิธี และหลักสิบที่จะเป็นเลข 4 ครั้งและสามารถเป็นไปได้ 4 วิธี ดังนั้นกรณีที่ 1 จึงสามารถเป็นไปได้ 20 วิธี

จากกรณีที่ 2 เมื่อหลักหน่วยเป็น 5 + เป็นได้ 1 วิธี และหนังสือเลข 5 ครั้ง และหลักร้อยก็สามารถเป็นไปได้ 4 วิธี เนื่องจากเลข 0 เป็นหลักร้อยไม่ได้ และหลักสิบที่จะเป็นเลข 4 ครั้งและเป็นไปได้ 4 ครั้ง ดังนั้นกรณีที่ 2 จึงเป็นไปได้ 16 วิธี

#### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

∴ สามารถสร้างเลขโดดที่นำด้วย 5 ส่งต่อ ได้ 36 วิธี (กรณีที่ 1 + กรณีที่ 2)

ชื่อกลุ่ม คุณพ่อจ๋าจ๊ะจ๋าจ๋า

## ใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากสิ่งที่โจทย์ที่กำหนดโดยละเอียดและใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งแสดงการให้เหตุผล

มีนักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 4 คน รวมกับครู 1 คน ขึ้นเรียงเป็นแถว จะมีวิธีการขึ้นทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| 1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม       | 2) ครูยืนอยู่ริมแถว  |
| 3) นักเรียนหญิงยืนติดกัน จับมัด | 4) นักเรียนชายยืนแยกกัน <span style="float: right;">วังเทโพ</span> |

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

นักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 4 คน รวมกับครู 1 คน

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

วิธีการขึ้นทั้งหมดมีกี่วิธี เมื่อ ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม, ครูยืนอยู่ริมแถว, นักเรียนหญิงยืนติดกัน, นักเรียนชายยืนแยกกัน

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

การเรียงสับเปลี่ยน

$$P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{จัด}$$

Ex.  $P_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 12$

มี 4 คน เรือ 2 คน

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

#### แสดงวิธีแก้ปัญหา

① ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$

$$P_{8,8} = 8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40,320 \text{ วิธี}$$

② คู่ขึ้นเริ่มแถว  $\downarrow x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 \downarrow$

$$7! \times 2 = 7! \times 2 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 10,080 \text{ วิธี}$$

③ ใส่เงื่อนไขขึ้นขั้นต่อดัง  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$   $x_1, x_2, x_3, x_4$

$$5! \times 4! = 120 \times 24 = 2,880 \text{ วิธี}$$

④ สักขี้นชายจีนแยกกัน  $-x_1-x_2-x_3-x_4-$

$$5! \times P_{6,3} = \frac{5! \times 6!}{(6-3)!} = \frac{5! \times 6!}{3!}$$

$$= 5! \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$$

$$= 120 \times 120$$

$$= 14,400 \text{ วิธี}$$

### เหตุผลประกอบ

1. มีคนทั้งหมด 8 คน เงินแถวตรงทั้งหมด 8 คน จะสับที่กันได้  $8!$  ได้ 40,320 วิธี
  2. นักเขียนทั้งหมด 7 คน เงินแถวตรง สับที่กันได้ทั้งหมด  $7!$  ได้ 5,040 วิธี แสดงวิธีรวมแถวได้อีก 2 วิธี จำนวนวิธีทั้งหมด  $5040 \times 2 = 10,080$  วิธี
  3. มีนักเขียนหนึ่งเขียนด้วยกัน 4 คน เป็นคนคนเดียวเขียน 4 คน แสดงว่า คน 5 คน จะจัดให้เขียนได้  $5!$  วิธี ในแต่ละวิธีนั้นนักเขียน 4 คน สามารถสับที่กันได้  $4!$  วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด  $5! \times 4! = 120 \times 24 = 2,880$  วิธี
  4. มีนักเขียนหนึ่ง 4 คน แต่ละคน 1 คนเขียนแถวตรงทั้งหมด 5 คน จะจัดให้เขียนได้  $5!$  วิธี และนักเขียนชายแยกแถวตรงของว่างที่เป็นไปได้ทั้งหมด 6 ช่องว่าง ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 6 ช่องว่าง และจากที่ว่างว่าง 6 ช่องว่างที่เหลือสามารถจัดนักเขียนชายได้
- $$5! \times P_{6,3} = 120 \times \frac{6!}{(6-3)!} = 120 \times \frac{6!}{3!} = 120 \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!}$$

### ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ

- 1) วิธีเขียนใหม่เพิ่มเติมจะได้ 40,320 วิธี
- 2) กรณีที่มีผู้รวมแถวจะได้ 10,080 วิธี
- 3) กรณีที่นักเขียนหนึ่งเขียนด้วยกันจะได้ 2,880 วิธี
- 4) กรณีที่นักเขียนชายแยกแถวกันได้จะได้ 14,400 วิธี